

文章编号: 1000-4750(2014)03-0205-07

基于非共轴理论的各向异性砂土应变局部化分析

李学丰^{1,2}, 黄茂松², 钱建固²

(1. 宁夏大学固体力学研究所, 银川 750021; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘 要: 针对各向异性砂土应变局部化分析中本构模型存在的不足, 采用非共轴理论进行改进。传统塑性位势理论采用各向同性假设, 导致其模型不能描述非共轴特性和不能较好描述各向异性的不足, 为克服传统塑性位势理论的局限性, 引入非共轴塑性理论建立了砂土的三维非共轴临界状态各向异性本构模型。考虑微观组构张量和应力张量的几何关系, 改进模型即可描述主应力轴旋转条件下砂土材料状态的变化, 材料状态变化直接导致模型的硬化规律和剪胀性发生变化, 从而描述了原生各向异性的影响。非共轴修正后模型可以描述应力诱发各向异性和非共轴特性, 结合分叉理论模型可以对不同沉积角度随围压变化的应变局部化特性进行分析。Toyoura 砂的单剪试验和平面应变试验验证表明模型改进效果较好。

关键词: 非共轴; 砂土; 微观结构; 应变局部化; 各向异性

中图分类号: TU441.5 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.10.0771

STRAIN LOCALIZATION ANALYSIS OF ANISOTROPIC SANDS BASED ON NON-COAXIAL THEORY

LI Xue-feng^{1,2}, HUANG Mao-song², QIAN Jian-gu²

(1. Solid Mechanics Institute, Ningxia University, Yinchuan 750021, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Aiming at the shortage of strain localization analysis on anisotropic sand, a non-coaxial theory was employed to improve constitutive model. The isotropy assumption in traditional plastic potential theory caused deficiencies that constitutive model can not describe non-coaxial features and can not give a better description of stress-induced anisotropy. To overcome such deficiencies, a three-dimensional non-coaxial critical state constitutive model for anisotropy sand is proposed with introduction of non-coaxial plasticity theory. In the view of the geometric relationship of micro fabric and stress state, the improved model can describe variation of sand state under the principal stress axes rotation condition, while the dilatancy and hardening law of model is a function of sand state. After amended with non-coaxial plasticity theory, the model can describe the non-coaxial features and stress-induced anisotropy, and the model with bifurcation theory can analyze the strain localization of anisotropy sand under different deposition angle and confining pressure condition. The improved model is verified against the results of simple shear and plane strain tests for Toyoura sand.

Key words: non-coaxial; sand; microstructure; strain localization; anisotropy

岩土体中普遍存在应变局部化现象, 该现象是土体在特定应力条件下必然出现的材料特性, 往往伴随着应变软化, 也是土体失稳的重要特征和渐进

破坏的先兆, 因此倍受学术界、工程界的广泛关注^[1-5]; 另外, 岩土材料在受力过程中普遍存在着主应力轴的旋转, 在主应力轴旋转条件下土体表现

收稿日期: 2012-10-22; 修改日期: 2013-05-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(5168050); 宁夏自治区自然科学基金重点项目(NZ13001); 2013年宁夏自治区科技支撑项目; 国家杰出青年科学基金项目(50825803); 教育部重点实验室开放基金项目(TJ200126)

通讯作者: 李学丰(1976—), 男, 宁夏平罗人, 讲师, 博士, 主要从事岩土本构模型及其工程应用方面的研究(E-mail: lixuefeng1928@163.com).

作者简介: 黄茂松(1965—), 男, 浙江玉环人, 教授, 博士, 博导, 从事土力学及岩土工程方面的研究(E-mail: mshuang@tongji.edu.cn);

钱建固(1972—), 男, 安徽无为, 教授, 博士, 博导, 从事软土工程与本构理论研究(E-mail: qianjiangu@tongji.edu.cn).

出明显的非共轴特性和应力诱发各向异性, 它们对土体局部化变形影响显著; 同时, 砂土细观特性对其各向异性和应变局部化都有实质性影响。然而, 目前针对不同沉积角度各向异性砂土应变局部化现象描述甚为少见, 从细观角度对其进行解释更少。

众所周知, 砂土在自然形成过程中, 土颗粒受重力等因素的影响形成了一定空间排列结构, 细观上表现出显著的原生各向异性; 在非比例加载或者较大塑性变形的影响下, 由于主应力方向不断变化, 导致土体的细观组构发生演化, 表现出应力诱发各向异性, 加剧了土体应变局部化的复杂性。正是由于砂土各向异性的存在, 使得土体在主应力轴旋转等条件下会产生更大的塑性变形, 从而造成塑性应变的增量方向滞后于应力增量方向的发展, 这种现象被称为非共轴。

