

破碎岩体非等温渗流的非线性动力学研究¹⁾

李顺才^{*,†,2)} 缪协兴[†] 陈占清[†] 茅献彪[†]

^{*}(徐州师范大学机电工程学院, 徐州 221116)

[†](中国矿业大学, 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 徐州 221008)

摘要 分别从固体及流体导热的能量方程出发, 导出破碎岩体非等温渗流的能量本构方程, 结合渗流的连续性方程、运动方程、状态方程等建立了破碎岩体非等温渗流的一维非线性动力学方程组; 结合 Mathcad 软件计算得到了系统的无量纲化平衡态, 利用逐次亚松弛迭代法分析了对应于不同参数时平衡态的稳定性; 指出非等温渗流系统存在鞍结分岔及折叠突变, 与等温渗流相比, 考虑温度场的破碎岩体渗流动力系统更容易发生渗流突变.

关键词 破碎岩体, 非等温渗流, 平衡态, 稳定性, 鞍结分岔, 突变

中图分类号: O357.3, O317.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2010)04-0652-08

引 言

非等温渗流是同时考虑温度场和渗流场的渗流.

在石油开采、地热开发、煤层气开采、核废料余热的地下贮存以及机械和化工等部门都存在一些不能忽略温度场的渗流问题, 有关这方面的研究日益引起人们的重视. 目前, 关于温度场与渗流场或应力场之间的耦合研究比较多^[1-3], 在工程实践中也得到了较好的应用^[4-6], 但国内外这方面的热点主要是基于连续介质或等效连续介质模型以及基于裂隙网络非连续介质模型的裂隙岩体渗流场与温度场耦合作用研究^[7-9]或温度场-渗流场-应力场 (THM) 的三场耦合研究, 如 Noorishad 等^[10]提出了饱和裂隙岩体的 THM 基本方程式; Bower 等^[11]提出并完善了裂隙岩体的 THM 三场耦合的有限元解法等, 而破碎岩体这种散体介质中的渗流与上述裂隙岩体及致密岩体中的渗流显著不同. 工程中的破碎岩体大致可分为两类^[12], 一类是受构造及采动作用破碎后仍处于原来位置的原位破碎岩体 (如巷道开挖后周围的松动圈岩体、断层破碎带等), 一类是因工程开挖而破碎冒落并在高压作用下可再次压实的堆积破碎岩体 (如采矿中因采动作用而冒落的上覆岩层堆积体). 破碎岩体具有孔隙度大、渗透率高等特点, 其渗透率比完整岩体大一至数个量级. 破碎岩体中水或气体的渗流为非 Darcy 渗流, 由粒

径为 5~25 mm 的破碎岩石渗透试验表明^[13], 渗流稳定时压力梯度与渗流速度之间可用二次多项式拟合: $\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\mu}{k}v - bv^2$, 其中二次项是对线性项 $-\frac{\mu}{k}v$ 的修正, 系数 b 称之为 Darcy 流偏离因子. 深部破碎岩体赋存于具有高地应力、高地温、高岩溶水压及易受采矿扰动的“三高一扰动”的特殊物理环境, 所属的力学系统是一个应力场、温度场、渗流场相互影响的复杂的非线性动力学系统^[14]. 若应力场相对稳定, 可先不考虑应力场的影响, 而只进行温度场和渗流场耦合的非线性动力学研究.

非线性动力学的理论和方法已渗透到自然科学、工程技术的许多领域, 但在岩石渗流中的应用还刚刚起步, 这方面的研究主要是围绕多孔介质热对流的分岔和混沌特性展开的. 研究的内容围绕如下两个问题: 参数变化引起的分岔过程和机理及稳定性分析; 其次, 也研究几何尺寸的影响以及流动模式的转换等^[15]. 目前, 岩石多孔介质渗流动力学研究主要集中在两个方面^[16-17]: 一是基于线性 Darcy 定律的渗流动力学研究; 一是基于自然对流及强迫对流、扩散对流的非 Darcy 渗流场与温度场的耦合动力学研究成果却很少. 本文在这方面进行些粗浅尝试, 采用非线性科学中的分岔及突变理论研究破碎岩体中非等温渗流失稳的动力学机理.

2008-12-12 收到第 1 稿, 2010-05-07 收到修改稿.

1) 国家重点基础研究发展计划项目 (2007CB209400), 国家自然科学基金重点项目 (50634050) 和国家自然科学基金项目 (50974107, 50974115) 资助.

2) E-mail: zslsc@263.net

1 破碎岩体非等温渗流的非线性动力学方程组

分别从固体及流体导热的能量方程 [16,18] 出发, 给出破碎岩体非等温渗流的能量方程 [13].

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)T = \alpha_t \nabla^2 T \quad (1)$$

式中, $\sigma = \frac{(\rho C_p)_t}{(\rho C_p)_f}$ 为热容比, $(\rho C_p)_t = \phi(\rho C_p)_f + (1 - \phi)(\rho C_p)_s$ 为总热容, $(\rho C_p)_f, (\rho C_p)_s$ 分别为流体和固体的热容; $\alpha_t = \frac{k_t}{(\rho C_p)_f}$ 为总的热扩散系数 (也称导温系数), $k_t = \phi k_f + (1 - \phi)k_s$ 为总的热传导系数, k_s 为岩石的热传导系数, k_f 为流体的热传导系数, ϕ 为破碎岩体的孔隙度; T 为流体温度; \mathbf{v} 为流体的渗流速度.

