

# 一种模拟气液两相流的格子波尔兹曼改进模型<sup>1)</sup>

史冬岩\* 王志凯\* 张阿漫<sup>†,2)</sup>

\* (哈尔滨工程大学机电工程学院, 哈尔滨 150001)

<sup>†</sup> (哈尔滨工程大学船舶工程学院, 哈尔滨 150001)

**摘要** 基于格子波尔兹曼自由能模型, 提出了一种模拟黏性流场中大密度比气液两相流的改进模型. 为了提高模型的精度, 在原始模型的基础上计入了邻近点间粒子数密度的传递速率控制, 考虑了碰撞项的差分松弛; 为了避免两相间大密度比造成的数值不稳定问题, 分别采用六点和九点差分格式求解  $\nabla$  和  $\nabla^2$ . 同时, 与传统格子波尔兹曼方法不同, 实现了由单步碰撞操作到两步操作的转化. 通过对无重力场中气泡的模拟及与已有模型的计算结果的对比分析, 表明该模型具有更高的数值精度. 成功模拟了重力作用下, 单个上浮气泡的形变和尾涡形成过程, 以及水平和竖直方向上两个气泡的相互作用过程, 并验证了其质量守恒和体积不可压缩性.

**关键词** 格子波尔兹曼方法, 气泡, 两相流, 黏性流场

中图分类号: O359 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-13-243

## 引言

水下气泡多种多样, 其运动特性也十分复杂, 从非黏性流场中的气泡到黏性流场中的气泡<sup>[1]</sup>, 从平流场中的气泡到紊流场中的气泡<sup>[2]</sup>, 从空化气泡<sup>[3]</sup>到爆炸气泡<sup>[4-5]</sup>. 气泡现象广泛存在于各工程应用领域, 如机械工程、船舶海洋工程、化工及生物医学工程中. 正是由于其普遍存在性和运动规律的复杂性, 近些年来, 关于气泡动力学特性的研究也逐渐成为各行业学者的关注热点.

气泡是一种基本的两相流模型, 在对它的数值模拟中需要克服的一个焦点问题便是对气液界面的准确捕获. 到目前为止, 为成功捕捉两相间界面的运动过程, 已有多种数值方法被发展和应用到该研究中. 在有限体积法中, 通过定义一个专有函数来表明特定时刻、特定位置上某点的流体体积分, 进而确定气泡界面的位置<sup>[6]</sup>. 水平集方法 (level set method, LSM) 则是通过定义一个距离函数来确定边界的位置, 边界上点的距离值为零, 流场中其他点到边界的最短距离作为它们的局部值<sup>[7]</sup>. 界面跟踪方法 (front tracking method, FTM) 是利用一些标识符通过拉格朗日格式来追踪界面的位置, 而对于整个流域的模拟则是通过求解纳维-斯托克斯方程来实现<sup>[8]</sup>. 以上这 3 种方法, 都属于传统的数值仿真方法. 在模

拟的过程中, 需要离散纳维-斯托克斯方程, 求解较大的非线性项, 导致求解困难, 甚至一些物理现象, 如两相大密度比及界面大变形等无法通过正常的数值仿真获得. 边界元方法是另一种被广泛应用于气泡动力学模拟的数值方法, 该方法可以节省问题的维数, 大量节约计算资源<sup>[9]</sup>. 虽然其在爆炸气泡领域中已得到了很好的验证和应用<sup>[10]</sup>, 但其求解的过程中忽略了流体的黏性条件, 实际实现的是欧拉方程.

格子波尔兹曼 (lattice Boltzmann method, LBM) 是在最近二十多年里的一种比较流行的数值仿真方法. 与传统方法不同的是, 它基于分子动理论, 通过计算流域中粒子微团的分布情况来确定气液两相的演化及界面的运动. 它具体求解的是线性格子波尔兹曼方程, 而不是非线性的纳维-斯托克斯方程, 但通过多尺度展开, 能够获得满足二阶精度要求的纳维-斯托克斯方程. 由于它是从微观层面上描述气泡的运动, 所以一些微观变量可以很容易地被计入到所建立的物理模型中, 且其具有天然的可并行性. 正是由于其自身基于分子动理论和可并行性高等众多优点使其迅速成为多相流研究中的一个佼佼者<sup>[11-12]</sup>. 目前, 在利用 LBM 进行多相流的研究中, 主要存在 3 个基础模型: 颜色函数模型, 势场模型和自由能模型.

2013-07-30 收到第 1 稿, 2013-11-06 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (50939002) 和优秀青年科学基金 (51222904) 资助项目.

2) 张阿漫, 教授, 主要研究方向: 气泡动力学、流固耦合. E-mail: zhangaman@hrbeu.edu.cn

1988年, Rothman等<sup>[13]</sup>首先在格子气自动机的研究中提出了颜色函数模型,到1991年, Gunstensen等<sup>[14]</sup>将其拓展到了LBM中. 该模型的一个缺点就是局部节点处的颜色函数的计算量大,另一个就是它会造成表面张力的各项异性. 势场模型是Shan等<sup>[15]</sup>在1993年提出的一种利用LBM模拟多相流的模型. 虽然该模型较颜色函数模型具有更好的物理意义,但在1995年Swift<sup>[12]</sup>指出该模型缺少热力学一致性. Swift认为作为计算流体力学领域中一个成功的LBM模型必须能够保证热力学一致性,并在1995年提出了LBM的自由能多相流模型. 2002年, Sauro等<sup>[16]</sup>为研究玻璃流动的滞后行为提出了一种能够克服大密度比的格子波尔兹曼架构,并验证其具有更高的数值稳定性和精度. 该架构的主要特点是通过增加一个速率控制系数计入了邻近两格点间粒子分布函数的迁移速率的控制. 在这一思想的基础上, Zheng等<sup>[17]</sup>于2006年首次将该架构应用到具有大密度比(1:1000)的两相流研究中,并取得了不错的成果. 由于气泡在上浮及融合过程中,其界面会存在大的变形和破裂、重构,容易造成数值的不稳定. 本文以Swift等<sup>[12]</sup>在1995年提出的自由能模型为基础,拓展了文献[16-17]的研究工作. 在模型中,计入了邻近两格点间碰撞项的差分松弛,并结合Lee等<sup>[11]</sup>提出的分步操作,将传统的碰撞操作由单步操作转化为两步操作,提出了一种在模拟大密度比气液两相流中具有更高灵活性和精度的改进格子波尔兹曼模型.