非共轴特性研究逐步形成了非共轴理论^[6-7], 该理论引入本构模型极大提高了应变局部化预测效果^[8-11]。因为, 基于传统塑性理论的模型在分叉分析中, 即使在主应力轴固定条件下也不能准确预测应变局部化发生, 甚至预测结果与试验趋势完全相反。所以, Rudnicki 等^[6]开始引入非共轴模型改进, 后来 Papamichos 等^[10]基于运动硬化准则、Hashiguchi 等^[10]基于次加载面模型、Huang 等^[8]引入非共轴修正改善了分叉预测, 得到了与试验趋势一致的结果。非共轴存在的根本原因是土体的各向异性, 现有模型几乎都是在非共轴修正基础上才能做较合理的分叉预测, 但是现有的修正模型仍然无法描述各向异性砂土的应变局部化。究其原因, 由于非共轴理论本质上考虑了应力率的屈服效应, 对砂土应力诱发各向异性有较好描述, 但无法描述原生各向异性对应变局部化的影响。

应变局部化预测强烈依赖于本构模型的描述。对于岩土材料的各向异性行为姚仰平等^[12-13]已开展了深入的本构理论研究。笔者等为了描述各向异性砂土应变局部化特性, 在砂土模型^[14]和各向异性破坏准则^[15]的基础上, 采用宏细观结合方法建立模型进行了各向异性砂土的应变局部化分析^[16]。由于建立的模型能够较好描述三轴条件下砂土细观特性对宏观各向异性屈服特性、剪胀性和强度的影响, 因此模型能够预测不同围压、不同沉积角度各向异性砂土应变局部化规律。但是该模型仍然采用各向同性假设的传统塑性理论建立, 而且没有考虑

应力诱发各向异性的影响, 由此存在一些不足, 实际模型预测也略偏离试验值^[16]。为此, 本文在笔者等研究^[16]基础上引入非共轴理论改善各向异性砂土局部化预测效果。首先, 针对采用传统位势理论建立模型存在的局限性, 引入非共轴理论对各向异性模型进行改进; 然后, 对 Toyoura 砂的单剪试验变形特性进行模拟, 分析非共轴普遍性和模型改进的必要性; 最后, 使用改进模型进行 Toyoura 砂的应变局部化分析, 验证改进效果。

1 基于非共轴临界状态理论的砂土各向异性模型

本文非共轴模型是在文献[16]中基于材料状态相关临界状态理论的各向异性本构模型基础上, 引入非共轴理论进行修正。模型详细介绍见文献[16], 这里只做简要介绍。由于单剪试验过程中主应力轴相对沉积面发生了旋转, 因此这里需要对主应力轴条件下各向异性对状态参数的影响做介绍。

1.1 主应力轴旋转条件下材料状态参数变化规律

根据 Been 等^[17]提出的状态参数 ψ , 参考 Li 等^[18]建议的表达式, 文献[16]定义了考虑各向异性影响的状态参数:

$$\psi(A) = e - [e_T - \lambda_c(p/p_a)^\zeta + tA] \quad (1)$$

式中: e 为当前孔隙比; e_T 、 λ_c 和 ζ 为材料常数, 是确定 $e-p$ 平面内临界状态线的材料参数, p 为当前平均有效应力, p_a 为大气压力; t 是模型参数, 由于各向异性的存在, t 主要受三个因素的影响, 即加载模式、各向异性程度和主应力相对土体组构旋转角的影响, 这个参数可以通过常规三轴压缩和三轴拉伸试验通过式(1)得到; A 为各向异性状态变量, 是笔者在文献[15]中定义一个新的状态变量:

$$A = \frac{\hat{\eta}}{M_{cs}g(\hat{\theta}_\sigma)} - \left(\frac{\hat{\eta}}{M_{cs}g(\hat{\theta}_\sigma)} \right)_0 \quad (2)$$

式中: M_{cs} 是临界状态应力比; $(\hat{\eta}/M_{cs}g(\hat{\theta}_\sigma))_0$ 是基准点, 该点的确定决定于模型参数采用的应力状态点; $\hat{\eta}$ 、 $\hat{\theta}_\sigma$ 是 Tobita^[19]定义组合张量的应力偏张量第二、第三不变量, 其表达式为: $\hat{\eta} = \sqrt{3\hat{r}_{ij}\hat{r}_{ij}}/2$, $\hat{\theta}_\sigma = -[\sin^{-1}(9\hat{r}_{ij}\hat{r}_{jk}\hat{r}_{ki}/2\hat{\eta}^3)]/3$, \hat{r}_{ij} 为组合偏应力比张量, 新各向异性状态变量的介绍见文献[15]。

状态参数 $\psi(A)$ 通过各向异性状态变量 A 的变化来描述主应力轴旋转条件下材料状态的变化。 A 是细观各向异性程度、应力状态和应力状态与组构

张量的几何关系三个因素的函数。考虑应力状态和组构张量的实际几何关系式(1)即可描述主应力轴旋转条件下砂土各向异性对材料状态的影响。

对于应力相对组构张量产生任意角度旋转后,其旋转后组构张量满足以下转换关系:

$$F_{ij} = C_{ki} C_{lj} F'_{kl} \quad (3)$$

式中: F'_{ij} 为组构张量; C_{ij} 为组构张量和主应力方向夹角余弦值形成的转换张量。组构张量^[20]为:

$$F'_{ij} = \frac{1}{3+a} \begin{pmatrix} 1-a & 0 & 0 \\ 0 & 1+a & 0 \\ 0 & 0 & 1+a \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中, a 为各向异性细观参量, 它的大小为土颗粒方向和参考面方向各向异性的程度, 其取值范围为 $[0,1]$ 。当 $a=0$ 时, 土体为各向同性; 当 $a \neq 0$ 时, 土体为各向异性; 当 $a=1$ 时, 所有颗粒的方向与横观各向同性面垂直。

