

分辨性分解块稀疏表示遮挡人脸识别算法

胡正平 赵淑欢

(燕山大学信息科学与工程学院, 秦皇岛 066004)

摘 要: 针对遮挡人脸检测问题, 将分辨性分解模型与块稀疏表示结合起来提出基于分辨性分解块稀疏表示的遮挡人脸识别算法。首先, 利用该图像分解算法将训练图像集分解成共同部分、低秩条件部分和稀疏误差部分; 其次, 分别在共同部分和低秩条件部分上利用 PCA 构造投影矩阵, 联合两个投影矩阵构造最终的投影矩阵, 并对原训练集及测试样本进行投影; 最后, 在投影空间中利用块稀疏表示对测试样本进行分类识别。在 AR 数据库上的遮挡仿真实验证明, 与 SRC、NS、BS 算法相比, 该方法可以在低维特征空间上获得较高的识别率且具有更强的鲁棒性。

关键词: 低秩; 分辨性分解; 稀疏表示; 块稀疏

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1003-0530(2014)02-0214-07

Discriminative Decomposition Structure-Sparse Representation for Face Recognition with Occlusion

HU Zheng-ping ZHAO Shu-huan

(School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: To solve the image recognition problem when existing occlusion, an algorithm combined Discriminative Decomposition (DD) model with structured sparse representation is proposed. First, images are decomposed to three parts, common component, low-rank condition component and sparse error component. Secondly, projection matrix on common component and low-rank component are computed respectively and the final projection matrix is obtained by fusing the two matrixes; Finally, the recognition step was constructed on the projection subspace using structured sparse representation. Experiment results on AR dataset prove our method perform better in recognition rate than BS (Block Sparse Representation), NS (Nearest Subspace) and SRC in low-dimension.

Key words: Low-Rank; Discriminative Decomposition; Sparse Representation; Block-Sparse

1 引言

人脸识别因其应用广泛且典型而成为模式识别和机器视觉领域的核心问题, 为此不少研究者提出多种人脸表示及分类方法, 特别是近几年稀疏表示因其良好的识别性能和系统鲁棒性而成为研究热点^[1-3]。例如, Wright 等人首先将信号稀疏表示思想用于图像识别领域^[4], 提出基于稀疏表示的分类方法 (SRC), 其核心思想将测试图像表示为训练图

像的稀疏线性组合, 利用残差对测试图像进行分类。文献[5]中对 SRC 方法进行扩展, 建议用两步测试样本稀疏表示方法, 首先用所有的训练样本线性表示测试样本并根据残差选取 M 个最近邻原子。然后利用 M 个最近邻训练样本线性表示测试样本并根据残差进行分类。文献[6]提出不同子空间选择方法, 先用所有的训练样本线性表示测试样本并根据残差选取 k 个最近邻子空间。再利用 k 个最近邻空间利用 SRC 进行分类, 并提出结合分块方案解

决图像的遮挡识别问题。为提高算法鲁棒性,文献[7]将稀疏编码问题建模成稀疏约束的稳定回归问题,并求最大似然解,获得了比 SRC 更好的鲁棒性。

原子稀疏表示(SRC)没有考虑字典内部的结构信息:高维数据空间是由多个低维线性子空间构成。针对数据包含的这一结构信息,文献[8]首先将结构化子空间的思想用于信号采样及恢复,通过混合 ℓ_2/ℓ_1 进行结构化稀疏信号优化。图像识别问题中也存在子空间结构:由训练数据组成的字典通常具有块结构这一特性,每类中的训练数据形成字典的几个块,即每类数据分别位于由字典形成的高维空间中的多个低维子空间^[9]。Elhamifar 等人首先将块结构稀疏表示应用于图像分类^[10],将图像分类问题看作是结构化稀疏恢复问题,利用字典中最少数目的块对测试样本进行稀疏表示,并达到较高的识别水平。