## 1 格子波尔兹曼模型

### 1.1 整个流场的分离

根据传统数值方法对气泡运动模型描述,整个流场计算域可分为3部分:气相、液相和界面. 分别通过相应的控制方程对各部分的演化过程进行描述,中间可能涉及到较大的非线性方程组的求解. 在本文模型中,整个流场的描绘是通过两组线性格子波尔兹曼方程完成的,其中一组用来模拟气液两相的运动. 另一组是定义一个阶参数,通过求解卡恩-希利亚德(Cahn-Hilliard)方程完成对界面的追踪.

### 1.2 气液相运动的格子波尔兹曼方程

该模型中气液两相的运动采用统一的一组格子波尔兹曼方程进行确定. 即当整个流场的网格结构确定后,无论是气相还是液相,每个格点的运动都

可表示为<sup>[18]</sup>

$$f_{\alpha}(\mathbf{r} + \mathbf{e}_{\alpha}\delta_t, t + \delta_t) = f_{\alpha}(\mathbf{r}, t) + \Omega_{\alpha f} + \Upsilon_{\alpha f} \quad (1)$$

式中,  $f$  表示粒子数密度分布函数.  $\alpha$  表示速度离散方向,取值受所取网格结构决定. 由于本文采用D2Q9网格结构,所以  $\alpha = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ .  $\mathbf{e}_{\alpha}$  表示离散速度,在每个格点上的分布状况如图1所示.  $\Omega_{\alpha f}$  是格子波尔兹曼碰撞项,可表示为  $\Omega_{\alpha f} = (f_{\alpha}^{(\text{eq})}(\mathbf{r}, t) - f_{\alpha}(\mathbf{r}, t))/\tau_{\rho}$ . 式中  $f_{\alpha}^{(\text{eq})}$  表示平衡态分布函数,可表示为<sup>[17]</sup>

$$f_{\alpha}^{(\text{eq})} = \omega_{\alpha} \left[ \rho(1 + 3\mathbf{e}_{\alpha}\mathbf{u}) + \frac{9}{2}(\mathbf{e}_{\alpha}\mathbf{u})^2 - \frac{3}{2}\mathbf{u}^2 + 3\delta\mu_{\delta} \right] \quad (2)$$

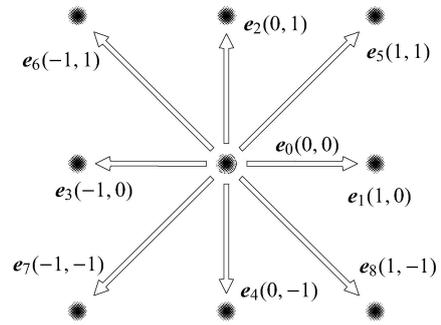


图1 D2Q9离散速度模型

Fig. 1 D2Q9 discrete velocity model

式中,  $\omega_{\alpha}$  表示权重系数,  $\omega_0 = 4/9$ ,  $\omega_{1-4} = 1/9$ ,  $\omega_{5-8} = 1/36$ .  $\rho, \mathbf{u}$  分别表示格点处的宏观密度和速度.

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \sum_{\alpha} f_{\alpha} \\ \mathbf{u} &= \sum_{\alpha} f_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} + 0.5(\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_b)\delta_t \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{F}_a$  和  $\mathbf{F}_b$  分别表示张力项和外力项. 式(1)中的  $\delta_t$  表示在  $t$  时刻阶参数的值. 另一宏观变量,黏度系数可表示为

$$\mu = c_s^2(\tau_{\rho} - 0.5)\rho\delta_t \quad (4)$$

式中,  $c_s$  是格子声速,  $c_s = 1/\sqrt{3}$ .  $\tau_{\rho}$  是气液两相LBE的松弛系数. 式(2)中  $\mu_{\delta}$  为<sup>[17]</sup>

$$\mu_{\delta} = 4G\delta(\delta^2 - \delta^{*2}) - H\nabla^2\delta \quad (5)$$

其中,  $\delta^* = \frac{\rho_L - \rho_G}{2}$ .  $G$  和  $H$  是跟气泡边界厚度  $W$  及表面张力系数  $\sigma$  有关的参数<sup>[17]</sup>

$$H = \frac{G(W\delta^*)^2}{2} \quad (6)$$

$$G = \frac{9\sigma^2}{32H\delta^{*6}} \quad (7)$$

式(1)中,  $\gamma_{af}$  是源力项的格子波尔兹曼离散格式<sup>[19]</sup>

$$\gamma_{af} = \left(1 - \frac{1}{2\tau_\rho}\right) \frac{w_\alpha}{c_s^2} \left[ (\mathbf{e}_\alpha - \mathbf{u}) + \frac{\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} \mathbf{e}_\alpha \right] (\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_b) \delta_t \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{F}_a = \mu_\delta \nabla \delta$ .

### 1.3 界面捕捉的改进格子波尔兹曼方程

在实现对界面的捕捉时, 本文定义了一个阶参数  $\delta$ , 每个格点上  $\delta$  值的演化过程亦遵守一组格子波尔兹曼方程. 为提高模拟的气液两相的密度比要求, 保证数值模拟的精度和稳定性, 本文采纳了 Sauro 等<sup>[16]</sup> 在 2002 年提出的一种格子波尔兹曼架构, 计入了邻近格点间数密度的传递速率的控制

$$\psi = q(f_i(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \delta_t, t) - f_i(\mathbf{r}, t)) \quad (9)$$

式中,  $q$  为速率控制系数,  $q = \frac{1}{\tau_\delta + 0.5}$ . 虽然本模型与 Zheng 等<sup>[17]</sup> 提出的模型思想相似, 但式(9)中数密度  $f$  表示的物理意义不同. Zheng 等<sup>[17]</sup> 的  $f$  表示迁移后局部碰撞前的粒子数密度, 其具体实现的意义为上一时刻邻近格点数密度的差分松弛, 加上该时刻局部格点的碰撞. 而在本文模型中, 考虑了邻近两格点间碰撞项的差分松弛,  $f$  表示碰撞后的粒子数密度. 结合 Lee 等<sup>[11]</sup> 提出的分步操作, 本文通过引入一个中间变量  $g_\beta^{\text{mid}}$  将传统的碰撞操作由单步操作转化为两步操作, 使模型的灵活性更高, 以方便进行碰撞项的差分操作, 具体表达如下

