

文章编号: 1001-0920(2013)05-0758-05

## 基于新直觉模糊相似度的聚类方法

李鹏<sup>1,2</sup>, 刘思峰<sup>1</sup>, 朱建军<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 211106; 2. 江苏科技大学 经济管理学院, 江苏 镇江 212003)

**摘要:** 针对现有直觉模糊聚类方法大都未考虑属性(指标)权重, 计算过于复杂且计算结果为实数的问题, 提出一种基于新直觉模糊相似度的聚类方法, 计算结果为直觉模糊数, 运用直觉模糊熵得到属性权重, 构造了一种考虑属性权重的直觉模糊相似度公式, 得到直觉模糊相似矩阵, 设计了风险参数, 决策者根据自己风险偏好选择风险参数进行聚类. 最后通过算例验证了所提出方法的可行性和合理性.

**关键词:** 直觉模糊集; 直觉模糊相似矩阵; 聚类; 熵

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Clustering method based on new intuitionistic fuzzy similarity degree

LI Peng<sup>1,2</sup>, LIU Si-feng<sup>1</sup>, ZHU Jian-jun<sup>1</sup>

(1. College of Economics & Management, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. College of Economics and Management, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China. Correspondent: LI Peng, E-mail: jellyok@126.com)

**Abstract:** Most existing clustering methods to intuitionistic fuzzy sets do not take the weight of attributes into account or need too complex calculation and the result is real number. Therefore, a clustering method based on the intuitionistic fuzzy similarity degree with the result being intuitionistic fuzzy number is proposed. Firstly, the weight of attributes is obtained by utilizing entropy for intuitionistic fuzzy sets. A formula is proposed to derive the intuitionistic fuzzy similarity degree between two intuitionistic fuzzy sets and an approach is developed to construct an intuitionistic fuzzy similarity matrix. A risk parameter is designed and decision makers can cluster according to their own risk preference. Finally, an example shows the feasibility and validity of this method.

**Key words:** intuitionistic fuzzy sets; intuitionistic fuzzy similarity matrix; clustering; entropy

## 0 引言

Zadeh<sup>[1]</sup>提出的模糊集理论可描述外延不明确的亦此亦彼的模糊概念. Atanassov<sup>[2]</sup>提出的直觉模糊集的概念是对传统模糊集的一种扩充和发展, 其增加了新的属性参数: 非隶属度函数, 比传统的模糊集在处理模糊性和不确定性方面更具灵活性和实用性. 关于直觉模糊集的应用研究成果主要集中在多属性决策<sup>[3-6]</sup>和模式识别<sup>[7-9]</sup>等领域, 然而, 有关直觉模糊集的聚类问题研究尚在起步阶段<sup>[10-13]</sup>. 文献[10]将模糊C-均值聚类推广为直觉模糊C-均值聚类, 并提出了一种基于直觉模糊集的聚类算法. 文献[11]针对聚

类问题中样品属性值不能或很难直接给出的情况, 提出了一种基于集值统计的直觉模糊聚类方法.

现有的直觉模糊聚类方法大都利用直觉模糊集的相似度或关联度最终得到一个实数相似度. 直觉模糊集本身反映了一定的犹豫程度, 其相似度也应当表达出一定的犹豫程度, 所以最终结果为确定的实数不合理. 对此, 文献[12]提出了直觉模糊相似度概念, 其值为直觉模糊数, 并构建了直觉模糊相似矩阵和直觉模糊等价矩阵及其 $\lambda$ -截矩阵, 给出了一种基于直觉模糊相似矩阵的聚类方法. 文献[13]提出了一种新的得到直觉模糊相似矩阵的方法, 并回避了计算直觉模糊

收稿日期: 2011-11-28; 修回日期: 2012-03-26.

**基金项目:** 国家自然科学基金重大研究计划培育项目(90924022); 国家自然科学基金面上项目(70971064); 国家社科重点基金项目(08AJY024); 国家自然科学基金项目(70701017, 71171112, 71171101); 教育部人文社科基金项目(10YJC630199); 江苏科技大学人文社科基金项目(633041204); 江苏科技大学研究生教改项目(104080602).

**作者简介:** 李鹏(1980—)男, 博士生, 从事决策分析、灰色系统理论的研究; 刘思峰(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事数量经济学、灰色系统理论等研究.

等价矩阵的繁琐过程, 利用直觉模糊相似矩阵中元素的隶属度对方案进行聚类.

