

# 图像压缩感知的自适应方向提升稀疏表示及 重构算法

孔繁镛, 井庆丰, 计振兴  
(南京航空航天大学航天学院, 南京 210016)

**摘 要:** 为了克服传统的压缩感知重构中正交小波方向选择性差的局限性, 针对图像信号方向性决定了需要在不同纹理区域选择滤波器以使变换后信号能量更加稀疏, 提出一种基于自适应方向提升稀疏表示的重构方法。重构时, 在每次迭代更新后, 根据图像信号的纹理特征选择不同强度方向和信号光滑度的小波基, 使得变换后信号能量分布更加集中, 并利用小波域阈值处理方法解决信号的重构噪声问题。实验结果表明, 该算法提高了重构图像的峰值信噪比和视觉效果, 保护了图像的细节。

**关键词:** 压缩感知; 信号重构; 方向小波; 迭代阈值; 稀疏表示

**中图分类号:** TN919.81      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2013)01-0121-07

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2013.01.017

## Image Sparse Representation and Reconstruction Algorithm for Compressed Sensing by Adaptive Directional Lifting

KONG Fan-qiang, JING Qing-feng, JI Zhen-xing

(College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** To overcome the poor directional selectivity of orthogonal wavelet bases, signal energy is made more sparse by selecting the filters in different texture regions for image signal direction, an image compressed sensing reconstruction algorithm based on an adaptive directional lifting sparse representation is presented. After each iterative refinement in the reconstruction, the signal energy distribution is more concentrated by selecting wavelet bases with different intensities of the direction and signal smoothness according to the texture characteristics of the image signal, and a wavelet thresholding method is used to realize signal reconstruction denoising. Experimental results show that the proposed algorithm improves the peak signal-to-noise ratio and visual quality, and protects image details.

**Key words:** Compressed sensing; Signal reconstruction; Directional wavelet; Iterative thresholding; Sparse representation

## 0 引 言

近年来, 压缩感知<sup>[1-3]</sup> (Compressed Sensing, CS) 的提出和研究为图像、视频处理领域注入了一股新的活力, 压缩感知具有编码简单, 解码较复杂, 并且能够实现较为高效的压缩, 抗误码特性好的特

点。不同于传统编码方法, 该理论表明, 当信号具有稀疏性或可压缩性时, 通过采集少量的信号投影值就可实现信号的准确或近似重构。

信号重构是 CS 理论中的一项关键技术, 重构算法的关键是从压缩感知得到的低维数据中精确地恢复出原始的高维数据, 因此对采样过程准确性的

收稿日期: 2012-05-28; 修回日期: 2012-11-05

基金项目: 江苏省自然科学基金面上项目 (BK2010498); 国家自然科学基金青年基金项目 (61201365, 61102069); 中国博士后科学基金 (20110491421); 南京航空航天大学青年科技创新基金 (NS2012027); 南京航空航天大学基本科研业务费专项科研项目 (NP2011048)

验证有着至关重要的意义。CS 理论自提出以来涌现了大量关于重构的论文,如 Tropp 和 Gilbert 提出利用正交匹配追踪 (OMP) 算法<sup>[4]</sup>求解优化问题重构信号,大大提高了计算速度,且易于实现。Miosso 等人提出的基于权重迭代最小均方 (Iteratively Reweighted Least Squares, IRLS) 算法<sup>[5]</sup>,文献[6-7]提出的基于梯度投影方法,求解最小 1-范数大规模问题,Blumensath 提出了迭代硬阈值 (Iterative Hard Thresholding, IHT) 重构算法<sup>[8]</sup>,在理论上推导出了 IHT 算法收敛的理论依据。在图像压缩感知系统中,图像的稀疏表示是影响图像重构质量的关键因素,这些标准的 CS 算法仅利用信号和图像在正交基下稀疏的先验知识,采用的迭代阈值法只对变换系数自身进行阈值处理。由于不同类型图像呈现出不同形式的纹理特征,采用通用小波变换方法很难能较好描述这种特征,造成了在图像纹理、边缘以及高频区域信号冗余度增大,在迭代阈值处理中容易把相对于阈值算子较小的少部分边缘和纹理信息当作噪声去掉,从而影响了信号的重构精度。为了克服图像压缩感知重构中正交小波方向选择性差的局限性,练秋生和李林等人<sup>[9-10]</sup>将轮廓小波用于图像压缩感知重构算法中,并用轮廓波维纳滤波去噪算子替代迭代阈值法中的阈值算子,提高了重构性能和保护了图像的边缘信息。Peyré 把多个正交基构成的正交基字典<sup>[11]</sup>用于重构中,根据不同的信号寻找最适合信号特性的一个正交基,对信号进行变换以得到最稀疏的信号表示。然而一组固定的正交基字典仍然不可能对所有具有多种奇异特性的图像信号都能够达到稀疏分解,而且需要构造规模很大的字典,算法复杂度较高。