近年, MaYi 等人率先对低秩分解展开研究^[11-12],并证明低秩可有望解决噪声、光照、表情、遮挡等问题,为此基于低秩识别的算法得到极大关注^[13-14]。例如,文献[15]将低秩分解应用于人脸识别中,将人脸图像分成低秩部分和稀疏噪声部分,去除噪声影响后分别利用最近子空间和稀疏表示进行分类,提高系统的稳定性。文献[16]对低秩分解进行扩展,增加不相干项,提高不同类的低秩成分的独立性,并在低秩成分上计算 PCA 投影矩阵,最后在投影子空间上利用稀疏表示进行分类,该算法对遮挡等有较好的识别效果,但抛弃了稀疏部分。文献[17]将低秩稀疏分解与群稀疏编码结合在一起,在低秩和稀疏部分上训练群稀疏字典。最后将两个字典联合起来对原始的 SIFT 特征进行稀疏群编码,最后利用线性 SVM 进行分类。以上几种基于低秩的分解方法将所有图像转换成图像列向量并构成矩阵,进行低秩分解,而 Zhang 等人将每幅图像作为矩阵进行低秩分解^[18],把训练集分解成共同部分、低秩稀疏部分和稀疏误差三部分,并用子空间距离进行分类。

本文将分辨性分解模型与块稀疏表示结合起来。首先,利用该图像分解算法将训练图像集分解成共同部分、低秩条件部分和稀疏误差部分;其次,分别在共同部分和低秩条件部分上利用 PCA 构造投影矩阵,联合两个投影矩阵构造最终的投影矩阵,并对原训练集及测试样本进行投影;最后,在投影空间中利用块

稀疏表示对测试样本进行分类识别。

2 分辨性分解块稀疏表示算法

2.1 块稀疏分类原理

块稀疏是原子稀疏的扩展,原子稀疏直接以字典中训练样本的线性组合表示测试样本且表示系数是稀疏的。而块稀疏将字典分块,按块的线性组合表示测试样本,块系数是稀疏的,即在字典 $B \in R^{D \times m}$ (D 表示特征维数, m 表示总原子数)上表示测试样本 $y \in R^{D \times 1}$ 时,先将 B 按类分块,假设 B 中有 N 个类则 $B = [B[1] \cdots B[n]]$,其中 $B[i] \in R^{D \times m_i}$, m_i 表示第 i 块所含的原子数,则块稀疏表示如式(1)所示:

$$y = Bc = [B[1] \cdots B[n]]c \quad (1)$$

与原子稀疏表示不同,(1)式解中的非零元素对应少数的 B 中的块而不是原子。如果 $c^T = [c[1]^T \cdots c[n]^T]$ 中最多有 k 个块 $c[i] \in R^{m_i}$ 是非零的,则称 c^T 是 k 块稀疏。用 B 中最少的块表示信号 y 这一问题可表述为(2)式的优化过程:

$$P_{\ell_2/\ell_0}: \min \sum_{i=1}^n I(\|c[i]\|_2 > 0) \quad \text{s.t.} \quad \|y - Bc\|_2 \leq \varepsilon \quad (2)$$

其中 $I(\cdot)$ 为指标函数; $\varepsilon \geq 0$ 为误差容限,实际(2)式中的目标函数统计解中非零块的数目。由于 ℓ_2/ℓ_0 是一个 NP-hard 问题,所以一般利用混合 ℓ_2/ℓ_1 进行块结构稀疏系数求解,把寻找块内训练样本系数的最小 ℓ_2 范数作为目标函数,(2)式转化为下面的优化问题

$$(\ell_2/\ell_1): \min \sum_{i=1}^n \|c[i]\|_2 \quad \text{s.t.} \quad \|y - Bc\|_2 \leq \varepsilon \quad (3)$$