上述的聚类方法在对直觉模糊信息进行聚类时存在以下几个问题: 文献[10]将模糊C-均值聚类方法进行了推广, 提出了直觉模糊C-均值聚类方法, 虽然考虑到了指标权重问题, 但其聚类结果仅仅以实数形式表征. 另外, 直觉模糊集本身反映了一定的犹豫程度, 因此其相似度和聚类方法也应当表达出一定的犹豫程度. 文献[11]提出了一种基于集值统计的直觉模糊聚类方法, 虽然其运用直觉模糊数来表征相似度, 但没有考虑指标的权重问题, 而且计算量较大. 文献[12]提出的方法在得到直觉模糊相似矩阵后还要进行检验是否为直觉模糊等价矩阵, 若否, 则需要进行大量迭代运算直到变为直觉模糊等价矩阵, 其计算量相对较大; 另外, 在文献[12]中提出的直觉模糊相似度公式不能满足直觉模糊相似度定义中的第4条性质. 文献[13]在计算量方面进行了缩减, 但是并没有考虑到指标权重的问题, 并且在得到直觉模糊相似矩阵后仅仅采用隶属度作参考进行聚类, 忽略了非隶属度和犹豫度, 势必造成信息的丢失.

针对现有方法存在的问题, 本文构建了一种考虑属性权重的新的相似度, 在此基础上得到直觉模糊相似矩阵, 并设计了风险参数, 决策者可根据自身情况选择合适的风险参数进行聚类, 解决了现有直觉模糊聚类方法存在的计算量特别大和没有考虑属性(指标)权重的问题.

## 1 预备知识

**定义 1**<sup>[2]</sup>(直觉模糊集) 设  $X$  是一个给定论域,  $X$  上的一个直觉模糊集  $A = \{\langle x, u_A(x), v_A(x) \rangle | x \in X\}$ . 其中  $u_A(x)$  和  $v_A(x)$  分别为  $X$  中元素  $x$  属于  $A$  的隶属度和非隶属度  $u_A: X \rightarrow [0, 1]$ ,  $v_A: X \rightarrow [0, 1]$ , 且满足条件  $0 \leq u_A(x) + v_A(x) \leq 1$ ,  $x \in X$ , 称  $\pi_A(x) = 1 - u_A(x) - v_A(x)$  为  $X$  中元素  $x$  属于  $A$  的犹豫度.

一个直觉模糊集  $A$ , 其隶属度  $u_A(x)$ 、非隶属度  $v_A(x)$  及其犹豫度  $\pi_A(x)$  分别表示对象  $x$  属于直觉模糊集  $A$  的支持、反对、中立这3种证据的程度. 例如, 假设直觉模糊集  $A = \{\langle x, 0.5, 0.3 \rangle | x \in X\}$ , 即其隶属度  $u_A(x) = 0.5$ , 非隶属度  $v_A(x) = 0.3$ , 犹豫度  $\pi_A(x) = 0.2$ , 表示对象  $x$  属于直觉模糊集  $A$  程度为 0.5, 不属于集  $A$  程度为 0.3, 既不支持也不反对的中立程度为 0.2. 也可用投票模型来解释: 赞成票为 50%, 反对票为 30%, 弃权票为 20%.

$X$  中的元素  $x$  属于  $A$  的隶属度与非隶属度所组成的有序对  $\langle u_A(x), v_A(x) \rangle$  称为直觉模糊数. 可以将  $X$  上的直觉模糊集  $A$  看作是全体直觉模糊数的集合,

记为  $\text{IFS}(X)$ .

Atanassov 提出了直觉模糊集之间的包含关系, 设  $A_1 = \{\langle x, u_{A_1}(x), v_{A_1}(x) \rangle | x \in X\}$  和  $A_2 = \{\langle x, u_{A_2}(x), v_{A_2}(x) \rangle | x \in X\}$  为直觉模糊集, 则有:

- 1)  $A_1 \subseteq A_2$  当且仅当任意  $x \in X$ , 有  $u_{A_1}(x) \leq u_{A_2}(x)$  且  $v_{A_1}(x) \geq v_{A_2}(x)$ ;
- 2)  $A_1 = A_2$  当且仅当任意  $x \in X$ , 有  $u_{A_1}(x) = u_{A_2}(x)$  且  $v_{A_1}(x) = v_{A_2}(x)$ .

