2013年12月

密排圆形胞元蜂窝面内等效弹性参数的模拟仿真

梁森,维磊

(青岛理工大学 机械工程学院,山东 青岛 266033)

摘要:利用有限元数值模拟技术建立了密排圆形胞元蜂窝夹芯结构面内等效弹性参数的模拟模型,提出了一种求解 该结构面内力学性能参数的分析方法,解决了密排圆形胞元蜂窝夹芯结构几何建模中存在无理数的问题,通过用验 证的3D有限元模型和分析方法对不同几何结构尺寸和材质的蜂窝夹芯面内等效弹性参数的模拟研究,获得了密排 圆形胞元蜂窝夹芯结构面内等效刚度和 Poission 比随蜂窝夹芯几何参数变化关系,并给出了等效参数的计算分析公 式,为密排圆形胞元蜂窝夹芯复合材料结构理论研究奠定了基础。

关键词:密排圆形胞元蜂窝;有限元建模;无理数;等效弹性参数;数值模拟

引用格式:梁森,雒磊.密排圆形胞元蜂窝面内等效弹性参数的模拟仿真.四川兵工学报,2013(12):78-83. **中图分类号:**TB330.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1006-0707(2013)12-0078-06

Simulation of the In-plane Equivalent Elastic Parameters for Closely Arranged Circular Cell Honeycomb

LIANG Sen, LUO Lei

(School of Mechanical Engineering, Qingdao Technological University, Qingdao 266033, China)

Abstract: The analytic model of the equivalent elastic parameters for a closely arranged circular cell honeycomb is built by using the finite element numerical simulation technology. The modeling problem in geometric structure with irrational number has been solved with the analysis of mechanical property for the closely arranged circular cell honeycomb. The 3D finite element model has been set up and the equivalent elastic parameters of the closely arranged circular cell honeycomb with different physical dimensions have been successfully simulated by employing the verified model and method presented by this paper. The formulae that can calculate equivalent elastic parameters have been provided. The conclusions will provide a foundation for the theoretical research of the honeycomb sandwich composite with the closely arranged circular cell core.

Key words: closely arranged circular cell honeycomb; finite element model; irrational number; equivalent elastic parameter; numerical simulation

蜂窝夹芯复合材料结构是由两块高强度的上下蒙皮和 填充其中的软而轻的夹芯所组成。常见蜂窝夹芯胞元形式 有正六边形、正方形、圆形等,圆形又分为疏排圆形和密排圆 形,材质可以是铝合金、芳纶纸(Nomex 纸)、玻璃布等;蒙皮 可采用纤维板、铝合金板等。蜂窝夹芯结构由于具有较高的 比强度和较好的隔热、耐冲击等优点,因而在航空、航天等高 科技领域有极广泛的应用。目前,对蜂窝夹芯结构面内等效 弹性参数的研究方法一般分为理论近似法、实验法和数值模 拟法。其中理论近似法是先对实际力学模型进行一定简化 假设,在理论上找出蜂窝夹芯结构的等效力学模型,分析时 用等效力学模型代替原来的实际结构,近似地求出原来结构 固有的某些力学性能参数^[1-4],该法往往能得出理论计算 公式,但是模型的简化假设和等效使理论分析与实际结果有 一定差距。实验法是研究蜂窝夹芯结构的一种有效的方法,