利用流体的连续性方程、运动方程、状态方程, 可得到一维渗流场与温度场相互作用时的动力学方程组 [13], 在运动方程中使用 Boussinesq 近似, 各方程中略去高阶小量, 得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{\beta_T}{c_t} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{\phi_0 c_t} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\alpha_t}{\sigma} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{v}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0 c_a} \left\{ \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{k} v + b v^2 + \rho_0 g [1 - \beta_T (T - T_0)] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中, c_a 为加速度系数 [16]; b 为 Darcy 流偏离因子 [13]; p 为孔隙流体压力; μ 为流体的动力黏度; k 为破碎岩石的渗透率; ϕ_0 和 ρ_0 分别为参考压力 p_0 、参考温度 T_0 对应的孔隙率和质量密度; $c_t = c_\phi + c_f$; 称为综合压缩系数 [16], c_f 为流体的等温压缩系数, c_ϕ 为孔隙压缩系数.

设破碎岩体的堆积高度为 H , 图 1 为其渗流示意图. 系统的初始条件及边界条件如下:

渗流场: $p|_{t=0} = p_0 \left(1 - \frac{x}{H}\right), v|_{t=0} = v_0,$
 $p|_{x=0} = p_1, p|_{x=H} = p_2.$

温度场: 上下两边界定温, 设初始温度场分布满足

$$T|_{t=0} = T_{01} + \frac{T_{02} - T_{01}}{H} x + \frac{T_0}{10 H} \left(1 - \frac{x}{H}\right)$$

$$T|_{x=0} = T_1, \quad T|_{x=H} = T_2$$

其中, T_0 为参考温度; T_{01}, T_{02} 分别为上、下边界的初始温度.

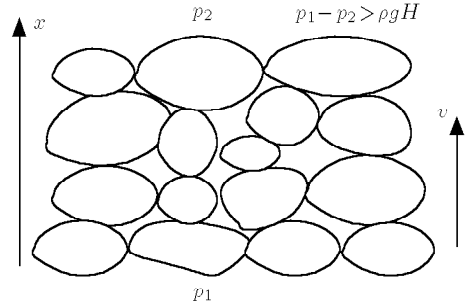


图 1 破碎岩体渗流示意图

Fig.1 Schematic diagram of the flow in broken rock

2 系统的平衡态

对方程组 (2) 进行无量纲变换, 令

$$\left. \begin{aligned} \bar{p} &= \frac{p}{p_0}, \quad \bar{x} = \frac{x}{H}, \quad \bar{v} = \frac{v}{\mu/kb} \\ \bar{t} &= \frac{t}{bkH/\mu}, \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{t}} &= -b_1 \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + b_2 \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} &= -a_1 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} - a_2 \bar{v} - a_3 \bar{v}^2 - a_4 [1 - \beta_T T_0 (\bar{T} - 1)] \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} &= c_1 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} - c_2 \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中

$$b_1 = \frac{1}{p_0 \phi_0 c_t}, \quad b_2 = \frac{\beta_T T_0}{c_t p_0}$$

$$a_1 = \frac{p_0}{c_a \rho_0} \left(\frac{kb}{\mu}\right)^2, \quad a_2 = \frac{bH}{c_a \rho_0}$$

$$a_3 = a_2, \quad a_4 = \left(\frac{kb}{\mu}\right)^2 \cdot \frac{H \cdot g}{c_a}$$

$$c_1 = \frac{\alpha_t kb}{\sigma \mu}, \quad c_2 = \frac{1}{\sigma}$$

无量纲化后系统的平衡态 $(\bar{p}_s, \bar{v}_s, \bar{T}_s)$ 满足 $\frac{\partial \bar{p}_s}{\partial \bar{t}} = 0,$
 $\frac{\partial \bar{v}_s}{\partial \bar{t}} = 0, \frac{\partial \bar{T}_s}{\partial \bar{t}} = 0,$ 则平衡时, 由式 (4) 的第 1 式知 \bar{v}_s 是一个与 \bar{x} 无关的量, 由第 3 式得到平衡时的温度

$$\bar{T}_s = A e^{B \bar{x}} + C \quad (5)$$

其中, $A = \frac{T_1 - T_2}{T_0 (1 - e^{\frac{c_2}{c_1} \bar{v}_s})}, B = \frac{c_2 \bar{v}_s}{c_1}, C =$

$\frac{T_2 - T_1 e^{\frac{c_2}{c_1} \bar{v}_s}}{T_0 (1 - e^{\frac{c_2}{c_1} \bar{v}_s})},$ 都与平衡时的 \bar{v}_s 有关.

由式 (4) 中第 2 式对 \bar{x} 积分, 并由边界条件 $\bar{p}_s|_{\bar{x}=0} = \frac{p_1}{p_0}$, $\bar{p}_s|_{\bar{x}=1} = \frac{p_2}{p_0}$, 得到积分常数, 可进一步得到渗流速度及孔隙压力平衡态满足方程

$$F(\bar{v}_s) = (a_2\bar{v}_s + a_3\bar{v}_s^2 + a_4) + a_4\beta_T T_0 \left[\frac{A}{B}(1 - e^B) - (C - 1) \right] - a_1 \frac{p_1 - p_2}{p_0} = 0 \tag{6}$$

$$a_1\bar{p}_s = -(a_2\bar{v}_s + a_3\bar{v}_s^2 + a_4)\bar{x} + a_4\beta_T T_0 \left[\frac{A}{B}e^{b\bar{x}} + (C - 1)\bar{x} \right] + a_1 \frac{p_1}{p_0} - a_4\beta_T T_0 \frac{A}{B} \tag{7}$$

由式 (4) 确定的微分动力系统的控制参量很多, 为了简化分析, 只考虑 Darcy 流偏离因子 b 对系统结构稳定性的影响, 而将其他参量固定.

