超混沌系统的逆系统滑模跟踪控制研究

Study on the Inverse System Sliding-mode Tracking Control for Hyper-chaotic System

高　远[1,2]　耿兆云[2]　袁海英[2]　赵　宁[2]

（武汉理工大学信息工程学院[1],湖北 武汉　430070;广西工学院电子信息与控制工程系[2],广西 柳州　545006）

摘　要：根据逆系统设计方法,对超混沌系统进行线性化并解耦,构造出一个伪线性系统;并基于指数趋近律,设计了伪线性系统的滑模变结构控制策略,从而推导出超混沌系统的目标跟踪控制器。以一个四维超混沌系统为例进行控制研究,仿真结果表明,在控制作用下,超混沌系统能实现对平衡点、周期状态目标的稳定跟踪控制以及对混沌信号的同步控制。研究结果为实现其他超混沌系统的控制与同步提供了借鉴。

关键词：超混沌系统　逆系统　趋近律　滑模控制　跟踪控制　混沌同步

中图分类号：TP273+.3　　　**文献标志码**：A

Abstract: In accordance with the design method for inverse system, through conducting linearization and decoupling for hyper-chaotic system, the pseudo linear system is built. Then, based on exponentially reaching law, the sliding mode variable structural control strategy is designed. Thus the object tracking controller of hyper-chaotic system is derived. With a 4D hyper-chaotic system as example for research, the result of simulation shows that under control action, the hyper-chaotic system can be stably controlled to the equilibrium point and periodical status. The research provides reference for realizing control and synchronization of other hyper-chaotic systems.

Keywords: Hyper-chaotic system　Inverse system　Reaching law　Sliding-mode control　Tracking control　Chaos synchronization

0　引言

自20世纪90年代以来,混沌控制一直是非线性科学研究的一个热点。迄今为止,国内外学者已经提出了许多不同的混沌控制方法[1-6]。由于混沌轨道至少存在于一个平面内,超混沌系统具有高度的复杂性和不稳定性,控制相对困难,因此超混沌控制研究更具挑战性[2]。

近年来,逆系统设计方法被应用于非线性系统控制领域,并取得了较好的控制效果[7-10]。本文针对超混沌系统的控制问题,根据逆系统设计方法,采用指数趋近律设计滑模变结构控制策略,推导出超混沌系统的目标跟踪控制器。本文基于逆系统设计的滑模控制策略,控制参数的选取较为简单,不涉及采用线性综合设计方法获得PD、PI或PID反馈控制器所面临的控制参数整定问题[7]。以一个四维超混沌系统的控制问题为例进行控制研究,仿真结果验证了该控制方法的有效性。

1　逆系统设计控制器思想

考虑一个受控的自治超混沌系统,该系统可记为：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{X}}=f(\boldsymbol{X},\boldsymbol{u})\\ \boldsymbol{Y}=h(\boldsymbol{X})\end{cases}\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{X}=[x_1,x_2,...,x_n]^{\mathrm{T}}\in R^n$,为该超混沌系统的状态变量;$\boldsymbol{Y}=[y_1,y_2,...,y_p]^{\mathrm{T}}\in R^p$,为系统输出观测变量;$\boldsymbol{u}=[u_1,u_2,...,u_q]^{\mathrm{T}}\in R^q$,为控制器。本文考虑$p=q$的情形。$f(\boldsymbol{X},\boldsymbol{u})$与$h(\boldsymbol{X})$是局部解析的多元向量值映射,分别表示状态矢量场和输出观测矢量场。

定义1　标量函数$y_i=h_i(\boldsymbol{X})$ $(i=1,2,\cdots,p)$沿$f(\boldsymbol{X},u_m)$ $(m=1,2,\cdots,q)$的一阶Lie导数为[7,10]：

$$y_i^{(1)}=L_f h_i(\boldsymbol{X})=\frac{\partial h_i(\boldsymbol{X})}{\partial \boldsymbol{X}}f(\boldsymbol{X},u_m)=\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial h_i(\boldsymbol{X})}{\partial x_j}f(\boldsymbol{X},u_m)\tag{2}$$

那么$y_i=h_i(\boldsymbol{X})$的k阶Lie导数为：

$$y_i^{[k]}=L_f^k h_i(\boldsymbol{X})=L_f[L_f^{k-1}h_i(\boldsymbol{X})]\tag{3}$$

定理1　如果对于任意的$y_i=h_i(\boldsymbol{X})$ $(i=1,2,\cdots,p)$在点$(\boldsymbol{X},u_m)$满足如下条件。

