

光滑粒子法及其与有限元耦合算法的研究进展¹⁾

胡德安 韩旭²⁾ 肖毅华 杨刚

(湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 长沙 410082)

摘要 拉格朗日型的有限元法和光滑粒子法在模拟材料大变形问题时各存优缺点, 而有限元与光滑粒子耦合算法实现了在小变形区域采用有限元法计算, 在局部的大变形区域采用光滑粒子法计算, 有效地综合了有限元法计算效率高和光滑粒子法能够自然地模拟材料大变形问题的特点. 重点论述了有限元法、光滑粒子法以及有限元与光滑粒子耦合算法的研究现状及应用进展, 并讨论了各方法中需要进一步解决的问题. 最后通过算例对 3 种方法的计算精度和计算效率进行了分析, 供研究人员参考.

关键词 有限元法, 光滑粒子法, 耦合算法, 大变形问题, 拉格朗日型

中图分类号: O347 文献标识码: A DOI: 10.6052/0459-1879-13-092

引言

材料大变形问题广泛存在于工程实际中, 如: 侵彻、爆炸、金属加工成型、汽车碰撞、液体晃动等. 这类问题不论在民用产品的设计生产还是在军事武器的研发改进中都具有十分重要的地位, 通常是提高相关产品的技术水平和生产质量的关键. 因此, 研究模拟此类问题的高效、精确的数值方法和开发相应的仿真软件具有重要的应用价值.

对于大变形问题的模拟, 传统的基于网格的方法, 如有限元法 (finite element method, FEM)、有限差分法 (finite difference method, FDM)、有限体积法 (finite volume method, FVM) 等, 存在一些明显的局限. 基于拉格朗日网格的方法, 如拉格朗日有限元法, 会遇到单元畸变, 导致计算精度和效率下降, 有时甚至难以完成有效的计算. 应用单元重分技术可以在一定程度上缓解单元畸变问题, 但频繁地重分单元会导致求解效率急剧下降, 并且对于像侵彻、爆炸之类的极大变形问题难以彻底地解决. 应用单元侵蚀技术能完全避免单元畸变, 但会引入一些人为的影响和难以估计的误差. 基于欧拉网格的方法, 如有限差分法, 通常难于跟踪物质点上物理量的变化历程, 另外也难以精确地定位物质边界和交界面.

为了克服基于网格方法的不足, 研究者们从 20 世纪 70 年代开始探索和发展无网格法^[1-2]. 20 世纪 90 年代, 计算力学界兴起了研究无网格法的热潮,

相继提出了数十种无网格法. 由于无网格法只需要节点信息, 无需节点间的连接信息, 彻底或部分的消除了网格, 抛开了网格的初始划分和网格重构. 因此, 无网格方法在涉及网格畸变、网格移动等问题中显示出明显优势. 然而, 无网格方法也存在一些缺陷, 如计算量大、边界处理复杂等, 这些都阻碍了无网格法的广泛应用, 仍有待进一步研究. 光滑粒子法 (smooth particle hydrodynamics method, SPH) 是最简单、最高效的无网格法之一. 它具有强大的模拟大变形和复杂物理现象的能力, 在流体力学相关领域中得到了很好的发展和应用, 目前已被嵌入到一些商业软件中. 但是, 光滑粒子法的计算效率远低于有限元法以及一些其他的基于网格的方法. 而且, 它在固体力学领域中还有许多方面需要改进.

对于工程实际中的问题, 发生大变形的区域通常只是整个问题域的局部区域, 而在大部分区域中材料的变形都较小. 因此, 可以只对局部的大变形区域用无网格法, 而对其他的小变形区域用基于拉格朗日网格的方法, 利用两种方法的拉格朗日性质, 比较容易地实现耦合求解. 综合利用两种算法的优势, 既具有很好的模拟大变形的能力, 又保持良好的计算效率.

1 有限元法的研究现状

有限元的概念在 1943 年就已出现^[3], 1960 年有

本文于 2013-06-03 收到.

1) 国家自然科学基金资助项目 (11272118, 10902038).

2) 韩旭, 教授, 主要研究方向: 计算力学. E-mail: hanxu@hnu.edu.cn

限元法的名称才被正式提出^[4]。到目前为止,有限元法经过了五十多年的发展,在理论上已经非常成熟,其研究的对象涵盖线性和非线性问题、静力和动力问题、接触碰撞问题、断裂问题等,其应用的范围由开始的结构分析发展到了热、流体、电磁以及多物理场耦合的分析。许多商用有限元软件,如 ANSYS, NASTRAN, ABAQUS, LS-DYNA 等,已被推出并广泛地应用于航空航天、机械、土木、水利等领域的设计分析。

有限元法基于变分原理对微分方程进行离散求解,其基本思想是将问题域离散为有限个相互连接、互不重叠的单元,在每一单元上通过多项式插值构造未知场函数的近似解。在有限元法中,形函数计算简单,积分计算容易,所以其计算效率高。特别是在应用单点积分技术和集中质量矩阵时,其计算效率更高。有限元法可以任意划分单元,能够适应复杂的几何边界;并且,由于单元具有拉格朗日性质,所以对边界条件处理、物质界面跟踪等都非常容易。但是,有限元法对于大变形问题的模拟不是十分理想,其原因是,单元随物质一起变形,当物质发生大变形时,单元会发生畸变,导致插值精度变差、临界时间步长缩小,从而使得其计算精度和效率都变低。特别是在模拟高速冲击、侵彻、爆炸等问题时,有限元法经常因单元严重畸变而导致计算中止。

在应用有限元法模拟大变形问题时,为了克服单元畸变、使计算顺利完成,目前主要借助于单元重分和单元侵蚀技术。单元重分是在计算过程中检测单元的畸变程度,当单元畸变满足一定的准则时,根据当前的几何构形重新生成单元,并将原来单元的物理信息映射到新的单元上。单元重分技术使单元保持较好的质量,能提高有限元法模拟大变形的能力。但是,对于侵彻、爆炸等问题,由于涉及的变形非常大并且涉及断裂、破碎等现象,单元重分技术难以彻底地克服单元畸变问题。在此情况下,必须借助于单元侵蚀技术,将严重畸变的单元从计算中移除。单元重分和单元侵蚀技术使有限元法能顺利地模拟大变形现象,但同时也带来了一些问题。频繁地进行单元重分需要耗费大量的计算时间,而且在新旧单元间进行物理信息的映射会引起误差。单元侵蚀技术会导致物质的消失、系统能量的损失以及物体几何边界的改变等,从而影响数值模拟的精度。而且,在使用单元侵蚀技术时,侵蚀准则及相应参数对计算结果有重要影响,如何合理地确定侵蚀准则和参

数是一个令人非常困扰的问题。

另外,有限元等网格算法在模拟活动边界时也存在一定的困难。活动边界是时间和空间的函数,即空间位置随着时间的改变而发生变化,包括自由表面、移动界面和变形边界问题等。研究活动边界问题的数值方法可分为“边界追踪法”和“非边界追踪法”两大类^[5]。非边界追踪法把原来的问题转化为固定区域问题来求解,而活动边界的位置则由解函数值分布而确定。其优点是简单、不受区域和活动边界形状的限制,缺点是精度低、适用的问题类型有限。边界追踪法在求方程的解的同时,还计算活动边界的位置。它的优点是精度高、适用的问题类型广。但对形状复杂的活动边界处理较麻烦。FEM 等网格算法中重叠网格法、局部网格重构法等可对网格进行修正,使之适合于处理形状复杂的活动边界。但与解决大变形问题时重分网格一样,分析“活动边界”进行的重分网格依然存在计算量大、单元间进行物理信息的映射会引起误差等问题。不过,目前仍有研究人员在开展网格重分算法研究,以提高网格重分的效率和计算精度,使得 FEM 可以有效地求解“活动边界”问题^[6]。

