

考虑执行器安装偏差时航天器姿态稳定的控制分配

李波^{1,2}, 胡庆雷², 石忠^{1,3}, 马广富²

(1. 中国民航大学航空自动化学院, 天津 300300; 2. 哈尔滨工业大学航天学院, 哈尔滨 150001;
3. 山东滨州职业学院, 滨州 256603)

摘要: 针对存在执行机构安装偏差和外干扰的航天器姿态控制问题, 提出一类基于反步法的自适应滑模控制策略, 该方法在实现姿态控制快速性和高精度的同时, 能有效地避免因执行机构安装偏差引起的不确定性所导致的控制奇异现象。在此基础上, 考虑到执行机构冗余特性, 进一步提出一种基于能量最优约束二次规划的动态控制分配算法来完成期望指令到执行机构的指令分配, 克服了传统伪逆法难以考虑的控制力矩位置和速度约束, 减少了系统功耗, 实现了分配后控制力矩的平稳性和能量最优。最后, 将提出的控制方案应用于某型轮控刚体航天器的姿态稳定任务中, 仿真结果验证了提出方法的可行性、有效性。

关键词: 航天器; 安装偏差; 反步法; 动态控制分配

中图分类号: V448.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2013)01-0025-07

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2013.01.004

Dynamic Control Allocation for Attitude Stabilization of Spacecraft Considering Actuator Misalignment

LI Bo^{1,2}, HU Qing-lei², SHI Zhong^{1,3}, MA Guang-fu²

(1. College of Aeronautical Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;

2. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 3. Binzhou Vocation College, Binzhou 256603, China)

Abstract: A backstepping design based adaptive control algorithm is developed for attitude stabilization of a rigid spacecraft, in which the uncertainties of actuators misalignment and external disturbances are considered. Lyapunov stability analysis shows that the attitude and angular velocity converge to zero, and a novel updating law is employed to implement attitude control law as well, in which the possible singularity problem caused by the estimation of uncertainties due to actuator misalignment is avoided effectively. In addition, a dynamic control allocation is investigated to distribute the desired control command among redundant actuators. This method extends the conventional quadratic-programming control allocation by penalizing the previous step before sampling intervals and minimize the energy consume. Finally, a numerical simulation example for a spacecraft attitude control system is included to illustrate effectiveness and feasibility of the proposed control scheme.

Key words: Spacecraft; Actuators misalignment; Backstepping; Dynamic control allocation

0 引言

变结构控制^[1-3]与反步法^[4]是处理一类非线性

系统的有效方法, 在航天器姿态控制中得到了广泛的应用^[5-8]。然而, 在这些研究中, 总是假定执行机构不存在安装误差。在实际的工程中, 执行机构安

收稿日期: 2011-11-08; 修回日期: 2012-07-18

基金项目: 国家自然科学基金(61004072, 61174200, 61273175); 2011年度教育部新世纪优秀人才计划(NCET-11-0801); 黑龙江省青年科学基金(QC2012C024); 中央高校基本科研业务费专项基金(HIT. BRETH. 201212)

装往往存在偏差,并且由机械、电气机构老化和磨损等导致参数不确定性。文献[9]针对存在参数不确定性和未建模干扰的多输入多输出系统提出了一类基于光滑投影函数的鲁棒自适应跟踪算法;在此基础上,文献[10]针对存在执行机构安装矩阵和转动惯量不确定性的航天器,设计了一类自适应姿态跟踪控制律。文献[11]针对一类执行机构模型和航天器转动惯量不确定性的非线性哈密顿多输入多输出系统,设计一类新颖的自适应跟踪控制律,考虑到安装矩阵的不确定性并能有效避免奇异值。

反作用飞轮作为航天器的一种常用执行机构,并为确保在轨稳定可靠运行,常采用执行机构冗余方案从而构成过驱动控制系统,特别是在考虑期望控制量的性能最优分配和飞轮故障动态隔离与系统重构等问题时,使得期望控制量分配问题更为复杂,传统方案已难以满足上述需求。控制分配方法主要有伪逆法、直接控制分配法、线性规划法和非线性规划法等^[12-15]。针对单个飞轮最大力矩受限问题,文献[16]通过引入了传统的伪逆控制分配方案,减少航天器大角度姿态机动时间,并增强了卫星快速机动能力。文献[17]提出了一种以所有反作用飞轮控制力矩 L_2 范数作为最优化目标的控制分配算法,有效地降低了系统的功耗。文献[18-19]提出了一类动态控制分配算法,不同于以往提到的控制分配方法的是其控制指令的分配同时依赖于当前和先前采样周期的控制输入,并采用二次规划来处理最小力矩误差优化问题,但未考虑能量最优等问题。