①输出变量的同步误差函数$y_i=h_i(\boldsymbol{X})$ $(i\in p)$从1到(α_i-1)阶Lie导数均不显含u_m, 即：

$$\frac{\partial}{\partial u_m}L_f^k h_i(\boldsymbol{X})=0\tag{4}$$

式中：$k=0,1,2,...,\alpha_i-1,i\in p$; $\forall \boldsymbol{X}\in R^n$。

② 当$y_i=h_i(\boldsymbol{X})$ $(i\in p)$的α_i阶Lie导数显含u_m

广西教育厅科研基金资助项目(编号:201202ZD068、201010LX243)。

修改稿收到日期:2012-04-06。

第一作者高远(1975-),男,现为武汉理工大学信息与通信工程专业在读博士研究生;主要从事混沌控制与同步、智能控制等方面的研究。

时,u_m 前面的系数不为0,即:

$$\frac{\partial}{\partial u_m}L_f^{\alpha_i}h_i(\boldsymbol{X})\neq 0 \qquad \forall \boldsymbol{X}\in R^n \tag{5}$$

则系统在点($\boldsymbol{X}$, u_m)可逆,且其逆表达式具有相对阶 α_i。

若定理1满足,则可构造出逆系统,并与原系统级联等效成一个伪线性系统,从而实现超混沌系统的线性化解耦[7]。采用逆系统线性化解耦的原理结构图如图1所示。

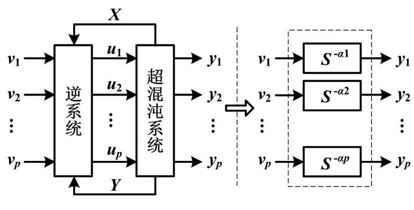

图1　逆系统线性化与解耦原理图

Fig. 1　Schematic diagram of linearization and decoupling of inverse-system

在获得伪线性系统的基础上,可运用各种控制理论来设计伪线性系统的控制器 $\boldsymbol{V}=[v_1,v_2,\cdots,v_p]^{\mathrm{T}}$。由于变结构控制具有设计简单、鲁棒性强等优点,被广泛应用于线性或非线性系统控制领域[11-12]。本文采用基于指数滑模趋近律的变结构控制策略设计控制器。相比已有的线性综合方法设计反馈控制器的方法,滑模变结构控制器简单易行,可克服控制参数的整定问题。图1虚线左侧的逆系统与超混沌系统级联等效成为一个伪线性系统,并能实现线性化解耦;图1虚线右侧刻画了经过线性化解耦的伪线性系统。

2　控制实例

为验证控制方法的有效性和可行性,本文采用一个四维超混沌振荡系统作为研究对象,开展超混沌系统控制研究。

2.1　超混沌系统的数学模型

四维超混沌振荡系统的无量纲运动方程为[13]:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=ax_1-x_2-x_3\\ \dot{x}_2=x_1-bx_2\\ \dot{x}_3=(x_1-cx_3-x_4)/\mu\\ \dot{x}_4=[x_3-d(x_4-1)\times H(x_4-1)]/\varepsilon\end{cases} \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{X}=[x_1,x_2,x_3,x_4]^{\mathrm{T}}$ 为状态向量;a、b、c、d、μ 和 ε 为系统参数;$H(r)$ 为亥维塞函数,且满足 $H(r<0)=0$、$H(r>1)=1$。当取 $a=0.6$、$b=0.05$、$c=0.015$、$d=10$、$\mu=0.33$、$\varepsilon=0.33$ 时,初始条件 $\boldsymbol{X}(0)=[0.1,0.5,0.8,0.1]^{\mathrm{T}}$,积分步长为0.01。采用Wolf算法可求解出该系统的Lyapunov指数为(0.134, 0.056, 0.00, -9.96)[14]。由于该系统有两个正的Lyapunov指数,因此它是超混沌系统。系统在 x_1-x_2、x_1-x_3 平面的超混沌吸引子图如图2所示。