因此,为了克服传统的压缩感知重构中正交小波方向选择性差的局限性,本文针对图像信号方向性决定了需要在不同纹理区域选择滤波器以使变换后信号能量更加稀疏,提出一种基于自适应方向提升稀疏表示的重构方法。实验仿真表明,该算法具有较高的重构性能。

## 1 基于纹理的方向自适应提升稀疏表示

经典二维小波变换仅在图像的水平 and 垂直方向应用小波滤波,不能提供灵活的方向信息,对纹理信息丰富的自然图像稀疏化效果不理想,在基于小波

变换的图像压缩感知中还需改进。为了实现更有效的图像的稀疏表示,如何在变换域有效反映出图像规律的纹理特征则成为进一步突破恢复图像质量的重要方向。在这方面主要的探索方法有针对方向小波 (Directional Wavelet)<sup>[12-13]</sup>、轮廓小波 (Contourlet)<sup>[10]</sup>、曲线小波 (Curvelet)<sup>[14]</sup> 和 Bandlet<sup>[15]</sup> 等新型自适应滤波器所作的工作。方向小波是一种采用提升方法实现图像不同方向的自适应滤波,方向小波可以在有限范围内选择最佳方向进行提升滤波处理,但是候选方向没有考虑对应区域的光滑程度,对平坦和突变区采用同一的小波核使得有效表示图像信号能力受限。因此,有必要解决编码块在方向和区域特性结合情况下,提升小波核自适应选择问题。本文采用灰度共生矩阵来自适应地衡量图像的平坦性,从而可以对图像中不同的区域采取不同的提升方法。

灰度共生矩阵,是一种用来分析图像纹理特征的重要方法。假定待分析的纹理图像为一矩形图像,水平和垂直方向上各有  $N$  个像素。将每个像素上出现的灰度量化为  $N_q$  级。灰度共生矩阵的定义为:

$$P_{i,j}^{d,\theta} = \frac{p_{i,j}^{d,\theta}}{\sum_{i=1}^{N_q} \sum_{j=1}^{N_q} p_{i,j}^{d,\theta}} \quad (1)$$

$p_{i,j}^{d,\theta}$  为灰度  $i$  和  $j$  共现的频率,该频率由距离  $d$  和方向角  $\theta$  决定。对于一系列的  $d$  和  $\theta$ ,就有一系列不同的灰度共生矩阵,一般  $\theta$  取  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ;  $d$  一般取 1,能较精确地描述图像的纹理分布。为了能更直观地、定量地描述图像的纹理特征,从共生矩阵  $P$  衍生出一些能反映纹理特征的数据,如角二阶矩,对比度和相关系数等,称为二次统计特征值。其中,角二阶矩 (Angular Second Moment, ASM) 是反映图像灰度分布均匀程度和纹理的粗细程度:

$$A_{ASM} = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N P^2(i, j) \quad (2)$$

本文采用角二阶矩作为区分图像纹理和非纹理部分的标准,将图像分成  $N_B \times N_B$  的小块,对每个分块计算它的共生矩阵和角二阶矩,利用式(3)自适应判断图像的平坦性:

$$\text{Flat}(B_i) = \begin{cases} 1, & A_{ASM} \leq T_B \\ 0, & A_{ASM} > T_B \end{cases} \quad (3)$$