最后利用残差项对测试样本进行归类即:

$$\text{identify}(y) = \arg \min_i \|y - B[i]c[i]\|_2 \quad (4)$$

本文将所有的训练图像作为字典 B , 每个人的所有图像作为字典中的块。如图 1 所示。

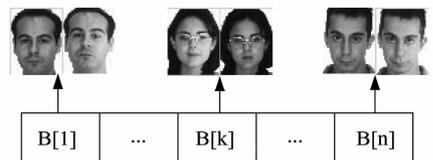


图 1 字典的块结构

Fig. 1 Block Structure of Dictionary

2.2 分辨性分解模型

分辨性分解(DD: Discriminative Decomposition)模型利用低秩和稀疏度约束将同类图像集分解为三部分:共同部分、低秩条件部分、稀疏残差部分。设人脸矩阵集 X 由 N 个人在 K 种条件下的人脸图像组成,即 $X = \{X_1, X_2, \dots, X_N\} = \{X_{1,1}, X_{1,2}, \dots, X_{1,K}, X_{2,1}, \dots, X_{N,K}\}$ 其中 $X_{i,j}$ 表示第 i 类的第 j 个样本。通过分解可以获得 N 个共同部分(分别对应每个人), K 个低秩部分(对应 K 种条件),和每幅图像的稀疏残差即:

$$X_{i,j} = C_i + A_j + E_{i,j}, \quad \forall X_{i,j} \in X \quad (5)$$

其中 C_i 为第 i 类的共同部分; A_j 为低秩条件部分; $E_{i,j}$ 表示稀疏残差。

根据稀疏低秩约束及公式(5)可构造如下的约束优化分解函数:

$$\begin{aligned} C, A, E = \arg \min_{C, A, E} \sum_{i,j} \|A_j\|_* + \lambda_{i,j} \|E_{i,j}\|_1 \\ \text{s. t. } X_{i,j} = C_i + A_j + E_{i,j}, \quad \forall X_{i,j} \in X \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\|A_j\|_* = \sum_i \sigma_i(A_j)$ 是核范数; $\sum_{p,q} |E_{i,j}(p,q)|$ 是 ℓ_1 范数; $E = \{E_{i,j}\}_{i,j=1}^{N,M}$

利用增广的拉格朗日乘法将(6)式转化为:

$$\begin{aligned} C, A, E = \arg \min_{C, A, E} \sum_{i,j} \|A_j\|_* + \lambda_{i,j} \|E_{i,j}\|_1 \\ + \frac{\mu_{i,j}}{2} \|X_{i,j} - C_i - A_j - E_{i,j}\|_F^2 \\ + \langle Y_{i,j}, X_{i,j} - C_i - A_j - E_{i,j} \rangle \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $Y_{i,j}$ 是拉格朗日乘子; $\lambda_{i,j}$ 和 $\mu_{i,j}$ 用来平衡稀疏度和重构误差。(7)式是对类 i 的分解表述,而整个优化过程要对所有类的图像进行分解。

迭代求解公式(7),每一步中只求解关于一个未知量的凸优化问题,则式(7)转化为三个子优化问题:

子优化问题 1: 在第 t 次迭代中求优化的 $E_{i,j}$

$$\begin{aligned} E_{i,j} = \arg \min_{E_{i,j}} \lambda_{i,j} \|E_{i,j}\|_1 + \frac{\mu_{i,j}}{2} \|X_{i,j}^E - E_{i,j}\|_F^2 \\ + \langle Y_{i,j}, X_{i,j}^E - E_{i,j} \rangle \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $X_{i,j}^E = X_{i,j} - C_i - A_j$, 可得(9)式中的更新算法

$$E_{i,j} = S_{\frac{\lambda}{\mu_{i,j}}} \left(X_{i,j}^E + \frac{1}{\mu_{i,j}} Y_{i,j} \right) \quad (9)$$

子优化问题 2: 在第 t 次迭代中求优化的 A_j

$$A_j = \arg \min_{A_j} \sum_i \|A_j\|_* + \frac{\mu_{i,j}}{2} \|X_{i,j}^A - A_j\|_F^2 + \langle Y_{i,j}, X_{i,j}^A - A_j \rangle \quad (10)$$