$$\left. \begin{aligned} g_\beta^{\text{mid}}(\mathbf{r}, t) &= g_\beta(\mathbf{r}, t) + \Omega_{\beta g} \\ g_\beta(\mathbf{r} + \mathbf{e}_\beta \delta_t, t + \delta_t) &= \left(1 - \frac{1}{\tau_\delta + 0.5}\right) g_\beta^{\text{mid}}(\mathbf{r} + \mathbf{e}_\beta \delta_t, t) + \\ &\quad \frac{1}{\tau_\delta + 0.5} g_\beta^{\text{mid}}(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中,  $\tau_\delta$  是阶参数  $\delta$  的格子波尔兹曼方程的松弛系数,  $\Omega_{\beta g}$  是该方程的碰撞项, 不同的是其中松弛系数采用的是  $\tau_\delta$ , 且由于采用的是 D2Q5 的网格结构, 其相应的平衡函数<sup>[17]</sup>

$$g_\beta^{(\text{eq})} = A_\beta \Gamma \mu_\delta + B_\beta \delta + \frac{\tau_\delta + 0.5}{2} \delta \mathbf{e}_\beta \cdot \mathbf{u} \quad (11)$$

其中,  $A_0 = -2$ ,  $A_{1-4} = 0.5$ ,  $B_0 = 1$ ,  $B_{1-4} = 0$ .  $\Gamma$  为迁移系数, 文中取  $\Gamma = 100$ .

### 1.4 阶参数 $\delta$ 的差分离散

需要注意的是, 在实现的过程中涉及到宏观量  $\delta$  的两个离散操作, 为避免梯度陡变造成的数值结果

不精确或不稳定, 本文在 D2Q9 的网格结构中, 分别应用了 6 个和 8 个最邻近格点来求解  $\nabla \delta$  和  $\nabla^2 \delta$

$$\nabla \delta = \frac{3}{2} \mathbf{k} \sum_{\beta=1}^8 w_\beta \mathbf{e}_\beta \cdot \mathbf{k} (\delta(\mathbf{r} + \mathbf{e}_\beta \delta_t) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{e}_\beta \delta_t)), \quad \mathbf{k} = \mathbf{i}, \mathbf{j} \quad (12)$$

$$\nabla^2 \delta = \frac{1}{6} \left[ \sum_{\beta=1}^8 \delta(\mathbf{r} + \mathbf{e}_\beta \delta_t) + 3 \sum_{\beta=1}^4 \delta(\mathbf{r} + \mathbf{e}_\beta \delta_t) - 20\delta(\mathbf{r}) \right] \quad (13)$$

## 2 数值计算结果及分析

### 2.1 计算模型

在模拟多相流的研究中, 数值精度的要求十分严格, 尤其是在研究两相在界面处存在大的密度梯度, 以及界面产生大的变形或破碎、重构的过程中. 本文首先通过研究了大密度比、无重力场中单个气泡的动力学特性, 验证了该模型的正确性和精确性. 然后, 在此基础上仿真模拟了重力场中单个气泡以及竖直和水平方向上两个气泡的上浮过程, 并对上浮过程中气泡的变形和气泡间的融合、排斥现象进行了分析.

为消除边界条件对结果的影响, 计算域的初始规模不小于气泡直径的 3 倍<sup>[11]</sup>. 单位均采用格子单位, 即  $\delta_l = 1$ ,  $\delta_t = 1$ ,  $\delta_\rho = 1$ . 在无重力场中, 计算域随气泡直径作适当调整, 最小值为  $120 \times 120$ , 气泡位于计算域中心. 在研究考虑重力作用下气泡的上浮过程时, 计算域大小设为  $120 \times 240$ , 气泡位于 (80, 80). 两种情况下边界都采取周期性边界条件. 液相密度为 1000, 气液两相密度比为 1:1000. 同时, 定义两个无量纲参数  $EO, MO$ <sup>[20]</sup>

$$\left. \begin{aligned} EO &= \frac{4g(\rho_L - \rho_G)R^2}{\sigma} \\ MO &= \frac{g(\rho_L - \rho_G)\mu_L^4}{\rho_L^2 \sigma^3} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

不同流体属性对模拟结果的影响可通过这两个无量纲参数来反映.

对于一个实际物理模型, 其密度  $\rho$ , 黏度  $\nu$  和物理声速  $c_s$  是已知的, 而在格子单位模型中  $\rho_L, \nu_L, c_{sL}$  一般也是已知的 (如在本文中  $\rho_L, c_{sL}$  是直接给出的, 而  $\nu_L$  可由式(4)得到). 因此, 可以得到参考密度  $\rho_r = \rho/\rho_L$  和参考速度  $U_r = c_s/c_{sL}$ . 根据无量纲参数

$Re = (UL)/\nu$ , 相应的参考长度、参考时间为

$$L_r = L/L_L = (\nu/\nu_L)(U_L/U) = (\nu/\nu_L)(1/U_r)$$

$$T_r = T/U_L = (L/U)/(L_L/U_L) = L_r/U_r$$

最后, 根据参考密度  $\rho_r$ , 参考长度  $L_r$  和参考时间  $T_r$ , 便可完成两个单位系统内压强等一系列物理量的转化.

### 2.2 无重力场中单个气泡

作为多相流研究中的一项基本验证, 本文首先验证了静止气泡的 Laplace 定律. 根据 Laplace 定律, 对于二维气泡的内外压力差, 达到平衡时, 其与表面张力的关系如下

$$\Delta P = P_{in} - P_{out} = \sigma/R \quad (15)$$

$R$  为气泡的半径. 压力项  $P$  与压力张量有关, 在自由能模型中可表示为 [12]

$$P = G(3\delta^4 - 2\delta^{*2}\delta^2 - \delta^{*4}) + \frac{1}{2}|\nabla\delta|^2 - H\delta\nabla^2\delta + \frac{\rho}{3} \quad (16)$$

取气泡半径为 20, 四周壁面均采用周期性边界条件, 同时为尽量消除边界对于结果影响, 本文参照文献 [18, 21], 取气泡中心距离壁面的距离为  $3R$ , 即计算域的大小为  $120 \times 120$ , 其他参数条件为  $\tau_\rho = 0.875$ ,  $\tau_\delta = 0.7$ ,  $\sigma = 2.0$ ,  $EO = 39.96$ ,  $W = 5.0$ . 压力差是根据气泡内外距离界面  $\pm W$  的所有格点上压力的均值获得 [22]. 气泡内外压力差与理论值的相对误差历时曲线如图 2 所示, 从图中可看出, 迭代 16000 步之后, 相对误差趋于平稳, 收敛于 1.413%, 与理论值吻合良好.