式(3)中转换张量 C_{ij} 的表达式为:

$$(C) = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \quad (5)$$

坐标旋转中 C_{ij} 必须满足正交条件, 即:

$$C_{ik} C_{jk} = C_{kl} C_{kj} = \delta_{ij} \quad (6)$$

张量转换关系的几何意义见图 1 所示。对于图中正交坐标系的组构张量的任意旋转关系, 都可以通过三次绕三个组构张量主方向旋转得到。一般试验往往都是绕着一个固定方向旋转, 如图 2 所示, 单剪和空心圆柱试验过程中主应力旋转就可以用这种情况描述, 式(5)描述的转换关系式为:

$$(C) = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 0 \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

图 1 中任意旋转角度往往都是通过图 2 这种绕一个固定轴通过三次旋转得到, 三次正交组构张量旋转的转换张量关系为:

$$(C) = (C)_I (C)_{II} (C)_{III} \quad (8)$$

式中, $(C)_I$ 、 $(C)_{II}$ 和 $(C)_{III}$ 为三次旋转的转换张量。

通过主应力旋转条件下主应力和组构的几何关系的变化就可以描述该条件下状态参数的变化。图 3 为各向异性状态变量在不同各向异性条件下主应力轴在 $(0^\circ, 180^\circ)$ 范围内旋转时各向异性状态变量的变化关系。图中 $M_f=1.25$, 罗德角插值函数中 $c=0.7$, 中主应力系数 $b=0$ 。图中只描述了一

个旋转角变化的情况, 从图 3 中可以看出, 当各向异性参量 $a=0$ 时, 材料为各向同性, $A \equiv 0$, 主应力轴的旋转不会造成各向异性状态变量的变化, 当 $a \neq 0$ 时, 各向异性状态变量发生变化, 状态变量 A 的变化直接导致式(1)表示的材料参数的变化, 各向异性程度越大其变化越明显。因此, 理论上如果式(4)中的各向异性状态参量 a 已知, 那么式(1)就可以定量描述主应力轴旋转条件下砂土细观各向异性对砂土材料状态的影响规律。

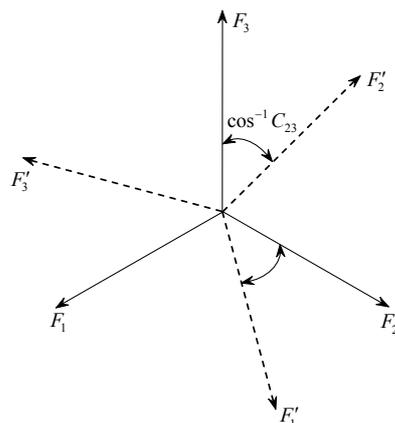


图 1 组构转换的几何关系

Fig.1 The geometric illustration of fabric conversion

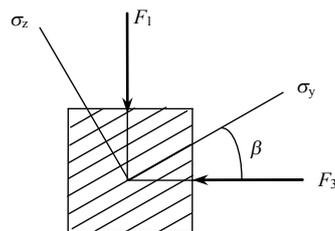


图 2 主应力方向与组构的关系

Fig.2 Geometry of the problem

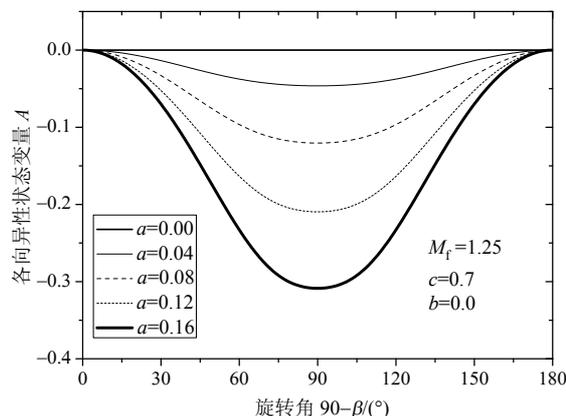


图 3 各向异性状态变量和旋转角的关系

Fig.3 Anisotropic state variable vs rotation angle

1.2 屈服面

屈服面采用如下形式:

$$f = q - M \cdot g(\theta_\sigma) \cdot p = 0 \quad (1)$$

式中： M 为硬化内变量； $g(\theta_\sigma)$ 为罗德角的插值函数，主要考虑中主应力系数的影响，本文采用William等^[21]建议的椭圆形插值函数：

$$g(\theta_\sigma) = \left[2(1-c^2) \cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta_\sigma\right) + (2c-1) \sqrt{4(1-c^2) \cos^2\left(\frac{\pi}{6} + \theta_\sigma\right) + c(5c-4)} \right] / \left[4(1-c^2) \cos^2\left(\frac{\pi}{6} + \theta_\sigma\right) + (2c-1)^2 \right] \quad (10)$$