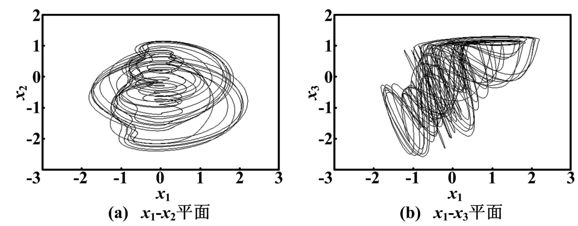

图2　超混沌吸引子图

Fig. 2　Hyper-chaotic attractors

2.2　控制器设计

在超混沌系统(6)的第一个方程式中引入输入控制量 u,则系统(6)变为:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=ax_1-x_2-x_3+u\\ \dot{x}_2=x_1-bx_2\\ \dot{x}_3=(x_1-cx_3-x_4)/\mu\\ \dot{x}_4=[x_3-d(x_4-1)\times H(x_4-1)]/\varepsilon\end{cases} \tag{7}$$

取系统输出量为:

$$y_1=h_1(\boldsymbol{X})=x_2 \tag{8}$$

根据上述逆系统求解方法,对式(8)逐次求导,直至求导表达式显含输入量 u。

$$y_1^{(1)}=L_f h_1(\boldsymbol{X})=x_1-bx_2 \tag{9}$$

$$y_1^{(2)}=L_f^2 h_1(\boldsymbol{X})=ax_1-x_2-x_3-b(x_1-bx_2)+u \tag{10}$$

式(10)显含 u,其系数为1,且该系统具有相对阶 $\alpha_1=2$。

由定理1可知系统(7)是可逆的,且逆系统为:

$$u=y_1^{(2)}-[ax_1-x_2-x_3-b(x_1-bx_2)] \tag{11}$$

令 $y_1^{(2)}=v_1$,按照图1所示原理,原超混沌系统与逆系统级联将构成一个伪线性系统。伪线性系统可解耦为:

$$\begin{cases}\dot{x}_2=w\\ \dot{w}=v_1\\ y_1=x_2\end{cases} \tag{12}$$

选取跟踪控制目标为 $y_1=x_2\rightarrow x_2^*$,其中,x_2^* 既可以是不动点和周期状态 ,也可以是混沌信号。定义控制误差 $e=x_2-x_2^*$。根据变结构控制理论[11-12],采用趋近律方法设计变结构控制控制器。本文所用指数趋近律为:

$$\dot{s}=-k_1 s-k_2\,\mathrm{sgn}(s) \tag{13}$$

式中:k_1、k_2 分别为大于零的控制参数;sgn(·)为符

号函数;s 为滑模面函数。因相对阶 $\alpha_1=2$,则 s 定义为:

$$s=e+\dot{e} \tag{14}$$

在指数趋近律条件下,$s\dot{s}\leqslant 0$ 恒成立,满足变结构控制的到达条件[11]。根据式(12)~(14),可得:

$$\dot{s}=-k_1 s-k_2\operatorname{sgn}(s)=\dot{x}_2-\dot{x}_2^*+v_1-\ddot{x}_2^* \tag{15}$$

结合式(7),伪线性系统的控制律为:

$$v_1=-(x_1-bx_2)-k_1 s-k_2\operatorname{sgn}(s)+\dot{x}_2^*+\ddot{x}_2^* \tag{16}$$

则根据式(11)和式(16)得到超混沌系统控制器为:

$$\begin{aligned} u=&(b-1)(x_1-bx_2)-k_1 s-k_2\operatorname{sgn}(s)+\\ &\ddot{x}_2^*+\dot{x}_2^*-(ax_1-x_2-x_3) \end{aligned} \tag{17}$$

2.3　控制仿真及分析

① 控制目标为不动点和周期信号

在上述系统参数条件和初始状态条件下,选取积分步长为0.01,控制参数 $k_1=2$、$k_2=0.2$。为了比较有无控制的效果,先使超混沌系统自由演化5 000个积分步数,让其充分进入超混沌轨道,然后再对式(8)施加式(17)形式的控制作用。x_2^* 分别取-1、3和 $\sin(0.2t)$时超混沌系统的跟踪控制演化图如图3所示。