**定义 2**<sup>[11]</sup> 设  $Z = (z_{ij})_{m \times n}$  是一个  $m \times n$  矩阵, 如果任意  $z_{ij} (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n)$  是直觉模糊数, 则称  $Z$  为直觉模糊矩阵.

在模糊系统中, 相似矩阵是一种常见的具有自反性和对称性的矩阵. 文献[11]将直觉模糊理论与相似矩阵相结合, 提出了直觉模糊相似度和直觉模糊相似矩阵的概念.

**定义 3**<sup>[11]</sup> 设  $\vartheta: \Omega^2 \rightarrow \Theta$ ,  $\Omega$  为  $X$  上所有直觉模糊集的集合, 且设  $A_i \in \Omega (i = 1, 2, 3)$ , 若  $\vartheta(A_1, A_2)$  满足以下条件:

- 1)  $\vartheta(A_1, A_2)$  是直觉模糊数;
- 2)  $\vartheta(A_1, A_2) = \langle 1, 0 \rangle$  当且仅当  $A_1 = A_2$ ;
- 3)  $\vartheta(A_1, A_2) = \vartheta(A_2, A_1)$ ;
- 4) 如果  $A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3$ , 则  $\vartheta(A_1, A_3) \subseteq \vartheta(A_1, A_2)$  且  $\vartheta(A_1, A_3) \subseteq \vartheta(A_2, A_3)$ .

则称  $\vartheta(A_1, A_2)$  为  $A_1$  和  $A_2$  的直觉模糊相似度.

**定义 4**<sup>[11]</sup> 若直觉模糊矩阵  $Z = (z_{ij})_{m \times n}$  满足以下条件: 1) 自反性:  $z_{ii} = \langle 1, 0 \rangle$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ; 2) 对称性:  $z_{ij} = z_{ji}$ . 则称  $Z$  为直觉模糊相似矩阵.

## 2 基于新直觉模糊相似度的聚类方法

假设多属性(指标)决策问题有  $m$  个可行方案  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ,  $n$  个评价指标  $I_1, I_2, \dots, I_n$ , 可行方案  $Y_i$  在评价指标  $I_j$  下的属性值为直觉模糊数  $d_{ij} = \langle u_{ij}, v_{ij} \rangle$ , 可得到直觉模糊决策矩阵  $D = (d_{ij})_{m \times n}$ .

下面通过构造一种新的直觉模糊相似度进而得到直觉模糊相似矩阵.

对于任意两个方案  $A_i$  和  $A_k$ , 定义非隶属度的距离  $d_1(A_i, A_k) = \sum_{j=1}^n w_j |v_{ij} - v_{kj}|$ , 其中  $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ ,  $w_j$  为指标  $I_j$  的权重. 同理定义隶属度的距离  $d_2(A_i, A_k) = \sum_{j=1}^n w_j |u_{ij} - u_{kj}|$ , 犹豫度的距离为  $d_3(A_i, A_k) = \sum_{j=1}^n w_j |\pi_{ij} - \pi_{kj}|$ . 令  $\bar{u}_{ij} = 1 - d_2(A_i, A_k) - d_3(A_i, A_k)$ ,  $\bar{v}_{ij} = d_1(A_i, A_k)$ .

**定理 1** 设  $A_i$  和  $A_k$  是两个直觉模糊集, 则

$$\vartheta(A_i, A_k) = \langle \bar{u}_{ij}, \bar{v}_{ij} \rangle =$$

$$\langle 1 - d_2(A_i, A_k) - d_3(A_i, A_k), d_1(A_i, A_k) \rangle \quad (1)$$

为  $A_i$  和  $A_k$  的直觉模糊相似度.

**证明** 需要证明式(1)满足定义3的4个条件.

1) 先证明  $\vartheta(A_i, A_k)$  是直觉模糊数的形式. 因为

$$\begin{aligned} \bar{u}_{ij} &= 1 - d_2(A_i, A_k) - d_3(A_i, A_k) = \\ &= 1 - \sum_{j=1}^n w_j |u_{ij} - u_{kj}| - \sum_{j=1}^n w_j |\pi_{ij} - \pi_{kj}| \leq \\ &= 1 - \sum_{j=1}^n w_j |u_{ij} - u_{kj} + \pi_{ij} - \pi_{kj}| = \\ &= 1 - \sum_{j=1}^n w_j |v_{ij} - v_{kj}| \leq 1, \end{aligned}$$

又因

$$0 \leq d_1(A_i, A_k) + d_2(A_i, A_k) + d_3(A_i, A_k) \leq 1,$$

所以

$$\bar{u}_{ij} = 1 - d_2(A_i, A_k) - d_3(A_i, A_k) \geq 0.$$

显然  $0 \leq \bar{v}_{ij} = d_1(A_i, A_k) \leq 1$ , 证明了  $\vartheta(A_i, A_k)$  是直觉模糊数的形式.