式中， $c = M_e / M_c$ 、 M_c 、 M_e 分别为三轴压缩和三轴拉伸时峰值应力比的比值。

1.3 硬化规律

硬化规则采用增量双曲线形式^[22]，即：

$$d\varepsilon_s^p = \frac{pM}{h_s G(M_p - M)} dM \quad (11)$$

式中： G 为弹性剪切模量； h_s 为模型参数，取值可用 $h_s = (h_1 - h_2 e)$ 得到， h_1 和 h_2 为模型常数； M_p 为峰值应力比，受状态参数的影响，其表达式为：

$$M_p = M_{cs} g(\theta_\sigma) e^{-k_p \psi(A)} \quad (12)$$

式中： $\psi(A)$ 为式(1)描述的状态参数； k_p 是模型参数。从式(12)可以看出峰值应力比不是一个常数，是各向异性状态变量的函数，因此硬化规律在主应力轴旋转条件下随各向异性变量 A 的变化而变化。

1.4 剪胀性

对于剪胀性，采用了Gajo等^[23]提出的方程并考虑各向异性的影响，将方程修正为：

$$D = d_0 [M_{cs} g(\theta) + \eta] [M_d - \eta] \quad (13)$$

式中： d_0 为模型参数； M_d 为状态转换应力比， $M_d = M_{cs} g(\theta_\sigma) e^{-k_d \psi(A)}$ ， k_d 模型参数；同样从式(1)可以看出状态转换应力比也不是一个常量，而是各向异性状态变量的函数； $\psi(A) > 0$ 表示砂土当前处于松散状态，受荷时发生剪缩，如果 $\psi(A) < 0$ 表示砂土当前处于密实状态，受荷发生剪胀现象，因此，各向异性状态参数 $\psi(A)$ 非常直观地将砂土当前状态进行了量化，同时也将主应力轴旋转条件下各向异性的影响进行了量化。

综上所述，当各向异性状态变量引入本构模型之后，材料状态相关的概念将被扩展，它不但是材料的当前孔隙比、围压和临界状态的函数，而且是各向异性状态变量的函数，同时硬化规律和剪胀性

方程也成了各向异性状态变量的函数。因此，模型通过状态变量也将各向异性的影响进行量化。

本文模拟试验涉及沿组构不同方向加载，在接近破坏状态会造成砂土细观颗粒特性产生变化，表现出应力诱发各向异性，同时还会造成应变增量方向滞后于应力增量分析发展，表现出非共轴特性。然而，由于组构细观演化的试验规律很少见，本文建立的模型也没有考虑组构的细观演化，不能描述应力诱发各向异性，模型在传统塑性位势理论的基础上建立，更无法对各向异性造成的非共轴特性进行描述，因此基于文献[16]的模拟分析，本文采用非共轴理论对模型进行修正，进而改进模拟效果。

1.5 非共轴理论修正

据非共轴塑性理论，总应变率 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 可分解为弹性部分、共轴塑性部分以及非共轴塑性部分，即：

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{cp} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{np} \quad (14)$$

式(14)中共轴塑性应变率 $\dot{\varepsilon}_{ij}^{cp}$ 可通过经典弹塑性理论中的流动法则得到，而该式的非共轴塑性应变率 $\dot{\varepsilon}_{ij}^{np}$ 可表示为^[7-8,24]：

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{np} = \frac{1}{H_t} \hat{s}_{ij}^n = \frac{1}{H_t} \left(\hat{s}_{ij} - \frac{\dot{s}_{kl} s_{kl}}{s_{mn} s_{mn}} - \frac{\dot{s}_{kl} s_{kl}}{s_{mn} s_{mn}} S_{ij} \right) \quad (15)$$

式中： \hat{s}_{ij}^n 为非共轴应力率；上标“ \wedge ”表示Jaumann应力率； H_t 为非共轴塑性硬化模量，当 $H_t = \infty$ 时为共轴塑性理论； $S_{ij} = s_{ik} s_{kj} - 2J_2 \delta_{ij} / 3 - 3J_3 s_{ij} / J_2 / 2$ 。经过简单的推导，可得到增量应力应变关系：

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^{ep} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (16)$$

式中， D_{ijkl}^{ep} 为非共轴弹塑性模量张量，其表达式为：

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{ijkl}^e - D_{ijmn}^e \cdot \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{st}} + \frac{H_t}{H_t + 2G} C_{mnst}^{np} \right) D_{stkl}^e \quad (17)$$