本文综合考虑执行机构安装偏差、控制力矩受限等多种约束问题,给出了一类基于反步法的无奇异鲁棒自适应滑模控制策略作为控制分配的伪控制律,并提出了基于能量最优约束二次规划的动态控制分配算法能够满足系统的各种约束要求,实现了对控制分配力矩和系统功耗的优化。

1 航天器动力学与运动学方程

1.1 航天器姿态运动与动力学方程

采用 MRP 描述刚体航天器运动,并考虑带 N 个反作用飞轮作为执行机构的二阶系统模型^[20]:

$$H^*(\sigma)\ddot{\sigma} + C^*(\sigma, \dot{\sigma})\dot{\sigma} = D(\sigma)u_w + \bar{d} \quad (1)$$

上式中 $H^* = -G^{-T}J_s G^{-1}$, $D = G^{-1}L$, $\bar{d} = G^{-1}d$, C^*

$$= -G^{-T}J_s G^{-1}\dot{G}G^{-1} - G^{-T}[S^x]G^{-1}, J_s = (J - LJ_w L^T), G(\sigma) = 0.5\{I_3 + [\sigma^x] + \sigma\sigma^T - [0.5(1 + \sigma^T\sigma)I_3]\}, S = J\omega + LJ_w\Omega, J, J_w$$
 分别为航天器和飞轮的转动惯量; Ω 为飞轮相对于航天器的角速度矢量; u_w 为飞轮输出力矩; L 为飞轮的安装矩阵, $[\sigma^x]$ 代表向量的斜对称矩阵。

根据文献[21]知系统模型式(1)有如下性质:

性质1. 矩阵 $H^*(\sigma)$ 是一个正定的对称矩阵,且矩阵 $\dot{H}^* - 2C^*$ 是斜对称矩阵,那么对任意的向量 $s \in \mathbf{R}^3$, 有 $s^T(\dot{H}^* - 2C^*)s = 0$ 。

性质2. 存在常数 $c_1 > 0$ 和 $c_2 > 0$ 使得 $\|H^*(\sigma)\| \leq c_1$, $\|C^*(\sigma, \dot{\sigma})\| \leq c_2\|\dot{\sigma}\|$ 即 $\|H^*(\sigma)\|$ 、 $\|C^*(\sigma, \dot{\sigma})\|$ 是有界的。

性质3. 选择模型参数 $\Theta_* = [\Theta_{*1} \ \Theta_{*2} \ \Theta_{*3} \ \dots \ \Theta_{*i}]^T$, 则系统模型式(1)可转换为 $H^*(\sigma)\ddot{\sigma} + C(\sigma, \dot{\sigma})\dot{\sigma} = Y_*\Theta_*$, 其中, $Y_* = Y_*(\sigma, \dot{\sigma}, s, u)$ 是回归矩阵; $i = 3N$ 。

为了便于后续的控制器的设计,给出如下假设:

假设1. 航天器和反作用飞轮的转动惯量是确切已知的,且干扰力矩 \bar{d} 是未知有界的,即存在一个正常数 d_0 使 $\|\bar{d}\| < d_0$ 成立, d_0 是未知干扰力矩的上界。

假设2. 执行器存在安装偏差 L^A , 且该偏差是一个常值或者变化缓慢的不确定量,即 $D = G^{-1}(L_0 + L^A)$ 。定义 $D(\sigma, \Theta_a) = D_0(\sigma) + D^A(\sigma, \Theta_a)$, 式中, $D_0(\sigma)$ 是安装矩阵的标称值, $D^A(\sigma, \Theta_a)$ 是偏差值并与 Θ_a 成线性关系,且 $\Theta_a \in \mathbf{R}^p$ 是个未知的有界的常向量。

注1. 为便于分析,本文用 $\|\cdot\|$ 表示向量2范数。

2 姿态控制系统设计

2.1 基于反步法的自适应滑模控制器设计

定义如下转换变量:

$$x_1 = \int_0^t \sigma d\tau, x_2 = \sigma, x_3 = \omega \quad (2)$$

对上式求导有:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma, \dot{x}_2 = \dot{\sigma} \\ H^* \dot{x}_3 = H^* [G^{-1}(H^*)^{-1}(D(\sigma)u_w + \bar{d} - C^* \dot{\sigma}) - G^{-1}\dot{G}G^{-1}\dot{\sigma}] \end{cases} \quad (3)$$

Step 1. 定义 $z = x_3 - a(x_1, x_2)$, 其中 $a(x_1, x_2)$

为待设计的辅助变量,选取 Lyapunov 函数为:

$$V_1 = 2\ln(1 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{x}_2) + \frac{1}{2} \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_1 \quad (4)$$

对上式求导,整理后有:

$$\dot{V}_1 = \mathbf{x}_2^T (\mathbf{z} + \mathbf{a}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) + \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_2 \quad (5)$$