2) 显然成立.

3) 因为

$$\begin{aligned} d_1(A_i, A_k) &= \sum_{j=1}^n w_j |v_{ij} - v_{kj}| = \\ &= \sum_{j=1}^n w_j |v_{kj} - v_{ij}| = d_1(A_k, A_i), \\ d_2(A_i, A_k) &= \sum_{j=1}^n w_j |u_{ij} - u_{kj}| = \\ &= \sum_{j=1}^n w_j |u_{kj} - u_{ij}| = d_2(A_k, A_i), \\ d_3(A_i, A_k) &= \sum_{j=1}^n w_j |\pi_{ij} - \pi_{kj}| = \\ &= \sum_{j=1}^n w_j |\pi_{kj} - \pi_{ij}| = d_3(A_k, A_i), \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \vartheta(A_i, A_k) &= \langle \bar{u}_{ij}, \bar{v}_{ij} \rangle = \\ &= \langle 1 - d_2(A_i, A_k) - d_3(A_i, A_k), d_1(A_i, A_k) \rangle = \\ &= \langle 1 - d_2(A_k, A_i) - d_3(A_k, A_i), d_1(A_k, A_i) \rangle = \\ &= \vartheta(A_k, A_i). \end{aligned}$$

4) 如果  $A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3$ , 即  $u_{1j} \leq u_{2j} \leq u_{3j}, v_{1j} \geq v_{2j} \geq v_{3j}, j = 1, 2, \dots, n$ , 则

$$\begin{aligned} |u_{1j} - u_{2j}| &\leq |u_{1j} - u_{3j}|, |u_{2j} - u_{3j}| \leq |u_{1j} - u_{3j}|; \\ |v_{1j} - v_{2j}| &\leq |v_{1j} - v_{3j}|, |v_{2j} - v_{3j}| \leq |v_{1j} - v_{3j}|. \end{aligned}$$

由文献[11]得到  $|\pi_{1j} - \pi_{2j}| \leq |\pi_{1j} - \pi_{3j}|$ , 故

$$\bar{u}_{12} = 1 - \sum_{j=1}^n w_j |u_{1j} - u_{2j}| - \sum_{j=1}^n w_j |\pi_{1j} - \pi_{2j}| \geq$$

$$1 - \sum_{j=1}^n w_j |u_{1j} - u_{3j}| - \sum_{j=1}^n w_j |\pi_{1j} - \pi_{3j}| = \bar{u}_{13},$$

$$\bar{v}_{12} = \sum_{j=1}^n w_j |v_{1j} - v_{2j}| \leq \sum_{j=1}^n w_j |v_{1j} - v_{3j}| = \bar{v}_{13},$$

即  $\vartheta(A_1, A_3) \subseteq \vartheta(A_1, A_2)$ . 同理可证  $\vartheta(A_1, A_3) \subseteq \vartheta(A_2, A_3)$ .  $\square$

通过本文提出的直觉模糊相似度公式即可将直觉模糊决策矩阵  $D = (d_{ij})_{m \times n}$  转换成直觉模糊相似矩阵  $Z = (z_{ij})_{m \times n}$ , 其中  $z_{ij} = \vartheta(A_i, A_k) = \langle \bar{u}_{ij}, \bar{v}_{ij} \rangle$  为直觉模糊数.

人们对风险的追求是因人而异的, 因此设  $\beta \in [0, 1]$  为风险因子, 令  $f_{ij} = \bar{u}_{ij} + \beta(1 - \bar{u}_{ij} - \bar{v}_{ij})$ , 则可将直觉模糊相似矩阵转化为实数矩阵  $F = (f_{ij})_{m \times n}$ . 再根据信度  $\lambda$  将方案进行聚类.

以上分析是假定各个指标的权重为已知的情况, 而现实中往往很难直接得到指标的权重, 下面结合直觉模糊熵计算各指标的权重.