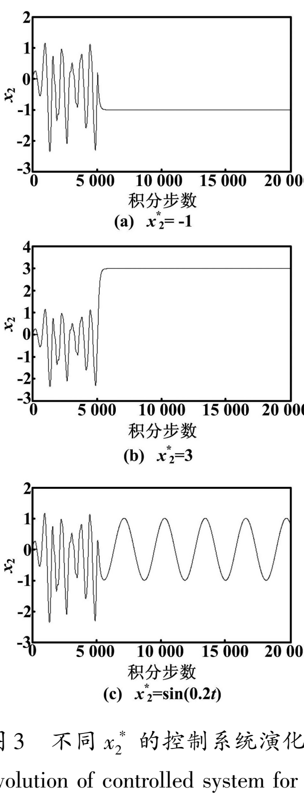

图3　不同 x_2^* 的控制系统演化图

Fig. 3　Evolution of controlled system for different x_2^*

由图3可以看出,无控制时,x_2 处于无规则混沌变化状态;有控制时,x_2 很快稳定趋于不动点和周期态的控制目标。当混沌或超混沌系统得以稳定控制时,系统的最大Lyapunov指数 LE_{max} 同时也应当由正数变为负数。图4给出了当超混沌系统稳定跟踪目标 $x_2^*=-1$ 时,LE_{max} 递减并收敛为一个负值的变化规律,这说明超混沌系统得以稳定控制。

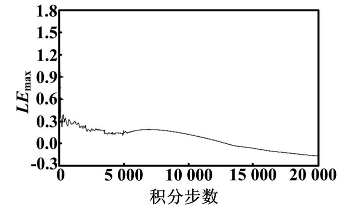

图4　最大Lyapunov指数的演化图

Fig. 4　Evolution of the maximum Lyapunov exponent

② 控制目标为混沌信号

考虑一个与式(6)形式相同的超混沌系统,即:

$$\begin{cases} \dot{z}_1=az_1-z_2-z_3 \\ \dot{z}_2=z_1-bz_2 \\ \dot{z}_3=(z_1-cz_3-z_4)/\mu \\ \dot{z}_4=[z_3-d(z_4-1)\times H(z_4-1)]/\varepsilon \end{cases} \tag{18}$$

式中:$\boldsymbol{Z}=[z_1,z_2,z_3,z_4]^{\mathrm{T}}$ 为状态向量;系统参数 a、b、c、d、μ 和 ε 与式(6)取值一致。取式(7)的控制目标 $x_2^*=z_2$。在不同的初始状态条件下,式(18)与式(7)可视为驱动系统与响应系统间的同步控制问题[15]。引入同步误差距离 Le 来衡量两系统状态变量间的同步控制效果。当 $Le=0$ 时,两系统的状态全局同步。

$$\begin{aligned} Le=&\|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Z}\|=\\ &\sqrt{(x_1-z_1)^2+(x_2-z_2)^2+(x_3-z_3)^2+(x_4-z_4)^2} \end{aligned} \tag{19}$$

仿真中仍选取积分步长为0.01,控制参数 $k_1=2$、$k_2=0.2$;两超混沌系统的初始值分别为 $\boldsymbol{X}(0)=[0.1,0.5,0.8,0.1]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{Z}(0)=[0.2,1.8,0.9,1.1]^{\mathrm{T}}$。为比较有无同步控制的效果,先让驱动系统和响应系统自由演化5 000个积分步数,让驱动系统和响应系统充分进入超混沌状态,然后再施加式(17)形式的控制作用。图5为施加控制作用2 000个积分步数后 x_2 与 z_2 间的同步关系图。

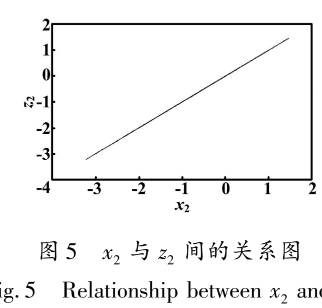

图5　x_2 与 z_2 间的关系图

Fig. 5　Relationship between x_2 and z_2

由图5可以看出,x_2 与 z_2 呈45°直线关系,表明状态变量 x_2 与 z_2 间获得同步。图6为两系统状态变量

间的同步误差距离 Le 随时间的控制演化图。由图 6 可以看出,响应系统无控制时,同步误差距离 Le 变化极不规则;有控制后,Le 迅速地趋近于 0,这表明设计的超混沌跟踪控制器可实现两个相同超混沌系统的全局同步。