若选取 $\mathbf{a}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = -k_2 \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$, 其中 $k_2 > 0$; 则有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \mathbf{x}_2^T (\mathbf{z} - k_2 \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) + \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_2 \\ &= -k_2 \mathbf{x}_2^T \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{z} \end{aligned} \quad (6)$$

故在 $\mathbf{z} \rightarrow \mathbf{0}$ 时 $\dot{V}_1 \leq 0$, 子系统是镇定的。

Step 2. 选取辅助滑模面:

$$\mathbf{s} = \mathbf{x}_3 + \beta \mathbf{x}_2, \beta > 0 \quad (7)$$

选取如下新的 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{H}^* \mathbf{s} + \frac{1}{2\alpha} \text{tr}(\tilde{\Theta}_a^T \Gamma_a^{-1} \tilde{\Theta}_a) + \frac{1}{2\eta} k_1^2 \quad (8)$$

式中 对角矩阵 Γ_a 是一个正定的权值矩阵; $\hat{\Theta}_a$ 为估计值, $\tilde{\Theta}_a = \hat{\Theta}_a - \Theta_a$ 为参数的估计误差向量; $\eta > 0$ 是一个常值系数参数; $k_1 \in \mathbf{L}_\infty$ 。

对式(8)进行求导,并根据性质 1 有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq \mathbf{x}_2^T \mathbf{s} - \beta_1 \|\mathbf{x}_2\|^2 + \|\mathbf{x}_2 \mathbf{x}_1\| + \frac{1}{\eta} k_1 \dot{k}_1 + \\ &\quad \mathbf{s}^T (\mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{H}^*)^{-1} \mathbf{D} \mathbf{u}_w + \mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{H}^*)^{-1} \bar{\mathbf{d}} - \\ &\quad \mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{H}^*)^{-1} \mathbf{C}^* \dot{\sigma} - \mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} \dot{\mathbf{G}} \mathbf{G}^{-1} \dot{\sigma} + \\ &\quad \mathbf{C}^* \mathbf{G}^{-1} \dot{\sigma} + \mathbf{H}^* \beta \dot{\sigma} + \beta \mathbf{C}^* \sigma) + \\ &\quad \frac{1}{\alpha} \text{tr}(\tilde{\Theta}_a^T \Gamma_a^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}_a) \end{aligned} \quad (9)$$

再定义 $\hat{\mathbf{D}}^\Delta$ 为安装矩阵偏差 \mathbf{D}^Δ 的估计值, $\tilde{\mathbf{D}}^\Delta = \hat{\mathbf{D}}^\Delta - \mathbf{D}^\Delta$ 为估计误差。

选取控制律为:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (\mathbf{D}_0 + \hat{\mathbf{D}}^\Delta) \mathbf{u}_w \\ &= \mathbf{H}^* \mathbf{G} (\mathbf{H}^*)^{-1} (-\Phi - \mathbf{x}_2 - k_s \mathbf{s} - k_3 \text{sgn}(\mathbf{s}) - \\ &\quad \frac{\mathbf{s}(1+k) \|\mathbf{x}_2^T \mathbf{x}_1\|}{\|\mathbf{s}\|^2 + \delta}) \end{aligned} \quad (10)$$

且定义函数与参数自适应律:

$$\begin{aligned} \Phi &= -\mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{H}^*)^{-1} \mathbf{C}^* \dot{\sigma} - \mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} \dot{\mathbf{G}} \mathbf{G}^{-1} \dot{\sigma} + \\ &\quad \mathbf{C}^* \mathbf{G}^{-1} \dot{\sigma} + \mathbf{H}^* \beta \dot{\sigma} + \beta \mathbf{C}^* \sigma \end{aligned} \quad (11)$$

$$\dot{k}_1 = \begin{cases} \frac{\eta}{k_1} \cdot \frac{k_1 \|\mathbf{s}\|^2 - \delta_1}{\|\mathbf{s}\|^2 + \delta} \|\mathbf{x}_2^T \mathbf{x}_1\| & k_1 \neq 0 \\ \delta & k_1 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

其中 $k_s > 0$ 为常控制系数, $\delta_1 > \delta > 0$ 且均为小量。

由性质 1、2 知, $\|\mathbf{H}^*(\sigma)\|$ 、 $\|\mathbf{G}^{-1}(\sigma)\|$ 是有界的, 由假设 1 知 $\|\bar{\mathbf{d}}\| < d_0$, 故选择合适的参数 k_3 使满足:

$$\begin{aligned} k_3 &\geq \max_{t \in (0, \infty)} \{ \|\mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{H}^*)^{-1}\| \|\bar{\mathbf{d}}\| \} \\ &\geq d_0 \max_{t \in (0, \infty)} \{ \|\mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{H}^*)^{-1}\| \} \end{aligned} \quad (13)$$