如果图像灰度均匀,则灰度共生矩阵的元素有

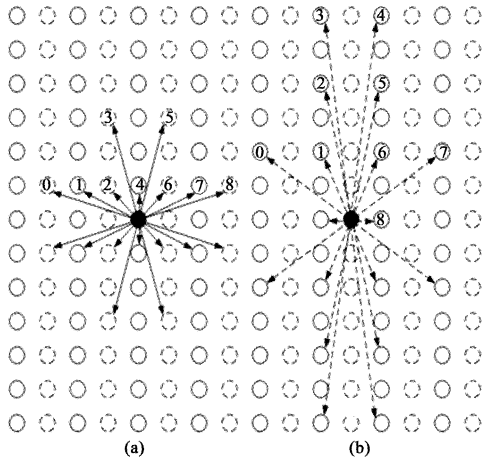


图1 候选方向选择

Fig.1 Direction selection

较大值,分布较集中于主对角线附近时,其相对应的  $A_{ASM}$  值较大;反之,  $A_{ASM}$  值则较小。若图像块  $B_i$  的  $Flat(B_i)$  为 0,说明该块内方向特征不明显,对这样的块采用长滤波器(采用图 1(b)方式)进行小波变换,对方向特征比较明显的块,采用短滤波器(采用图 1(a)方式)进行小波变换。其中,阈值  $T_B$  定义为图像的所有分块的角二阶矩的平均值:

$$T_B = \frac{\sum_{i=0}^M A_{ASM_i}}{M} \quad (4)$$

经过这样预处理后,图像被划分为不同平坦程度的块  $B_i, i = 1, 2, \dots, M, M$  为图像块数。接下来处

$$\begin{cases} d_i^1 = d_i^0 - \left( \frac{150}{256}(s_i^0 + s_{i+1}^0) - \frac{25}{256}(s_{i-1}^0 + s_{i+2}^0) + \frac{3}{256}(s_{i-2}^0 + s_{i+3}^0) \right) \\ s_i^1 = s_i^0 + \left( \frac{150}{256}(d_i^0 + d_{i-1}^0) - \frac{25}{256}(d_{i+1}^0 + d_{i-2}^0) + \frac{3}{256}(d_{i+2}^0 + d_{i-3}^0) \right) \\ d_i = \frac{\sqrt{2}}{2} d_i^1 \\ s_i = \sqrt{2} s_i^1 \end{cases} \quad (7)$$

## 2 基于方向自适应提升稀疏表示的图像压缩感知重构算法

目前的图像压缩感知重构算法中主要采用正交或双正交小波进行图像的稀疏表示,并在压缩传感系统中可通过求解下列优化问题从观测数据中重构图像:

理将以单独块为基本单位进行方向与小波基自适应滤波。对单独图像块内像素进行方向提升小波变换,对于方向的选择不仅考虑到相应图 1 给出的 9 个方向,而且参照图像平坦度进行优化选择。具体过程可以如下式表示:

设方向滤波器集合  $D = \{\Psi^0, \Psi^1, \dots, \Psi^{L-1}\}, \Psi^d = \{\psi_j^d, j = 0, 1, \dots, N-1\}, d = 0, 1, \dots, L-1, \Psi^d$  为第  $d$  个方向滤波器组,设图像块  $B_i$  的最优方向为  $d, g_i$  为图像块  $B_i$  的信号  $x_i$  的最优小波基  $K$  项逼近:

$$g_i = \sum_{j \in I_K, |I_K|=K} \langle x_i, \psi_j^d \rangle \psi_j^d \quad (5)$$

那么最优方向选择可以在满足公式(6)的前提下,选择分解系数最为稀疏的一组基:

$$d_i = \arg \min_g \varepsilon(x_i, \Psi^{d_i}(Flat(B_i)), t)$$

$$\varepsilon(x_i, \Psi^{d_i}(Flat(B_i)), t) =$$

$$\min_{g_i \in \mathbb{R}^N} \left( \frac{1}{2} \|x_i - g_i\|_2^2 + t \|\Psi^{d_i}(Flat(B_i))g_i\|_1 \right) \quad (6)$$

上式为典型的 Lagrange 优化模型,可以通过程序得到数值解。相应的最优方向将作为该图像块内像素的提升滤波候选点方向。为了在平坦区采用长滤波器及纹理区采用短滤波器,可以依据平坦度进行区别选择。在小波方向提升变换时,本文采用文献[12]中的小波进行方向提升变换,该小波的提升格式为:

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \{ \|\alpha\|_1 + \lambda \|\Phi\Psi\alpha - y\|_2^2 \} \quad (8)$$