2 光滑粒子法的研究现状

2.1 研究概况

光滑粒子法由 Lucy^[7] 以及 Gingold 等^[8] 于 1977 年分别提出。它是一种拉格朗日型的无网格粒子法,最初被用于天体物理学问题的研究。光滑粒子法从提出到 20 世纪 80 年代末并没有受到广泛关注,在这期间,方法的提出者们做出了一系列开创性的工作^[9-16],为其在流体力学相关领域中的应用奠定了理论基础。到 20 世纪 90 年代,光滑粒子法得到飞速发展,其优势被广泛认识,其应用领域拓展到固体力学;同时光滑粒子法的一些内在的缺陷,如拉伸不稳定性、粒子近似不连续性等,被指出并得到相应的改进。在最近十多年中,光滑粒子法的研究和应用一直炙手可热,其应用领域已经延伸到生物力学等新兴的交叉学科。近几年来,随着 GPU (graphics processing unit) 计算技术的快速发展,基于 GPU 加速的光滑粒子法成为了一个新的研究热点,为其在极大规模和实时性要求高的复杂工程问题中的应用提供了可能。

在三十多年的发展过程中,光滑粒子法在许多方面得到了应用。在天体物理方面,光滑粒子法得到了非常广泛的应用,被用来研究了星体的形

成^[17-18]、碰撞^[19-21]、聚合^[20-22]等。在流体流动方面,光滑粒子也取得相当成功的应用,如自由表面流^[23-24]、多孔介质流^[25-29]、两相和多相流^[30-31]、湍流^[32]等问题的模拟。除了天体物理和流体流动方面的应用外,光滑粒子法的另一个非常重要的应用领域是爆炸相关问题的模拟,如:高能炸药爆炸^[33-34]、水下爆炸^[35-36]、聚能射流形成^[37]、爆炸焊接^[38-39]、混凝土的爆炸破坏^[40]等。在固体力学方面,光滑粒子法最主要是应用于超高速冲击研究。国内外的很多研究者^[41-48]都应用光滑粒子法成功地开展了与空间碎片防护相关的超高速冲击模拟,获得了许多有参考价值的结果,为防护结构的设计提供了重要参考。也有一些研究者应用光滑粒子法模拟了高速侵入问题,如:钢球穿透薄钢板^[49]、弹丸侵入陶瓷/金属复合装甲^[50-51]。此外,光滑粒子法还被用于脆性固体破坏^[52]、金属成型^[53-54]、材料的切削加工^[55-56]、松土刀具切割土壤^[57]等问题的模拟。另外,光滑粒子法在流固耦合方面也开始得到应用,如:Oger等^[58]和Gong^[59]模拟了楔形体的入水过程;Antoci等^[60]和Rafiee等^[61]模拟了水流和超弹性橡胶板间的相互作用。近几年来,光滑粒子法在生物力学中的应用受到关注,特别是在血液流动方面的模拟,取得很多的成果^[62-67]。除了用于科学研究和工程分析,光滑粒子法在游戏和电影制作中也得到了应用。

光滑粒子法在各种问题上的应用促使其理论方面的研究不断深入,使得其在许多方面的理论和算法都得到了改进和完善。

在守恒性方面,最早提出的光滑粒子法^[7-8]不能精确地满足线动量和角动量守恒。后来,针对模拟无耗散流体的光滑粒子法,Gingold和Monaghan^[12]应用拉格朗日量的等效粒子形式对其改进,使得线动量和角动量能够精确守恒。Bonet和Lok^[68-69]也研究了光滑粒子法方程的守恒性。1999年,他们^[68]基于变分法推导出流体问题的光滑粒子法方程,指出为保证动量守恒,光滑粒子法方程必须能精确地计算线性速度场的梯度;进而,提出了修正的粒子近似法对函数及其梯度进行近似,得到了一种修正的光滑粒子法。2004年,Bonet等^[69]进一步阐述了固体和流体的光滑粒子法方程的变分推导过程,采用该方法导出的方程能够保证线动量和角动量都精确地守恒。

在稳定性方面,光滑粒子法存在拉伸不稳定,

会导致粒子聚集和数值断裂。Swegle等^[70]在1995年通过对光滑粒子法进行冯诺依曼稳定性分析,给出了稳定性准则,解释了拉伸不稳定产生的原因。随后,许多研究者提出了多种方法来改善和克服拉伸不稳定问题。Dyka等^[71-72]通过在粒子之间增加额外的应力点,提出了针对一维问题的应力点法。后来,Randles等^[73]将应力点法的思想扩展到了二维。Hicks等^[74]应用具有守恒性的线性变换对质量、动量、能量等进行光滑处理,提出了守恒光滑法。Monaghan^[75]根据线性扰动分析确定人工应力项,并引入到粒子之间,提出了人工应力法。Gray等^[76]提出应根据主应力来施加人工应力,对人工应力法进行了改进。Sigalott等^[77]提出了基于自适应核估计的方法来消除拉伸不稳定性。除了上述方法外,还存在其他形式的改善拉伸不稳定的方法。傅学金等^[78]对各种方法给出了较全面和详细的概述。

在边界处理方面,光滑粒子法的处理能力和精度都较差。为了改善边界处理,研究者们从多种途径做出了有益的尝试和探讨。Campbell^[79]在核近似的分部积分过程中利用边界项对边界条件进行处理。Libersky等^[80]利用沿边界镜像生成的虚粒子来施加边界条件。1996年,Randles和Libersky^[81]假设边界外缺失的粒子具有指定的边界值,采用粒子近似将边界条件施加到边界粒子上。2005年,他们又提出了一种约束移动最小二乘法来施加边界条件^[82],即以边界条件作为约束,应用移动最小二乘(moving least square, MLS)法对应力散度近似。Monaghan^[23]在模拟自由表面流时通过在边界上设置边界粒子并施加Lennard-Jones形式的边界力到内部粒子,实现了固壁边界的处理。2009年,Monaghan和Kajtar^[83]进一步提出了可以处理任意形状边界的边界力。对于接触边界的处理,在流体力学领域的应用中一般都被忽略;当光滑粒子法应用到固体力学中时,才开始受到重视。Randles和Libersky^[81]详细研究了光滑粒子法的接触搜索问题,认为物体的边界在距离边界粒子 $0.5h$ (h 为光滑长度)的位置,并基于此定义了粒子间发生接触的条件。Campbell等^[84]将粒子考虑为 $0.5h$ 半径的圆,通过判断圆之间的相交程度来检测接触,并应用罚力施加接触条件,提出了基于罚函数的粒子接触算法。Seo和Min^[85]根据虚功原理得到接触问题的变分方程,采用罚函数法对其求解,提出了一种轴对称光滑粒子法的接触算法。Xiao等^[86]也对轴对称粒子接触算法进行了研究。关于边

界处理,特别是接触边界这类活动边界问题,目前仍不成熟,还有待于进一步开展研究和改进,特别是提高活动边界的计算精度^[87]。

在粒子近似方面,传统的粒子近似存在不连续,特别是在边界附近,由于光滑函数的支持域被截断,粒子近似的精度很低。为了提高粒子近似的精度,多种修正粒子近似的方法被提出。Liu等^[88]引入多项式修正项到原始的核函数中,构造了精确的再生核粒子插值函数,其近似精度可以达到与多项式修正项相同阶次的连续性。Johnson等^[89]提出了正规化光滑函数法,该算法的计算非常简单,对于线性速度分布能精确计算出正应变率,并且能提高非均匀粒子分布情况下的应变率近似精度。Chen等^[90]基于泰勒级数展开对粒子近似进行改进,提出了一种修正的光滑粒子(corrected smooth particle hydrodynamics, CSPH)法,在问题域内部和边界的计算精度都得到提高。Zhang和Batra^[91]采用与Chen等^[80]类似的思想提出了一种修正的光滑粒子(modified smoothed particle hydrodynamics, MSPH)法。后来,他们进一步改进,提出了对称光滑粒子(symmetric smoothed particle hydrodynamics, SSPH)法^[92],该方法与MSPH相比的优点是:核函数的可选范围更广,而且需要求逆的修正矩阵是对称的。Liu等^[93]对粒子近似存在的不连续性进行了系统的研究,发展了一种修复粒子连续性的新方法,该方法不需要构造新的光滑函数,并获得了较好的计算精度。同时,他们也发展了有限粒子法(finite particle method, FPM)^[94],并应用在流体力学领域,获得了很好的结果,在具有自由表面、移动界面和变形边界的不可压流方面具有很好的应用前景。