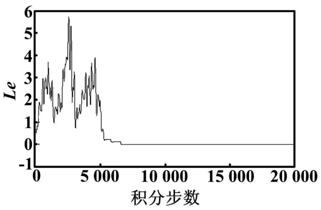

图 6　同步误差距离的演化图

Fig. 6　Evolution of synchronous error distance

3　结束语

本文通过 Lie 导数计算获得超混沌系统的逆系统和相对阶,构造出一个伪线性系统,并借助线性系统的变结构控制策略推导出超混沌系统状态变量的跟踪控制器。该控制器可实现超混沌系统对平衡点、周期态以及混沌信号等目标的稳定跟踪控制。滑模控制器的控制参数 k_1 与 k_2 分别与控制目标的趋近速度、控制作用的抖动效应有关。在保证被控系统不发生振荡的情况下,可适当增大 k_1,以获得较快的跟踪控制速度;适当减小参数 k_2,以减弱控制中的抖动效应。由于变结构控制器的控制参数取值范围较宽且较为灵活,因此它可以克服采用线性系统综合方法设计伪线性系统线性反馈控制器时存在的控制参数整定问题。研究结果为实现其他超混沌系统的控制与同步提供了方法和参考。

参考文献

[1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos[J]. Phys. Rev. Lett, 1990, 64(11): 1196-1199.

[2] 方锦清. 非线性系统中混沌控制方法、同步原理及其应用前景(一)[J]. 物理学进展, 1996, 16(1): 1-74.

[3] Luo X S, Fang J Q, Wang L H, et al. A new strategy of chaos control and a unified mechanism for several kinds of chaos control methods[J]. Acta Physica Sinica, 1999, 8(12): 895-901.

[4] 李东, 张小洪, 杨丹, 等. 参数不确定永磁同步电机混沌的模糊控制[J]. 物理学报, 2009(3): 1432-1441.

[5] 陈士华, 谢进, 陆君安, 等. Rŏssler 混沌系统的追踪控制与同步[J]. 物理学报, 2002, 51(4): 749-753.

[6] Chen S H, Liu J. Syschronization of an uncertain unified chaotic system via adaptive control[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2002, 14(4): 643-647.

[7] 李春文, 冯元琨. 多变量非线性的逆系统方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1991: 19-58.

[8] 戴先中. 多变量非线性系统的神经网络逆系统控制方法[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 32-66

[9] 耿华, 杨耕. 基于逆系统方法的变速变桨距风机的桨距角控制[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2008, 48(7): 1221-1224.

[10] 戴先中, 刘国海, 张兴华. 交流传动神经网络逆控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007: 73-115.

[11] 王丰尧. 滑模变结构控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1995: 1-188.

[12] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 1-40.

[13] Tamasevitius A, Namajunas A, Cenys A. Simple 4D chaotic oscillator[J]. Electronics Letters, 1996, 32(11): 957-958.

[14] Wolf A, Swift J B, Swinney H L, et al. Determining Lyapunov exponents from a time series[J]. Physica D, 1985, 16(3): 285-317.

[15] 方锦清. 非线性系统中的混沌控制方法、同步原理及其应用前景(二)[J]. 物理学进展, 1996, 16(2): 137-196.

(上接第 25 页)

[7] 姚利娜, 高金峰, 廖旎焕. 实现混沌系统同步的非线性状态观测器方法[J]. 物理学报, 2006, 55(1): 35-41.

[8] Li G H. Modified projective synchronization of chaotic system[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2007, 32(5): 1786-1790.

[9] Wen G L, Lu Y Z, Zhang Z Y, et al. Line spectra reduction and vibration isolation via modified projective synchronization for acoustic stealth of submarines[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 324(3-5): 954-961.

[10] Tang Y, Fang J A. General methods for modified projective synchronization of hyperchaotic systems with known or unknown parameters [J]. Physics Letters A, 2008, 372(11): 1816-1826.

[11] Park J H. Adaptive control for modified projective synchronization of a four-dimensional chaotic system with uncertain parameters [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2008, 213(1): 288-293.

[12] Li W L, Chang K M. Robust synchronization of drive-response chaotic systems via adaptive sliding mode control[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009, 39(5): 2086-2092.

[13] Mohammad H, Emadzadeh A A. Synchronizing different chaotic systems using active sliding mode control[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2007, 31(1): 119-129.

[14] Zhang H, Ma X K, Liu W Z. Synchronization of chaotic systems with parametric uncertainty using active sliding mode control[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2004, 21(5): 1249-1257.

[15] Mohammad H, Mohammad S T, Naseh M R. Synchronization of uncertain chaotic systems using active sliding mode control[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2007, 33(4): 1230-1239.

[16] Cai Na, Jing Yuanwei, Zhang Siying. Modified projective synchronization of chaotic systems with disturbances via active sliding mode control[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2010, 15(6): 1613-1620.