则有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &< -\beta_1 \|\mathbf{x}_2\|^2 - k_s \|\mathbf{s}\|^2 + \frac{1}{\alpha} \text{tr}(\tilde{\Theta}_a^T \Gamma_a^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}_a) - \\ &\quad \mathbf{s}^T (\mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{H}^*)^{-1}) \tilde{\mathbf{D}}^\Delta \mathbf{u}_w \end{aligned} \quad (14)$$

由假设 2 知, $\mathbf{D}^\Delta(\sigma, \Theta_a)$ 与未知的有界的常向量 Θ_a 成线性关系, 此处再定义已知的回归矩阵 $\mathbf{Y}_a = \mathbf{Y}_a(\sigma, \dot{\sigma}, \mathbf{s}, \mathbf{u})$, 即:

$$\mathbf{s}^T (\mathbf{H}^* \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{H}^*)^{-1}) \mathbf{D}^\Delta \mathbf{u}_w = \mathbf{Y}_a \Theta_a \quad (15)$$

根据式(15), 式(14)可变为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &< -\beta_1 \|\mathbf{x}_2\|^2 - k_s \|\mathbf{s}\|^2 + \\ &\quad \frac{1}{\alpha} \text{tr}[\tilde{\Theta}_a^T (\Gamma_a^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}_a - \alpha \mathbf{Y}_a^T)] \end{aligned} \quad (16)$$

此处, 选择参数自适应律为:

$$\dot{\tilde{\Theta}}_a = \alpha \Gamma_a \mathbf{Y}_a^T \quad (17)$$

则有:

$$\dot{V}_2 < -\beta_1 \|\mathbf{x}_2\|^2 - k_s \|\mathbf{s}\|^2 \quad (18)$$

因为, $V_2 > 0$ 且 $\dot{V}_2 < 0$, 则有当 $t \rightarrow \infty$ 时 $V_2 \rightarrow 0$; 根据滑模面的设计原理, 则有当 $t \rightarrow \infty$ 时 $\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{0}$, 且有 $\sigma \rightarrow \mathbf{0}$ 与 $\omega \rightarrow \mathbf{0}$ 成立。

根据 Lyapunov 原理和 Barbalat 引理知闭环系统是渐近稳定的。由此, 可得如下结论。

定理 1. 考虑存在执行器安装偏差和外干扰的航天器系统, 在假设 1、2 的限定下, 若采用式(10)、(11)控制律和式(17)自适应律, 则闭环系统渐近稳定。

证. 由以上分析可容易证明定理 1, 此处略。

2.2 存在奇异值的控制器设计

在上述的分析中, 假设矩阵 $(\mathbf{D}_0 + \hat{\mathbf{D}}^\Delta)$ 是行满秩的, 定理 1 可以保证系统的渐近稳定性; 但参数 $\hat{\Theta}_a$ 在自适应律式(19)的在线估计过程中可能会产生

漂移现象,这将会导致矩阵 $(D_0 + \hat{D}^\Delta)$ 不是行满秩的,此时方阵 $(D_0 + \hat{D}^\Delta)(D_0 + \hat{D}^\Delta)^T$ 也不能达到满秩,即其行列式值 $\det((D_0 + \hat{D}^\Delta)(D_0 + \hat{D}^\Delta)^T) = 0$,伪逆矩阵 $(D_0 + \hat{D}^\Delta)^\dagger$ 就会出现所谓的“奇异值”现象,这将会导致航天器控制系统抖振更甚会导致航天器失控等严重后果。此时本文需对式(17)的自适应律进行改进,这样处理不会产生传统方案中的控制力矩误差,且能很好避免奇异值现象,提高控制系统的平稳性。

$$\hat{\Theta}_{ai} = \text{Proj}(\hat{\Theta}_{ai}, \Phi_{ai}) = \begin{cases} \Phi_{ai} - \frac{(\|\hat{\Theta}_{ai}\|^2 - \beta_i)\Phi_{ai}^T \hat{\Theta}_{ai}}{\delta_i \|\hat{\Theta}_{ai}\|^2} \hat{\Theta}_{ai} \|s\|; & \|\hat{\Theta}_{ai}\|^2 > \beta_i \text{ 且 } \Phi_{ai}^T \hat{\Theta}_{ai} > 0 \\ \Phi_{ai}; & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