在数值计算的其他方面,一些研究者也进行了深入研究,对光滑粒子法做出了改进。光滑粒子法在模拟非均匀变形问题时容易因某些方向变形大、缺失相邻粒子对而产生数值断裂。Shintate和Sekine^[95]提出了一种自动增加和合并粒子的技术来克服这一问题。卞梁等^[96]对其进行了改进,提出一种自适应粒子分布算法,有效地抑制了数值断裂。文献[97-101]对阻止数值断裂的技术进行了更系统的研究,提出了针对二维和三维问题、均匀和非均匀粒子分布情况的粒子增加和消除技术来克服数值断裂。光滑粒子法的计算精度受光滑长度影响。最早的光滑粒子法^[7]对所有粒子都采用一致的和恒定的光滑长度。然而,一致的光滑长度不能适应粒子空间分布

不均的情况,而恒定的光滑长度难以适应粒子间距随时间变化较大的问题。为此,提出了采用不一致和可变光滑长度的光滑粒子法^[8,12]。不一致的光滑长度会对函数梯度的粒子近似产生影响。在某些问题中,如果在粒子近似中忽略光滑长度的空间变化,则会引起较大的近似误差。为了修正这种误差,一些研究者^[102-103]将光滑长度的空间梯度引入到粒子近似中。后来,Springel和Hernquist^[104]提出了一种更有效的方法,将光滑长度视为独立变量,基于拉格朗日方程得到一种完全守恒的变光滑长度的光滑粒子法。强洪夫等^[105]采用对称形式的粒子近似对其进行改进。

2.2 需要研究的问题

光滑粒子法在多年的发展过程中得到了显著的发展和改善,但是它仍然存在一些问题,尤其是针对固体力学问题有更多的地方需要改进。光滑粒子法存在的主要问题包括以下2个方面。

2.2.1 计算效率低

由于相邻粒子搜索的计算量大,并且在每一时间步中都要重新执行,所以,光滑粒子法的计算效率低。对于瞬态的冲击大变形问题,尤其是高速侵彻问题,为了得到比较可靠的结果,要求的粒子数多、时间步长小,问题的计算量相当庞大,有时为了解决一个问题,需要耗费数十小时、数天甚至更长的时间。如此昂贵的计算费用使得光滑粒子法在实际使用中受到制约,在解决工程问题时的实用性大打折扣。为了更好地发挥光滑粒子法的潜力,有效地应用其解决工程实际问题,提高其计算效率具有重要意义。

2.2.2 边界处理算法不成熟,固体力学中的接触边界处理存在较大问题

光滑粒子法采用离散粒子表示物体,物体的边界不能显式地定义,所以边界处理比较困难。目前在光滑粒子法的边界处理方面研究最多、最成熟的是对几何形状比较简单的固壁边界的处理,而对具有复杂几何的固壁边界、面力边界以及接触边界等的处理仍然缺乏成熟的算法。特别是接触边界的处理在传统的光滑粒子法中一直被忽略,直到近年在固体力学中应用的增多才开始受到重视。传统的光滑粒子一般通过将不同材料的粒子都包含到动量方程的粒子近似中来近似处理接触。在流体力学中,由于材料没有强度,不同材料间主要是压力作用,这种处理可以得到很好的结果。但是,在固体力学中,由于材料强度的存在,这种处理会在接触边界处引起

虚假的拉伸和剪切应力^[84],可能导致在模拟存在分离或大滑移的侵彻问题时给出错误的结果^[106].接触边界处理的这种缺陷严重地限制了光滑粒子法在具有大滑移的固体接触问题中的应用,这也是在文献中很少有基于单纯的光滑粒子法来模拟固体介质侵彻问题的重要原因(超高速冲击除外,因为接触界面处的材料近似为流体).为了提高固体力学问题的求解精度、有效地模拟固体介质侵彻问题,必须发展适合于光滑粒子法的接触算法,准确地处理接触界面.尽管目前已经开展了一些接触算法相关的研究,但仍然处于起步阶段,算法还不成熟,应用也还较少,并且主要是针对二维问题.

3 有限元与光滑粒子耦合算法的研究现状

3.1 研究概况

有限元法与光滑粒子法各有优缺点,为了结合两者的优势,近十多年来,有限元法与光滑粒子法的耦合算法被提出并得到发展.耦合算法的基本思想是对问题域中的大变形区域采用光滑粒子法计算,而对小变形区域采用有限元法计算.这样就使得算法既具有良好的大变形模拟能力,又具有较高的计算效率.

耦合算法大体上可以分为两大类:一类是固定耦合算法^[107-109],在计算的初始时刻即确定采用有限元法和光滑粒子法计算的区域,在后续过程中固定不变;另一类是自适应耦合算法^[107,110-113],在初始时刻全部采用有限元法计算,在计算过程中自动将大变形区域内的单元转化为粒子,采用光滑粒子法计算.

固定耦合算法的关键问题是单元区域与粒子区域间的接触界面和耦合界面的处理.在接触界面处,单元与粒子不能相互穿透,但允许相对分离或者滑移;在耦合界面处,单元与粒子的运动必须相互协调,既不能相互穿透,也不允许相对分离或滑移.目前,已有许多学者研究了单元与粒子间的接触界面和耦合界面的处理,提出了一些相关的理论和算法.

在单元与粒子的接触方面,Johnson^[107]提出一种主从接触算法,根据线动量和角动量守恒、法向速度一致等条件调整粒子和节点的位置和速度,从而施加接触条件.Attaway等^[108]将粒子视为从节点,采用了预测-修正方法施加接触力,提出了一种基于罚函数的主从接触算法.De Vuyst等^[109]把单元节点

视为粒子,通过引入接触势,提出了节点对节点型(node-to-node)的接触势算法,用其处理单元与粒子的接触.

在单元与粒子的耦合方面,Johnson^[107]提出了将粒子连接到单元节点,使两者具有共同加速度,从而实现单元与粒子的耦合.Sauer^[110]提出了单元与粒子的杂交耦合算法.该方法的基本思想是:采用高斯积分计算单元区域对粒子近似的贡献,得到一种杂交近似,应用杂交近似离散动量方程和计算变形梯度,从而得到单元区域传递到粒子区域的力;同时,计算作用于耦合界面上的单元边的面力并等效到节点上;或者应用插值的方法,确定由粒子区域传递到单元区域的力.Fernández-Méndez等^[111]构造了一种单元和粒子的耦合近似方法,应用该近似方法离散控制方程,得到了一种有限元法与光滑粒子法的连续混合法(continuous blending).Rabczuk等^[112]对单元与粒子的耦合算法进行了系统总结,比较了各种耦合算法的优劣.

自适应耦合算法是在固定耦合算法的基础上增加单元向粒子的自动转化功能而得到.Johnson^[107]在1994年首次提出了根据等效塑性应变将单元转化为粒子的概念.在当时的算法中,转化生成的耦合界面按接触界面近似处理,即允许生成的粒子沿转化后产生的单元边界滑移或与其分离,因此,粒子区域与单元区域没有真正地耦合在一起.后来,Johnson等^[113-114]提出了基于广义粒子法(generalized particle algorithm, GPA)和有限元法的自适应耦合算法,在此算法中,应用一种所谓的匹配算法(matching algorithm)来处理转化生成的耦合界面,约束生成的粒子与转化后产生的单元边界间的相对分离和滑移,实现了粒子区域与单元区域的真正耦合.Han等^[115]对有限元法与光滑粒子法的自适应耦合算法也进行了详细研究,在其算法中,仍以等效塑性应变作为单元转化准则,并采用与Johnson^[107]早期提出的近似算法类似的方法处理转化生成的耦合界面.上述几种自适应耦合算法都是基于三角形单元(二维)和四面体单元(三维)提出的.Sauer^[110]在2000年首先提出了基于四边形单元和六面体单元的自适应耦合算法,在该算法中,以等效塑性应变或等效塑性应变结合损伤作为单元转化准则,以杂交耦合算法处理耦合界面.最近,张志春等^[117]也提出了基于六面体单元的三维自适应耦合算法,在其算法中,以等效应