式中  $\alpha$  为稀疏变换系数组成的向量,  $\|\alpha\|_1$  为  $\alpha$  的  $l_1$  范数,  $\Phi$  为投影矩阵,  $\Psi$  为正交或双正交小波基,  $y$  为图像的观测数据。针对上式,一般将其转化为凸集优化问题,用迭代阈值方法解决信号重构问题:

$$\alpha_{k+1} = H_{\tau}(\alpha_k + \Psi^T \Phi^T (y - \Phi\Psi\alpha_k)) \quad (9)$$

式中:  $H_{\tau}(\cdot)$  通常采用硬阈值算子,  $\tau$  为阈值:

$$H_s(\alpha_k) = \begin{cases} \alpha_k, & |\alpha_k| \geq \tau \\ 0, & |\alpha_k| < \tau \end{cases} \quad (10)$$

在目前的图像压缩感知重构算法中,由于不同类型图像呈现出不同形式的纹理特征,采用通用小波变换很难能较好描述这种特征,造成了在图像纹理、边缘以及高频区域信号冗余度增大,在迭代阈值处理中容易把相对于阈值算子较小的少部分边缘和纹理信息当作噪声去掉,从而影响了信号的恢复精度。

针对传统的压缩感知重构中正交小波方向选择性差的局限性,本文根据图像信号的纹理特征选择不同强度方向和信号光滑度的提升小波基,得到较

低计算复杂度下的信号稀疏表示,并利用小波域阈值处理方法解决信号的重构噪声问题。因此,本文提出一种基于自适应方向提升稀疏表示的重构方法,其框图如图2所示。首先通过初始化每个图像块的小波基,并随着每次迭代更新,针对每个图像块的纹理特征算法都会找到图像块最优稀疏表示的一个基于自适应方向提升的小波基,修正更新上一次得到的小波基,并进行小波域阈值处理,最终在迭代收敛条件满足的情况下,找到整幅图像最优稀疏表示的小波基,从而得到重构图像。

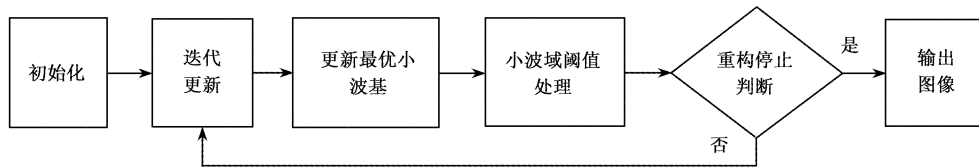


图2 算法框图

Fig. 2 Algorithm block diagram

在压缩传感系统中,图像的稀疏表示是影响图像重构质量的关键因素。图像表示越稀疏,则重构造图像所需要的观测点数越少。在观测点数相同的情况下,图像表示越稀疏则重构图像的质量越高。因此,每次迭代更新后,在更新最优小波基过程中,本文将图像划分为  $N_B \times N_B$  的块图像  $B_i, i = 1, 2, \dots, M, M$  为图像块数,接下来处理将以单独块为基本单位进行方向与小波基自适应滤波,通过式(6)求得最优小波基的预测方向  $d_i$ ,然后对于单独图像块  $B_i$  进行方向提升小波变换:

$$\begin{cases} d_i = \arg \min_g \mathcal{E}(\mathbf{x}_i^l, \Psi^{d_i}(\text{Flat}(B_i)), t) \\ \alpha_i^l = \Psi^{d_i}(\text{Flat}(B_i)) \mathbf{x}_i^l = \{ \langle \mathbf{x}_i^l, \psi_j^{d_i} \rangle \}_{j=0}^{N-1} \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{x}_i^l$  为块图像  $B_i$  的第  $l$  次迭代更新后的数据。图3为更新最优小波基过程中图像稀疏变换的小波基方向更新,从图中可以看出经过多次小波基方向预测后,本文算法能根据图像信号的纹理特征来选择不同强度方向和信号光滑度的提升小波基。

(a) 第2次小波基方向  
(a) the 2th wavelet basis direction(b) 第15次小波基方向  
(b) the 15th wavelet basis direction