阶参数  $\delta$  的取值与格点距离气泡中心的距离有关, 图 3 显示了以气泡中心点为基点,  $\delta$  值沿径向的变化规律. 图中, 格点与中心点的距离 ( $Dis$ ) 已通过半径 ( $R$ ) 作了标准化处理. 从图 3 中可看出, 在界面处  $\delta$  值光滑过度, 与理论值吻合良好.

为进一步验证本模型的正确性和精确性, 本文对不同表面张力系数  $\sigma$  和半径大小条件下, 气泡内外压力差的数值试验结果与理论值进行了对比分析. 同时, 还对文献 [17] 提出的模型进行了代码实现,

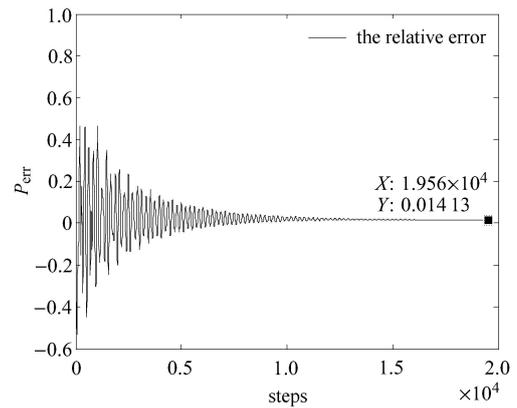


图 2 气泡内外压力差与理论值的相对误差历时曲线 ( $R = 20, \sigma = 2.0, W = 5.0$ )

Fig. 2 Time history of the relative error between the tested internal-external pressure difference and the theory value ( $R = 20, \sigma = 2.0, W = 5.0$ )

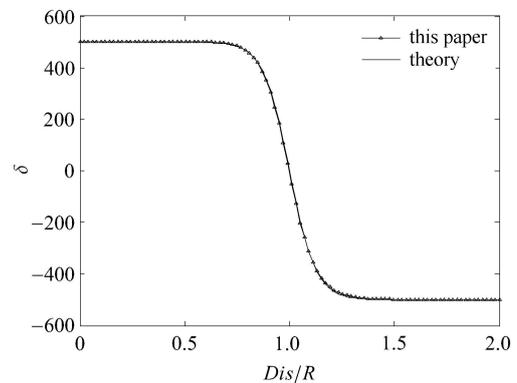


图 3 以气泡中心为基点, 阶参数  $\delta$  值沿径向分布与理论值的对比  
Fig. 3 Comparison between the tested order parameter  $\delta$  value with the theory value taking the bubble center as the base point

将计算结果统一记录在表 1 中. 从表中可以看出通过文献 [17] 和本文中的模型获得的结果都与理论值吻合良好, 但本文的结果精度明显更高一些. 这一点虽然在研究静止气泡时, 没有明显的效果, 但在进一步研究气泡大变形及破碎情况下, 数值稳定性会有显著提高. 但同时还需要考虑壁厚与气泡半径的比率对结果的影响, 所以在单泡上浮的模拟仿真中, 选择了  $\sigma = 2.0, R = 20$  的工况条件.

在不同表面张力系数及半径条件下, 本文模型与文献 [17] 中模型计算结果的精度改善 (Accudiff) 曲线如图 4 所示. 从图 4 中可看出, 多种工况下, 本文模型的精度都有所提高, 且随着表面张力系数的增大, 提高越明显, 在  $\sigma = 2.0, R = 15$  条件下, 精度提高最大, 约为 1.3%.

表 1 不同表面张力系数及气泡半径条件下, 内外压力差 ( $\Delta P$ ) 的数值实验值与理论值的对比分析Table 1 Comparison between the tested internal-external pressure Difference ( $\Delta P$ ) and the theory value with different surface tension coefficient and radius values

	$\sigma = 2.0$			$\sigma = 1.0$			$\sigma = 0.5$		
	$R = 15$	$R = 20$	$R = 25$	$R = 15$	$R = 20$	$R = 25$	$R = 15$	$R = 20$	$R = 25$
Theory/%	13.330	10.000	8.000	6.667	5.000	4.000	3.333	2.500	2.000
Ref.[17]/%	13.070	9.764	7.809	6.489	4.851	3.883	3.233	2.417	1.934
this paper/%	13.240	9.859	7.893	6.552	4.896	3.916	3.256	2.433	1.949
Ref.[17]/%	1.950	2.360	2.388	2.670	2.980	2.925	3.000	3.320	3.300
error in this paper/%	0.675	1.413	1.338	1.725	2.080	2.100	2.310	2.680	2.550

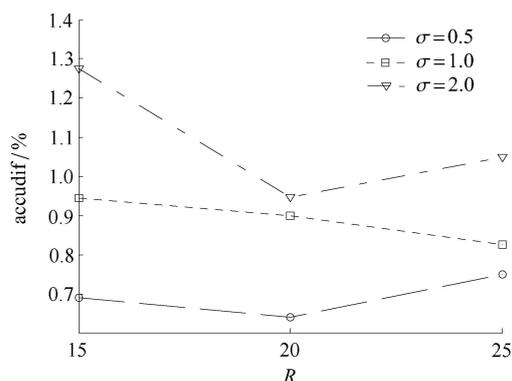


图 4 不同表面张力系数及半径条件下精度改善的效果对比

Fig. 4 Comparison of the accuracy improvement with different surface tension coefficient and radius values

### 2.3 重力场中单个气泡

重力作用下的单泡上浮是多相流研究中的另一个基础性研究, 在该项研究中计入了重力项. 与传统离散方法不同, LBM 是基于速度方向上的离散, 截止目前为止, 关于外力项引入的离散已有多个模型, 而文献 [19] 对其进行了较为详细的综述分析. 本文应用的是郭照立等提出的离散模型, 这一点在方程 (5) 中已有体现.

作为一项普遍性的研究, 本文利用该模型模拟了气泡上浮过程中的变形和尾涡的形成. 保持气泡半径为 20, 计算域的大小为  $120 \times 240$ , 松弛系数  $\tau_p = 0.875$ ,  $\tau_\delta = 0.7$ ,  $\sigma = 2.0$ ,  $EO = 39.96$ ,  $W = 5.0$ , 边界采用周期性边界条件. 在不同时刻, 整个流场内格点的速度矢量图如图 5 所示, 气泡的形态及周围的流线型如图 6 所示. 图中时间为无量纲处理后的时间

$$t = t^* \sqrt{\frac{g}{2R}} \quad (17)$$

式中,  $t^*$  为格子时间, 即为迭代步数.

