

文章编号: 1001-0920(2013)05-0778-04

## 一类严反馈非线性系统的神经网络控制

孙刚<sup>1</sup>, 王丹<sup>1</sup>, 彭周华<sup>1</sup>, 兰维瑶<sup>2</sup>, 王昊<sup>1</sup>

(1. 大连海事大学轮机工程学院, 辽宁大连 116026; 2. 厦门大学信息科学与技术学院, 福建厦门 361005)

**摘要:** 研究一类不确定严反馈非线性系统的跟踪控制问题. 通过采用单一神经网络逼近系统的所有未知部分, 提出一种新的鲁棒自适应控制设计方法. 该方法能直接给出实际控制律和自适应律, 有效地解决现有方法中存在的控制设计复杂和计算负担重等问题. 稳定性分析表明, 闭环系统所有信号是半全局一致最终有界的, 并且通过调整控制参数可使跟踪误差任意小. 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 不确定严反馈非线性系统; 单一神经网络; 鲁棒自适应控制

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## An approach to neural control of a class of strict-feedback nonlinear systems

SUN Gang<sup>1</sup>, WANG Dan<sup>1</sup>, PENG Zhou-hua<sup>1</sup>, LAN Wei-yao<sup>2</sup>, WANG Hao<sup>1</sup>

(1. Marine Engineering College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China; 2. School of Information Science & Technology, Xiamen University, Xiamen 361005, China. Correspondent: WANG Dan, E-mail: dwangdl@gmail.com)

**Abstract:** The problem of tracking control is studied for a class of uncertain strict-feedback nonlinear systems. A new robust adaptive control design approach is presented by approximating all the unknown parts of the system with a single neural network. By using this approach, the actual control law and the adaptive law of the controller can be given directly, and the problems, such as control design complexity and high computational burden, are dealt with effectively. The stability analysis shows that the closed-loop system signals are semi-globally uniformly ultimately bounded, and the tracking error can be made arbitrary small by choosing control parameters. Simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

**Key words:** uncertain strict-feedback nonlinear systems; single neural network; robust adaptive control

### 0 引言

下三角系统(包括严反馈和纯反馈两种形式)是常见的一大类非线性系统,许多实际系统最终都可以转化成下三角系统<sup>[1]</sup>.随着自适应控制技术与反步控制技术的发展,不确定下三角系统控制取得了丰富的研究成果,大量的自适应反步控制方法<sup>[2]</sup>和基于在线逼近(如:利用神经网络等通用逼近器)的自适应反步控制方法<sup>[3-12]</sup>相继涌现.

然而,上述方法存在“复杂程度爆炸性增长”的缺点,即控制器的复杂程度与计算负担会随着系统阶数的升高而迅速增大.导致这一问题的原因是:1)对虚拟控制律反复求导;2)多个逼近器的使用.近年来,国内外学者通过使用动态面控制<sup>[13]</sup>技术来避免对虚

拟控制律进行反复求导,提出了一系列有效的控制设计方法<sup>[14-17]</sup>.但这些控制设计中仍然需要使用多个逼近器,因此,动态面控制技术的使用只是在一定程度上克服了复杂性增长问题,并没有将其彻底解决.

本文针对一类不确定严反馈非线性系统,提出一种新的鲁棒自适应神经网络控制设计方法.对于整个设计的中间步骤,虚拟控制律并不需要实际实现,而是保留其未知部分并进入下一设计步骤.在设计过程的最后一步,通过使用单一神经网络对系统的所有未知部分进行在线逼近,给出了一个实际的自适应控制律.与现有方法相比,该控制设计方法具有以下优点:1)控制器结构简单,仅包含一个实际控制律和一个自适应律,且可以直接给出;2)消除了导致复杂性问题

收稿日期: 2011-11-21; 修回日期: 2012-01-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074017, 61074004, 61273137, 51209026); 辽宁省高等学校优秀人才支持计划项目(2009R06); 中央高校基本科研业务费项目(017004).

作者简介: 孙刚(1978-),男,博士生,从事非线性控制、神经网络自适应控制的研究;王丹(1960-),男,教授,博士生导师,从事非线性系统自适应控制、电力电子技术应用、电能质量控制等研究.

的两个原因; 3) 控制参数少, 易于实现.