图3 图像稀疏变换的小波基方向

Fig. 3 Directions of wavelet bases for image sparse transform

在更新最优小波基后,采用小波域阈值处理来代替硬阈值算子  $H_s(\cdot)$ :

$$S_\tau(\alpha_i^{l+1}) = \alpha_i^{l+1} \cdot \max(\text{sgn}(|\alpha_i^{l+1}| - \tau), 0) \quad (12)$$

其中, 阈值  $\tau = 3\sigma_s$ , 小波域噪声估计方差  $\sigma_s = \text{median}(|\alpha_i^{l+1}|)/0.6745$ ,  $\alpha_i^{l+1}$  表示图像  $x^{l+1}$  中  $HH$  子带的小波系数。

根据以上分析,下面对此算法的具体步骤进行详细阐述。

**步骤 1. 初始化:** 设  $l = 1$ , 图像观测数据  $y$ , 观测矩阵  $\Phi$ , 初始化重构图像  $x^0 = 0$ , 设最小误差为  $E_{\min}$ , 最大迭代次数为  $l_{\max}$ ;

**步骤 2. 迭代更新:** 将第  $l$  次迭代的结果  $x^l$  通过迭代更新步骤进行更新残差:

$$u^{l+1} = x^l + \Phi^T(y - \Phi x^l) \quad (13)$$

**步骤 3. 更新最优小波基:** 迭代更新后的重构图像被划分为  $N \times N$  大小的块  $B_i$ , 接下来处理将以单独块为基本单位进行方向与小波基自适应滤波, 对于单独图像块  $B_i$  进行方向提升小波变换, 得到  $\alpha_i^l = \Psi^d(\text{Flat}(B_i))u_i^{l+1}$ 。

**步骤 4. 小波域阈值处理:** 获得新的  $\alpha_i^l$  后, 在每个图像块  $B_i$  中对小波域系数通过式 (12) 进行阈值处理, 并进行稀疏逆变换得到图像  $x_i^{l+1}$ 。

**步骤 5.** 若  $l > l_{\max}$  或  $\|x^{l+1} - x^l\| \leq E_{\min}$ , 则算法

结束, 输出重构图像  $\hat{x} = x^{l+1}$ ; 否则,  $l = l + 1$ , 转到步骤 2。

### 3 实验与分析

为了检验本文算法的正确性和有效性, 实验采用大小为  $256 \times 256$  像素 8bit 经典测试图像的“Lena”、“Goldhill”、“Peppers”和“Boats”进行对比, 用 matlab 进行仿真, 选用相同的计算机平台 (Pentium(R) 双核, 3.2GHz, 2G 内存) 对每组图像序列做了四组实验: (1) 基于双正交小波变换的重构方法 (简称 Wavelet); (2) 基于 Curvelet 的重构方法 (简称 Curvelet); (3) 基于 Contourlet 的重构方法 (简称 Contourlet); (4) 本文算法。实验中所选的测量矩阵  $\Phi$  为随机置乱快速傅立叶变换 (Permuted Fast Fourier Transform, PFFT) 投影矩阵。

表 1 给出了本文算法与其他三种算法针对不同标准测试图像在不同投影率条件下的压缩感知重构结果对比。从表 1 可以看出, 本文算法明显高于其他三种算法, 而基于 Contourlet 的重构方法与基于 Wavelet 的重构方法性能接近。在不同测试图像和不同投影率下, 本文算法在峰值信噪比 (PSNR) 指标下, 性能均高于其他算法, 对于四幅测试图像不同投影率下的平均 PSNR, 四种算法的重构性能如图 4 所示, 从图中可以看出本文算法重构性能更高。

表 1 各种算法重构性能比较 (表中的数值是 PSNR 值, 单位为 dB)