从图 5 中, 可观察到气泡上浮过程中会在两侧各形成一个漩涡, 且气泡底部粒子的速度最大, 产生射流. 图 6 中, 气泡内部及周围的流线是通过相对于气泡的平均上浮速度获得的. 可以看出在  $t = 1.79$  时, 整个流场是对称的, 在气泡的尾部开始形成漩涡. 随着时间的推移, 尾涡的区域逐渐增大, 在  $t = 3.35$  时, 尾涡的区域大小趋于平稳, 在气泡尾部形成两个对称的漩涡. 另外, 需要注意的是, 尽管尾涡的大小趋于稳定, 但随着气泡变形的增大, 在邻近气泡下表面的位置会额外的形成两个对称的小漩涡, 如图 5(d) 所示. 这时, 气泡尾部总共形成两对旋转方向相

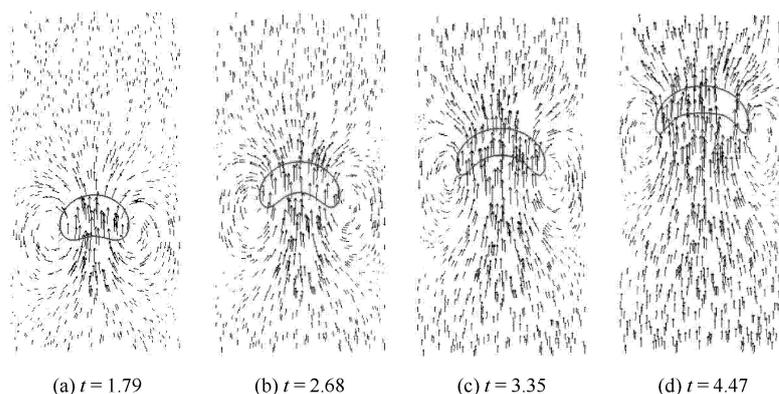


图 5 单气泡上浮的流场矢量图

Fig. 5 The velocity vector of one rising bubble

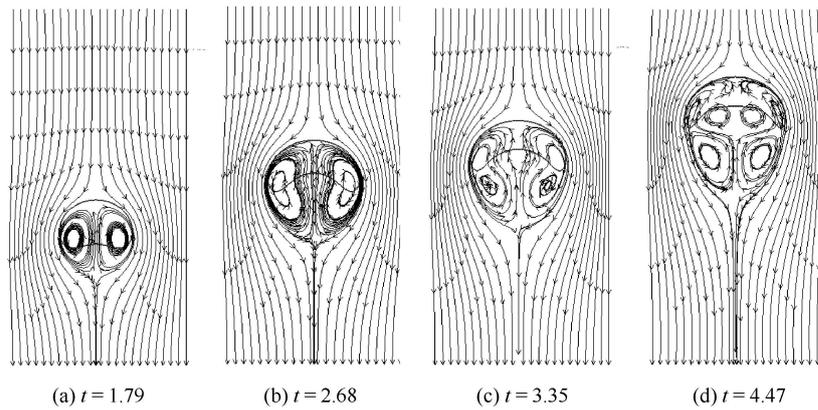


图 6 单气泡上浮的流线图

Fig. 6 The flow pattern of one rising bubble

反的漩涡, 即一对大漩涡和一对小漩涡. 同时, 竖直方向上, 大漩涡和小漩涡的方向也相反. 针对这一现象, Hua 等<sup>[23]</sup>对不同流体属性条件下的实验和数值方法方面做了较为详细的对比分析.

需要注意的是, 本文在模拟过程中, 边界厚度均取为  $W = 5.0$ . 为研究非整格点数边界厚度及其大小对结果的影响. 接下来, 本文研究了  $W = 2.4, 2.6$ , 其他条件保持不变的情况下, 单个气泡的上浮速度, 如图 7 所示. 从图中可看出, 气泡在上浮过程中速度会有所震荡, 主要是由于气泡周围形成的漩涡扰动所造成. 不同边界厚度条件下, 速度曲线变化趋势相同, 边界厚度值越大, 最终速度越大.

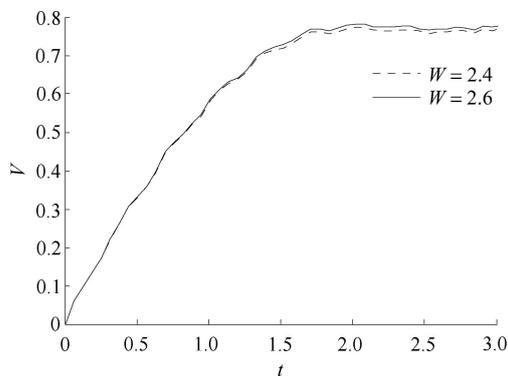


图 7 不同壁厚条件下气泡上浮速度曲线 ( $W = 2.4, 2.6$ )

Fig. 7 The rising velocity of a bubble with different interface thickness

( $W = 2.4, 2.6$ )

由于模型中, 气、液两相假设不相容, 且不可压缩, 所以在保证质量守恒和密度不变的条件下, 气泡所占空间大小应保持不变. 这里, 通过检测气泡的体

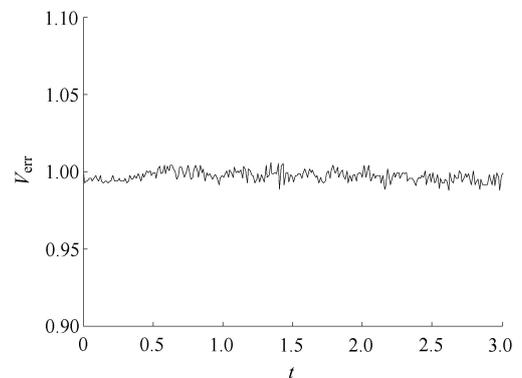
积和有效半径的变化来验证其在上浮过程中是否满足这一假设. 图 8 记录了相对体积误差率  $V_{err}$  及有效体积半径  $R_{eff}$  的历时曲线.

$$V_{err} = \frac{V_{st}}{V_0} \times 100\% \quad (18)$$

$$R_{eff} = \sqrt{\frac{V_{st}}{\pi}} \quad (19)$$

其中,  $V_0$  表示初始气泡的体积,  $V_{st}$  表示上浮过程中气泡的体积.