### 1 问题描述与知识准备

#### 1.1 问题描述

考虑如下形式的非线性动态系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) + d_i(\bar{x}_n, t), 1 \leq i \leq n-1; \\ \dot{x}_n = u + f_n(\bar{x}_n) + d_n(\bar{x}_n, t); \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $\bar{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T \in R^i$  为状态变量,  $u \in R$  为输入,  $y \in R$  为输出,  $f_i(\bar{x}_i)$  (简记为  $f_i$ ) 为未知光滑非线性函数,  $d_i(\bar{x}_n, t)$  (简记为  $d_i$ ) 为系统的不确定性<sup>[6]</sup>.

控制目标是: 设计鲁棒自适应控制器, 使得系统输出跟踪参考信号  $y_r(t)$  (其中  $y_r(t), \dots, y_r^{(n)}(t)$  有界).

**假设 1**  $\forall (\bar{x}_n, t) \in R^n \times R_+$ , 有  $|d_i| \leq \varphi_i(\bar{x}_i)$ ,  $\varphi_i(\bar{x}_i)$  (简记为  $\varphi_i$ ) 为光滑正定函数,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

#### 1.2 符号说明

1)  $\|\cdot\|$  表示向量 2-范数;  $\lambda_{\max}(\cdot)$  表示方阵最大特征值;  $\bar{y}_r^{(i)} = [y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(i)}]^T, i = 0, 1, \dots, n-1$ .

2)  $K_{i,j} = \sum_{1 \leq l_1 < \dots < l_j \leq i} k_{l_1} \dots k_{l_j}$ . 其中:  $k_i$  为常数,  $l = 1, 2, \dots, i, j \leq i$ . 设计过程用到下列算法:

$$\begin{cases} K_{i-1,1} + k_i = K_{i,1}, \\ K_{i-1,j} + k_i K_{i-1,j-1} = K_{i,j}, \\ k_i K_{i-1,i-1} = K_{i,i}. \end{cases} \quad (2)$$

#### 1.3 RBF 神经网络

RBF 神经网络形式为  $\theta^T \xi(x)$ . 向量值函数  $\xi(x)$  的元素 (即基函数) 为

$$\rho_i(x) = \mu e^{-\|x - s_i\|^2 / \sigma^2}.$$

其中:  $s_i, \sigma, \mu$  分别为基函数的中心、宽度和放大因数;  $i = 1, 2, \dots, N, N$  为网络节点数.

RBF 神经网络具有逼近功能: 若  $f(x)$  为紧集  $\Omega \in R^n$  上的连续实值函数, 则  $\forall \varepsilon^* > 0$ ; 适当选取  $s_i, \sigma, \mu$  及充分大的整数  $N$ , 存在理想权值  $\theta \in R^N$ , 使得  $f(x) = \theta^T \xi(x) + \varepsilon$ , 其中  $|\varepsilon| \leq \varepsilon^*$  为网络重构误差. 对于 RBF 神经网络, 有下述引理<sup>[9,18]</sup>:

**引理 1** 设网络输入  $x$  的维数为  $q$ , 基函数的宽度和放大因数分别为  $\sigma$  和  $\mu$ . 令  $p := \frac{1}{2} \min_{i \neq j} \|s_i - s_j\|$ , 则向量值函数  $\xi(x)$  满足

$$\|\xi(x)\| \leq \sum_{i=0}^{\infty} 3\mu q(i+2)^{q-1} e^{-2p^2 i^2 / \sigma^2} := \chi.$$

### 2 控制器设计

设计过程分  $n$  步: 前  $n-1$  步分别设计  $n-1$  个虚拟控制律, 第  $n$  步给出实际的自适应控制律.

**Step 1** 令  $z_1 = x_1 - y_r$ , 有

$$\dot{z}_1 = x_2 - \dot{y}_r + F_1 + d_1,$$

其中  $F_1 = F_1(x_1) = f_1$ . 令  $V_1 = \frac{1}{2} z_1^2$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1[x_2 - \dot{y}_r + F_1 + d_1] \leq \\ & z_1[x_2 - \dot{y}_r + F_1] + z_1^2 \varphi_1^2 + \frac{1}{4} = \\ & z_1[x_2 - \dot{y}_r + \mathcal{F}_1] + \frac{1}{4}, \end{aligned}$$

其中  $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_1(x_1, y_r) = F_1 + z_1 \varphi_1^2$ . 选取虚拟控制律

$$\alpha_2 = -k_1 z_1 + \dot{y}_r - F_1,$$

其中  $k_1 > 0$ . 令  $z_2 = x_2 - \alpha_2$ , 则有

$$\dot{V}_1 \leq -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \frac{1}{4}.$$

将  $\alpha_2$  代入  $z_2$ , 并应用算法 (2), 有

$$z_2 = x_2 - \dot{y}_r + K_{1,1}(x_1 - y_r) + \mathcal{F}_1^*,$$

其中  $\mathcal{F}_1^* = \mathcal{F}_1^*(x_1, y_r) = \mathcal{F}_1$ .