采用有限差分算法计算系统的动力学响应, 设温度边界条件为 $T_1 = 308\text{ K}$, $T_2 = 296\text{ K}$. 初始温度 $T_{01} = 303\text{ K}$, $T_{02} = 292\text{ K}$. 边界孔压 $p_1 = 0.6\text{ MPa}$, $p_2 = 0.2\text{ MPa}$, 破碎岩体在参考压力 $p_0 = 0.3\text{ MPa}$ 及参考温度 $T_0 = 293\text{ K}$ 的初始孔隙度为 $\phi_0 = 0.32$, $k = 0.5 \times 10^{-13}\text{ m}^2$, $c_a = 9.46 \times 10^9$, $c_f = 4.75 \times 10^{-10}\text{ Pa}\cdot\text{s}$, $c_\phi = 2.02 \times 10^{-9}\text{ Pa}^{-1}$, $H = 5\text{ m}$. 已知 $T_0 = 293\text{ K}$ 时, 流体导热系数 $k_f = 0.598\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, 质量密度 $\rho_f = 998\text{ kg}/\text{m}^3$, 定压比热 $(C_p)_f = 4183\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, 黏度 $\mu = 1.01 \times 10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$, 温度膨胀系数 $\beta_T = 1.82 \times 10^{-4}\text{ K}^{-1}$. 岩块: 导热系数 $k_s = 3.17\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, 质量密度 $\rho_s = 2473\text{ kg}/\text{m}^3$, 定压比热 $(C_p)_s = 998\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. 当边界温度 $T = 35^\circ\text{C}$ 时, 流体导热系数 $k_f = 0.6252\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, 质量密度 $\rho_f = 994\text{ kg}/\text{m}^3$, 定压比热 $(C_p)_f = 4174\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, 温度膨胀系数 $\beta_T = 3.535 \times 10^{-4}\text{ K}^{-1}$, 黏度 $\mu = 7.3 \times 10^{-4}\text{ Pa}\cdot\text{s}$. 岩块: 导热系数 $k_s = 3.07\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, 定压比热 $(C_p)_s = 1042\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $\Delta\bar{x} = 0.1$ (这里把堆积岩体高度划分 10 等分). 于是能量方程 (1) 中

$$k_t = \phi k_f + (1 - \phi)k_s = 2.2877\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\alpha_t = \frac{k_t}{(\rho C_p)_f} = 5.5138 \times 10^{-7}\text{ m}^2/\text{s}$$

$$(\rho C_p)_t = \phi(\rho C_p)_f + (1 - \phi)(\rho C_p)_s = 3.0799 \times 10^6\text{ J}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\sigma = \frac{(\rho C_p)_t}{(\rho C_p)_f} = 0.74234$$

下面根据 b 的取值范围来分析求解系统的平衡态,

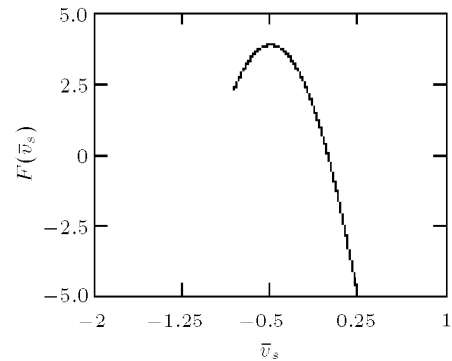
由式 (6) 和式 (7) 计算平衡态的解析解较复杂, 需借助 Mathcad 软件来进行数值计算. 可以在 Mathcad 中画出 $F(\bar{v}_s)$ 随系数 b 变化时平衡态的分布图.

(1) 当 $b > 0$ 时的平衡态 \bar{v}_s

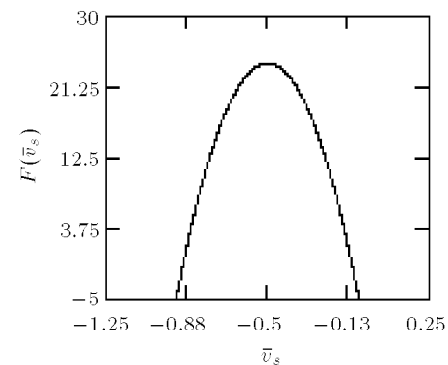
当 $b > 0$ 时每一个参数 b 只有一个平衡态. 如任取 $b = 3.548 \times 10^{13}\text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$, 由式 (6) 利用 Mathcad 解得速度平衡态 $\bar{v}_{s1} = 1.158 \times 10^{-2}$.

(2) 当 $b < 0$ 时的平衡态 \bar{v}_s

当 $b < 0$ 时平衡态的分布情况, 若取 $b = -3.07 \times 10^{13}\text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$, $\bar{v}_s = -1.0146 \times 10^{-2}$, 只有一个平衡态, 如图 2(a). 当 $b = -3.07 \times 10^{14}\text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$, 有两个平衡态: $\bar{v}_{s1} = -0.88673$, $\bar{v}_{s2} = -0.11326$, 如图 2(b) 所示.