从图 8 可看出, 气泡在上浮过程中体积几乎没变, 有效半径在 20 附近作微小的波动, 而体积的差异率也在  $-1.3\% \sim +1.1\%$  之间, 相对于利用 LSM 仿真的结果, 该误差完全可以忽略<sup>[24]</sup>.

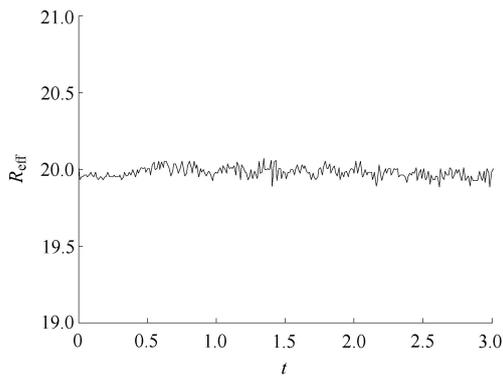


(a) 相对体积误差

(a) The relative volume

图 8 单上浮气泡的体积不可压缩性验证

Fig. 8 The volume incompressibility verification of a rising bubble



(b) 有效体积半径

(b) The effective radius

图 8 单上浮气泡的体积不可压缩性验证 (续)

Fig. 8 The volume incompressibility verification of a rising bubble

(continued)

## 2.4 竖直两气泡

对于浮力作用下, 气泡间的相互作用, 本文首先模拟了竖直方向上, 轴对称两气泡的融合过程. 两气泡具有相同的尺寸  $R = 20$ , 中心距离为 45, 计算域大小为  $120 \times 240$ . 表面张力系数  $\sigma = 2.0$ , 松弛系数  $\tau_\rho = 0.875$ ,  $\tau_\delta = 0.7$ . 气泡壁厚为  $W = 2.6$ , 流体属性  $Bo = 116$ ,  $Mo = 5.51$ , 边界条件仍采用周期性边界条件. 密度比为 1:1000 条件下, 竖直两气泡融合过程中, 周围流场的速度矢量图如图 9 所示.

从图 9 中可以看出, 从静止状态释放后, 两气泡迅速上浮, 带动周围流场的运动. 每个气泡两侧的漩涡逐渐融合到一起形成两个对称的大漩涡. 气泡下缘区域流场粒子的速度明显大于周围其他粒子的速度, 造成一方面下方气泡加速上升与上方气泡融合,

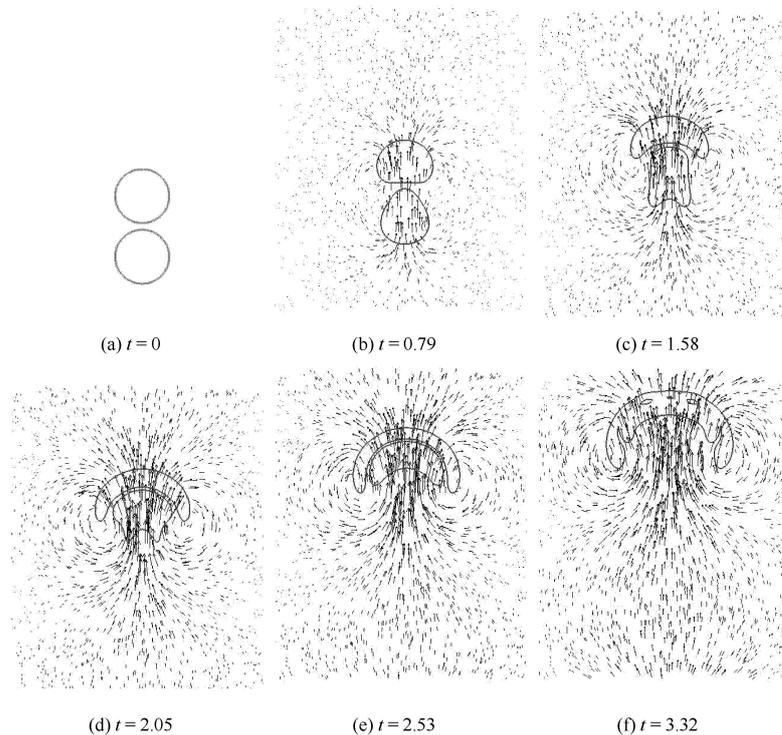


图 9 竖直方向上两气泡的融合过程

Fig. 9 Coalescence process of two rising bubbles in vertical direction

另一方面两气泡一起产生射流. 从气泡形状上观察, 气泡间的相互作用对下方气泡的影响更明显. 与王诗平等<sup>[25]</sup>关于高压气泡的研究发现不同, 上方气泡还基本遵循单个上浮气泡的形变过程, 但下方气泡的形变更复杂一些<sup>[26]</sup>. 如图 9(b) 所示, 初始时刻, 上方气泡的尾涡作用对于下方气泡的影响明显大于下方气泡自身的射流影响. 下方气泡的上缘被纵

向拉伸, 形成子弹头状. 随着时间的推移, 下方气泡的上缘沿横向被拉伸, 变成钝头状. 同时, 气泡射流的影响逐渐增强, 两股射流融为一股, 下方气泡朝一个扁椭的帽状气泡发展. 在图 9(e) 中, 上方气泡成一个弯曲的长条状气泡, 包裹住了下方的气泡<sup>[27]</sup>. 在  $t = 2.53 \sim 3$  时, 下方气泡追赶上前一个气泡, 两气泡壁产生接触融合. 最后, 在  $t = 3.32$  时两气泡融合

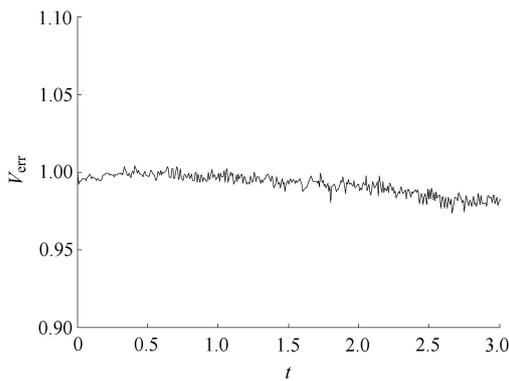


图 10 竖直方向上两上浮气泡总体积的不可压缩性验证

Fig. 10 The whole volume incompressibility verification of two rising bubbles in vertical direction

为一个大的气泡.

为验证两气泡融合过程中总体积的不可压缩性,上浮过程中的总体积与两气泡的初始总体积的相对误差的历时曲线如图 10 所示.从图中可以看出,整体的不可压缩性仍能保证,但在  $t = 2.5$  左右,误差会有明显的增大,这主要是由于在该阶段两气泡开始复杂剧烈的融合过程,造成一定量的质量损失.