力作为单元转化准则,采用接触势算法处理接触界面,应用将粒子与单元节点固结的方法处理耦合界面。

目前,有限元法与光滑粒子法的耦合算法已被应用到许多领域,其中一个最重要的应用领域是冲击动力学问题模拟。Johnson 及其合作者在这一领域中做出了突出的贡献。他们应用耦合算法研究了一系列侵彻相关的问题^[107,118-119],并将耦合算法嵌入到著名的冲击动力学分析程序 EPIC (elastic plastic impact calculations) 中^[120]。Sauer 应用自适应耦合算法模拟了弹体撞击充液容器^[121]。Caleyron 等^[122]分别用有限元法和光滑粒子法模拟钢筋和混凝土,建立了钢筋混凝土的耦合计算模型,并且基于该模型模拟了弹体侵彻钢筋混凝土板。Lu 等^[123]基于耦合算法分析了土中掩埋结构在爆炸载荷作用下的动态响应。在国内,许多研究者也应用耦合算法开展了高速冲击、侵彻、爆炸等问题的研究,如:蔡清裕等^[124]模拟了刚性动能弹侵彻混凝土靶;纪冲等^[125]模拟了钢纤维混凝土的侵彻破坏;嵇晓宇^[126]模拟了截锥形弹正侵彻和斜侵彻薄板;宋顺成等^[127]模拟了战斗部对混凝土侵彻与爆炸耦合作用;Xu 等^[128]分析了爆炸载荷下的结构响应;张忠等^[129]探讨了射弹对屏蔽炸药的冲击起爆问题;武玉玉等^[130]模拟了三维超高速碰撞问题;冷冰林等^[131]模拟了弹丸侵彻有限钢靶;卞梁等^[132]模拟了钨合金长杆弹侵彻陶瓷复合靶;张洪涛等^[133]分析了鸟撞机翼前缘问题,等等。

除了在冲击动力学方面的应用,耦合算法在材料的加工处理方面也得到了比较广泛的应用。宿崇等^[134]基于耦合算法模拟了金属材料的切削加工过程;刘飞宏等^[135]应用耦合算法模拟了工件的喷丸强化过程;王建明等^[136]将耦合算法应用于磨料水射流加工;马利等^[137]基于耦合算法模拟了水射流切割。

近几年,耦合算法在流固耦合模拟中的应用开始受到重视。Fourey 等^[138]应用耦合算法模拟了弹性楔形体高速入水以及水柱冲击弹性板;Groenenboom 等^[139]应用耦合算法对实际的大型工程问题进行了模拟,预测了两栖运输船运动引起的波浪及其对登陆艇的影响,还分析了部分淹没在水中的圆筒在大波浪作用下的运动;许庆新等^[140]基于耦合算法模拟了矩形薄壁充液容器的跌落过程。

3.2 耦合算法基本理论^[107]

3.2.1 有限单元-粒子自动转化算法

拉格朗日有限元法在计算强冲击问题时碰撞面两侧的单元容易发生大变形。为了防止大变形导致的单元畸变终止计算,在 FEM-SPH 自适应耦合法中设定判据,当畸变单元达到判据设定值时则自动转化为 SPH 粒子,同时加入了 SPH 算法、有限单元-粒子耦合算法和有限单元-粒子接触算法,所转化单元的变量如应力、应变、内能、损伤等传递给粒子点。粒子的质量、速度及重心与原单元相同,粒子速度由原单元的动量计算得到。粒子的当前直径 $A = B + C$ 及初始直径 A 由公式 B 及 C 得到,其中 A 与 A_0 是单元当前与初始面积。

3.2.2 有限单元-粒子耦合算法

采用将粒子与单元节点固连的方法实现了 SPH 计算与 FEM 计算的耦合,其基本原理如图 1 所示。耦合界面处的粒子与单元节点一一对应,粒子与其对应的单元节点具有相同的加速度,加速度的大小由两者的质量以及作用于两者的力共同确定。单元节点和粒子的速度和位置根据线动量守恒、角动量守恒、连接点位置和速度匹配、主面内动量分配到节点的假设进行调整。

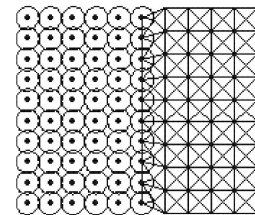


图 1 粒子和单元节点的连接示意图

Fig. 1 Schematic of connection between particles and element nodes

3.2.3 有限单元-粒子接触算法

(1) 接触对搜索算法

首先确定与每一个 SPH 粒子可能发生接触的所有主面段(二维空间中主面段为有限单元的边)。然后对每一个 SPH 粒子进行穿透检测,确定粒子与单元间是否发生接触。通过穿透检测,可以得到图 2 所示的 3 种典型的 SPH 粒子与单元接触的情况,即:

(a) 粒子仅与某一主面段发生穿透,如粒子 A;

(b) 粒子与多个主面段发生穿透,如粒子 B;

(c) 粒子同时与相邻两个主面段发生穿透,但其投影点在主面段的延长线上,如粒子 C。

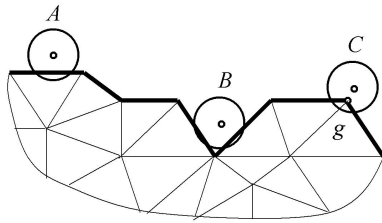


图 2 不同粒子与单元接触的情况

Fig. 2 Types of contact between particles and elements

对于情况 (a), 通过有效的接触处理算法来消除穿透; 对于情况 (b), 以穿透量较大的主面段作为与粒子接触的主面段, 转化为情况 (a); 对于情况 (c), 认为有限元节点 g 与粒子发生接触作用, 其接触处理算法与情况 (a) 类似。

(2) 接触处理算法

接触处理算法用于调整粒子和节点的速度和位置, 以消除粒子对主面段的穿透. 算法将每一个粒子和 1 个主面段或主面节点构成 1 个接触对. 如图 3 所示, 对于每一接触对, 根据动量守恒、角动量守恒来调整粒子和主面节点的速度和位置, 即粒子的速度变化量为

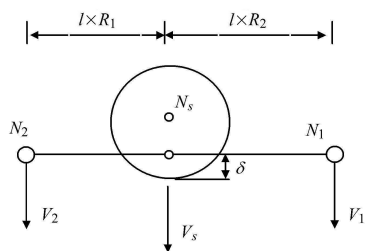
$$\Delta V_s^n = \frac{-\delta^n / \Delta t}{1 + R_1^2 M_s / M_1 + R_2^2 M_s / M_2} \quad (1)$$

2 个主节点的速度变化量为

$$\Delta V_1^n = -R_1 M_s \Delta V_s^n / M_1 \quad (2)$$

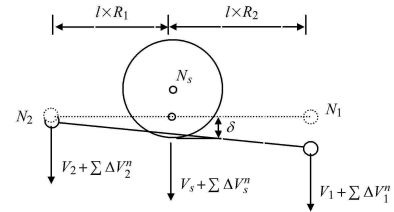
$$\Delta V_2^n = -R_2 M_s \Delta V_s^n / M_2 \quad (3)$$

式中, $\Delta V_s^n, \Delta V_1^n$ 和 ΔV_2^n 分别是 N_s, N_1 和 N_2 点在 n 次迭代中速度变化量, M_s, M_1 和 M_2 是节点的质量, $\delta^{n-1} = \delta_{\text{adjust}}^{n-1} = \delta_{\text{total}}^{n-1} - \delta_{\text{max}}^{n-1}$ 为 $n-1$ 次迭代中穿透距离, R_1 和 R_2 为动量比重因子, Δt 是时间步长. 理论上, 对于单一的接触对, 通过一次速度调整即可完全消除穿透. 但是, 在实际计算中, 接触对存在多个, 因而主节点的速度将受到多个接触对的耦合影响,



(a) 调整前

(a) Before adjustment



(b) 调整后

(b) After adjustment

图 3 接触对的处理算法示意图

Fig. 3 Schematic of contact pairs implement

不能保证一次性消除穿透, 需要通过若干次迭代计算 (通常取 3~5 次能够获得令人满意的计算结果)。

3.3 需要研究的问题

有限元法与光滑粒子的耦合算法目前在理论上还不完善, 在以下方面仍有待进一步研究和改进:

3.3.1 单元与粒子的耦合算法

单元与粒子的耦合是决定整个耦合算法的关键因素, 应尽可能地提高其性能. 对于高速冲击计算, 为了同时保证计算精度和效率, 单元与粒子的耦合算法的性能需要综合考虑计算精度以及实施的可行性和复杂度. 现有的一些单元与粒子的耦合算法的性能并不是非常理想, 如: Johnson^[107] 提出的粒子与单元节点连接的耦合算法虽然计算实施很简单, 但在耦合界面处应力计算不准, 存在应力振荡^[141], 并且要求耦合界面处的节点数和粒子数一致, 给初始的离散过程带来限制; 而 Fernández-Méndez 等^[114] 提出的连续混合法可以给出连续的耦合近似, 计算精度较好, 但是需要构造合适的过渡单元, 这使其在自适应耦合算法中的实施变得复杂. 因此, 有必要对单元与粒子的耦合算法进行进一步研究, 发展更高效和高精度的算法. 特别是在自适应耦合算法中, 由于单元转化为粒子, 单元与粒子间的耦合界面变化不断, 而且耦合界面可能会很不规则、不连续, 这就要求单元与粒子的耦合算法有更高的精度、更好的稳定性以及对界面变化的适应性。

3.3.2 单元与粒子的接触算法

单元与粒子的接触算法一般都包括接触搜索和接触处理 (即接触条件施加) 2 个阶段. 在单元与粒子的接触搜索中, 由于粒子区域的边界粒子会不断变化, 所以, 一般将所有的粒子都参与接触搜索, 这就导致单元与粒子的接触搜索效率低下. 尽管 Attaway 等^[109] 使用了 PIB (point-in-box) 算法来加速接触搜

索过程,但考虑如何有效地减少参与接触搜索的粒子、提高接触搜索效率仍然值得进一步研究.

3.3.3 单元转化为粒子

在自适应耦合算法中,目前常用的单元转化为粒子的判断准则是基于物理参数的,如:等效塑性应变^[107,110]、等效应力^[113].基于物理参数的准则对于不同的物理问题可能需要设置不同的参数值,也可能需要不同的物理参数,给实际计算带来麻烦.另外,在如何设置粒子来取代转化的单元以获得更好的计算精度方面也还缺乏比较系统的研究.

3.3.4 高速侵彻问题中真实侵蚀问题的模拟

耦合算法将畸变单元转化为粒子,保证了系统的质量守恒,并且克服了由于有限元“侵蚀”算法中删除单元导致的几何边界突变问题.不过在高速侵彻问题中,相互作用的两物体在边界上会发生真实的侵蚀现象,涉及到材料的相变等问题.真实的侵蚀会改变相互作用两物体的边界形状和边界条件,即存在“活动边界”问题.数值模拟必须关注和分析这种“活动边界”上发生的物理现象和物理条件,并发展正确的模拟方法和技术.

4 方法对比分析

为了方便计算结果与实验结果进行对比,按照 Hanchak 等^[142]的铁弹侵彻混凝土靶实验建立分析模型,对高速碰撞问题中的 FEM-SPH 自适应耦合算法、有限元法和光滑粒子法进行对比分析.铁弹质量为 0.5 kg,圆柱形混凝土靶的静态抗压强度为 48 MPa,靶宽为 610 mm,厚度为 178 mm,铁弹入射速度为 1058 m/s.图 4 为弹体几何尺寸,图中 CRH (caliber radius head) 为 3.在 FEM-SPH 自适应耦合算法和有限元法计算模型中,弹和靶分别采用 1800 和 67200 个三角形单元进行初始离散.有限元法计算时以主应变作为侵蚀准则,并取单元的最大主应变为 $\varepsilon_{\max} = 1.5$.当单元的主应变超过最大主应变值时,单元自动删除,单元质量附加到邻近单元的节点上.侵蚀参数对有限元法的计算结果影响较敏感,一般在 1.0~3.0 范围内凭经验确定该参数.单元转化为粒子的等效塑性应变判据值为 0.4,该参数一般在 0.3~0.6 范围内取值.在 SPH 方法中,采用 33600 个粒子离散混凝土靶.弹体采用 JC(Johnson Cook)本构模型^[143],靶体采用 HJC(Holmquist Johnson Cook)混凝土本构模型^[144].

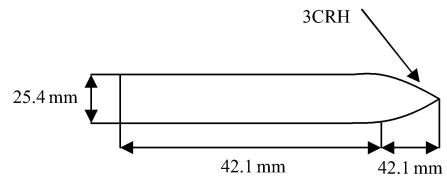
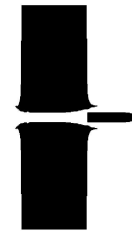


图 4 弹体几何模型

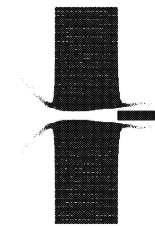
Fig. 4 Geometrical model of projectile

图 5 给出了 0.33 ms 时刻 3 种算法的计算结果.在 FEM-SPH 自适应耦合方法中,如图 5(c) 所示,单元畸变自动转化生成的 SPH 粒子的数为 4187.从图中可以看出不同方法的计算结果有一定的差异.拉格朗日有限元侵蚀算法中,混凝土靶没有碎片飞溅的效果,弹道平直整齐,开坑和贯穿时单元被挤压翘起;光滑粒子算法中,混凝土靶开坑和贯穿时洞口粒子散射到靶外,初期弹道平直,将要穿透时靶体背部



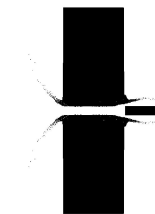
(a) 有限元计算结果

(a) Result obtained by FEM



(b) 光滑粒子法计算结果

(b) Result obtained by SPH



(c) 耦合方法计算结果

(c) Result obtained by FEM-SPH coupling algorithm

图 5 不同算法在 0.33 ms 时刻的模拟结果

Fig. 5 Results obtained by different method at 0.33 ms

材料处于拉伸状态, 弹道通道逐渐变大; 耦合法综合两种算法的特点, 弹道平直, 开坑和贯穿处单元转化为粒子散射到靶外。

表 1 列举了不同算法计算效率及精度. 在同等硬件系统下 (单核处理器计算), 3 种算法剩余速度计算误差都较小. 从计算效率上看, 有限单元算法最为高效, 耦合法次之, 光滑粒子最差. 但耦合法及光滑粒子法能够展示粒子飞溅等物理现象. 其中, CPU 相对用时是将 FEM 计算时间定为标准用时, 计算其他方法计算时间与 FEM 计算用时的比值。

表 1 不同算法计算精度及效率比较

Table 1 Comparison of computational accuracy and efficiency with different method

Methods	Residual velocity/(m·s ⁻¹)	Relative error/%	Relative CPU time
FEM	956.598	1.013	1.000
SPH	945.128	-0.197	4.128
FEM-SPH	952.831	0.615	2.831

Note: Residual velocity of experiment is 947 m/s.

表 2 展示了耦合算法在计算总用时中单元算法与粒子算法所占得的比重. 从表中可以看出, 整个计算过程耗时比例最大还是单元计算, 因为多数网格没有转化成粒子, 仍然以 Lagrange 单元形式参与计算; 稍微次之的是粒子计算耗时, 尽管转化单元比例不大, 但是粒子在计算时需要对它周围的所有粒子进行搜索, 因此计算相对比较耗时; 另外, 粒子与单元耦合界面、粒子与单元接触界面、单元与单元接触界面计算也需耗费一定的计算时间。

表 2 FEM-SPH 计算时间分布

Table 2 Distribution of computing time in FEM-SPH

	Computing time/s	Percentage of total time/%
coupling interface	983	8.4
SPH	4415	37.9
FEM	6260	53.7
total time	11 658	—

在靶体上距离对称轴 $x = 0.0216\text{ m}$ 处取 9 个点, 计算得到了 0.33 ms 时刻各点 x 方向的位移, 说明处于这条线上各点 x 方向的位移状态, 其计算结果如图 6 所示. 从图中可以看出, SPH 方法计算得到的位移曲线较有限元与 FEM-SPH 耦合算法有较大差距, 特别是靶板的 2 个端面, 这主要是由于光滑粒子法计算过程中存在拉伸不稳定性问题. FEM-