Table 1 Comparison of PSNR using different measurements and algorithms

图像	重构方法	投影率				
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
Lena	Wavelet	24.92	29.29	33.86	37.26	40.62
	Contourlet	25.13	30.03	34.74	38.19	41.53
	Curvelet	25.19	29.96	35.79	39.53	43.05
	本文算法	<b>25.63</b>	<b>31.41</b>	<b>37.48</b>	<b>40.58</b>	<b>43.62</b>
Peppers	Wavelet	26.23	31.30	35.88	39.13	42.52
	Contourlet	26.40	31.18	34.67	38.40	41.79
	Curvelet	26.49	31.76	36.53	39.79	43.20
	本文算法	<b>27.07</b>	<b>33.54</b>	<b>37.69</b>	<b>40.72</b>	<b>44.00</b>
Goldhill	Wavelet	23.94	27.65	31.01	34.05	37.30
	Contourlet	24.16	27.79	30.89	34.41	37.15
	Curvelet	24.34	28.82	32.51	35.49	37.41
	本文算法	<b>24.71</b>	<b>29.72</b>	<b>33.24</b>	<b>36.29</b>	<b>39.57</b>
Boats	Wavelet	23.69	27.28	31.02	34.43	38.09
	Contourlet	24.05	27.82	31.09	34.68	37.95
	Curvelet	24.16	28.07	32.26	35.71	39.47
	本文算法	<b>24.56</b>	<b>28.99</b>	<b>33.03</b>	<b>37.07</b>	<b>41.08</b>

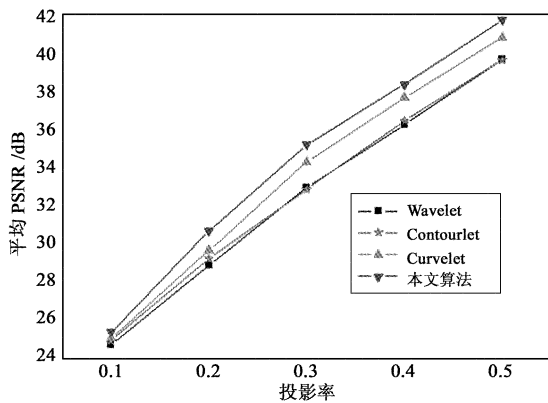


图 4 不同投影率下各算法的平均 PSNR 比较

Fig. 4 The average PSNR comparisons using different measurements and algorithms

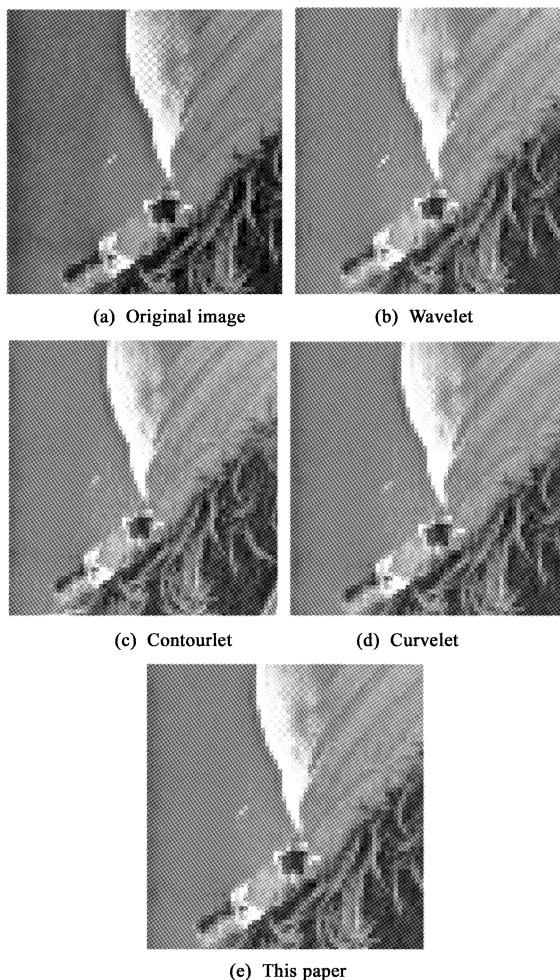


图 5 投影率为 30% 时四种压缩感知图像重构结果 (为便于观察, 图中只显示 lena 局部图像)

Fig. 5 Reconstructed results using four reconstruction methods with 30% measurement rate (figures show local details for observation)

对 Lena 图像的 30% 投影率重构时, 本文算法的重构结果比基于 Curvelet 的重构方法、基于 Contourlet 的重构方法和基于 Wavelet 的重构方法分别提高了 1.69dB、2.74dB 和 3.62dB; 图 5 给出了三种方法在投影率为 30% 对 lena 图像重构结果。从图中可以看出本文算法的图像重构质量均明显高于其它三种算法, 算法的图像重构结果视觉效果更佳, 细节更清楚, 而图 5 (b) 和 (c) 可见轻微伪迹效应。因此, 本文算法的整体重构效果更接近原始图像, 并且更好地保留了重构图像的细节。