## 2.5 水平两气泡

在该部分,本文模拟了水平方向上两个气泡的相互作用,保持流体属性不变,两气泡的壁厚  $W = 2.6$ ,中心间距为 45.在气泡上浮过程中,流场内粒子速度矢量图如图 11 所示.

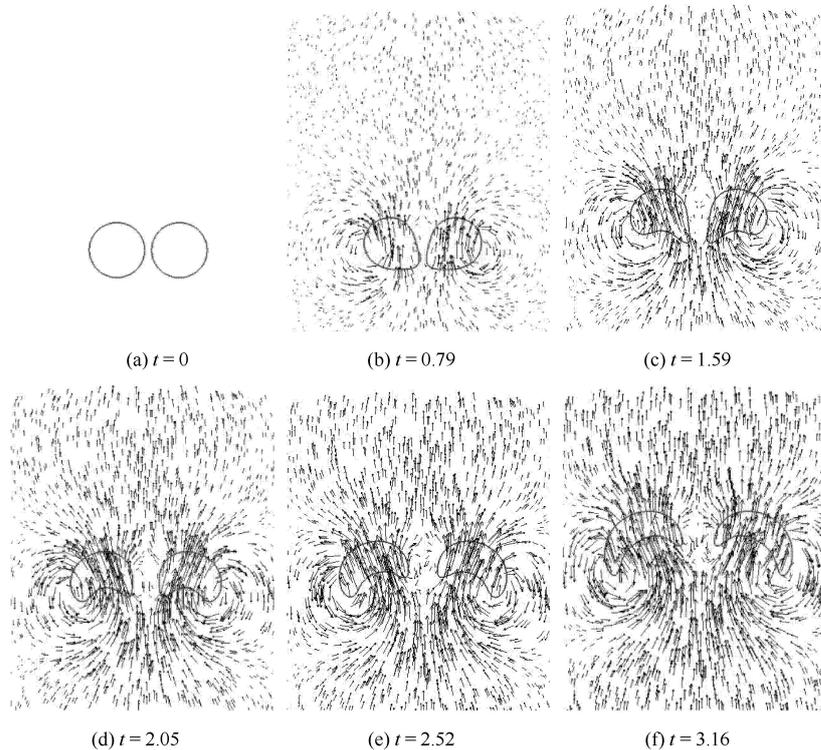


图 11 水平方向上两气泡的融合过程

Fig. 11 Coalescence process of two rising bubbles in horizontal direction

从图 11 中可观察到,水平两气泡的融合过程与竖直两气泡的相互作用过程相当不同,即未出现气泡融合,而是出现了排斥现象.两气泡间的两个漩涡产生了相互抵消的效果,导致内侧粒子小于外侧粒子的上浮速度.在涡场和气泡间相互作用的影响下,每个气泡都表现出非对称的形变.从图 11(d)和图 11(e)可看出,随着气泡变形的增大,射流趋势的增强,内侧粒子的运动速度变大,并逐渐超过外

侧粒子的速度.同时,内侧两个漩涡的相互抵消作用产生了沿水平方向的推力,导致两个气泡逐渐远离. Zhao 等<sup>[28]</sup>在 2011 年也发现了相同的现象,并认为这是由气泡间低压区和涡场的共同作用所造成.最后,随着间隙距离的增大,两气泡逐渐表现出单个气泡的运动特性.在水平方向上,两个气泡在上浮过程中的总体积不可压缩性验证如图 12 所示.从图中可以看出,在模拟过程中能够保证模型

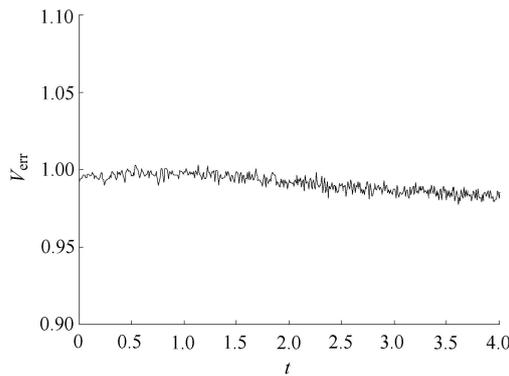


图 12 水平方向上两上浮气泡总体积的不可压缩性验证

Fig. 12 The whole volume incompressibility verification of two rising bubbles in horizontal direction

的不可压缩性.

### 3 结 论

本文通过计入邻近格点间数密度传递的速率控制,并采用一种新的 D2Q9 网格差分格式,提出了一种研究黏性流场中两相流的格子波尔兹曼改进模型.结果分析表明该模型具有很好的数值精度和稳定性.通过对无重力场中单个气泡的 Laplace 定律验证,发现该模型的结果与理论解吻合良好,且比文献 [16] 中模型的计算精度有所提高.通过对重力场中单个气泡的上浮过程以及水平和竖直方向上两个气泡的相互耦合作用过程的模拟,验证了该模型能够成功实现对黏性流场中大密度比两相流界面的捕捉(包括界面的大变形和破裂、重构).研究发现,气泡壁厚对模拟结果没有明显影响,只是气泡的最终速度会随着壁厚的增加而有所增大.对于两个上浮气泡间相互作用的模拟发现,气泡的相对位置对于模拟结果的影响十分明显.相对位置不同,气泡周围的漩涡相互干扰,导致周围的流场复杂多变,气泡的运动及形变也各不相同.竖直方向上的两个气泡会发生融合现象,而水平方向上的两个气泡却会产生排斥现象.这主要是首气泡间相互作用形成的低压区与漩涡的共同作用形成的.最后,通过检测模拟过程气泡的体积和有效半径验证了模型成立的两相不相容和流场不可压缩性的前提条件.