SPH 耦合算法与有限元结果吻合较好, 验证了耦合算法的有效性, 并一定程度上克服了光滑粒子方法存在的缺陷。

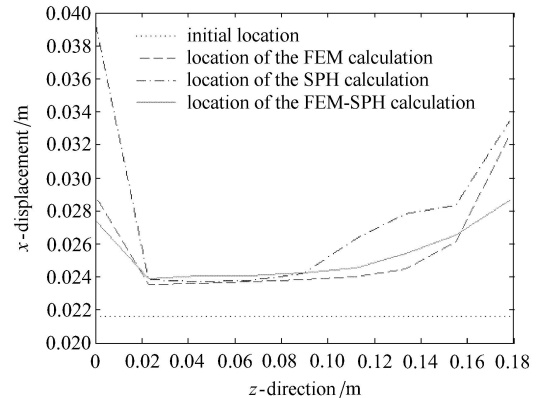


图 6 在 0.33 ms 时刻 $x = 0.0216$ 处节点 x 方向的位移

Fig. 6 x -displacement of nodes on $x = 0.0216$ at 0.33 ms

5 总结

材料的大变形问题是数值模拟中的一类难题, 特别是高速冲击及爆炸问题, 材料的变形极大, 并且涉及冲击波、复杂的材料特性等因素, 这些问题使得对其进行数值模拟更加困难. 有限元法与光滑粒子法在模拟材料大变形问题时各具优缺点, 而有限元法与光滑粒子法的耦合算法有效的综合有限元法计算效率高和光滑粒子法模拟大变形能力强的优点, 为材料的大变形问题特别是高速冲击及爆炸问题的模拟提供一种高效、准确的途径. 在对光滑粒子法及其与有限元耦合算法进行完善的基础上, 开发实用的可市场化的软件, 并应用于工程实际问题, 是该研究方向后续发展的重点。

参 考 文 献

- 1 张雄, 刘岩. 无网格法. 北京: 清华大学出版社, 2004 (Zhang Xiong, Liu Yan. Meshless Method. Beijing: Tsinghua University Press, 2004 (in Chinese))
- 2 刘更, 刘天祥, 谢琴. 无网格法及其应用. 西安: 西北工业大学出版社, 2005 (Liu Geng, Liu Tianxiang, Xie Qin. Meshless Method and its Application. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2005 (in Chinese))
- 3 Courant R. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 1943, 49(1): 1-23
- 4 Clough RW. The finite element method in plane stress analysis. In: *Proceedings of American Society of Civil Engineers, 2nd Conference on Electronic Computations*, Pittsburg, 1960. 345-378
- 5 李晋先. 活动边界问题的时-空有限元配位法. *数值计算与计算机应用*, 1987, 8: 136-144 (Li Jinxian. A space-time finite element

- collocation method for moving boundary problems. *Journal of Numerical Method and Computer Applications*, 1987, 8: 136-144 (in Chinese))
- 6 Yang FL, Chen CH, Young DL. A novel mesh regeneration algorithm for 2D FEM simulations of flows with moving boundary. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(9): 3276-3301
- 7 Lucy LB. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *Astronomical Journal*, 1977, 82(12): 1013-1024
- 8 Gingold RA, Monaghan JJ. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1977, 181(2): 375-389
- 9 Gingold RA, Monaghan JJ. Binary fission in damped rotating polytropes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1978, 184(2): 481-499
- 10 Gingold RA, Monaghan JJ. A numerical study of the Roche and Darwin problems for polytropic stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1979, 188: 45-58
- 11 Gingold RA, Monaghan JJ. The Roche problem for polytropes in central orbits. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1980, 191: 897-924
- 12 Gingold RA, Monaghan JJ. Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 1982, 46(3): 429-453
- 13 Monaghan JJ, Gingold RA. Shock simulation by the particle method SPH. *Journal of Computational Physics*, 1983, 52(2): 374-89
- 14 Monaghan JJ. Extrapolating B splines for interpolation. *Journal of Computational Physics*, 1985, 60(2): 253-62
- 15 Monaghan JJ. Particle methods for hydrodynamics. *Computer Physics Reports*, 1985, 3(2): 71-124
- 16 Monaghan JJ. On the problem of penetration in particle methods. *Journal of Computational Physics*, 1989, 82(1): 1-15
- 17 Bate MA, Bonnell IA, Bromm V. The formation mechanism of brown dwarfs. *Monthly Notice of the Royal Astronomical Society*, 2002, 332(3): 65-68
- 18 Berczik P. Modeling the star formation in galaxies using the chemodynamical SPH code. *Astronomy and Astrophysics*, 2000, 271(2): 103-126
- 19 Benz W. Applications of smooth particle hydrodynamics (SPH) to astrophysical problems. *Computer Physics Communication*, 1988, 48(1): 97-105
- 20 Rasio FA, Lombardi JC. Smoothed particle hydrodynamics calculations of stellar interactions. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1999, 109(1-2): 213-230.
- 21 Lattanzio JC, Schwarz MP, Monaghan JJ. Interstellar cloud collisions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1985, 215(1): 125-148
- 22 Lee WH. Newtonian hydrodynamics of the coalescence of black holes with neutron stars II: Tidally locked binaries with a soft equation of state. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1998, 308: 780-794
- 23 Monaghan JJ. Simulating free surface flows with SPH. *Journal of Computer Physics*, 1994, 110(2): 399-406
- 24 Ferrari A, Dumbser M, Toro EF, et al. A new 3D parallel SPH scheme for free surface flows. *Computers & Fluids*, 2009, 38(6): 1203-1217
- 25 Zhu Y, Fox P J, Morris JP. A pore-scale numerical model for flow through porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1999, 23(9): 881-904
- 26 Morris JP, Zhu Y, Fox PJ. Parallel simulations of pore-scale flow through porous media. *Computers and Geotechnics*, 1999, 25(4): 227-246
- 27 Jiang FM, Mónica SA Oliveira, Antonio CM Sousa. Mesoscale SPH modeling of fluid flow in isotropic porous media. *Computer Physics Communications*, 2007, 176(7): 471-480
- 28 Shao SD. Incompressible SPH flow model for wave interactions with porous media. *Coastal Engineering*, 2010, 57(3): 304-316
- 29 Pereira GG, Prakash M, Cleary PW. SPH modelling of fluid at the grain level in a porous medium. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35(4): 1666-1675
- 30 Monaghan JJ, Kocharyan A. SPH simulation of multi-phase flow. *Computer Physics Communications*, 1995, 87(1-2): 225-235
- 31 Valizadeh A, Shafieefar M, Monaghan JJ, et al. Modeling two-phase flows using SPH method. *Journal of Applied Sciences*, 2008, 8(21): 3817-3826
- 32 Monaghan JJ. SPH compressible turbulence. *Monthly Notice of the Royal Astronomical Society*, 2002, 335(3): 843-852
- 33 Liu MB, Liu GR, Zong Z, et al. Computer simulation of high explosive explosion using smoothed particle hydrodynamics methodology. *Computers & Fluids*, 2003, 32(3): 305-322
- 34 强洪夫, 王坤鹏, 高巍然. 基于完全变光滑长度 SPH 方法的高能炸药爆轰过程数值试验. 含能材料, 2009, 17(1): 27-31 (Qiang Hongfu, Wang Kunpeng, Gao Weiran. Numerical simulation of high explosive detonation process using SPH method with fully variable smoothing lengths. *Chinese Journal of Energetic Materials*, 2009, 17(1): 27-31 (in Chinese))
- 35 Swegle JW, Attaway SW. On the feasibility of using smoothed particle hydrodynamics for underwater explosion. *Computational Mechanics*, 1995, 17(3): 151-168
- 36 Liu MB, Liu GR, Zong Z, et al. Smoothed particle hydrodynamics for numerical simulation of underwater explosions. *Computational Mechanics*, 2003, 30(2): 106-118
- 37 Yang G, Han X, Hu DA. Computer simulation of two-dimensional linear-shaped charge jet using smoothed particle hydrodynamics. *Engineering Computations*, 2011, 28(1): 58-75
- 38 Tanaka K. Numerical studies of explosive welding by SPH. *Materials Science Forum*, 2007, 566: 61-64
- 39 Wang X, Zheng YY, Liu HX, et al. Numerical study of the mechanism of explosive/impact welding using smoothed particle hydrodynamics method. *Materials & Design*, 2012, 35: 210-219
- 40 Rabczuk T, Eibl J. Simulation of high velocity concrete fragmentation using SPH/MLSPH. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003, 56(10): 1421-1444
- 41 Hayhurst C, Clegg RA. Cylindrically symmetric SPH simulations of hypervelocity impacts on thin plates. *International Journal of Impact Engineering*, 1997, 20(1-5): 337-348
- 42 Hiermaier S, Könke D, Stilp A J, et al. Computational simulation of the hypervelocity impact of Al-spheres on thin plates of different materials. *International Journal of Impact Engineering*, 1997, 20(1-5): 363-374