#### 4 结 论

为了实现图像更加有效的稀疏表示, 针对经典小波变换的不足, 首先研究了一种基于纹理的自适应方向提升稀疏表示, 在此基础上提出了一种基于自适应方向提升稀疏表示的图像压缩感知重构算法, 算法根据图像信号的纹理特征选择不同强度方向和信号光滑度的小波基, 得到较低计算复杂度下的信号稀疏表示, 并利用小波域阈值处理方法解决信号的重构噪声问题。通过与其它方法的比较, 实验结果表明在相同的观测数据下本算法能够获得更高的图像重构质量, 而且图像重构结果视觉效果更佳, 细节更清楚。

#### 参 考 文 献

- [ 1 ] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [ J ]. IEEE Trans. Information Theory, 2006, 52 (2): 489 - 509.
- [ 2 ] Donoho D L. Compressed sensing [ J ]. IEEE Trans. Information Theory, 2006, 52 (4): 1289 - 1306.
- [ 3 ] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展 [ J ]. 电子学报, 2009, 37 (5): 1070 - 1081. [ Shi Guang-ming, Liu Dan-hua, Gao Da-hua, et al. Advances in theory and application of compressed sensing [ J ]. Acta Electronica, 2009, 37 (5): 1070 - 1081. ]
- [ 4 ] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [ J ]. IEEE Trans. Inform. Theory, 2007, 53: 4655 - 4666.
- [ 5 ] Miosso C J, Borries R von, Argùez R M, et al. Compressive sensing reconstruction with prior information by iteratively reweighted least-squares [ J ]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2009, 57 (6): 2424 - 2431.

- [ 6 ] Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems[J]. *Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(4):586 – 598.
- [ 7 ] 梁瑞宇, 邹采荣, 王青云, 等. 基于自适应次梯度投影算法的压缩感知信号重构[J]. *信号处理*, 2010, 26(12):1883 – 1889. [ Liang Rui-yu, Zou Cai-rong, Wang Qing-yun, et al. Adaptive subgradient projection method for sparse reconstruction in compressed sensing[J]. *Signal Processing*, 2010, 26(12):1883 – 1889. ]
- [ 8 ] Blumensath T, Davies M E. Iterative thresholding for sparse approximations[J]. *J. of Fourier Analysis and Applications*, 2008, 14:629 – 654.
- [ 9 ] 李林, 孔令富, 练秋生. 基于轮廓波维纳滤波的图像压缩传感重构[J]. *仪器仪表学报*, 2009, 30(1):2051 – 2056. [ Li Lin, Kong Ling-fu, Lian Qiu-sheng. Image compressed sensing reconstruction based on contourlet Wiener filtering[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2009, 30(1):2051 – 2056. ]
- [ 10 ] 练秋生, 陈书贞. 基于解析轮廓波变换的图像稀疏表示及其在压缩传感中的应用[J]. *电子学报*, 2010, 38(6):1293 – 1298. [ Lian Qiu-sheng, Chen Shu-zhen. Sparse image representation using the analytic contourlet transform and its application on compressed sensing[J]. *Acta Electronica*, 2010, 38(6):1293 – 1298. ]
- [ 11 ] Peyré G. Best basis compressed sensing[J]. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 2010, 58(5):2613 – 2622.
- [ 12 ] Chuo-Ling Chang, Girod B. Direction-adaptive discrete wavelet transform for image compression [ J ]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2007, 16(5):1289 – 1302.
- [ 13 ] Ding W P, Wu F, Wu X L, et al. Adaptive directional lifting-based wavelet transform for image coding [ J ]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2007, 16(2):416 – 427.
- [ 14 ] Starck J L, Candes E J, Donoho D L. The curvelet transform for image denoising [ J ]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2002, 11(6):670 – 684.
- [ 15 ] Pennec E Le, Mallat S. Sparse geometric image representations with bandelets [ J ]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(4):423 – 438.

作者简介:

孔繁锵(1980 – ),男,博士,讲师,主要从事多光谱图像传输与处理方面研究。

通信地址:南京航空航天大学航天学院 315 信箱(210016)

电话:(025)84896521 – 6303

E-mail:kongfq@nuaa.edu.cn

(编辑:余 未)