(a) $b = -3.07 \times 10^{13}\text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$



(b) $b = -3.07 \times 10^{14}\text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$

图 2 $b < 0$ 时的平衡态

Fig.2 Steady states at $b < 0$

当 $b = b_s = -7.64 \times 10^{14}\text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$, $\bar{v}_{s1} = -0.49971$, 为极限平衡点, 如图 3 所示. 当 $b < b_s = -7.64 \times 10^{14}\text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$ 时, 系统无平衡态, 如图 4 所示.

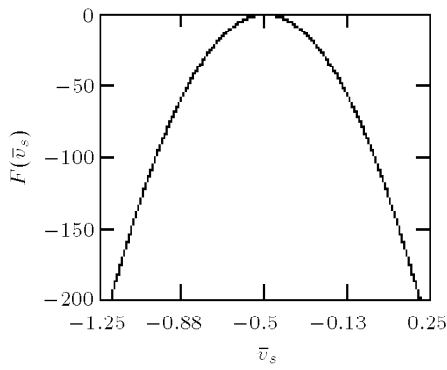


图 3 极限平衡态

Fig.3 The limited steady state at $b = -7.64 \times 10^{14} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$

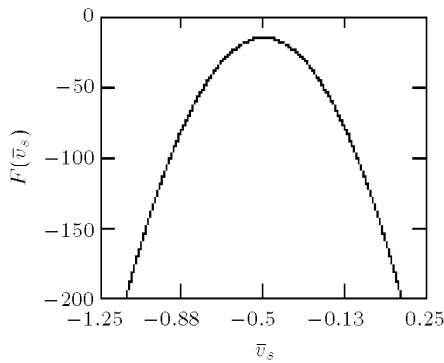


图 4 无平衡态

Fig.4 No steady states

综合上述分析,可知:与等温渗流的平衡态^[13]相比,在渗流场初始条件及边界孔压完全相同的情况下,考虑温度场时的渗流系统平衡态其极限平衡点及出现滞后现象的 b 值都有所改变,如图 5 所示。

根据式 (5) 和式 (7) 可计算出相应不同参数 b 的温度及孔隙压力平衡态随 x 的变化规律 (图略)。

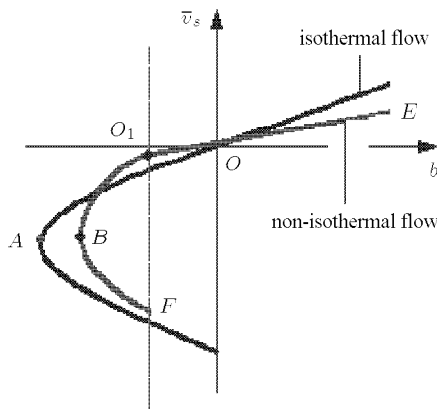


图 5 等温与非等温渗流场的渗流速度平衡态曲线比较

Fig.5 Comparison of flow steady states between isothermal and non-isothermal flow field

3 平衡态的稳定性分析

渗流系统的稳定性分析是正确预测预防系统发生动力灾变的理论依据。所谓解 (运动状态) 的稳定性,是指系统在扰动下偏离此解 (运动状态),它仍将自动返回此解所表示的运动状态。即系统可以长期稳定地处于此运动状态或至少不会偏离此运动状态太远。反之,则说方程的解是不稳定的。常用的有李雅普诺夫稳定及渐近稳定两种判别方法,其中李雅普诺夫稳定性表示在扰动或初始条件下发生微小变化时,解不至发生太大的偏离。在渐近稳定情形下,系统即使受到扰动,它最终仍将回到无扰动时的解 (运动状态) 上。在不稳定情形下,任何扰动或初始条件的微小变化就足以使以后的解 (运动状态) 偏离 (原来的解) 超出任意给定的范围。

下面通过数值方法具体分析破碎岩体非等温渗流系统平衡解分支的稳定性。采用逐次亚松弛迭代法进行数值计算。在式 (4) 中,对时间 \bar{t} 的偏导数用向前差分公式,对高度 \bar{x} 方向的偏导数用中心差分公式 (除边界结点外)。分别沿时间和深度方向划分结点,以 i 代表时间,以 j 表示空间,再根据亚松弛迭代公式对各点进行迭代计算,即可得到各结点的孔隙压力、渗流速度及温度的时间序列。

根据图 5,非等温渗流时的平衡态在 O_1E 段,每一个参数 b 只有一个平衡态;而在 O_1BF 段,每一个参数 b 有两个平衡态。下面分别分析这两段曲线上平衡态的稳定性。