- 43 Faraud M, Destefanis R, Palmieri D, et al. SPH simulations of debris impacts using two different computer codes. *International Journal of Impact Engineering*, 1999, 23(1): 249-260
- 44 贾光辉, 黄海, 胡震东. 超高速撞击数值仿真结果分析. 爆炸与冲击, 2005, 25(1): 47-53 (Jia Guanghui, Huang Hai, Hu Zhendong. Simulation analyse of hypervelocity impact perforation. *Explosion and Shock Waves*, 2005, 25(1): 47-53 (in Chinese))
- 45 贾光辉, 黄海. 超高速撞击航天器二次碎片云能量特性分析. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(3): 257-260 (Jia Guanghui, Huang Hai. Characters on kinetics energy of debris cloud in spacecraft. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2007, 33(3): 257-260 (in Chinese))
- 46 管公顺, 张伟, 庞宝君, 等. 铝球弹丸高速正撞击薄铝板穿孔研究. 高压物理学报, 2005, 19(2): 132-138 (Guan Gongshun, Zhang Wei, Pang Baojun, et al. A study of penetration hole diameter in thin al-plate by hypervelocity impact of al-spheres. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2005, 19(2): 132-138 (in Chinese))
- 47 贾斌, 马志涛, 庞宝君. 含泡沫铝防护结构的超高速撞击数值模拟研究. 高压物理学报, 2009, 23(6): 453-459 (Jia Bin, Ma Zhitao, Pang Baojun. Numerical simulation investigation in hypervelocity impact on shield structure containing aluminum foam. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2009, 23(6): 453-459 (in Chinese))
- 48 徐金中, 汤文辉, 徐志宏. 超高速碰撞碎片云特征的 SPH 方法数值分析. 高压物理学报, 2008, 22(4): 377-383 (Xu Jinzhong, Tang Wenhui, Xu Zhihong. Numerical analysis of the characteristics of debris clouds produced by hypervelocity impacts using SPH method. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2008, 22(4): 377-383 (in Chinese))
- 49 Seo S, Min O, Lee J. Application of an improved contact algorithm for penetration analysis in SPH. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, 35(6): 578-588
- 50 Lee M, Yoo YH. Analysis of ceramic/metal armour systems. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, 25(9): 819-829
- 51 张伟, 胡德安, 韩旭. 弹体侵彻运动陶瓷/金属复合装甲 SPH 模拟. 固体力学学报, 2010, 31(S1): 70-75 (Zhang Wei, Hu Dean, Han Xu. Simulation on projectile penetrating into moving ceramic/metal composite armor using SPH method. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2010, 31(S1): 70-75 (in Chinese))
- 52 Benz W, Asphaug E. Simulations of brittle solids using smooth particle hydrodynamics. *Computer Physics Communications*, 1995, 87(1-2): 253-265
- 53 Bonet J, Kulasegaram S. Correction and stabilization of smooth particle hydrodynamics methods with applications in metal forming simulations. *International Journal for Numerical Method in Engineering*, 2000, 47(6): 1189-1214
- 54 Cleary PW, Prakash M, Ha J. Novel applications of smoothed particle hydrodynamics (SPH) in metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2006, 177(1-3): 41-48
- 55 Heinstein M, Segalman D. Simulation of orthogonal cutting with smoothed particle hydrodynamics. Report no. SAND97-1961, Sandia National Laboratories, 1997
- 56 Limido J, Espinosa C, Salaun M, et al. A new approach of high speed cutting modelling: SPH method. *Journal of Physics IV*, 2006, 134(1): 1195-1200
- 57 姜涛, 张宪, 乔欣, 等. 基于 SPH 法的土壤切削刀具三维数值模拟及优化. 机电工程, 2009, 26(6): 44-46 (Jiang Tao, Zhang Xian, Qiao Xin, et al. 3-D numerical simulation and optimization of solid cutting tool based on SPH. *Journal of Mechanical and Electrical Engineering*, 2009, 26(6): 44-46 (in Chinese))
- 58 Oger G, Doring M, Alessandrini B, et al. Two-dimensional SPH simulations of wedge water entries. *Journal of Computational Physics*, 2006, 213(2): 803-822
- 59 Gong K. Water entry with of a wedge based on SPH model with an improved boundary treatment. *Journal of Hydrodynamics*, 2009, 21(6): 750-757
- 60 Antoci C, Gallati M, Sibilla S. Numerical simulation of fluid-structure interaction by SPH. *Computers & Structures*, 2007, 85(11-14): 879-890
- 61 Rafiee A, Thiagarajan KP. An SPH projection method for simulating fluid-hypoeelastic structure interaction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2009, 198(33-36): 2785-2795
- 62 Müller M, Schirm S, Teschner M. Interactive blood simulation for virtual surgery based on smoothed particle hydrodynamics. *Technology and Health Care*, 2004, 12(1): 25-31
- 63 Sinnott M, Cleary PW, Prakash M. An investigation of pulsatile blood flow in a bifurcation artery using a grid-free method. In: Fifth International Conference on CFD in the Process Industries. Melbourne, 2006. 13-15
- 64 Jin Q, Pang WM, Nguyen BP, et al. Particle-based simulation of blood flow and vessel wall interactions in virtual surgery. In: 2010 Symposium on Information and Communication Technology. Hanoi, 2010. 128-133
- 65 Tanaka N, Takano T, Masuzawa T. 3-dimensional micro-simulation of blood flow with SPH method. *Nihon Kikai Gakkai Ryutai Kogaku Bumon Koenkai Koen Ronbunshu* (CD-ROM), 2004, 82: 7-12
- 66 Tanaka N, Takano T. Microscopic-scale simulation of blood flow using SPH method. *International Journal of Computational Methods*, 2005, 2(4): 555-568
- 67 Tsubota K, Wada S, Kamada H, et al. A particle method for blood flow simulation, application to flowing red blood cells and platelets. *Journal of the Earth Simulator*, 2006, 5: 2-7
- 68 Bonet J, Lok T-S L. Variational and momentum preservation aspects of smooth particle hydrodynamic formulations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1999, 180(1-2): 97-115
- 69 Bonet J, Kulasegaram S, Rodriguez-Paz MX, et al. Variational formulation for the smooth particle hydrodynamics (SPH) simulation of fluid and solid problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, 193(12-14): 1245-1256
- 70 Sweigle JW, Hicks DL, Attaway SW. Smoothed particle hydrodynamics stability analysis. *Journal of Computational Physics*, 1995, 116(1): 123-134
- 71 Dyka CT, Ingel RP. An approach for tension instability in smoothed particle hydrodynamics. *Computers & Structures*, 1995, 57(4): 573-580
- 72 Dyka CT, Randles PW, Ingel RP. Stress points for tension instability in SPH. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1997, 40(13): 2325-2341
- 73 Randles PW, Libersky LD. Normalized SPH with stress points. *International Journal for Numerical Method in Engineering*, 2000,