收稿日期:2013-08-01

基金项目:国家自然科学基金(50875135)。

作者简介:梁森(1963—),男,博士,教授,主要从事复合材料及振动控制理论研究。

该法要对蜂窝结构试件加一定的载荷,使其产生一定变形, 经过对应力和应变计算得到面内等效弹性参数分析结 果[5-11],实验法应用广泛目结果直观、可靠,但这种方法比 较费时费力,而且要想总结出某种蜂窝结构的规律,就要花 费大量的实验试件。对蜂窝夹芯结构分析的第3种方法就 是数值模拟的方法,这种方法就是利用大型有限元软件或自 编的有限元程序来对蜂窝结构进行模拟分析,该法虽然计算 量大但它可以剔除理论近似中的简化假设和实验中实验误 差。随着现代计算机技术的发展,越来越多的学者使用数值 模拟法研究蜂窝夹芯结构面内等效弹性参数,由于密排圆形 胞元蜂窝夹芯几何结构中存在着无理数建模的问题,所以目 前的研究多集中在正六边形、正方形、疏排圆形胞元蜂窝结 构的面内等效弹性参数的数值模拟方面^[12-17]。为此本文提 出了一种新的建模方法,在前人研究的基础上,得出密排圆 形胞元蜂窝夹芯面内等效弹性参数随胞壁厚度 t、胞壁半径 r 和胞元高度 h 的变化曲线,获得了密排圆形胞元蜂窝夹芯面 内等效弹性参数的变化规律,并给出了该结构面内等效弹性 参数的计算公式及其应用范围,研究结果对于圆形胞元蜂窝 夹层结构理论研究具有一定的指导意义。

1 密排圆形胞元蜂窝结构

密排圆形胞元蜂窝夹芯结构如图1所示,它是由一个个 小圆柱壳体通过胶接加工而成,对于疏排圆形蜂窝夹芯结构 一个胞元只和4个相邻胞壁胶接,文献[17]中已对其进行了 分析研究,而密排圆形蜂窝夹芯在胶接过程中要与6个相邻 胞元胶接。这就决定了这2种蜂窝夹芯结构在面内力学性 能方面有较大差别,这里要对它进行深入研究。



图1 密排圆形蜂窝胞元结构

2 圆形胞元蜂窝有限元模型建立

蜂窝夹芯面内等效弹性参数是分析夹层板的基础,学者 们在对蜂窝夹芯层合板进行理论分析时往往将夹芯视为均 质二维正交各向异性的板来进行计算^[1-4,17],其本构关系为

$$(\sigma_{x}\sigma_{y}\sigma_{xy})^{\mathsf{T}} = D(\varepsilon_{x}\varepsilon_{y}\varepsilon'_{xy})^{\mathsf{T}}$$
(1)
式(1)中:T为矩阵转置;D可写成

$$D = \begin{bmatrix} \frac{E_{x}}{1 - v_{x}v_{y}} \cdots \frac{E_{x}v_{y}}{1 - v_{x}v_{y}} \cdots 0\\ \frac{E_{x}v_{y}}{1 - v_{x}v_{y}} \cdots \frac{E_{x}}{1 - v_{x}v_{y}} \cdots 0\\ 0 \cdots \cdots \cdots 0 \end{bmatrix}$$
(2)

对于均匀变形体,其应变列向量为

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta u}{\Delta x} \\ \frac{\Delta v}{\Delta y} \\ \frac{\Delta u}{\Delta y} + \frac{\Delta v}{\Delta x} \end{bmatrix}$$
(3)

弹性矩阵 D 是蜂窝夹芯板结构分析设计的基础。式 (1)~式(3)中: $\sigma_x \ x_x \ x_x \ x_x \ x_x \ x_x \ \Delta u \ D$ 别为等效的正交各向 异性层合板在 x 方向应力、应变、杨氏模量、Poisson 比和 Δx 的变形量; $\sigma_{xy} \ x_y \ x_y \ A \ G_{xy} \ D$ 别为密排圆形胞元蜂窝夹芯面内 剪应力、剪应变和剪切模量; $\sigma_y \ x_y \ x_y \ x_y \ x_y \ \Delta v \ D$ 别为等效 的正交各向异性层合板在 y 方向应力、应变、杨氏模量、Poisson 比和 Δy 上的变形量。

在实际的蜂窝夹芯复合板中,夹芯层的蜂窝胞元个数是 很多的,在利用三维有限元数值模拟技术分析密排圆形胞元 蜂窝夹芯结构面内等效弹性参数时,一方面没有必要直接把 实际的蜂窝夹芯结构完全照搬过来建立有限元模型,如果这 样就只能增加计算时间;另一方面也不是胞元个数越少越 好,这样会使加载后应力集中现象无法消除,影响计算精度。 综合考虑上述因素,并根据 Saint Venant 原理以及多次模拟 分析结果和前人实验所用试件大小,选择合理胞元壳的数 量。为了求得密排圆形胞元蜂窝的面内等效弹性参数,本文 应用铝材板壳单元,建立了 11 × 12 个 3D 有限元胞元模型, 具体如图 2 所示。