利用奇异值阈值化算法有

$$U \Sigma V^T \leftarrow \frac{\sum_i \mu_{i,j} X_{i,j}^A + Y_{i,j}}{\sum_i \mu_{i,j}} \quad (11)$$

则

$$A_j = U S_{\tau}(\Sigma) V^T \quad (12)$$

其中 $X_{i,j}^A = X_{i,j} - C_i - E_{i,j}$, $\tau = \frac{N}{\sum_i \mu_{i,j}}$

子优化问题 3: 在第 t 次迭代中求优化的 C_i

$$C_i = \arg \min_{C_i} \frac{\mu_{i,j}}{2} \sum_j \|X_{i,j}^C - C_i\|_F^2 + \langle Y_{i,j}, X_{i,j}^C - C_i \rangle \quad (13)$$

其中 $X_{i,j}^C = X_{i,j} - A_j - E_{i,j}$, 则有

$$C_i = \frac{\sum_j Y_{i,j} + \mu_{i,j} X_{i,j}^C}{\sum_j \mu_{i,j}} \quad (14)$$

该分解模型可总结成算法 1

算法 1: Discriminative Decomposition Model (DDM)

输入: X, N, M, ρ, λ 和 τ ;

输出: $\{C_i\}_{i=1}^N, \{A_j\}_{j=1}^K$ 和 $\{E_{i,j}\}_{i,j=1}^{N,M}$;

% 初始化

$t = 0, C_i^0 = A_j^0 = E_{i,j}^0 = 0$;

$Y_{i,j}^0 = \frac{X_{i,j}}{\|X_{i,j}\|_F}, \mu_{i,j}^0 = \frac{\tau}{\|X_{i,j}\|_F}$;

While not converged do

利用子优化问题 1 解 $E_{i,j}$;

利用子优化问题 2 解 A_j ;

利用子优化问题 3 解 C_i ;

% 更新 $Y_{i,j}$ 和 $\mu_{i,j}$

$Y_{i,j}^{t+1} = Y_{i,j}^t + \mu_{i,j}^t (X_{i,j} - C_i^{t+1} - A_j^{t+1} - E_{i,j}^{t+1})$;

$\mu_{i,j}^{t+1} = \mu_{i,j}^t \rho$;

$t = t + 1$;

end

该算法通过 $\frac{\sum_{i,j} \|X_{i,j} - C_i - A_j - E_{i,j}\|_F^2}{\sum_{i,j} \|X_{i,j}\|_F^2}$ 是否

足够小来判断收敛性。利用该分解模型对 AR 数据库中的训练样本进行分解,分解效果如图 2 所示。其中第一行表示部分原 AR 库中的训练图像,第二行表示分解得到的低秩条件图像,第三行表示稀疏

误差图像,第四行表示共同图像。由图 2 可知该算法能够较好的恢复出共同部分和遮挡、光照等条件部分,而任意一幅图像都可由共同部分、低秩部分和误差部分的线性组合来表示。

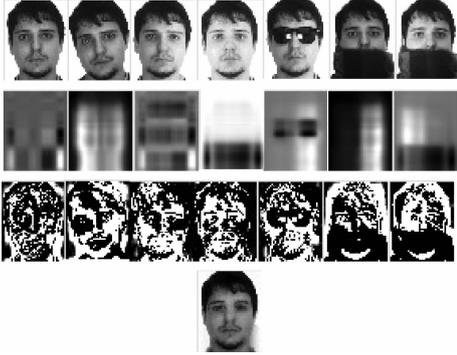


图 2 AR 数据库上的图像分解效果

Fig. 2 Part samples of decomposition on AR dataset

2.3 DD-SSR 算法描述

本文将块稀疏分类算法与上述图像分解算法结合起来并在 PCA 投影子空间上进行分类识别。首先,利用上述分解算法将所有训练图像(即字典 D)分解成共同部分 C 、低秩条件部分 A 和稀疏误差部分 E ;其次,在共同部分 C 和低秩条件部分 A 上利用 PCA 求解投影矩阵 P_1, P_2 ,组合两部分的投影矩阵构成该算法的最终投影矩阵 $P = [\hat{P}_1, \hat{P}_2]$;最后,将字典 D 及测试样本 y 分别进行投影 $D_p = P^* D; y_p = P^* y$,在变换空间上将每一类数据看作是一个块利用块稀疏进行分类识别。本文算法的具体步骤算法 2 所示。