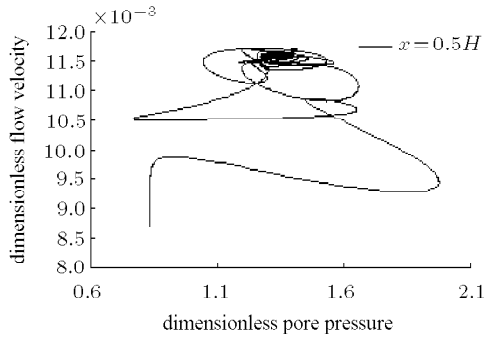
3.1 O_1E 段平衡态的稳定性分析

在 O_1E 段任取一参数 $b = 3.584 \times 10^{13} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$,得到平衡态渗流速度 $\bar{v}_s = 1.158 \times 10^{-2}$,设初速度 $\bar{v}_0 = 8.696 \times 10^{-3}$,无量纲化的时间间隔 $\Delta \bar{t} = 3.0 \times 10^{-4}$ 。图 6(a) 为经历 2000 次迭代孔隙压力与渗流速度相轨线、图 6(b) 为 $x = 0.1H, x = 0.5H$ 处的温度时间历程曲线。

可见,渗流场和温度场都收敛于各自的平衡态,即 O_1E 段对应的平衡态是稳定的。

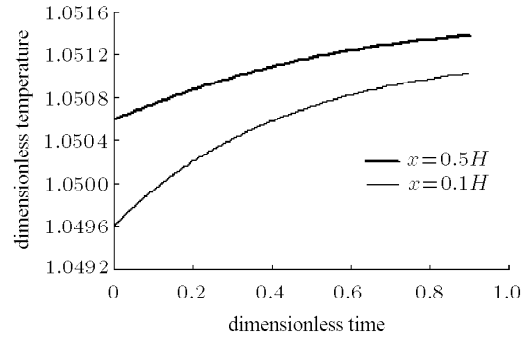
3.2 O_1BF 段平衡态的稳定性分析

在 O_1BF 段上任取一参数 $b = -3.072 \times 10^{14} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$,有两个平衡态: $\bar{v}_{s1} = -0.11326, \bar{v}_{s2} = -0.88673$,分别对应于 BO_1 段及 BF 段上的某个点。下面分别讨论这两个平衡态的稳定性。



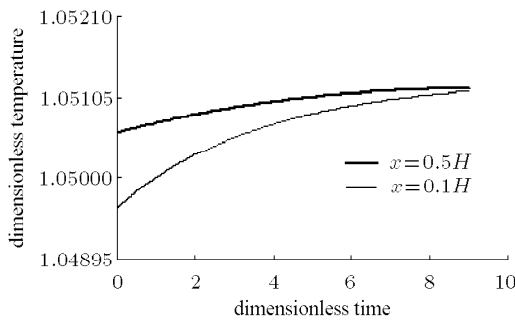
(a) 孔隙压力与渗流速度相轨线

(a) Phase trajectory of pore pressure and flow velocity



(b) 温度时间历程曲线

(b) Time series curves of temperature



(b) 温度时间序列曲线

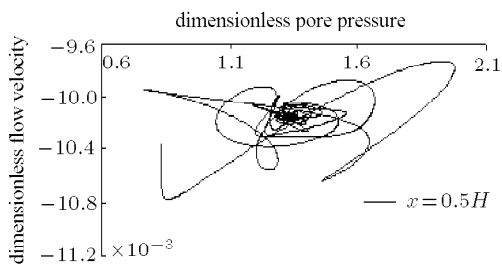
(b) Time series curves of temperature

图 6 $b = 3.584 \times 10^{13} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4}$ 时的动力学响应

Fig.6 The dynamic responses at $b = 3.584 \times 10^{13} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4}$

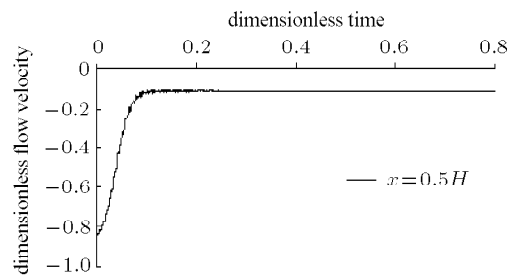
先分析 \bar{v}_{s1} 分支 (对应于 BO_1 段) 的稳定性:

设初速度 $\bar{v}_0 = -0.093094$, 且 $\bar{v}_0 > \bar{v}_{s1}$, 取 $|\Delta t| = 3.0 \times 10^{-5}$. 图 7(a) 为孔隙压力与渗流速度相轨线、图 7(b) 为温度时间序列曲线. 渗流速度被吸引到分支 1 本身的平衡态 \bar{v}_{s1} , 故渗流是稳定的. 但温度场收敛很慢, 而渗流场收敛很快. 同理, 经过类似的数值分析得到: 当 $\bar{v}_0 < \bar{v}_{s1}$ 时渗流也是稳定的, 即 BO_1 段上的平衡态是稳定的结点.