图 2 三维有限元模型

建模时,首先采用 Bycent & Radius 方法建立一个圆形的 基本单元,然后复制出相邻的圆形单元,两圆的位置关系如 图3所示。因为圆2的圆心位置相对于圆1的圆心位置在 y 方向距离 dy 为无理数,因此需取近似值,取近似值时,要保 证近似值在满足精度情况下,最后一位有效数字后面的数值 采用只舍不入的办法建立所有 11 × 12 个胞元的几何模型, 拉伸后得到图2 所示的密排圆形胞元蜂窝结构。



图 3 两行胞元之间的相对位置

这样的夹芯几何结构,还要通过 Glue 命令将各胞圆连 接在一起,并且能确保各相邻胞圆之间在结合处是相切的。 从而完成了密排圆形胞元蜂窝夹芯结构几何模型的建立,解 决了胞元之间相互交织在一起而无法对面内等效弹性参数 进行分析的难题。

分别给蜂窝夹芯结构加上单向应力(σ_x ,0,0)^T、(0, σ_x , 0)^T和(0,0, σ_x)^T及相应的约束,通过有限元数值模拟可得 出其对应的应变(ε_{xx} , ε_{yx} ,0)^T、(ε_{xy} , ε_{yy} ,0)^T和(0,0, ε'_{xy})^T, 图 4 为变形云图。将分析出的应变代入式(1)解线性方程 组,就可得到密排圆形胞元蜂窝夹芯面内等效弹性参数的表 达式:

$$E_{x} = \frac{\sigma_{x}}{\varepsilon_{xx}}, v_{x} = -\frac{\varepsilon_{yx}}{\varepsilon_{xx}}, E_{y} = \frac{\sigma_{y}}{\varepsilon_{yy}}, v_{y} = -\frac{\varepsilon_{yx}}{\varepsilon_{yy}}, G_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\varepsilon'_{xy}}$$
(4)

式(4)中: ε_{xx} 和 ε_{yx} 表示在 x 方向加载时产生的 x 方向和 y 方 向面内应变; ε_{xy} 和 ε_{yy} 表示在 y 方向加载时产生的 x 方向和 y 方向面内应变。由式(4)只要知道了应力和应变就可得到等 效弹性参数。



图4 位移变形云图(11×12个胞元)

3 等效应力和等效应变的分析

密排圆形胞元蜂窝结构的等效正应力和剪切应力分 别为:

$$\sigma_x = \frac{\sum F}{S_a} = \frac{\sum F}{11\sqrt{3}Rh}$$
(5)

$$\sigma_{y} = \frac{\sum F}{S_{b}} = \frac{\sum F}{24Rh}$$
(6)

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum Q}{S_c} = \frac{\sum Q}{24Rh}$$
(7)

 $\sum F \subseteq \sum Q$ 分别是施加在有限元模型上所有拉力之和与剪

力之和;*S_a、S_b*为与加载力方向垂直的蜂窝夹芯结构的等效 截面积;*S_e*指与加载力方向平行的蜂窝夹芯结构的等效横截 面积;*R*是胞元半径;*h*指胞元的高度。

等效应变求解方法可参照图 5、图 6 和图 7,求解中由于 计算点取在模型中心,可以认为它的变形是均匀的。夹芯结 构的等效应变为:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\frac{|u_{x2} - u_{x1}|}{R} + \frac{|u_{x3} - u_{x6}|}{2R} + \frac{|u_{x4} - u_{x5}|}{R}}{3}$$
(8)

$$\varepsilon_{yx} = \frac{\frac{|u_{y2} - u_{y4}|}{\sqrt{3R}} + \frac{|u_{y1} - u_{y5}|}{\sqrt{3R}}}{2}$$
(9)

剪应变为

$$\varepsilon'_{xy} = \frac{\frac{u_{x8} - u_{x9}}{2\sqrt{3}R} + \frac{u_{x12} - u_{x11}}{2\sqrt{3}R}}{2} + \frac{\frac{u_{y8} - u_{y12}}{4R} + \frac{u_{y9} - u_{y11}}{4R}}{2}$$
(10)