算法 2: DD-SSR

输入: D, y, d_1, d_2

输出: $identify(y)$

% 对 D 分解

$D = C + A + E$;

% $PCA(\cdot)$ 表示对矩阵进行 PCA 变换

$P_1 = PCA(C); P_2 = PCA(A)$;

$\hat{P}_1 = P_1(:, 1:d_1); \hat{P}_2 = P_2(:, 1:d_2)$;

$P = [\hat{P}_1, \hat{P}_2]$;

% 对 D, y 投影

$D_p = P^* D; y_p = P^* y$;

% 利用块稀疏进行分类

$identify(y) = BlockSparse(D_p, y_p)$;

结束

算法分析:由于稀疏误差是每幅图像特有的不具有普遍性,而共同部分和低秩条件部分则具有通用性,因此我们利用共同部分和低秩条件部分计算投影矩阵,提高算法鲁棒性。

3 实验结果及分析

为验证本文方法的有效性,在 AR 数据库上进行实验。AR 数据库包含 120 个人摄于两个时期的每人 26 张正面人脸图像,并包含表情、光照、遮挡等变化。本文分别在眼镜遮挡、口罩遮挡、眼镜+拟口罩遮挡三种情况下进行实验。

3.1 眼镜遮挡

随机选取 100 个人(50 男人 50 女人)每人某一期的 7 幅图像作为训练样本,其中包括光照,表情,遮挡变化。选取另一时期的遮挡图像作为测试,部分测试图像及训练图像如图 3 所示,第一行表示部分训练样本,第二行表示部分测试样本。取四次实验的平均值作为最终的实验结果。



图 3 眼镜遮挡情况下的部分训练及测试图像样本

Fig. 3 Part of train and test samples for experiment with sunglass

利用相同的测试集与训练集,将本文方法与 BS (Block Sparse representation), NS (Nearest Subspace), 原子稀疏表示识别算法 (SRC) 的识别效果进行比较。实验结果如图 4 所示,图中红线表示本文方法在不同特征维数上的识别率,其他颜色曲线表示对比方法的识别率。

观察图 4 可知,在有眼镜遮挡的情况下,本文方法识别率最高,NS 算法的识别效果次之。本文算法在特征维数为 60 至 150 之间时可获得更好识别效果,之后随着特征维数的增加识别率反而下降,可见针对遮挡图像识别问题,并不意味着特征维数越高则识别率越高,分析可能原因:随着特征维数的增加,特征向量中混杂的冗余信息也就越多,相应的分辨信息就越少,当冗余信息达到一定的比例时系统性能下降。同时可知对图像进行适当的分解可在低维空间获得较好的识别效果。

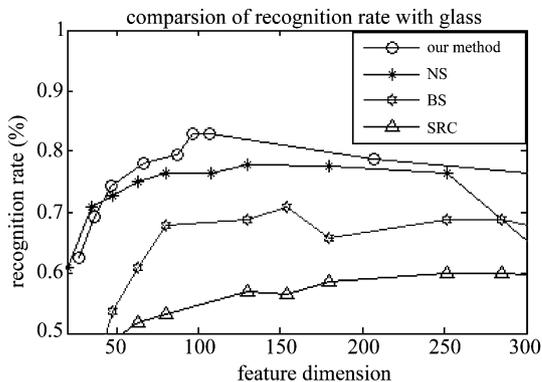


图4 眼镜遮挡情况下实验结果对比图

Fig. 4 Comparison of proposed method and NS, BS, SRC on AR database with sunglass