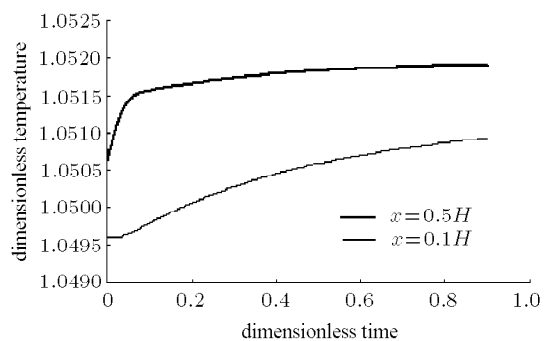
(a) 孔隙压力与渗流速度相轨线

(a) Phase trajectory of pore pressure and flow velocity



(a) 渗流速度时间历程曲线

(a) Time series curve of flow velocity



(b) 温度时间历程曲线

(b) Time series curves of temperature

图 8 $\bar{v}_0 > \bar{v}_{s2}$ 时的动力学响应

Fig.8 The dynamic responses when $\bar{v}_0 > \bar{v}_{s2}$

图 7 $\bar{v}_0 > \bar{v}_{s1}$ 时的动力学响应

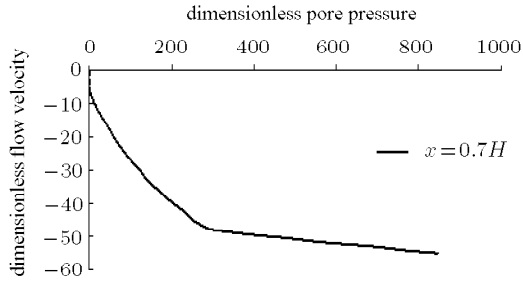
Fig.7 The dynamic responses when $\bar{v}_0 > \bar{v}_{s1}$

再分析 \bar{v}_{s2} ($\bar{v}_{s2} = -0.88673$) 分支 (对应于 BF 段) 平衡态的稳定性:

当 $\bar{v}_0 > \bar{v}_{s2}$ 时, 设 $\bar{v}_0 = -0.8449$. 图 8(a) 和图 8(b) 分别为计算后所得到 $x = 0.5H$ 处的渗流速度及温度时间历程曲线.

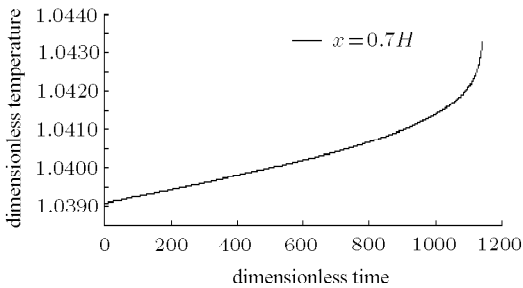
如图 8 所示, 当 $\bar{v}_0 > \bar{v}_{s2}$ 时, 速度时间曲线并没有回到它本身的平衡态 $\bar{v}_{s2}(-0.88673)$, 而是被吸引到上一个分支的平衡态 $\bar{v}_{s1}(-0.11326)$. 故此时的平衡态是不稳定的.

当 $\bar{v}_0 < \bar{v}_{s2}$ 时, 设 $\bar{v}_0 = -0.94947$, $|\Delta \bar{t}| = 3.0 \times 10^{-5}$. 图 9(a) 和图 9(b) 分别为 $x = 0.7H$ 处的孔隙压力与渗流速度相轨线及温度时间历程曲线.



(a) 孔隙压力与渗流速度相轨线

(a) Phase trajectory of pore pressure and flow velocity



(b) 温度时间历程曲线

(b) Time series curves of temperature

图 9 $\bar{v}_0 < \bar{v}_{s2}$ 时的动力学响应

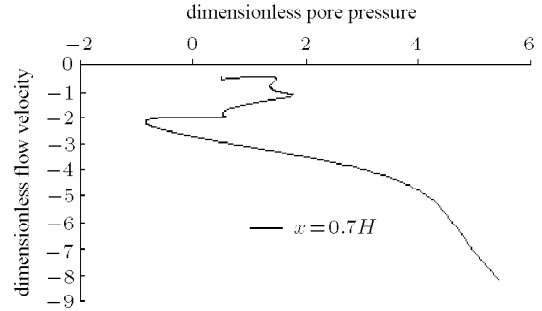
Fig.9 The dynamic responses when $\bar{v}_0 < \bar{v}_{s2}$

由图 9 可知, 当 $\bar{v}_0 < \bar{v}_{s2}$ 时, 最终速度并没有回到它本身的平衡态 $\bar{v}_{s2}(-0.88673)$, 其值越来越大. 温度时间曲线也没有回到相应于温度的平衡态, 温度值也越来越大. 故此时的平衡态是不稳定的.

总之, 无论初始速度位于 BF 段平衡态 \bar{v}_{s2} 的上侧或下侧, 所得到的渗流都会发生失稳. 故 BF 段 \bar{v}_{s2} 分支所对应的平衡态是不稳定的鞍点.

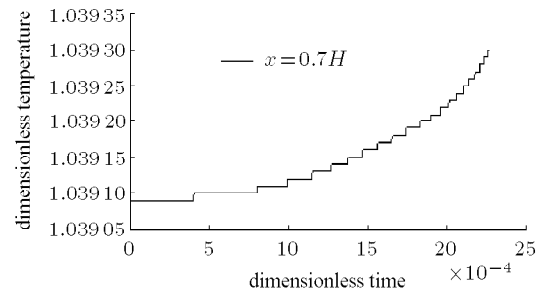
3.3 当 $b < b_s$ 时渗流场的稳定性分析

当 $b < b_s$ 时, 任取 $b = -2.6467 \times 10^{15} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-4}$, 设初速度 $\bar{v}_0 = -0.47391$, $|\Delta \bar{t}| = 3.0 \times 10^{-6}$. 图 10(a) 和图 10(b) 分别为 $x = 0.7H$ 处的孔隙压力-渗流速度相轨线、温度时间曲线.