图5 计算点在模 型中位置

图6 计算点所在 对称面



图7 对称面上计算点的分布

泊松比为

$$\nu_x = \frac{\varepsilon_{yx}}{\varepsilon_{xx}} \tag{11}$$

弹性模量为

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_{xx}} = \frac{\sum F}{11\sqrt{3}Rh\varepsilon_{xx}}$$
(12)

$$G_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\varepsilon'_{xy}} = \frac{\sum Q}{24Rh\varepsilon'_{xy}}$$
(13)

式(8)~式(13)中:变量 U 里的下标字母表示位移方向,变量 U 里的下标数字指的是图 7 中计算点代号。同理,也可推出 E,和 v,的计算公式。可见,只要利用有限元数值模拟技

术求出计算点的位移 U_x 和 U_y ,就可以利用上试计算出密排 圆形胞元蜂窝夹芯结构面内等效参数 $E_x \ G_{xy}$ 以及 Possion 比。这样就达到了用有限元数值模拟技术求解蜂窝夹芯面 内等效弹性参数的目的。

4 模拟结果的有效性验证

为了验证本文中建模和分析方法的有效性,将文中模拟 结果与文献[6]中的实验结果进行对比,文献[6]中试件材 料为聚碳酸酯,其 $E = 2.41 \times 10^9$ Pa, $\nu = 0.3$,试件壁厚t =0.144 mm,蜂窝直径为D = 6.96 mm,通过压缩实验测出蜂窝 结构在x方向和y方向的弹性模量见表 1。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~		
	$E_y$ /MPa	$E_x$ /MPa
Experiment data	1.66	1.63
FEM simulation results	1.583	1.62
Error %	4.64	0.613

表1 实验与模拟数据比较

通过比较可以看到,本文的建模分析方法与实验数据偏 差较小,验证了该数值模拟方法和所建模型的有效性,其误 差原因是实验中存在摩擦力而模拟中不存在。

#### 5 几何尺寸与面内等效弹性参数

密排圆形胞元蜂窝夹芯面内等效弹性参数是由其本身 固有的特性决定的,它除了与构成蜂窝胞元的材料常数有关 外,还与胞元的几何形状及尺寸有关。为了减少实验的试验 次数,这里用验证的数值模拟模型和方法对不同几何参数和 材质的圆柱密排蜂窝夹芯结构的面内等效弹性参数进行分 析模拟,找出它们的变化的规律。在此先研究同一材质不同 的结构参数(t,r和h)对蜂窝夹芯面内等效参数的影响。为 了研究不同材质对蜂窝夹芯面内等效弹性参数影响,这里先 以铝制材料为研究对象进行分析,其 $\nu = 0.3, E = 6.897 \times 10^{10}$  Pa,图 8~图 12 是相应的模拟结果。



图8 等效刚度与h的变化曲线

图 8 是面内等效刚度与 h 的变化曲线。从图 8 可看出:

当 t = 0.1 mm, r = 1 mm,面内刚度  $E_y \ E_x \ G_x$ , 随 h 的增大几乎 没有变化, 这说明蜂窝的厚度 h 对蜂窝夹芯结构的面内刚度 几乎没有影响。

图 9 是面内等效刚度的对数与  $\ln(t/r)$  的变化曲线。从 图 9 可看出:当 h = 10 mm 时蜂窝夹芯的面内等效刚度对数  $\ln E_x \ln E_y \ln G_{xy} = \ln(t/r)$  成线性变化,这说明面内刚度与(t/r)之间是幂函数关系,而且各直线的斜率相同,即指数相同, 差别在于每条直线与面内刚度轴的截距不同而已,而且 $E_x > E_y > G_{xo}$ 



图9 面内等效刚度的对数与 ln(t/r)的变化曲线

图 10 为面内等效 poission 比与 h 的变化曲线。从图 10 可看出  $t = 0.1 \text{ mm}, r = 1 \text{ mm}, Poisson 比 <math>V_x \setminus V_y$  会随 h 的增大 几乎没有变化,这说明蜂窝的厚度 h 对蜂窝  $x \setminus y$  方向的 Poisson比几乎没有影响。