### 参 考 文 献

- 1 Bozzano G, Dente M. Shape and terminal velocity of single bubble motion: a novel approach. *Computers & Chemical Engineering*, 2001, 25: 571-576
- 2 陈玮琪, 王宝寿, 易淑群等. 非正常空泡闭合区域最大压力的

- 理论研究. *力学学报*, 2012, 44(4): 701-708 (Chen Weiqi, Wang Baoshou, Yi Shuqun, et al. A theoretical investigation on the maximum pressure of the unsteady cavity closure position. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, 44(4): 701-708 (in Chinese))
- 3 Silvestre RG, Evert K, Boo CK, et al. Cavitation bubble dynamics in a liquid gap of variable height. *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, 682: 241-260
- 4 张阿漫, 姚熊亮. 近自由面水下爆炸气泡的运动规律研究. *物理学报*, 2008, 57 (01): 339-353 (Zhang Aman, Yao Xiongliang. The law of the underwater explosion bubble motion near free surface. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57 (01): 339-353 (in Chinese))
- 5 王诗平, 孙士丽, 张阿漫等. 可压缩流场中气泡脉动数值模拟. *力学学报*, 2012, 44(3): 513-519 (Wang Shiping, Sun Shili, Zhang Aman, et al. Numerical simulation of bubble dynamics in compressible fluid. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, 44(3): 513-519 (in Chinese))
- 6 Daniel L, Laszlo F. High-order surface tension Vof-model for 3D bubble flows with high density ratio. *Journal of Computational Physics*, 2004, 200: 153-176
- 7 Mark S, Emad F, Peter S, et al. An improved level set method for incompressible two-phase flows. *Computer & Fluids*, 1998, 27: 663-680
- 8 De Sousa FS, Mangiacavchi N, Nonato LG, et al. A front-tracking/front-capturing method for simulation of 3D multi-fluid flows with free surfaces. *Journal of Computational Physics*, 2004, 198: 469-499
- 9 张阿漫, 王超, 王诗平等. 气泡与自由液面相互作用的实验研究. *物理学报*, 2012, 61 (08): 084701 (Zhang Aman, Wang Chao, Wang Shiping, et al. Experimental study of interaction between bubble and free surface. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61 (08): 084701 (in Chinese))
- 10 Zhang AM, Yang WS, Huang C, et al. Numerical simulation of column charge underwater explosion based on SPH and BEM combination. *Computers & Fluids*, 2012, 71 (30): 169-178
- 11 Lee TH, Lin CL. A stable discretization of the lattice Boltzmann equation for simulation of incompressible two-phase flows at high density ratio. *Journal of Computational Physics*, 2005, 206: 16-47
- 12 Swift MR, Orlandini E, Osborn WR, et al. Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems. *Physical Review E*, 1996, 54 (5): 5041-5052
- 13 Rothman DH, Keller JM. Immiscible cellular-automaton fluid. *Journal of Statistical Physics*, 1988, 52: 1119-1127
- 14 Gunstensen AK, Rothman DH. Lattice Boltzmann model of immiscible fluids. *Phys Rev A*, 1991, 43: 4320-4327
- 15 Shan XW, Chen HD. Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiphases and components. *Phys Rev E*, 1993, 47 (3): 1815-1819
- 16 Antonio L, Sauro S. A lattice Boltzmann for disordered fluids. *International Journal of Modern Physics B*, 2003, 17 (1&2): 145-148
- 17 Zheng HW, Shu C, Chew YT. A lattice Boltzmann model for multiphase flows with large density ratio. *Journal of Computational Physics*, 2006, 218(218): 353-371
- 18 Qian YH, D'Humieres D, Lallemand P. Lattice BGK models for

- Navier-Stokes Equation. *Europhysics Letters*, 1992, 17 (6): 479-484
- 19 Guo ZL, Zheng CG, Shi BC. Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method. *Physical Review E*, 2002, 65: 046308
- 20 Inamuro T, Ogata T, Tajima S, et al. A lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density differences. *Journal of Computational Physics*, 2004, 198 (198): 628-644
- 21 Ghosh S, Das AK, Vajdya AA. Numerical study of dynamics of bubbles using lattice Boltzmann method. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2012, 51 (18): 6364-6376
- 22 Fakhari A, Rahimian MH. Phase-field modeling by the method of lattice boltzmann equations. *Physical Review E*, 2010, 81 (3): 036707
- 23 Hua JS, Lou J. Numerical simulation of bubble rising in viscous Liquid. *Journal of Computational Physics*, 2007, 222 (2): 769-795
- 24 Ngachin M. Simulation of rising bubbles dynamics using the lattice Boltzmann method. [PhD Thesis]. Florida: Florida International University, 2011
- 25 王诗平, 张阿漫, 刘云龙等. 同相气泡耦合特性实验研究. 力学学报, 2012, 44(1): 56-64 (Wang Shiping, Zhang Aman, Liu Yunlong, et, al. Experimental study on interaction of inphase bubbles. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, 44(1): 56-64 (in Chinese))
- 26 Takada N, Misawa M, Tomiyama A, et al. Numerical simulation of two-and three-dimensional two-phase fluid movement by lattice Boltzmann method. *Computer Physics Communications*, 2000, 129 (1): 233-246
- 27 Cheng M, Hua JS, Lou J. Simulation of bubble-bubble interaction using a lattice Boltzmann method. *Computers & Fluids*, 2010, 39 (2): 260-270
- 28 Yu Z, Yang H, Fan LS. Numerical simulation of bubble interactions using an adaptive lattice Boltzmann method. *Chemical Engineering Science*, 2011, 66 (14): 3441-3451

(责任编辑: 刘希国)

## A NOVEL LATTICE BOLTZMANN MODEL SIMULATING GAS-LIQUID TWO-PHASE FLOW<sup>1)</sup>

Shi Dongyan\* Wang Zhikai\* Zhang Aman<sup>†,2)</sup>

<sup>\*</sup>(College of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

<sup>†</sup>(College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract** Based on the lattice Boltzmann free-energy model, a novel model is developed to simulate the gas-liquid two-phase flow with great density ratio in the viscous field. To improve the accuracy, the transfer rate control of the particle number density between two adjacent points is added to the original model, and the differential relaxation of the collision term is considered. Also, to avoid the numerical instability problems caused by the large density ratio, the six point and nine point differential schemes are used to solve  $\nabla$  and  $\nabla^2$ , respectively. Different from the traditional LBM implementation process, the single-step operation is divided into two steps in the paper. Unconsidering the gravity, the bubble motion is simulated and the results are compared with those from the existed models. It shows that the newly developed model has higher accuracy and numerical stability. Also, the deformation and the vortex formation of a rising bubble under gravity and the interaction of two bubbles in the horizontal and vertical directions are simulated. In the process, the mass conservation and the volume incompressibility are verified.

**Key words** lattice Boltzmann method, bubble, two-phase flow, viscous field

Received 30 July 2013, revised 6 November 2013.

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (50939002) and the Scientists Fund for Outstanding Young Scholars of China (51222904).

2) Zhang Aman, professor, research interests: bubble dynamics, fluid-structure interaction. E-mail: zhangaman@hrbeu.edu.cn