**Step i** ( $2 \leq i \leq n-1$ ) 设  $z_i = x_i - y_r^{(i-1)} + \sum_{j=1}^{i-1} K_{i-1,j}[x_{i-j} - y_r^{(i-1-j)}] + \mathcal{F}_{i-1}^*$ , 有

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= x_{i+1} - y_r^{(i)} + \sum_{j=1}^{i-1} K_{i-1,j}[x_{i+1-j} - y_r^{(i-j)}] + \\ & F_i + d_i + \sum_{j=1}^{i-1} K_{i-1,j} d_{i-j} + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \mathcal{F}_{i-1}^*}{\partial x_j} d_j, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} F_i &= F_i(\bar{x}_i, \bar{y}_r^{(i-1)}) = \\ & f_i + \sum_{j=1}^{i-1} K_{i-1,j} f_{i-j} + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \mathcal{F}_{i-1}^*}{\partial x_j} [x_{j+1} + f_j] + \\ & \sum_{j=0}^{i-2} \frac{\partial \mathcal{F}_{i-1}^*}{\partial y_r^{(j)}} \dot{y}_r^{(j)}. \end{aligned}$$

令  $V_i = \frac{1}{2} z_i^2$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= z_i \left\{ x_{i+1} - y_r^{(i)} + \sum_{j=1}^{i-1} K_{i-1,j}[x_{i+1-j} - y_r^{(i-j)}] + \right. \\ & \left. F_i + d_i + \sum_{j=1}^{i-1} K_{i-1,j} d_{i-j} + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \mathcal{F}_{i-1}^*}{\partial x_j} d_j \right\} \leq \\ & z_i \left\{ x_{i+1} - y_r^{(i)} + \sum_{j=1}^{i-1} K_{i-1,j}[x_{i+1-j} - y_r^{(i-j)}] + \right. \\ & \left. F_i \right\} + z_i^2 \varphi_i^2 + \frac{1}{4} + \sum_{j=1}^{i-1} \left[ z_i^2 K_{i-1,j}^2 \varphi_{i-j}^2 + \frac{1}{4} \right] + \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \left[ z_i^2 \left( \frac{\partial \mathcal{F}_{i-1}^*}{\partial x_j} \right)^2 \varphi_j^2 + \frac{1}{4} \right] = \\ & z_i \left\{ x_{i+1} - y_r^{(i)} + \sum_{j=1}^{i-1} K_{i-1,j}[x_{i+1-j} - y_r^{(i-j)}] + \right. \\ & \left. \mathcal{F}_i \right\} + \frac{2i-1}{4}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_i &= \mathcal{F}_i(\bar{x}_i, \bar{y}_r^{(i-1)}) = \\ & F_i + z_i \varphi_i^2 + z_i \sum_{j=1}^{i-1} [K_{i-1,j}^2 \varphi_{i-j}^2] + \\ & z_i \sum_{j=1}^{i-1} \left( \frac{\partial \mathcal{F}_{i-1}^*}{\partial x_j} \right)^2 \varphi_j^2. \end{aligned}$$

选取虚拟控制律

$$\begin{aligned} \alpha_{i+1} &= \\ & -k_i z_i + y_r^{(i)} - \sum_{j=1}^{i-1} K_{i-1,j} [x_{i+1-j} - y_r^{(i-j)}] - \mathcal{F}_i, \end{aligned}$$

其中  $k_i > 0$ . 令  $z_{i+1} = x_{i+1} - \alpha_{i+1}$ , 则有

$$\dot{V}_i \leq -k_i z_i^2 + z_i z_{i+1} + \frac{2i-1}{4}.$$

将  $\alpha_{i+1}$  代入  $z_{i+1}$ , 并应用算法 (2), 有

$$z_{i+1} = x_{i+1} - y_r^{(i)} + \sum_{j=1}^i K_{i,j} [x_{i+1-j} - y_r^{(i-j)}] + \mathcal{F}_i^*,$$

其中  $\mathcal{F}_i^* = \mathcal{F}_i^*(\bar{x}_i, \bar{y}_r^{(i-1)}) = k_i \mathcal{F}_{i-1}^* + \mathcal{F}_i$ .