图 10 面内等效 poission 比与 h 的变化曲线

图 11 是 x 方向等效 poission 比对数与 t/r 的变化曲线。 从图 11 可看出:当 h = 10 mm, x 方向 Poisson 比对数与(t/r) 的关系变化,随(t/r)的增加 Poisson 的对数值减小,且(t/r) 越大 Poisson 减小的越快。通过曲线拟合可得其关系符合三 次函数变化。

图 12 为 y 方向等效 poission 比的对数与 t/r 的变化曲 线。从图 12 可看出:当 h = 10 m, y 方向 Poisson 比对数与 (t/r)的关系变化,随(t/r)的增加 Poisson 的对数值减小,且 (t/r)越大 Poisson 减小的越快。同样可通过曲线拟合可得其 关系符合三次函数变化。



图 11 x 方向等效 poission 比对数与 t/r 的变化曲线



图 12 y方向等效 poission 比的对数与 t/r 的变化曲线

#### 6 材质与面内等效弹性参数

下面利用上述建模方法研究不同材质对蜂窝结构面内 等效弹性参数的影响。这里将铝材换成对比材料 Nomex 纸, 其 $E = 5.98 \times 10^{10} Pa_{\nu} = 0.28$ 。图 13~15 是其对比模拟 结果。

图 13 为不同材质面内等效刚度模拟结果。由图 13 可 知:2 种材料面内刚度都与 log(*t*/*r*)呈正比,并且 2 条曲线斜 率相同,只是截距不同而已。铝制蜂窝夹芯结构的面内刚度 大于相同几何参数 Nomex 纸的面内刚度,这主要是因为铝的 弹性模量大于 Nomex 的弹性模量的缘故。图 14 和图 15 分 别为不同材质的 *x* 向 Poisson 比和 *y* 向 Poisson 比的模拟结 果。由图 14 和图 15 可知:Possion 比与材质变化无关。







图 15 不同材质的 y 向 Poisson 比模拟结果

#### 7 面内等效弹性参数公式

由上面的分析可知,密排圆形胞元蜂窝夹芯结构面内等 效弹性参数会随结构尺寸和夹芯材质的变化而变化,并且其 变化都遵循一定的规律,对以上数据进行曲线拟合可得到:

$$E_{x} = 3.828E_{s}(t/r)^{2.71}$$

$$E_{y} = 3.646E_{s}(t/r)^{2.71}$$

$$G_{xy} = 0.268_{s}(t/r)^{2.71}$$

$$\nu_{x} = e^{[20.6524(t/r)^{3}-9.9748(t/r)^{2}-0.1072(t/r)-0.2327]}$$

$$\mu_{x} = e^{[20.9308(t/r)^{3}-10.5250(t/r)^{2}-0.0152(t/r)-0.2487]}$$
(13)

其中:*E*, 是夹芯材料的弹性模量;*t*和 *r*的单位都是 mm。这 些公式适用于 *t*相对较小,*t* < *r*,*t* < *h*的情况。

#### 8 结论

本文建立了密排圆形胞元蜂窝夹芯结构面内等效弹性 参数的分析模型,提出了一种求解该结构面内力学参数的分 析方法,得出圆形胞元蜂窝夹芯面内等效弹性参数随胞壁厚 度t、胞壁半径r和胞壁高度h的变化曲线,找到了胞壁厚度 t,胞壁半径r和胞壁高度h对 $E_x 、 E_y 、 G_{xy} 、 v_x 、 v_y$ 的变化规律。 主要结论: $E_x 、 E_y 、 G_{xy}$ 都与t/r满足幂函数关系,与夹芯材料 的弹性模量成正比关系; $v_x , v_y$ 与t/r的三次多项式满足底数 为e的指数函数;密排圆形胞元蜂窝夹芯满足Ex > Ey,  $v_x > v_y$ ; 4) 面内等效刚度与材料的弹性模量成正比, Poisson 与 材质无关。