上式中, $\Phi_{ai} = \alpha \Gamma_{ai} Y_{ai}^T, i = 1, \dots, 3N$ 。因为投影函数 $\text{Proj}(\hat{\Theta}_{ai}, \Phi_{ai})$ 在 $(\hat{\Theta}_{ai}, \Phi_{ai})$ 是局部 Lipschitz 连续的,因此在任意给定的初始状态下,系统在有限的时间间隔 $[0, T)$ 内有唯一解,其中 $T > 0$,定义 $[0, T)$ 为此唯一解存在的最大时间间隔,如果上式的自适应律能保证 $\dot{V}_2 \leq 0$,那么有 $s, \tilde{\Theta}_a$ 在该区间内有界,且参数 Θ_{ai} 的估计值满足 $\hat{\Theta}_{ai} \in \hat{\Omega}^{[10]}$ 。

由此,可得到如下结论:

定理 2. 考虑存在执行器安装偏差和未知外部干扰的航天器二阶模型式(1),在假设 1、2、3、4 的限定下,若采用式(10)、(11)的控制律和式(19)自适应律,则闭环系统是渐近稳定。

证. 类似定理 1,这里略去。

2.3 基于最优二次规划的动态控制分配

考虑到工程实际问题,定义控制力矩的可行域为 $\Omega^0 = \{v \in \mathbf{R}^m \mid v_{\min} \leq v \leq v_{\max}\}$, v_{\min}, v_{\max} 分别表示其最小与最大值;为了控制效果的平稳性,再定义控制力矩的变化速度为 $\eta_{\min} \leq \dot{v}(t) \leq \eta_{\max}, \eta_{\min}, \eta_{\max}$ 分别表示其最小与最大值。假定采样时间为 T ,综合有如下约束 $\underline{v}(t) \leq v(t) \leq \bar{v}(t)$,式中变量满足:

$$\begin{cases} \underline{v}(t) = \max\{v(t)_{\min}, v(t-T) + T\eta_{\min}\} \\ \bar{v}(t) = \min\{v(t)_{\max}, v(t-T) + T\eta_{\max}\} \end{cases} \quad (20)$$

为了实现姿态机动控制轨迹的平稳性和光滑

进一步考虑如下假设:

假设 3. 定义一个凸集 $\Omega \triangleq \{\Theta_{ai} \in \mathbf{R}^p \mid \|\Theta_{ai}\|^2 < \beta_i\}$,式中 $\beta_i > 0$ 是一个已知的常数。假设参数 Θ_a 的实际值属于凸集 Ω ,即 $\Theta_{ai} \in \Omega$ 。

假设 4. 定义凸集 $\hat{\Omega} \triangleq \{\hat{\Theta}_{ai} \in \mathbf{R}^p \mid \|\hat{\Theta}_{ai}\|^2 < \beta_i + \delta_i\}$,式中 $\beta_i > 0, \delta_i > 0$ 是已知的常数。如果参数的估计值 $\hat{\Theta}_{ai} \in \hat{\Omega}$,那么 $(D_0 + \hat{D}^\Delta)$ 是行满秩的^[11]。

定义如下式(19)的光滑投影函数^[9]:

性,本文设计了一种动态控制分配方法,可以表示为如下的约束二次规划问题:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_w(t) = \arg \min_{\mathbf{u}_w(t) \in \Omega_0} \{ & \|\mathbf{W}_0 \mathbf{u}_w(t)\|^2 + \\ & \|\mathbf{W}_1 [\mathbf{u}_w(t) - \mathbf{u}_w^s(t)]\|^2 + \\ & \|\mathbf{W}_2 [\mathbf{u}_w(t) - \mathbf{u}_w(t-T)]\|^2 \} \\ \text{s. t. } \Omega_0 = \arg \min_{\mathbf{u}_w(t) \leq \mathbf{u}_w(t) \leq \bar{\mathbf{u}}_w(t)} & \|\mathbf{D} \mathbf{u}_w(t) - \mathbf{u}(t)\| \end{aligned} \quad (21)$$

式中, $\mathbf{u}_w(t)$ 同时满足上述不等式和等式约束; $\mathbf{W}_0, \mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2$ 为相应维数权值矩阵,且为正定对称方阵。

为了便于优化问题的求解,定义 $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1$ 为相应维数的对角系数矩阵:

$$r_{0i} = \begin{cases} \frac{\bar{u}_{wi}(t)}{u_{wi}(t)} & u_{wi}(t) > \bar{u}_{wi}(t) \\ \frac{u_{wi}(t)}{u_{wi}(t)} & \underline{u}_{wi}(t) \leq u_{wi}(t) \leq \bar{u}_{wi}(t) \\ \frac{\underline{u}_{wi}(t)}{u_{wi}(t)} & u_{wi}(t) < \underline{u}_{wi}(t) \end{cases} \quad (22)$$

$$r_{1i} = \begin{cases} \frac{\bar{u}_{wi}^s(t)}{u_{wi}^s(t)} & u_{wi}^s(t) > \bar{u}_{wi}^s(t) \\ 1 & \underline{u}_{wi}^s(t) \leq u_{wi}^s(t) \leq \bar{u}_{wi}^s(t) \\ \frac{\underline{u}_{wi}^s(t)}{u_{wi}^s(t)} & u_{wi}^s(t) < \underline{u}_{wi}^s(t) \end{cases} \quad (23)$$