(a) 孔隙压力与渗流速度相轨线

(a) Phase trajectory of pore pressure and flow velocity



(b) 温度时间曲线

(b) Time series curves of temperature

图 10 $b < b_s$ 时的动力学响应

Fig.10 The dynamic responses when $b < b_s$

可见, 当 $b < b_s$ 时无论初速度多么小, 如图 10 所示, 轨线均流向无穷远处, 渗流系统必然失稳.

根据以上分析可知, 考虑温度场的渗流动力系统在图 5 中的 B 点存在鞍结分岔(折叠分岔). 如图 11 所示, 在 B 之上的平衡态分支对应稳定的平衡点(结点), 而 B 点之下的分支对应不稳定的平衡点(鞍点), B 点为极限平衡点, 也是折叠分岔的分岔点.

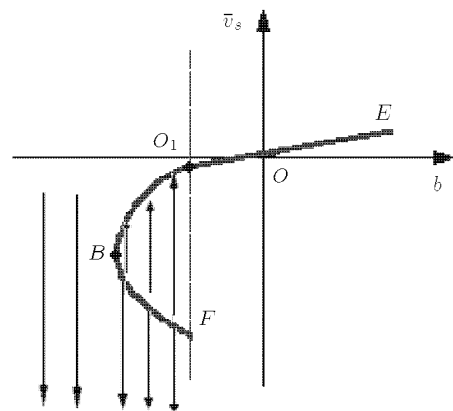


图 11 非等温渗流动力系统的鞍结分岔

Fig.11 Saddle-node bifurcation of dynamical system of nonisothermal flow

在分岔点处系统的稳定性发生了突变. 对比图 5, B 点较 A 点向右发生了偏移, 其控制参量 b 也向右发生了偏移, 其绝对值减小了一个量级, 可知考虑温度场时的破碎岩体渗流动力系统更容易发生突变, 即破碎现象还不十分显著时, 系统就有可能发生折叠突变.

4 结束语

(1) 分别从固体及流体导热的能量方程出发, 给出了破碎岩体非等温渗流的能量本构方程, 建立了破碎岩体考虑非等温渗流时的一维非线性动力学方程组.

(2) 结合边界条件分析求解了系统的平衡态, 研究表明, 考虑温度场的渗流问题, 其平衡态的分析求解已较等温渗流系统的求解复杂得多; 等温渗流系统的平衡态存在解析解, 而非等温渗流系统的平衡态已无法获得解析解.

(3) 通过数值分析得到了温度场与渗流场相互作用时的平衡态分支图, 并与等温渗流场相比较, 指出考虑温度场时的平衡态其极限平衡点及出现滞后现象的参数值都有所偏移.

(4) 通过逐次亚松驰迭代法分析了平衡态的稳定性, 与等温渗流相似, 考虑温度场的渗流动力系统也存在着鞍结分岔及折叠突变; 其突变点位置向右发生了偏移, 其极限控制参量 b 的绝对值减小了一个量级. 因而, 考虑温度场的破碎岩体渗流动力系统更容易发生突变, 即破碎现象还不十分显著时, 系统就有可能发生折叠突变.

参 考 文 献

- 1 黄涛, 杨立中, 陈一立. 工程岩体地下水渗流-应力-温度耦合作用数学模型的研究. 西南交通大学学报, 1999, 34(1): 11-15(Huang Tao, Yang Lizhong, Chen Yili. A mathematical model for the coupling among groundwater seepage-stress-temperature in engineering rock mass. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 1999, 34(1): 11-15(in Chinese))
- 2 赵延林, 曹平, 赵阳升等. 双重介质温度场-渗流场-应力场耦合模型及三维数值研究. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(增刊 2): 4024-4031 (Zhao Yanlin, Cao Ping, Zhao Yangsheng, et al. Dual media model for thermo-hydro-mechanical coupling and 3D numerical simulation. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26 (supp2): 4024-4031(in Chinese))
- 3 Vaziri HH. Theory and application of a fully coupled thermo-hydro-mechanical finite element model. *Computers and Structures*, 1996, 61(1): 131-146
- 4 曹国强, 梁冰, 包明宇. 温度作用下填埋垃圾气体运移规律的研究. 辽宁工程技术大学学报 (自然科学版), 2004, 23(1): 47-48(Cao Guoqiang, Liang Bing, Bao Mingyu. Research into transport law of landfill gas under temperature effect. *Journal of Liaoning Technical University (Natural Science)*, 2004, 23(1): 47-48(in Chinese))
- 5 梁冰, 刘建军, 王锦山. 非等温情况下煤和瓦斯固流耦合作用的研究. 辽宁工程技术大学学报 (自然科学版), 1999, 18(5): 484-486(Liang Bing, Liu Jianjun, Wang Jinshan. The study of coupling effect of coal and gas under unequal temperature. *Journal of Liaoning Technical University (Natural Science)*, 1999, 18(5): 484-486(in Chinese))
- 6 Tsang CF, Stephansson O, Hudson JA. A discussion of thermo-mechanical processes associated with unclear waste repositories. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2000, 37: 397-402
- 7 王如宾. 岩体离散裂隙网络渗流场与温度场耦合分析. [硕士学位论文]. 宜昌: 三峡大学 2007.5 (Wang Rubin. Analysis of coupled seepage and temperature fields in discrete fracture network of rock mass. [Master Thesis]. Yichang: China Three Gorges University, 2007.5(in Chinese))
- 8 Lai Yuanming, Wu Ziyuan, et al. Nonlinear analysis for the coupled problem of temperature and seepage fields in cold regions tunnels. *Science in China*, 1999, 42(supp): 23-29
- 9 Nguyen TS, Selvadurai APS. Coupled thermal-mechanical-hydrological behavior of sparsely fractured rock: implications for nuclear fuel waste disposal. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1995, 32(5): 465-479
- 10 Noorishad J, Ayatojjahi MS, Witherspoon PA. Finite-element method for coupled stress and fluid flow analysis in fractured rock masses. *Int J Rock Mech Min Sci and Geomech Abstr*, 1982, 19(4): 185-193
- 11 Bower KM. A numerical method for thermo-hydro-mechanical coupling in fractured rock. *Int J Rock Mech Min Sci*, 1997, 34(8): 1201-1211
- 12 缪协兴, 刘卫群, 陈占清. 采动岩体渗流理论. 北京: 科学出版社, 2004 (Miao Xiexing, Liu Weiqun, Chen Zhanqing. Seepage Theory of Mining Rock Mass. Beijing: Science Press, 2004(in Chinese))
- 13 李顺才. 破碎岩体非 Darcy 渗流的非线性动力学研究. [博士学位论文]. 徐州: 中国矿业大学 2006.6 (Li Shunca. Nonlinear dynamical study on non-darcy flow in broken rock. [PhD Thesis]. Xuzhou: China University of Mining & Technology, 2006.6 (in Chinese))
- 14 何满潮, 谢和平, 彭苏萍等. 深部开采岩体力学研究. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(16): 2803-2813(He Manchao, Xie Heping, Peng Suping, et al. Study on rock mechanics in deep mining engineering. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(16): 2803-2813 (in Chinese))
- 15 孔祥言, 余敏. 多孔介质中对流的周期性解与混沌. 力学学报, 1997, 29(6): 655-661(Kong Xiangyan, She Min. Periodic and chaotic solutions of convection in porous media. *Acta Mechanica Sinica*, 1997, 29(6): 655-661 (in Chinese))
- 16 孔祥言. 高等渗流力学. 合肥: 中国科学技术大学出版社,