3.2 口罩遮挡

在口罩遮挡情况下,同样选取 100 个人(50 男人 50 女人)的图像做实验,随机选取某一时期的 7 幅图像做训练样本,另一时期的口罩遮挡做测试样本,部分训练及测试样本如图 5 所示。其中第一行为训练样本,第二行为测试样本。



图5 口罩遮挡情况下的部分训练及测试图像样本

Fig. 5 Part of train and test samples for experiment with scarf

同样取四次实验的平均值作为最终实验结果, BS (Block Sparse representation), NS (Nearest Subspace), 原子稀疏表示识别算法 (SRC) 作对比实验。实验结果如图 6 所示,观察图 6 可知,在口罩遮挡识别中,本文方法的识别率明显高于其他三种方法,在 50 至 150 维之间,本文方法的优势更为突出。其他三种方法中,BS 在口罩遮挡情况下的识别效果较好。

3.3 眼镜+拟口罩遮挡

在眼镜+拟口罩遮挡情况下,本文利用所有人的样本进行实验。先对某一时期的每人三张眼镜遮挡图像加上 1/3 的随机噪声遮挡以模拟口罩遮挡情况,再与该时期的三张无遮挡的照片构成训练集,对另一时期的三张眼镜遮挡加模拟口罩作为测试集。部分测试样本及训练样本如图 7 所示。分别

选取不同时期的图像作训练样本和测试样本,并取两次实验的平均值作为最终实验结果,图 8 给出了该情况下几种方法的识别率对比图。由图 8 可知,在眼镜+拟口罩遮挡的情况下,本文算法与 SRC 算法的识别效果相差不多,特征维数在 0-120 维之间时,本文算法识别效果略高于 SRC;特征维数在 150-300 之间时, SRC 算法的识别率略高于本文算法。

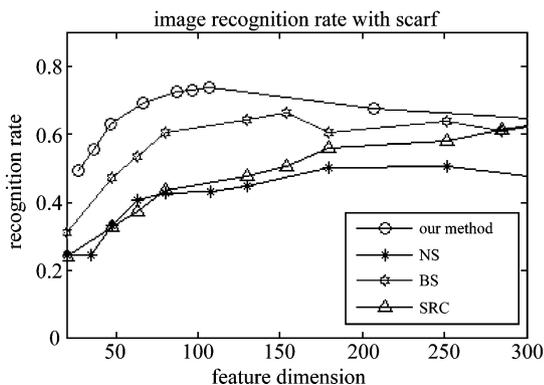


图6 口罩遮挡情况下实验结果对比图

Fig. 6 Comparison of proposed method and NS, BS, SRC on AR database with scarf

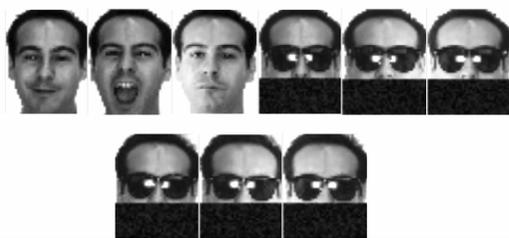


图7 眼镜+拟口罩遮挡情况下的部分训练样本和测试样本

Fig. 7 Part of train and test samples for experiment with scarf and sunglass

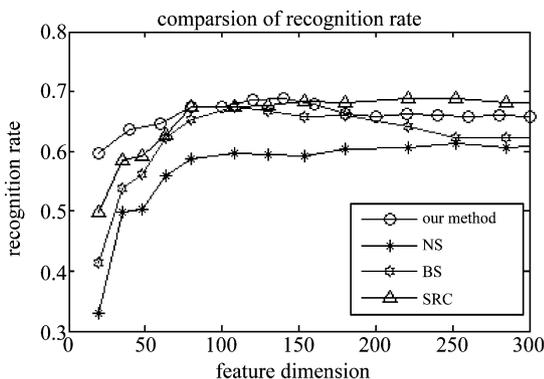


图8 眼镜+拟口罩遮挡情况下实验结果对比图

Fig. 8 Comparison of proposed method and NS, BS, SRC on AR database with scarf and sunglass