式中, r_{0i}, r_{1i} 分别为 $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1$ 的第 i 个分量; $\mathbf{u}_w^s, \mathbf{u}_w$ 分别为控制分配后飞轮期望和实际控制力矩, u_{wi} 和 u_{wi}^s

等分别为其对应向量的元素, $i = 1, 2, 3, \dots, N$ 。

那么,式(21)的最优化问题可以重构为:

$$\begin{aligned} \min \quad & J = \|r_0 \mathbf{W}_0 \mathbf{u}_w(t)\|^2 + \\ & \|r_1 \mathbf{W}_1 [\mathbf{u}_w(t) - \mathbf{u}_w^s(t)]\|^2 + \\ & \|\mathbf{W}_2 [\mathbf{u}_w(t) - \mathbf{u}_w(t - T)]\|^2 \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{D} \mathbf{u}_w(t) = \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (24)$$

根据文献[18],控制分配问题式(24)的解为:

$$\mathbf{u}_w(t) = \mathbf{E} \mathbf{u}_w^s(t) + \mathbf{F} \mathbf{u}_w(t - T) + \mathbf{G} \mathbf{u}(t) \quad (25)$$

$$\begin{cases} \mathbf{E} = (\mathbf{I} - \mathbf{G} \mathbf{D}) \mathbf{W}^{-2} (r_1 \mathbf{W}_1)^2, \\ \mathbf{F} = (\mathbf{I} - \mathbf{G} \mathbf{D}) \mathbf{W}^{-2} \mathbf{W}_2^2 \\ \mathbf{G} = \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{D} \mathbf{W}^{-1})^\dagger, \\ \mathbf{W} = ((r_0 \mathbf{W}_0)^2 + (r_1 \mathbf{W}_1)^2 + \mathbf{W}_2^2)^{1/2} \end{cases} \quad (26)$$

3 仿真结果与分析

为了验证本文提出的考虑执行器安装偏差自适应滑模控制和动态控制分配算法(ASC + DCA)的有效性和可行性,在 Matlab/Simulink 环境下对航天器姿态控制系统进行了仿真研究。

考虑一类典型的金字塔型安装的四个反作用飞轮^[21],每个反作用飞轮的旋转轴垂直于金字塔型的相对应的面,每个面相对于水平面的倾斜角为 45°。假定航天器和反作用飞轮的物理参数及其控制器和动态控制分配仿真实验参数的选取如表 1 所示。

表 1 仿真实验参数

Table 1 Simulation parameters

参数类型	参数值
模型参数	$\mathbf{J} = [20 \ 0 \ 0.9; 0 \ 17 \ 0; 0.9 \ 0 \ 15] \text{kgm}^2,$ $\mathbf{J}_w = 0.409 \text{kg} \cdot \text{m}^2, \boldsymbol{\omega}_0 = [0.001; -0.005; 0.002] \text{rad/s},$ $\boldsymbol{\sigma}_c = [0; 0; 0], \boldsymbol{\sigma}_0 = [-0.1579; 0.1368; 0.0947],$ $\mathbf{L} = [0.7071 \ -0.7071 \ 0.7071 \ -0.7071; 0.7071 \ 0 \ -0.7071 \ 0; 0 \ -0.7071 \ 0 \ 0.7071],$ $\Delta \mathbf{L} = [-0.007 \ 0.01 \ -0.02 \ 0.07; 0 \ 0.07 \ 0 \ 0.01; 0.01 \ 0 \ -0.07 \ 0]$
ASC 参数	$\Gamma = \text{diag}(0.001, 0.001, 0.001, 0.001, 0.001, 0.001), k_s = 1,$ $\eta = 0.0001, \delta = 0.1, \delta_1 = 0.75, k_3 = 0.001, \beta = 0.15$
DCA 参数	$v_{\min} = -0.15 \text{Nm}, v_{\max} = 0.15 \text{Nm}, \eta_{\min} = -0.025, \eta_{\max} = 0.025,$ $\mathbf{W}_0 = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1, 0.1), \mathbf{W}_1 = \text{diag}(36, 35, 10, 10), \mathbf{W}_3 = \text{diag}(20, 20, 20, 20)$

3.1 控制系统性能分析

在上述给定的航天器物理参数、姿态初值以及控制参数条件下,为了便于对比,本部分分别采用文中设计的控制方案(ASC + DCA)、传统控制方案(PID + PI)和文中的控制器结合伪逆分配方案(ASC + PI)三种方案进行仿真研究。