设  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 直觉模糊集  $A = \{\langle x, u_A(x), v_A(x) \rangle | x \in X\}$ , 由文献[14]知,  $A$  的模糊熵为

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1 - |u_A(x_i) - v_A(x_i)| + \pi_A(x_i)}{1 + |u_A(x_i) - v_A(x_i)| + \pi_A(x_i)}. \quad (2)$$

特别地, 对于直觉模糊数  $\alpha = \langle u_A(x), v_A(x) \rangle$ , 其模糊熵为

$$E(\alpha) = \frac{1 - |u_A(x) - v_A(x)| + \pi_A(x)}{1 + |u_A(x) - v_A(x)| + \pi_A(x)}. \quad (3)$$

对于任意直觉模糊数  $a_{ij}$ , 通过式(3)可计算其直觉模糊熵, 记为  $e_{ij}$ . 若  $e_{ij}$  越大, 则说明直觉模糊数  $a_{ij}$  的不确定性越大. 指标  $I_j (j = 1, 2, \dots, n)$  的信息熵为

$$E_j = t_1 e_{1j} + t_2 e_{2j} + \dots + t_m e_{mj} = \sum_{i=1}^m t_i e_{ij},$$

其中  $t_i$  为第  $i$  个方案的权重,  $\sum_{i=1}^m t_i = 1, t_i \geq 0$ . 由于每个方案的地位是平等的, 取  $t_i = 1/m, i = 1, 2, \dots, m$ , 从而第  $j$  个指标的信息熵为

$$E_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m e_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (4)$$

第  $j$  个指标的权重可由下式计算:

$$w_j = (1 - E_j) / \sum_{k=1}^n (1 - E_k), \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

综上得到新的直觉模糊聚类方法如下:

**Step 1:** 观察指标的权重是否已知, 若已知, 则转 **Step 3**; 若未知, 则转 **Step 2**;

**Step 2:** 通过式(5)得到指标权重  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ;

Step 3: 运用式(1)得到直觉模糊相似矩阵  $Z = (z_{ij})_{m \times n}$ ;

Step 4: 选择合适的风险因子将直觉模糊相似矩阵  $Z = (z_{ij})_{m \times n}$  转化为实数矩阵  $F = (f_{ij})_{m \times n}$ ;

Step 5: 选择信度  $\lambda$  将方案进行聚类.

可以看出, 对于  $m$  个可行方案  $n$  个评价指标的决策问题, 求任意两个方案的直觉模糊相似度的计算次数为  $9n + 1$ , 所以  $m$  个方案两两比较得到直觉模糊相似矩阵的计算次数为  $m(m - 1)(9n + 1)/2$ . 由此可见, 本文设计的聚类方法的计算次数为多项式形式, 计算量相对较小.

将本文提出的直觉模糊聚类方法与现有的方法进行对比, 其具有以下特点:

- 1) 本文提出的直觉模糊相似度公式的结果以直觉模糊数的形式表征, 更加符合直觉模糊集的特点;
- 2) 本文提出的相似度公式考虑了指标权重的问题, 更加符合实际情况, 并且计算量为多项式, 计算量较小, 即使是规模较大的聚类问题, 也可以较为方便地采用本文的方法解决;
- 3) 本文提出的聚类方法设计了风险参数, 决策者可根据自己的风险偏好选择合适的风险因子对方案进行聚类, 既考虑了隶属度、非隶属度以及犹豫度3方面信息, 信息不易丢失, 又具有较高的灵活性.

### 3 算例分析

为了方便对比, 采用文献[13]的算例. 某汽车市场欲对5种不同的车  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  进行分类, 每种车有6个可供评价的因素:  $I_1$  (燃料消耗量);  $I_2$  (摩擦度);  $I_3$  (价格);  $I_4$  (舒适度);  $I_5$  (设计);  $I_6$  (安全性). 每辆车在各评价因素(指标)下的特征信息用直觉模糊数表示, 如表1所示.