#### 参考文献:

- Gibson L J, Ashby M F. Cellular Solids: Structure & Properties [M]. 2nd Ed. Oxford: Pergamon Press, 1997.
- [2] 王虎,富明慧.芯层面内刚度的蜂窝夹层壳结构模型
   [J].中山大学报,1998,37(4):46-49.
- [3] 富明慧,尹久仁.蜂窝芯层的等效弹性参数[J].力学学报,1999,31(1):113-118.
- [4] 陈梦成,陈玳珩.正六角形蜂窝芯层面内等效弹性参数 研究[J].华东交通大学学报,2010,27(5):1-4.
- [5] Papka S D, Kyriakides S. Experiments and full-scale numerical simulations of in-plane crushing of a honeycomb [J]. Acta Materialia, 1998, 46 (8):2765 - 2776.
- [6] Papka S D, Kyriakides S. In-plane biaxial crushing of honeycombs-Part II: Analysis [J]. International Journal of Solids and Structures, 1999, 36:4397-4423.
- [7] Jaeung Chung, Waas A M. Compressive response of circu – lar cell polycarbonate honeycombs under inplane biaxial static and dynamic loading. Part I: Experiments [J]. Internat – ional Journal of Impact Engineering, 2002, 27 (7): 729 – 754.
- [8] Jaeung Chung, Waas AM. Compressive response of circular cell polycarbonate honeycombs under inplane biaxial static and dynamic loading. PartII: simulations [J]. International Journal of Impact Engineering, 2002, 27 (10): 1015 - 1047.
- [9] 苏益声.圆形孔与多边形孔蜂窝钢梁的试验分析[J].广

西大学学报,2003,28(1):5-9.

- [10] 梁森,陈花玲,蜂窝夹芯结构面内等效参数的分析研究
   [J]. 航空材料学报,2004,249(3):26-31.
- [11] Jaehyung Ju, Joshua D. Summers. Hyperelastic Constitutive Modeling of Hexagonal Honeycombs Subjected to In-Plane Shear loading [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 2011(133):135-137.
- [12] Balawi S, Abot J L. The effect of honeycomb relative density on its effective in-plane elastic moduli: An experim-enttal study[J]. Composite Structures, 2008(84):293 – 299.
- [13] Chen D H, Ozaki S. Analysis of in-plane elastic modulus for a hexagonal honeycomb core: Effect of core height and proposed analytical method [J]. Composite Structures, 2009, 88(1):17-25.
- [14] Alp Karakoç, Kari Santaoja, Jouni Freund. Simulation experiments on the effective in-plane compliance of the honey-comb materials[J]. Composite Structures, 2013(96): 312 320.
- [15] Zheng Chen, Ning Yan. Investigation of elastic moduli of Kraft paper honeycomb core sandwich panels[J]. Composites Part B:Engineering, 2012,43(5): 2107-2114.
- [16] Taylor C M, Smith C W, Miller M, et al. The effects of hierarchy on the in-plane elastic properties of honeycombs[J]. International Journal of Solids and Structures, 2011, 48(9): 1330 - 1339.
- [17] 梁森.蜂窝夹芯力学性能及复合材料带顶圆锥壳动态特性的研究[D].西安:西安交通大学,2005.

(责任编辑 杨继森)

(上接第65页)

#### 参考文献:

- Hu Li, BoZhang, YabinTan, et al. Research and Application on Virtualization Service Oriented Infrastructure for Networkitized M&S[C]// 2008 Seventh International Conference on Grid and Cooperative Computing. [S. l.]: [s. n.], 2008:658-664.
- [2] 陈斌. VMware 服务器虚拟架构解决方案在数字图书馆 中的应用[J]. 农业图书情报学刊, 2012, 24(9): 70

-73.

- [3] 曾少宁,汪华斌,袁秀莲,等. 应用虚拟化技术的计算机 虚拟实验平台[J]. 科技通报,2013, 29(2): 203-205.
- [4] 文雨,孟丹,詹剑锋.面向应用服务级目标的虚拟化资源管理[J].软件学报,2013,24(2):358-377.
- [5] 胡嘉玺. 虚拟智慧: Vmware vsphere 运维实录[M]. 北京: 清华大学出版社,2011.
- [6] 熊信彰. 降云: vmware vsphere 4 云操作系统搭建配置入 门与实战[M]. 北京: 中国水力水电出版社, 2011.

(责任编辑 杨继森)