式中： D_{ijkl}^e 为弹性刚度张量； H_p 为共轴塑性硬化模量； C_{ijkl}^{np} 为纯非共轴塑性柔度张量； F 、 Q 分别为模型屈服函数和塑性势函数：

$$C_{ijkl}^{np} = \frac{1}{H_t} \left(\frac{\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}}{2} - \frac{\delta_{kl} \delta_{ij}}{\delta_{mn} \delta_{mn}} - \frac{s_{ij} s_{kl}}{s_{mn} s_{mn}} - \frac{S_{ij} S_{kl}}{s_{mn} s_{mn}} \right) \quad (18)$$

2 应变局部化判别准则

笔者等^[1]推导了真三维应力状态下考虑有限变形的应变局部化产生的判别条件:

$$\det \left[n_j D_{ijkl}^{ep} n_l - \frac{1}{2} (\sigma_{ik} + \sigma_{jk} n_j n_i - \sigma_{ij} n_j n_k - \sigma_{jl} \delta_{ik} n_j n) \right] = 0 \quad (2)$$

式中: n_i 表示剪切带的单位法线矢量; D_{ijkl}^{ep} 为弹塑性刚度张量; σ_{ij} 为当前应力张量。基于小变形理论平面应变条件下剪切带的计算公式见文献[16]。

3 Toyoura 砂试验验证与分析

3.1 模型参数

模型参数和文献[16]取值一致, 见表 1。文献[16]采用 Toyoura 砂细观定量分析结果对各向异性参数 a 进行了确定, 并采用多组围压和孔隙比三轴试验结果进行了模型验证, 详见文献[16]。本文非共轴模型参数 H_1 取值, 参考钱建固等^[7]和 Huang 等^[8]非共轴特性的研究成果, 确定为 $H_1=3100\text{MPa}$ 。

表 1 计算中采用的模型参数

Table 1 Model parameters used in calculation

弹性参数	临界状态参数	硬化参数	剪胀参数	各向异性参数
$G_0=125$	$M_{cs}=1.25$	$h_1=3.45$	$d_0=0.88$	$a=0.12$
$\nu=0.25$	$e_r=0.934$	$h_2=3.34$	$k_d=3.5$	$c=0.7$
$\lambda_c=0.019$	$k_p=1.2$			

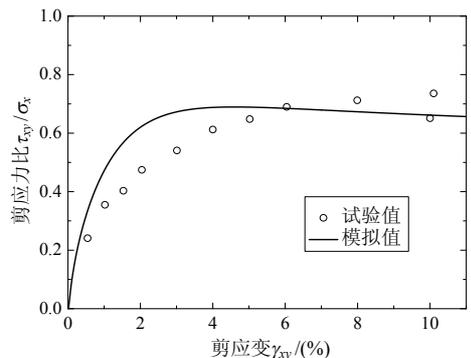
3.2 Toyoura 砂单剪试验模拟

选用 Matsuoka 等^[25]的 Toyoura 砂单剪试验结果进行模拟验证, 试验的初始孔隙比为 $e=0.78$ 。

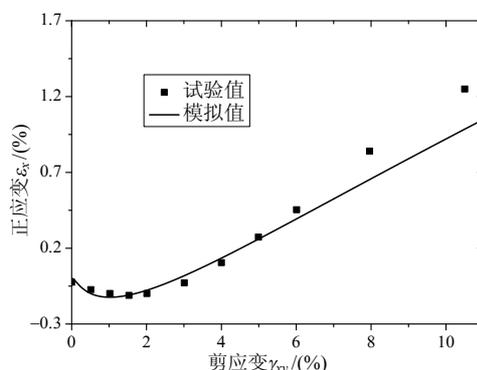
图 5 为 Toyoura 砂单剪试验结果和本文的非共轴模型模拟结果的对比。根据单剪试验过程中主应力轴相对材料沉积面角度不断旋转的特点, 当试样为各向异性时, 模拟时需要考虑这个特点。本文的模型可以根据单剪试验主应力轴的角度变化规律, 保持结构张量和主应力轴的几何关系与单剪试验过程中主应力轴旋转关系一致, 这样就可对单剪试验的实际变化规律进行描述。这是本文模型描述单剪试验的最大特点。根据 Toyoura 砂试验结果, 可以得出当主应力轴相对砂土沉积面角度不断增大时, 砂土强度会降低, 剪胀特性减小, 减缩特性增强, 图 5(a)、图 5(b)模拟结果能够较好接近试验结果。

图 5(c)为 Toyoura 砂单剪试验的非共轴特性模拟。图中给出了非共轴修正模型模拟的大主应力方向、大主应力增量方向和大主应变的增量方向, 对

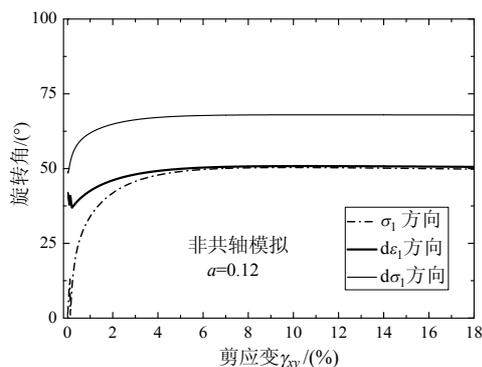
于传统塑性理论由于采用各向同性假设, 图中的三个方向和主应力方向一致, 然而图中模型模拟表现出明显的非共轴特性, 主应力增量方向远远落后于主应变增量的发展, 并且表现了不同的规律。尽管试验没有测定三个增量方向的试验值, 但是根据铝棒堆积体单剪试验以及 Roscoe 等^[26]许多砂土单剪试验结果, 图中的模拟符合单剪试验的非共轴特性。