3.4 实验总结

由以上三组实验结果可知,在只有眼镜或口罩遮挡,特征维数在 0-300 之间的情况下,与 NS,BS, SRC 算法相比较,本文算法的识别效果明显优于其他算法,而 NS 算法和 BS 算法的识别效果则分别次之。当同时存在眼镜遮挡和口罩遮挡,特征维数在 0-300 之间时,本文算法与 SRC 识别效果相差不多, NS,BS 识别效果较差。

表 1 DD-SSR 与 SRC、NS、BS 识别率(均值±方差)对比

Tab. 1 Classification accuracies (mean±variance) of DD-SSR, SRC, NS and BS

识别率 算法 \ 遮挡	眼镜+拟 口罩遮挡	眼镜遮挡	口罩遮挡
DD-SSR	0.6588±0.0005	0.7556±0.0153	0.6444±0.0112
SRC	0.6637±0.0024	0.5557±0.047	0.5185±0.02
NS	0.5808±0.0045	0.7245±0.0039	0.4145±0.0097
BS	0.5467±0.0194	0.6217±0.0326	0.5669±0.0119

分别统计三组实验中各算法识别率的均值与方差如表 1 所示。在除眼镜+拟口罩遮挡的条件下,DD-SSR 识别率均值略低于 SRC 的识别率均值,其余两种情况下 DD-SSR 识别率均值明显高于其他三种算法,由方差可知 DD-SSR 较其他三种算法有很强的鲁棒性。

综上,本文算法在这三种遮挡情况下有较高的识别率,更强的稳定性。分析原因:共同部分是每一类样本图像共享的,不论训练样本有何种遮挡其共同部分保持不变,条件部分则是对图像特有的几种遮挡情况的模拟,利用共同部分和条件部分训练投影矩阵,使投影子空间更具分辨性;块稀疏分类利用字典的结构信息,提高了识别率。

4 结论

本文在图像分辨性分解的基础上对遮挡人脸图像进行块稀疏分类识别。先将所有的训练样本分成共同部分、低秩条件部分和稀疏误差部分,再在共同部分和低秩条件部分上利用 PCA 分别求投影矩阵,组合两投影矩阵构成整体投影矩阵,最后在投影子空间上利用结构稀疏分类方法对测试样本进行分类识别。在 AR 数据库上的实验表明,与

SRC、BS、NS 算法相比,该算法能在较低维特征空间上获得较高的识别率且具有更强的稳定性,充分证明高维空间数据空间是由多个低维线性子空间构成的这一理论。

参考文献

- [1] 曾军英,甘俊英,翟懿奎. Gabor 字典及 l_0 范数快速稀疏表示的人脸识别算法[J]. 信号处理,2013,29(2): 256-261.
Zeng Junying, Gan Junying, Zhai Yikui. Face recognition based on fast sparse representation of Gabor dictionary and l_0 norm [J]. Journal of Signal Processing, 2013, 29(2):256-261. (in Chinese)
- [2] 胡正平,李静,白洋. 基于样本-扩展差分模板的联合双稀疏表示人脸识别[J]. 信号处理,2012,28(12): 1663-1669.
Hu Zhengping, Li Jing, Bai Yang. Face recognition based on Joint Bi-sparse representation and sample extended difference template [J]. Signal Processing, 2012, 28(12):1663-1669. (in Chinese)
- [3] 胡正平,贾千文,许成谦. 基于稀疏表示结合流形距离的超球覆盖可拒绝模式识别算法研究[J]. 信号处理,2010,26(4):533-538.
Hu Zhengping, Jia Qianwen, Xu Chengqian. Pattern recognition with reject option based on sparse representation combined with manifold distance hyperspherical covering model [J]. Signal Processing, 2010, 26(4):533-538. (in Chinese)
- [4] J. Wright, A. Yang, A. Ganesh, S. Sastry, and Y. Ma. Robust face recognition via sparse representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009,31(2): 210-227.
- [5] Y. Xu, D. Zhang, J. Yang, and J.-Y. Yang. A two-phase test sample sparse representation method for use with face recognition[J]. IEEE transactions on circuits and systems for video technology. 2011,21(9):1255-1262.
- [6] Jian-Xun Mi, Jin-Xing Liu. Face Recognition Using Sparse Representation-Based Classification on K-Nearest Subspace[J]. PLoS One,2013, 8(3):e59430.
- [7] M. Yang, L. Zhang, J. Yang, D. Zhang. Robust Sparse Coding for Face Recognition[C]. International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), Providence,2011: 625-632.
- [8] Eldar Y C, Mishali M. Robust Recovery of Signals from a