图 1 为修正的罗德里格参数的变化曲线,可见控制系统在本文设计的控制器 ASC 下能更加快速、平稳地完成姿态稳定任务,且稳定时间约为 12s;而 PID 控制器的稳定时间约为 16s。图 2 给出的是控制分配后执行器力矩 \mathbf{u}_w 的变化曲线,可见本文设计的控制器 ASC 能达到较好的控制效果;其中点线给出的是本文控制分配 DCA 方案的执行器力矩,满足系统的约束条件并达到能量最优。

3.2 控制系统能量分析

定义系统能量和误差函数为 $E = \frac{1}{2} \int_0^\tau \|\mathbf{u}\|^2 dt$

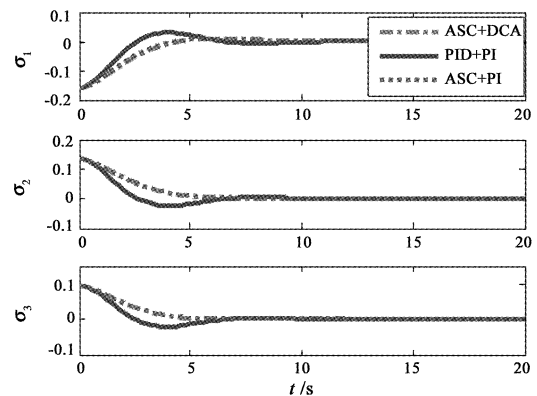


图 1 MRPs 变化曲线

Fig. 1 Response curves of MRPs

和 $E = \frac{1}{2} \int_0^\tau \|\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}\|^2 dt$,式中 τ 为设置的系统仿真时间,取 $\tau = 20$ 。由此,我们可以对系统的能量消耗进行分析。图 3 给出了三种控制方案的能量消耗柱状图,可见方案 ASC + DCA 在各个时间段消耗的系

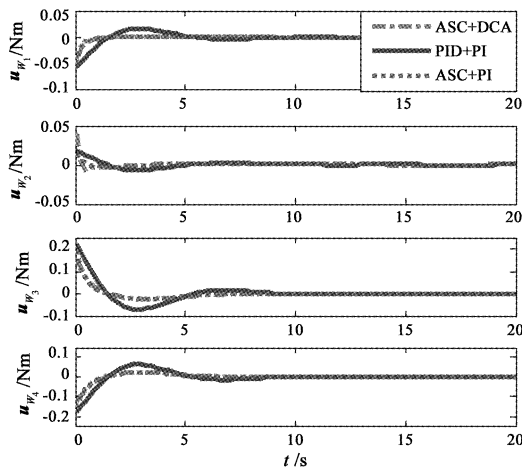


图 2 控制分配后的执行器力矩变化曲线

Fig. 2 Response curves of the actuators torque after CA

统能量最小,且在 5s 以后的能量消耗几乎为零;方案 ASC + PI 与方案 ASC + DCA 相比能量消耗较多,但在 10s 以后系统的能量消耗逐渐趋于零,此处就验证了本文设计的动态控制分配 DCA 的能量最优的原则。图 4 给出的是本文设计的 DCA 控制方案在控制分配前后的能量和能量误差柱状图,在 1 - 4s 体现了 DCA 方案的能量最优原则,在 4s 以后则体现了控制力矩误差最小即能量误差最小原则,10s 之后误差趋于零。综上可知,本文设计的控制器和动态控制分配方案都可以降低系统功耗,从而达到能量最优。

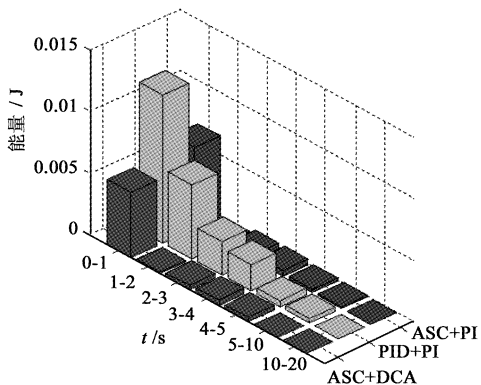


图 3 三种方案的能量消耗柱状图

Fig. 3 Bar graphic visualization of the energy consume performance comparisons of the three cases

4 结论

针对带反作用飞轮的过驱动航天器,考虑执行机构安装偏差和外界干扰的情况下,设计了基于反

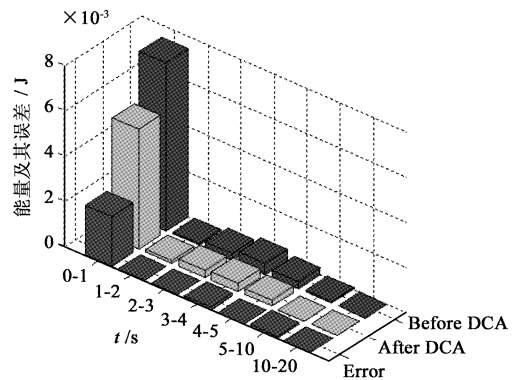


图 4 DCA 前后能量及其误差柱状图

Fig. 4 Bar graphic visualization of the energy consume and error performance comparisons before and after DCA