(a) 剪应力和剪应变



(b) 剪应力和体变



(c) 非共轴模型

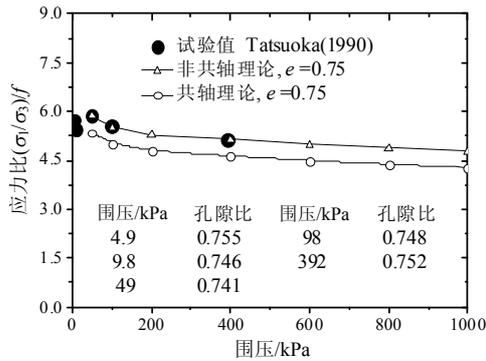
图 5 应力-应变关系模拟

Fig.5 Simulation of stress-strain relations

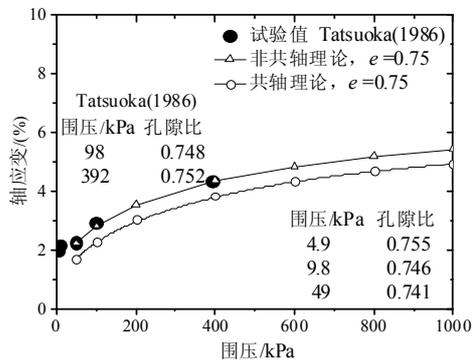
3.3 各向异性砂土应变局部化分析

为对比共轴模型和非共轴模型模拟效果, 本文模型参数和与文献[16]中参数取值相同, 而且单剪试验和应变局部化模拟参数也相同。图 6 是 Tatsuoka 等^[2]同一孔隙比、同一沉积角度的峰值应

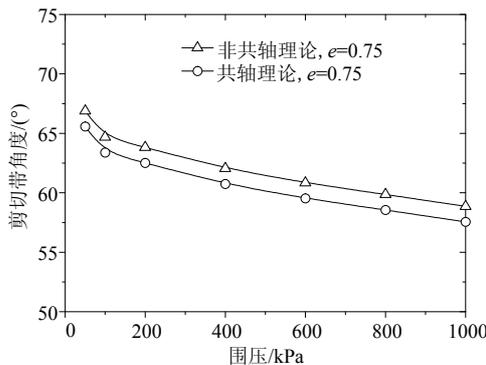
力比和分叉点轴向应变随围压变化的试验值。试验采用五种围压，初始孔隙比控制在 0.75，沉积面角度为 $\beta = 90^\circ$ 。图中非共轴模型模拟明显好于共轴模型。试验缺少剪切带角度的试验值，图 6(c)只给出模型模拟结果。



(a) 峰值应力比



(b) 轴向应变



(c) 剪切带角度

图 6 分叉时应力比、轴向应变和剪切带随围压的变化

Fig.6 Stress ratio, axial strain and inclination angle with confining pressure at the inception of shear band

图 7 为 Tatsuoka 等^[2]同一孔隙比、同一沉积角度的剪切带角度随围压变化的试验值。试验采用三种围压，孔隙比控制在 0.71，沉积面角度为 $\beta = 90^\circ$ 。从图 6 和图 7 可以看出共轴理论整体上能够反映随围压变化分叉点变形和强度试验规律，但预测不够准确，然而采用非共轴各向异性模型结合分叉理论

的模拟效果明显改善，模拟值与试验值非常接近。

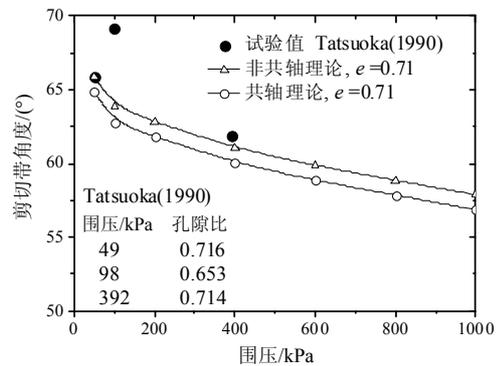


图 7 剪切带角度与围压的关系

Fig.7 The relationship between initial confining pressure and inclination angle of shear band

图 8 为 Oda 等^[27]针对 Toyoura 砂的平面应变排水试验峰值应力比的结果。试验孔隙比控制在 0.66~0.68，分别采用 4 种围压，7 个沉积面角度，试验对砂土颗粒细观排列进行了分析。图 9 采用了非共轴理论模型进行了模拟，模拟时沉积面角度分别为： 0° 、 30° 、 45° 、 60° 和 90° ，比较图 8 和图 9 可见模型能够较好模拟不同沉积面角度不同围压下的砂土的强度变化规律，即沉积角度为 90° 时强度最高，沉积角度为 30° 时强度最低。