- 1999(Kong Xiangyan. Advanced Mechanics of Porous Flow. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1999 (in Chinese)) 495
- 17 Germanovich LN, Lowell RP, Astakhov DK. Temperature-dependent permeability and bifurcations in hydrothermal flow. *Journal of Geophysical Research*, 2001, 106(10): 473
- 18 葛家理, 刘月田, 姚约东. 现代油藏渗流力学原理 (下册). 北京: 石油工业出版社, 2003.2 (Ge Jiali, Liu Yuetian, Yao Yuedong. The Modern Mechanics of Fluids Flow in Oil Reservoir. Beijing: Petroleum Industry Press, 2003.2 (in Chinese))

(责任编辑: 刘俊丽)

STUDY ON NONLINEAR DYNAMICS OF NON-ISOTHERMAL FLOW IN BROKEN ROCK¹⁾

Li Shuncaï^{*,†,2)} Miao Xiexing[†] Chen Zhanqing[†] Mao Xianbiao[†]

^{*}(School of Mechanical and Electrical Engineering, Xuzhou Normal University, Xuzhou 221116, China)

[†](State Key Laboratory for Geomechanics & Deep Underground Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221008, China)

Abstract The special physical environment with the high ground stress, high ground temperature, high karst hydraulic pressure, and intense mining disturbance“ in deep broken rocks, determines that their mechanic system is a complicated nonlinear dynamical one. Given a relative stable stress field, the flow in broken rock can be considered as a non-isothermal one, and the dynamical mechanism on the instability of non-isothermal flow in broken rock is analyzed by the theory of bifurcation and catastrophe of nonlinear science.

(1) According to the energy equations of the fluid and the solid, the energy constitutive equation on non-isothermal flow in the broken rock is developed, and combining with the continuity equation, kinetic equation and the state equation of the flow, the one-dimensional nonlinear dynamical equations of non-isothermal flow in broken rock are established.

(2) Using these equations and boundary conditions, the dimensionless steady states of the flow system are obtained by using Mathcad software. It is indicated that the obtaining of the steady states for the non-isothermal flow system is much more difficult than that for the isothermal flow system and there are analytical solutions of steady states in isothermal flow system, while for the non-isothermal flow system, its analytical solutions of steady states can not be obtained.

(3) The branch figure of the steady states of flow velocity for the non-isothermal flow system is drawn by the numerical analysis and compared with the isothermal flow, both the limited equilibrium point corresponding to the non-isothermal seepage field and the parameter value when the hysteresis appears all have an offset.

(4) The stability of the steady states is analyzed by the iteration method of successive lower relaxation, and the non-isothermal flow system has a saddle-node bifurcation and a fold catastrophe. But its catastrophe position exist a rightward deviation, and the absolute value of the limited parameter b decreases a magnitude, so the catastrophe is apt to take place in the non-isothermal flow dynamical system, namely, even if the breaking phenomenon is not very serious, the fold catastrophe may take place possibly in the non-isothermal flow system.

Key words broken rock, non-isothermal flow, steady states, stability, saddle-node bifurcation, fold catastrophe

Received 12 December 2008, revised 7 May 2010.

1) The project supported by the National Basic Research Program of China (2007CB209400) and the National Natural Science Foundation of China (50634050, 50974107, 50974115).

2) E-mail: zslsc@263.net