**Step n**  $z_n$  的导数为

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= u - y_r^{(n)} + \sum_{j=1}^{n-1} K_{n-1,j} [x_{n+1-j} - y_r^{(n-j)}] + \\ & F_n + d_n + \sum_{j=1}^{n-1} K_{n-1,j} d_{n-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \mathcal{F}_{n-1}^*}{\partial x_j} d_j, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} F_n &= F_n(\bar{x}_n, \bar{y}_r^{(n-1)}) = \\ & f_n + \sum_{j=1}^{n-1} K_{n-1,j} f_{n-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \mathcal{F}_{n-1}^*}{\partial x_j} [x_{j+1} + f_j] + \\ & \sum_{j=0}^{n-2} \frac{\partial \mathcal{F}_{n-1}^*}{\partial y_r^{(j)}} \dot{y}_r^{(j)}. \end{aligned}$$

令  $V_n = \frac{1}{2} z_n^2$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= z_n \left\{ u - y_r^{(n)} + \sum_{j=1}^{n-1} K_{n-1,j} [x_{n+1-j} - y_r^{(n-j)}] + \right. \\ & \left. F_n + d_n + \sum_{j=1}^{n-1} K_{n-1,j} d_{n-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \mathcal{F}_{n-1}^*}{\partial x_j} d_j \right\} \leq \\ & z_n \left\{ u - y_r^{(n)} + \sum_{j=1}^{n-1} K_{n-1,j} [x_{n+1-j} - y_r^{(n-j)}] + \right. \\ & \left. F_n \right\} + z_n^2 \varphi_n^2 + \frac{1}{4} + \sum_{j=1}^{n-1} \left[ z_n^2 K_{n-1,j}^2 \varphi_{n-j}^2 + \frac{1}{4} \right] + \\ & \sum_{j=1}^{n-1} \left[ z_n^2 \left( \frac{\partial \mathcal{F}_{n-1}^*}{\partial x_j} \right)^2 \varphi_j^2 + \frac{1}{4} \right] = \\ & z_n \left\{ u - y_r^{(n)} + \sum_{j=1}^{n-1} K_{n-1,j} [x_{n+1-j} - y_r^{(n-j)}] + \right. \end{aligned}$$

$$\left. \mathcal{F}_n \right\} + \frac{2n-1}{4},$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_n &= \mathcal{F}_n(\bar{x}_n, \bar{y}_r^{(n-1)}) = \\ & F_n + z_n \varphi_n^2 + z_n \sum_{j=1}^{n-1} K_{n-1,j}^2 \varphi_{n-j}^2 + \\ & z_n \sum_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\partial \mathcal{F}_{n-1}^*}{\partial x_j} \right)^2 \varphi_j^2. \end{aligned}$$

选取期望控制律

$$\begin{aligned} u^* &= \\ & -k_n z_n + y_r^{(n)} - \sum_{j=1}^{n-1} K_{n-1,j} [x_{n+1-j} - y_r^{(n-j)}] - \mathcal{F}_n, \end{aligned}$$

其中  $k_n > 0$ . 将  $z_n$  代入  $u^*$ , 并应用算法 (2), 有

$$u^* = y_r^{(n)} - \sum_{j=1}^n K_{n,j} [x_{n+1-j} - y_r^{(n-j)}] - \mathcal{F}_n^*,$$

其中  $\mathcal{F}_n^* = \mathcal{F}_n^*(\bar{x}_n, \bar{y}_r^{(n-1)}) = k_n \mathcal{F}_{n-1}^* + \mathcal{F}_n$ .

应用 RBF 神经网络对  $\mathcal{F}_n^*$  进行逼近, 即  $\mathcal{F}_n^* = \theta^T \xi + \varepsilon$ , 其中  $\xi = \xi(\bar{x}_n, \bar{y}_r^{(n-1)})$ .