步法的鲁棒自适应滑模控制器,避免了可能由执行器不确定性导致的奇异值现象;在此基础上,设计了一类动态控制分配算法,实时有效地对指令力矩控制分配到各个执行器,并能有效地减少系统功耗和控制分配误差。仿真验证了姿态控制系统能快速完成姿态稳定控制,提高了姿态控制系统的平稳性和控制精度,并拥有良好的鲁棒性能。

参 考 文 献

- [1] Drakunov S, Utkin V I. Sliding mode control in dynamic systems [J]. International Journal of Control, 1992, 55 (4): 1029 - 1037.
- [2] Crassidis J L, Markley F L. Sliding mode control using modified Rodrigues parameters [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19 (6): 1381 - 1382.
- [3] Hu Q L. Sliding mode maneuvering control and active vibration damping of three-axis stabilized flexible spacecraft with actuator dynamics [J]. Nonlinear Dynamics, 2008, 52 (3): 227 - 248.
- [4] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P. Nonlinear and adaptive control design [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995: 88 - 99.
- [5] 高有涛, 陆宇平, 徐波. 基于角速度观测器的卫星编队飞行相对姿态控制技术 [J]. 宇航学报, 2010, 31 (7): 1782 - 1788. [Gao You-tao, Lu Yu-ping, Xu Bo. Relative attitude control method for satellite formation flight based on angular velocity observer [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31 (7): 1782 - 1788.]
- [6] Zhu Z, Xia Y Q, Fu M Y. Adaptive sliding mode control for attitude stabilization with actuator saturation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58 (10): 4898 - 4907.
- [7] 赵琳, 闫鑫, 郝勇, 等. 基于快速终端滑模的航天器自适应

- 容错控制[J]. 宇航学报, 2012, 33(4): 427 - 435. [Zhao Lin, Yan Xin, Hao Yong, et al. Adaptive fault tolerant control for spacecraft based on fast terminal sliding mode[J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(4): 427 - 435.]
- [8] Hu Q L, Cao J, Zhang Y Z. Robust backstepping sliding mode attitude tracking and vibration damping of flexible spacecraft with actuator dynamics[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2009, 22: 139 - 152.
- [9] Chang Y C. An adaptive H_∞ tracking control for a class of nonlinear multiple-input multiple-output systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(9): 1432 - 1438.
- [10] Yoon H, Tsiotras P. Adaptive spacecraft attitude tracking control with actuator uncertainties[J]. Journal of Astronautical Science, 2008, 56(2): 251 - 268.
- [11] Yoon H, Agrawal B N. Adaptive control of uncertain Hamiltonian multi-input multi-output systems: with application to spacecraft control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17(4): 900 - 906.
- [12] Bodson M. Evaluation of optimization methods for control allocation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(4): 703 - 711.
- [13] Buffington J, Enns D. Lyapunov stability analysis of daisy-chain control allocation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(6): 1226 - 1230.
- [14] Petersen J A M, Bodson M. Constrained quadratic programming techniques for control allocation [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(1): 91 - 98.
- [15] Johansen T A, Fossen T I, Berge S P. Constrained nonlinear control allocation with singularity avoidance using sequential quadratic programming [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2004, 12(1): 211 - 216.
- [16] Choi Y, Leeghim H, Bang H. Efficient control torque distribution approach for spacecraft attitude control [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii, August 18 - 21, 2008.
- [17] Schaub H, Lappas V. Redundant reaction wheel torque distribution yielding instantaneous L_2 power optimal attitude control[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(4): 1269 - 1276.
- [18] Härkegård O. Dynamic control allocation using constrained quadratic programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(6): 1028 - 1034.
- [19] Choi Y, Bang H, Lee H. Dynamic control allocation for shaping spacecraft attitude control command [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Keystone, Colorado, August 21 - 24, 2006.
- [20] Jin J, Ko S, Ryoo C K. Fault tolerant control for satellites with four reaction wheels[J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(10): 1250 - 1258.
- [21] Slotine J J E, Li W P. Applied nonlinear control [M]. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1991: 422 - 432.

作者简介:

李波(1989 -),男,硕士,研究方向为航天器姿态控制与控制分配。

通信地址:哈尔滨工业大学航天学院 327 信箱(150001)

电话:(0451)86413411

E-mail:nemo127@163.com

(编辑:曹亚君)