表1 每辆车在各评价因素(指标)下的特征信息

车组	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$
$A_1$	(0.3, 0.5)	(0.6, 0.1)	(0.4, 0.3)	(0.8, 0.1)	(0.1, 0.6)	(0.5, 0.4)
$A_2$	(0.6, 0.3)	(0.5, 0.2)	(0.6, 0.1)	(0.7, 0.1)	(0.3, 0.6)	(0.4, 0.3)
$A_3$	(0.4, 0.4)	(0.8, 0.1)	(0.5, 0.1)	(0.6, 0.2)	(0.4, 0.5)	(0.3, 0.2)
$A_4$	(0.2, 0.4)	(0.4, 0.1)	(0.9, 0)	(0.8, 0.1)	(0.2, 0.5)	(0.7, 0.1)
$A_5$	(0.5, 0.2)	(0.3, 0.6)	(0.6, 0.3)	(0.7, 0.1)	(0.6, 0.2)	(0.5, 0.3)

显然指标的权重未知, 需计算指标的权重, 得到  $w_1 = 0.102, w_2 = 0.189, w_3 = 0.189, w_4 = 0.259, w_5 = 0.155, w_6 = 0.106$ . 运用式(1)得到直觉模糊相似矩阵

$$Z = \begin{bmatrix} (1, 0) & (0.76, 0.09) & (0.67, 0.11) \\ (0.76, 0.09) & (1, 0) & (0.76, 0.08) \\ (0.67, 0.11) & (0.67, 0.11) & (1, 0) \\ (0.71, 0.11) & (0.64, 0.08) & (0.46, 0.06) \\ (0.64, 0.2) & (0.77, 0.19) & (0.68, 0.24) \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\left[ \begin{array}{cc} (0.71, 0.11) & (0.64, 0.2) \\ (0.64, 0.08) & (0.77, 0.19) \\ (0.46, 0.06) & (0.68, 0.24) \\ (1, 0) & (0.66, 0.27) \\ (0.66, 0.27) & (1, 0) \end{array} \right].$$

选择风险因子  $\beta = 0.5$ , 即风险中性, 得到矩阵

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0.83 & 0.78 & 0.8 & 0.72 \\ 0.83 & 1 & 0.84 & 0.78 & 0.79 \\ 0.78 & 0.84 & 1 & 0.7 & 0.72 \\ 0.8 & 0.78 & 0.7 & 1 & 0.69 \\ 0.72 & 0.79 & 0.72 & 0.69 & 1 \end{bmatrix}.$$

当  $0.84 < \gamma \leq 1$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为5类, 即  $\{A_1\}, \{A_2\}, \{A_3\}, \{A_4\}, \{A_5\}$ ;

当  $0.83 < \gamma \leq 0.84$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为4类, 即  $\{A_1\}, \{A_2, A_3\}, \{A_4\}, \{A_5\}$ ;

当  $0.8 < \gamma \leq 0.83$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为3类, 即  $\{A_1, A_2, A_3\}, \{A_4\}, \{A_5\}$ ;

当  $0.79 < \gamma \leq 0.8$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为2类, 即  $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}, \{A_5\}$ ;

当  $0 \leq \gamma \leq 0.79$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为1类, 即  $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$ .

运用文献[13]提出的聚类方法可以得到如下结果:

当  $0.82 < \gamma \leq 1$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为5类, 即  $\{A_1\}, \{A_2\}, \{A_3\}, \{A_4\}, \{A_5\}$ ;

当  $0.8 < \gamma \leq 0.82$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为4类, 即  $\{A_1\}, \{A_2, A_3\}, \{A_4\}, \{A_5\}$ ;

当  $0.75 < \gamma \leq 0.8$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为4类, 即  $\{A_1, A_2, A_3\}, \{A_4\}, \{A_5\}$ ;

当  $0.68 < \gamma \leq 0.75$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为2类, 即  $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}, \{A_5\}$ ;

当  $0 \leq \gamma \leq 0.68$  时, 车组  $A_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  分为1类, 即  $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$ .

从以上结果可以看出, 本文提出的聚类方法与文献[13]提出的聚类方法均是运用直觉模糊相似度公式对不同方案进行聚类, 并且聚类结果是以直觉模糊相似矩阵的形式表征, 最终聚类结果相差不大, 说明本文方法是有效的. 但是文献[13]提出的聚类方法存在两个缺陷: 1) 没有考虑指标的权重, 而是将所有指标权重认为是相同的; 2) 在得到直觉模糊相似矩阵后, 其元素为直觉模糊数, 包含了隶属度、非隶属度和犹豫度3个属性, 仅仅根据隶属度进行聚类易造成信息丢失.

本文提出的聚类方法分别考虑了指标权重已知和未知的情况, 对于未知的情况运用直觉模糊熵方

法得到权重; 同时在得到直觉模糊相似矩阵后, 考虑了非隶属度和犹豫度, 决策者可根据自己的风险偏好选择合适的风险因子  $\beta$  并进行聚类, 当风险因子  $\beta = 0$  时即为文献[13]提出的方法. 可以看到, 本文方法更具有灵活性.