选取实际控制律与自适应律

$$\begin{cases} u = y_r^{(n)} - \sum_{j=1}^n K_{n,j} [x_{n+1-j} - y_r^{(n-j)}] - \hat{\theta}^T \xi, \\ \dot{\hat{\theta}} = \Gamma [z_1 \xi - \eta \hat{\theta}]. \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $\hat{\theta}$  为  $\theta$  的估计值, 常值矩阵  $\Gamma = \Gamma^T > 0$ , 常数  $\eta > 0$ . 令  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ , 则有

$$\dot{V}_n \leq -k_n z_n^2 - z_n \tilde{\theta}^T \xi + z_n \varepsilon + \frac{2n-1}{4}.$$

### 3 稳定性分析

**定理 1** 对于给定的  $\varepsilon^* > 0$ , 设  $\theta$  为 RBF 神经网络理想权值. 则由系统 (1), 控制律与自适应律 (3) 构成的闭环系统的所有信号对于任意初始条件是半全局一致最终有界的, 且可以通过调整控制参数使得跟踪误差收敛于原点的一个小邻域内.

**证明** 令  $V = \sum_{i=1}^n V_i + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}$ , 其导数

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^{n-1} \left( -k_i z_i^2 + z_i z_{i+1} + \frac{2i-1}{4} \right) + \left[ -k_n z_n^2 - \right. \\ & z_n \tilde{\theta}^T \xi + z_n \varepsilon + \frac{2n-1}{4} \left. \right] + \tilde{\theta}^T [z_1 \xi - \eta \hat{\theta}] = \\ & - \sum_{i=1}^n k_i z_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} z_i z_{i+1} - z_n \tilde{\theta}^T \xi + z_n \varepsilon + \\ & z_1 \tilde{\theta}^T \xi - \eta \tilde{\theta}^T \hat{\theta} + \frac{n^2}{4}. \end{aligned}$$

令  $\|\xi\| \leq \chi$  (由引理 1), 则应用下列不等式:

$$\begin{cases} z_i z_{i+1} \leq \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} z_{i+1}^2, & -z_n \tilde{\theta}^T \xi \leq \frac{2\chi^2}{\eta} z_n^2 + \frac{\eta}{8} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta}, \\ z_n \varepsilon \leq z_n^2 + \frac{\varepsilon^2}{4}, & z_1 \tilde{\theta}^T \xi \leq \frac{2\chi^2}{\eta} z_1^2 + \frac{\eta}{8} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta}, \\ -\eta \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \leq -\frac{\eta}{2} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \frac{\eta}{2} \theta^T \theta, \end{cases}$$

可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\left(k_1 - \frac{1}{2} - \frac{2\chi^2}{\eta}\right) z_1^2 - \sum_{i=2}^{n-1} (k_i - 1) z_i^2 - \\ & \left(k_n - \frac{3}{2} - \frac{2\chi^2}{\eta}\right) z_n^2 - \frac{\eta}{4} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \frac{\varepsilon^2}{4} + \\ & \frac{\eta}{2} \theta^T \theta + \frac{n^2}{4}. \end{aligned}$$

选取控制参数  $k_i$  满足条件

$$\begin{cases} k_1 \geq \frac{1}{2} + \frac{2\chi^2}{\eta} + \frac{\alpha}{2}, & k_n \geq \frac{3}{2} + \frac{2\chi^2}{\eta} + \frac{\alpha}{2}, \\ k_i \geq 1 + \frac{\alpha}{2}, & i = 2, 3, \dots, n-1. \end{cases} \quad (4)$$

其中  $\alpha > 0$ , 且令

$$\frac{\eta}{4\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})} \geq \frac{\alpha}{2}, \quad \gamma = \frac{\varepsilon^{*2}}{4} + \frac{\eta}{2} \theta^T \theta + \frac{n^2}{4}, \quad (5)$$

则有  $\dot{V} \leq -\alpha V + \gamma$ , 即

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\gamma}{\alpha} + \left[V(0) - \frac{\gamma}{\alpha}\right] e^{-\alpha t}, \quad \forall t \geq 0. \quad (6)$$

不等式(6)表明:  $V(t)$  是最终有界的, 且最终上界为  $\gamma/\alpha$ , 即闭环系统的所有信号 ( $z_i$  和  $\tilde{\theta}$ ) 半全局一致最终有界; 而且, 增大  $k_i$  与减小  $\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})$ , 亦即增大  $\alpha$  (参见式(4)与(5)), 可使最终上界  $\gamma/\alpha$  任意小, 从而使得跟踪误差  $z_1$  收敛于原点的一个小邻域内.  $\square$

### 4 仿真研究

考虑如下的三阶不确定严反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + x_1 \sin x_1 + 0.3 \sin(x_1 x_2) \cos(2t), \\ \dot{x}_2 = x_3 + x_2 e^{-0.5x_1} + 0.2x_1 x_2 \cos(\pi t), \\ \dot{x}_3 = u + x_1 x_2 x_3 + 0.2x_1 x_2 x_3 \cos(5t), \\ y = x_1. \end{cases}$$

系统初始条件为  $[x_1, x_2, x_3]_{t=0}^T = [0.6, -0.5, 0.3]^T$ , 参考信号为  $y_r = 0.5[\sin t + \sin(0.5t)]$ .