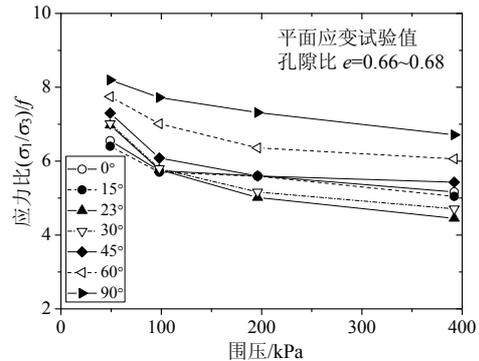


图 8 应力比随围压变化的试验结果

Fig.8 Test results of stress ratio at different confining pressures

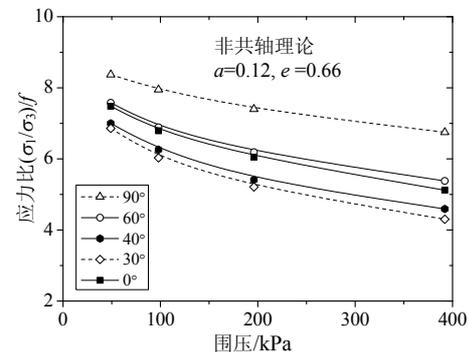


图 9 应力比随围压变化的模拟

Fig.9 Simulation of stress ratio at different confining pressures

综上所述,改进模型能够描述 Toyoura 砂单剪试验整个过程,考虑砂土细观组构和应力状态的几何关系模型可以描述单剪试验主应力轴旋转条件下材料状态的变化,非共轴修正可以对其变形特性进行描述;改进前后的各向异性砂土应变局部化分析表明:改进后模型能够克服传统塑性理论存在的不足,达到改进目的。

4 结论

应变局部化的理论预测强烈依赖于本构模型。尽管采用宏细观结合的方法建立的模拟能够描述各向异性砂土的应变局部化规律,但模型主要描述了砂土的原生各向异性,不能描述应力诱发各向异性,因此存在一定的局限性。本文针对各向异性砂土应变局部化分析中存在的不足进行了改进。

引入非共轴理论建立了三维非共轴临界状态理论砂土的各向异性模型。模型可以描述更广的砂土特性,例如:可以描述应力诱发各向异性 and 主应力轴旋转造成的土体的非共轴变形特性等。通过 Toyoura 砂单剪试验模拟表明:模型可以较好描述单剪过程中由于主应力发生旋转造成的非共轴特性,克服了基于各向同性假设的传统塑性位势理论建立模型存在的不足。

采用多组不同沉积角度 Toyoura 砂平面应变试验结果,用改进前后的模型进行了应变局部化分析,结果表明模型达到了改进的效果。同时也表明在目前缺乏细观组构试验演化规律情况下引入非共轴模型进行应变局部化分析的必要性。

参考文献:

- [1] 钱建固,黄茂松. 土体应变局部化的理论解析[J]. 岩土力学, 2005, 26(3): 432—437.
Qian Jiangu, Huang Maosong. An analytical solution for criterion of onset of strain localization of soils [J]. Rock and soil Mechanics, 2005, 26(3): 432—437. (in Chinese)
- [2] Tatsuoka F, Nakamura S, Huang C C, Tani K. Strength anisotropy and shear band direction in plane strain tests of sand [J]. Soils and Foundations, 1990, 30(1): 35—54.
- [3] 蔡正银,李相菘. 取决于材料状态的变形局部化现象[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(4): 533—538.
Cai Zhengyin, Li Xiangsong. State-dependent strain localization [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(4): 533—538. (in Chinese)
- [4] 黄茂松,钱建固. 平面应变条件下饱和土体分叉后的力学性状[J]. 工程力学, 2005, 22(1): 48—53.
Huang Maosong, Qian Jiangu. Post-bifurcation response of saturated soils under plane strain conditions [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(1): 48—53. (in Chinese)
- [5] 解兆谦,张洪武,陈飙松. 基于参变量变分原理的三维 Cosserat 体模型弹塑性分析与应变局部化模拟[J]. 工程力学, 2012, 29(12): 370—384.
Xie Zhaoqian, Zhang Hongwu, Chen Biaosong. Parametric variational principle based elastic-plastic analysis and strain localization simulation of 3D cosserat continuum model [J]. Chinese Journal of Engineering Mechanics, 2012, 29(12): 370—384. (in Chinese)
- [6] Rudnickii J W, Rice J R. Conditions for localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1975, 23(6): 371—394.
- [7] 钱建固,黄茂松. 复杂应力状态下岩土体的非共轴塑性流动理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(6): 1259—1264.
Qian Jiangu, Huang Maosong. Non-coaxial plastic flow theory in multi-dimensional stress state [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(6): 1259—1264. (in Chinese)
- [8] Huang Maosong, Lü Xilin, Qian Jiangu. Non-coaxial elasto-plasticity model and bifurcation prediction of shear banding in sands [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, 34(9): 906—919.
- [9] 黄茂松,扈萍,钱建固. 基于材料状态相关砂土临界状态理论的应变局部化分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(8): 1133—1139.
Huang Maosong, Hu Ping, Qian Jiangu. Strain localization of sand based on a state-dependent critical state model [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(8): 1133—1139. (in Chinese)
- [10] Papamichos E, Vardoulakis I. Shear band formation in sand according to non-coaxial plasticity model [J]. Geotechnique, 1995, 45(4): 649—661.
- [11] Hashiguchi K, Tsutsumi S. Shear band formation analysis in soils by the subloading surface model with tangential stress rate effect [J]. International Journal of Plasticity, 2003, 19(10): 1651—1677.
- [12] Yao Y P, Kong Y X. Extended UH model: Three-dimensional unified hardening model for anisotropic clays [J]. Journal of Engineering Mechanics ASCE, 2012, 138(7): 853—866.
- [13] 姚仰平,孔玉侠. 横观各向同性土强度与破坏准则的研究[J]. 水利学报, 2012, 43(1): 43—50.
Yao Yangping, Kong Yuxia. Study on strength and failure criterion of cross-anisotropic soil [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, 43(1): 43—50. (in Chinese)