#### 4 结 论

本文对直觉模糊聚类方法进行了初步探讨, 针对现有方法的局限, 运用直觉模糊熵计算得到指标权重, 构建了考虑指标权重的相似度公式, 并据此公式得到直觉模糊相似矩阵, 设计了风险参数使得决策者可以灵活选择风险参数进行聚类, 避免了繁琐的计算. 通过算例验证了本文提出方法的合理性和可行性.

#### 参考文献(References)

- [1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. *Information and Control*, 1965, 8(3): 338-353.
- [2] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1986, 20(1): 87-96.
- [3] Li D F. The GOWA operator based approach to multi-attribute decision making using intuitionistic fuzzy sets[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, 53(6): 1182-1196.
- [4] Ludmila Dymova, Pavel Sevastjanov. An interpretation of intuitionistic fuzzy sets in terms of evidence theory: Decision making aspect[J]. *Knowledge-based Systems*, 2010, 23(8): 772-782.
- [5] 王坚强, 李婧婧. 基于记分函数的直觉随机多准则决策方法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(9): 1297-1306.  
(Wang J Q, Li J J. Intuitionistic random multi-criteria decision-making approach based on score functions[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(9): 1297-1306.)
- [6] 李鹏, 刘思峰. 基于灰色关联分析和 D-S 证据理论的区间直觉模糊决策方法[J]. *自动化学报*, 2011, 37(8): 993-998.  
(Li P, Liu S F. An interval-valued intuitionistic fuzzy numbers decision-making method based on grey incidence analysis and D-S theory of evidence[J]. *Acta Automatic Sinica*, 2011, 37(8): 993-998.)
- [7] 郭效芝, 李健. 区间值直观模糊集的相似测度和距离测度[J]. *模糊系统与数学*, 2009, 23(2): 124-130.  
(Guo X Z, Li J. Similarity measure and distance measure of intuitionistic fuzzy sets[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2009, 23(2): 124-130.)
- [8] Xu Z S. On similarity measures of interval-valued intuitionistic fuzzy sets and their application to pattern recognitions[J]. *J of Southeast University: English Edition*, 2007, 23(1): 139-143.
- [9] 雷阳, 雷英杰, 周创明, 等. 基于直觉模糊核匹配追踪的目标识别方法[J]. *电子学报*, 2011, 39(6): 1442-1446.  
(Lei Y, Lei Y J, Zhou C M, et al. Techniques for target recognition based on intuitionistic fuzzy kernel matching pursuit[J]. *Acta Automatic Sinica*, 2011, 39(6): 1442-1446.)
- [10] 贺正洪, 雷英杰. 直觉模糊  $C$ -均值聚类算法研究[J]. *控制与决策*, 2011, 26(6): 847-850.  
(He Z H, Lei Y J. Research on intuitionistic fuzzy  $C$ -means clustering algorithm[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(6): 847-850.)
- [11] 陈晓明, 姚泽清. 基于集值统计的直觉模糊聚类[J]. *模糊系统与数学*, 2011, 25(3): 100-108.  
(Chen X M, Yao Z Q. Intuitionistic fuzzy clustering based on set-valued statistics[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2011, 25(3): 100-108.)
- [12] 张洪美, 徐泽水, 陈琦. 直觉模糊集的聚类方法研究[J]. *控制与决策*, 2007, 22(8): 882-888.  
(Zhang H M, Xu Z S, Chen Q. On clustering approach to intuitionistic fuzzy sets[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(8): 882-888.)
- [13] Wang Z, Xu Z S, Liu S S, et al. A netting clustering analysis method under intuitionistic fuzzy environment[J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(8): 5558-5564.
- [14] Szmjdt Eulalia, Kacprzyk J. Entropy for intuitionistic fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 118(3): 467-477.

(上接第757页)

- [16] Jacobides M G, Knudsen T, Augier M. Benefiting from innovation: Value creation, value appropriation and the role of industry architectures [J]. *Research Policy*, 2006, 35(6): 1200-1221.
- [17] Pisano G, Teece D. How to capture value from innovation: Shaping intellectual property and industry architecture[J]. *California Management Review*, 2007, 50(1): 278-295.
- [18] Ghemawat P, Cassiman B. Introduction to the special Issue on strategic dynamics[J]. *Management Science*, 2007, 53(4): 529-536.