- Structured Union of Subspaces[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(11):5302-5316.
- [9] Ehsan Elhamifar, Rene Vidal. Structured Sparse Recovery via Convex Optimization[C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), Providence, 2011:1873-1879.
- [10] Elhamifar E, Vidal R. Block-sparse Recovery via Convex Optimization[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2012, 60(8):4049-4107.
- [11] Yigang Peng, Arvind Ganesh, John Wright, Wenli Xu, Yi Ma. RASL: Robust Alignment by Sparse and Low-rank Decomposition for Linearly Correlated Images [J]. the IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (TPAMI). 2012, 34(11):2233-2246.
- [12] Zhouchen Lin, Arvind Ganesh, John Wright, Leqin Wu, Minming Chen, Yi Ma. Fast Convex Optimization Algorithms for Exact Recovery of a Corrupted Low-rank Matrix [R]. UIUC Technical Report UILU-ENG-09-2214, 2009.
- [13] 马坚伟, 徐杰, 鲍跃全, 于四伟. 压缩感知及其应用: 从稀疏约束到低秩约束优化[J]. 信号处理, 2012, 28(5):609-623.
Ma Jianwei, Xu Jie, Bao Yuequan, Yu Siwei. Compressive sensing and its application: from sparse to low-rank regularized optimization [J]. Signal Processing, 2012, 28(5):609-623. (in Chinese)
- [14] 胡正平, 李静. 基于低秩子空间恢复的联合稀疏表示人脸识别算法[J]. 电子学报, 2013, 41(5):987-991.
Hu Zhengping, Li Jing. Face recognition of joint sparse representation based on low-rank subspace recovery [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(5):987-991. (in Chinese)
- [15] Mingyang Jiang, Jufu Feng. Robust Low-Rank Subspace Recovery and Face Image Denoising for Face Recognition [C]. IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Brussels, 2011:3033-3036.
- [16] Chih-Fan Chen, Chia-Po Wei, Yu-Chiang Frank Wang. Low-Rank Matrix Recovery with Structural Incoherence for Robust Face Recognition [C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), Providence, 2012:2618-2625.
- [17] Lihe Zhang, Chen Ma. Low-Rank, Sparse Matrix Decomposition and Group Sparse Coding for Image Classification [C]. IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Orlando, 2012:669-672.
- [18] Qiang Zhang, Baoxin Li. Mining Discriminative Components With Low-Rank And Sparsity Constraints for Face Recognition [C]. Acm Sigkdd Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD), New York, 2012:1469-1477.

作者简介



胡正平 2007年于哈尔滨工业大学获得博士学位,现为燕山大学教授,博士生导师,主要研究方向为模式识别与图像处理。E-mail:hzp@ysu.edu.cn



赵淑欢 女(汉族),1987年生于河北高碑店,燕山大学信息科学与工程学院电子与通信工程系,博士研究生,主要研究方向为稀疏表示分类。E-mail:zhaoshuhan_ysu@yeah.net