(参考文献[14]—[27]转第246页)

- Vibration, 1979 64(3), 371—378.
- [12] Gordon C. K. Yeh. Forced vibration of a tow degree of freedom system with combined coulomb and viscous damping [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1966, 39: 14—24
- [13] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学——振动、冲击、噪声[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 15—17.
Li Runfang, Wang Jianjun. Dynamics of gearing systems: vibration, shock and noise [M]. Beijing: Science Press, 1997: 15—17. (in Chinese)
- [14] 张雄, 王天舒. 计算动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007: 140—207.
Zhang Xiong, Wang Tianshu. Computational dynamics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007: 140—207. (in Chinese)
- [15] 刘延柱, 陈立群. 非线性振动[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003: 57—123.
Liu Yanzhu, Chen Liqun. Nonlinear vibration [M]. Beijing: Higher Education Press, 2003: 57—123. (in Chinese)

(上接第 211 页)

- [14] 黄茂松, 李学丰, 贾苍琴. 基于材料状态相关理论的砂土双屈服面模型[J]. 岩土工程学报, 2010, 31(11): 1764—1771.
Huang Maosong, Li Xuefeng, Jia Cangqin. A double yield surface constitutive model for sand based on state-dependent critical state theory [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 31(11): 1764—1771. (in Chinese).
- [15] 李学丰, 黄茂松, 钱建固. 宏观观结合的砂土各向异性破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(9): 1885—1892.
Li Xuefeng, Huang Maosong, Qian Jiangu. Failure criterion of anisotropic sand with the method of macro-micro incorporation [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(9): 1885—1892. (in Chinese)
- [16] 黄茂松, 李学丰, 钱建固. 各向异性砂土的应变局部化分析[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(10): 1885—1892.
Huang Maosong, Li Xuefeng, Qian Jiangu. On Strain localization of anisotropic sands [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(10): 1885—1892. (in Chinese)
- [17] Been K, Jefferies M G. A state parameter for sands [J]. Geotechnique, 1985, 35(2): 99—112.
- [18] Li X S, Wang Y. Linear representation of steady-state line for sand [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1998, 124(12): 1215—1217.
- [19] Tobita Y. Contact tensor in constitutive model for granular materials [C]// Proc., U.S.-Japan seminar on micromechanics of granular materials, Sendai-Zao, Japan, Satake M, Jenkins J, eds, Elsevier, New York, 1988: 263—270.
- [20] Oda M. Fabric tensor and its geometrical meaning [C]// Introduction to mechanics of granular materials, M. Oda and K. Iwashita, eds, A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1999: 27—35.
- [21] William K J, Warnke E P. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete [J]. International Association for Bridge and Structure Engineering Proceedings, Bergamo, Italy, 1975, 19(Section III): 117—131.
- [22] Li X S, Dafalias Y F. Dilatancy for cohesionless soils [J]. Geotechnique, 2000, 50(4): 449—460.
- [23] Gajo A, Muir Wood D. A kinematic hardening constitutive model for sands: the multiaxial formulation [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1999, 23(9/10): 925—965.
- [24] Qian J G, Yang J, Huang M S. Three-dimensional noncoaxial plasticity modeling of shear band formation in geomaterials [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2008, 134(4): 322—329.
- [25] Matsuoka H, Sakakibara K. A constitutive model for sands and clays evaluating principal stress rotation [J]. Soils and Foundations, 1987, 27(4): 73—89.
- [26] Roscoe K H, Bassett R H, Cole E R. Principal axes observed during simple shear of a sand [C]. Proceedings of the Geotechnical Conference, Oslo, 1967: 231—237.
- [27] Oda M, Koishikawa I, Higuchi T. Experimental study on anisotropic shear strength of sand by plane strain test [J]. Soils and Foundations, 1978, 18(1): 25—38.