由本文所提方法, 控制律与自适应律为

$$\begin{cases} u = \ddot{y}_r - (k_3 + k_2 + k_1)(x_3 - \dot{y}_r) - (k_3 k_2 + k_3 k_1 + \\ \quad k_2 k_1)(x_2 - \dot{y}_r) - k_3 k_2 k_1 (x_1 - y_r) - \hat{\theta}^T \xi, \\ \dot{\hat{\theta}} = \Gamma[z_1 \xi - \eta \hat{\theta}], \quad \xi = \xi(\bar{x}_3, \bar{y}_r^{(2)}). \end{cases}$$

参考信号处理: 首先对参考信号进行滤波处理

$$\mathcal{T}(t) \dot{\mathcal{W}}_i + \mathcal{W}_i = \mathcal{U}_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

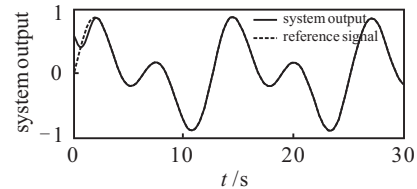
其中:  $\mathcal{U}_i = y_r^{(i-1)}$  和  $\mathcal{W}_i$  分别为滤波器的输入与输出; 滤波初始条件为  $\mathcal{W}_i(0) = x_i(0)$ ; 滤波参数为  $\mathcal{T}(t) = \psi e^{-\omega t} + \tau$ ,  $\psi > 0, \omega > 0, \tau > 0$ .

**注1** 参考信号处理的目的是获得一个平滑的参考信号, 且令系统输出跟踪该平滑信号. 如果  $\tau$  充分小, 则平滑信号跟踪实际参考信号. 因此, 系统输出若能跟踪该平滑信号, 则系统输出也能跟踪实际参考

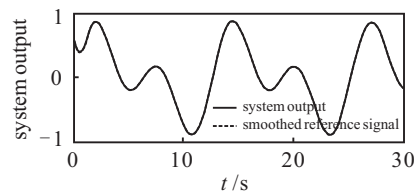
信号.

仿真参数为:  $k_1 = k_2 = k_3 = 20, \Gamma = \text{diag}\{4\}, \eta = 0.2; \{c_i | i = 1, 2, \dots, N\} = \{-1, 1\} \times \{-1, 1\} \times \{-1, 1\} \times \{-1, 1\} \times \{-1, 1\}, N = 64, \sigma = 10, \mu = 20, \hat{\theta}(0) = 0; \psi = 1, \omega = 1, \tau = 0.01$ .

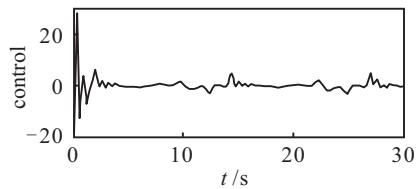
图1给出了系统仿真结果. 其中: 图1(a)表明系统输出能很好地跟踪参考信号, 过渡过程好, 最大稳态误差小于2%; 图1(b)为系统输出跟踪平滑信号; 图1(c)为闭环系统的控制量.



(a) 系统输出跟踪参考信号



(b) 系统输出跟踪平滑信号



(c) 闭环系统的控制量

图1 仿真结果

### 5 结论

本文针对一类不确定严反馈非线性系统, 提出了一种基于单一神经网络的鲁棒自适应控制方法. 该方法具有控制结构简单、计算负担小、可调参数少、易于实现等特点, 因此, 更适合实际中的应用.

### 参考文献(References)

- [1] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. The 3rd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002: 5-14.
- [2] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: Wiley, 1995: 87-121.
- [3] Polycarpou M M. Stable adaptive neural scheme for nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41(3): 447-451.
- [4] Zhang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design[J]. Automatica, 2000, 36(12): 1835-1846.