- 48(10): 1445-1462
- 74 Hicks DL, Swegle JW, Attaway SW. Conservative smoothing stabilizes discrete-numerical instabilities in SPH material dynamics computations. *Applied Mathematics and Computation*, 1997, 85(2-3): 209-226
- 75 Monaghan JJ. SPH without a tensile instability. *Journal of Computational Physics*, 2000, 159(2): 290-311
- 76 Gray JP, Monaghan JJ, Swift R P. SPH elastic dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, 190(49-50): 6641-6662
- 77 Sigalotti LDG, López H. Adaptive kernel estimation and SPH tensile instability. *Computers & Mathematics with Applications*, 2008, 55(2): 23-50
- 78 傅学金, 强洪夫, 杨月诚. 固体介质中方法的拉伸不稳定性问题研究进展. *力学进展*, 2007, 37(3): 375-388.(Fu Xuejin, Qiang Hongfu, Yang Yuecheng. Advances in the tensile instability of smoothed particle hydrodynamics applied to solid dynamics. *Advances in Mechanics*, 2007, 37(3): 375-388 (in Chinese))
- 79 Campbell PM. Some new algorithms for boundary value problems in smoothed particle hydrodynamics. Report no. DNA-TR-88-286, Mission Research Corporation, 1989
- 80 Libersky LD, Petschek AG, Carney TC, et al. High strain Lagrangian hydrodynamics: A three-dimensional SPH code for dynamic material response. *Journal of Computational Physics*, 1993, 109(1): 67-75
- 81 Randles PW, Libersky LD. Smoothed particle hydrodynamics: some recent improvements and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996, 139(1-4): 375-408
- 82 Randles PW, Libersky LD. Boundary conditions for a dual particle method. *Computers & Structures*, 2005, 83(17-18): 1476-1486
- 83 Monaghan JJ, Kajtar JB. SPH particle boundary forces for arbitrary boundaries. *Computer Physics Communications*, 2009, 180(10): 1811-1820
- 84 Campbell J, Vignjevic R, Libersky LD. A contact algorithm for smoothed particle hydrodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, 184(1): 49-65
- 85 Seo S, Min O. Axisymmetric SPH simulation of elasto-plastic contact in the low velocity impact. *Computer Physics Communications*, 2006, 175(9): 583-603
- 86 Xiao YH, Hu DA, Han X, et al. Simulation of normal perforation of aluminum plates using axisymmetric smoothed particle hydrodynamics with contact algorithm. *Computational Methods*, 2013, 10(3): 1-21
- 87 周星, 许厚谦. 计算含动边界非定常流动的无网格算法. *力学与实践*, 2010, 32(3): 16-22 (Zhou Xing, Xu Houqian. The meshless method for unsteady flow with moving boundary. *Mechanics in Engineering*, 2010, 32(3): 16-22(in Chinese))
- 88 Liu WK, Jun S, Zhang YF. Reproducing kernel particle methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1995, 20(8-9): 1081-1106
- 89 Johnson GR, Beissel SR. Normalized smoothing functions for SPH impact computations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1996, 39(16): 2725-2741
- 90 Chen JK, Beraun JE, Carney TC. A corrective smoothed particle method for boundary value problems in heat conduction. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 46(2): 231-252
- 91 Zhang GM, Batra RC. Modified smoothed particle hydrodynamics method and its application to transient problems. *Computational Mechanics*, 2004, 34(2): 137-146
- 92 Batra RC, Zhang GM. SSPH basis functions for meshless methods, and comparison of solutions with strong and weak formulations. *Computational Mechanics*, 2008, 41(4): 527-545
- 93 Liu MB, Xie WP, Liu GR. Modeling incompressible flows using a finite particle method. *Applied Mathematical Modelling*, 2005, 29(12): 1252-1270
- 94 Liu MB, Liu GR. Restoring particle consistency in smoothed particle hydrodynamics. *Applied Numerical Mathematics*, 2006, 56(1): 19-36
- 95 Shintate K, Sekine H. Numerical simulation of hypervelocity impacts of a projectile on laminated composite plate targets by means of improved SPH method. *Composites: Part A*, 2004, 35(6): 683-692
- 96 卞梁, 王肖钧, 章杰. 高速碰撞数值计算中的 SPH 自适应粒子分布法. *爆炸与冲击*, 2009, 29(6): 607-612 (Bian Liang, Wang Xiaojun, Zhang Jie. A new adaptive SPH method for hypervelocity impact simulation. *Explosion and Shock Waves*, 2009, 29(6): 607-612 (in Chinese))
- 97 Xu F, Chen JS, Huang QQ. The study of numerical stability in the SPH method. *Advanced Materials Research*, 2008, 33-37(1-4): 839-844
- 98 赵燕, 徐绯, 李玉龙, 陈刘定. 一种改进的可阻止 SPH 数值断裂的方法. *爆炸与冲击*, 2009, 29(5): 503-508 (Zhao Yan, Xu Fei, Li Yulong, et al. An improved SPH method for preventing numerical fractures. *Explosion and Shock Waves*, 2009, 29(5): 503-508 (in Chinese))
- 99 Zhao Y, Xu F, Li YL, et al. A simple method in preventing numerical fractures of SPH computations. *Advanced Materials Research*, 2008, 33-37(1-4): 845-850
- 100 赵燕, 徐绯, 李玉龙. 一种适用于颗粒非规则分布的阻止 SPH 数值断裂的方法. *航空学报*, 2009, 30(11): 2100-2105 (Zhao Yan, Xu Fei, Li Yulong. A method of preventing SPH numerical fracture for irregular particle models. *Acta Aeronautica Astronautica Sinica*, 2009, 30(11): 2100-2105 (in Chinese))
- 101 陈刘定, 姚磊江, 李自山, 等. 光滑质点流体动力学方法中数值断裂的防止. *机械强度*, 2010, 32(1): 148-152 (Chen Liuding, Yao Leijiang, Li Zishan, et al. Prevention of numerical fracture in smoothed particle hydrodynamics method. *Journal of Mechanical Strength*, 2010, 32(1): 148-152(in Chinese))
- 102 Hernquis L. Some cautionary remarks about smoothed particle hydrodynamics. *The Astrophysical Journal*, 1993, 404(2): 717-722
- 103 Nelson RP, Papalozizou JCB. Variable smoothing lengths and energy conservation in smoothed particle hydrodynamics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1994, 270(1): 1-20
- 104 Springel V, Hernquist L. Cosmological smoothed particle hydrodynamics simulations: the entropy equation. *Astronomy & Astrophysics*, 2002, 333(3): 649-664
- 105 强洪夫, 高巍然. 修正变光滑长度 SPH 方法及其应用. *解放军理工大学*, 2007, 8(5): 419-424 (Qiang Hongfu, Gao Weiran. Modified SPH method considering full variable smoothing lengths effects and

- its applications. *Journal of PLA University of Science and Technology*, 2007, 8(5): 419-424 (in Chinese)
- 106 Johnson GR, Beissel SR. SPH for high velocity impact computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996, 139(1-4): 347-373
- 107 Johnson GR. Linking of Lagrangian particle methods to standard finite element methods for high velocity impact simulations. *Nuclear Engineering and Design*, 1994, 150(2-3): 265-274
- 108 Attaway SW, Heinstein MW, Swegle JW. Coupling of smooth particle hydrodynamic with finite element method. *Nuclear Engineering and Design*, 1994, 150(2-3): 199-205
- 109 De Vuyst T, Vignjevic R, Campbell JC. Coupling between meshless and finite element methods. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 31(8): 1054-1064
- 110 Sauer M. Adaptive Kopplung des Netzfreen SPH-Verfahrens mit Finiten Elementen zur Berechnung von Impaktvorgängen: [PhD Thesis]. Munich: Universität der Bundeswehr München, 2000
- 111 Fernández-Méndez S, Bonet J, Huerta A. Continuous blending of SPH with finite elements. *Computers and Structures*, 2005, 83(17-18): 1448-1458
- 112 Rabczuk T, Xiao SP, Sauer M. Coupling of mesh-free method with finite elements: basic concepts and test results. *Communications for Numerical Methods in Engineering*, 2006, 22(10): 1031-1065
- 113 Johnson GR, Stryk RA, Stephen R, et al. An algorithm to automatically convert distorted finite elements into meshless particles during dynamic deformation. *International Journal of Impact Engineering*, 2002, 27(10): 997-1013
- 114 Johnson GR, Stryk RA. Conversion of 3D distorted elements into meshless particles during dynamic deformation. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(9): 947-966
- 115 Xiao YH, Han X, Hu DA. A coupling algorithm of finite element method and smoothed particle hydrodynamics for impact computations. *Computers, Materials & Continua*, 2011, 23(1): 9-34
- 116 王吉, 王肖钧, 卞梁. 光滑粒子法与有限元的耦合算法及其在冲击动力学中的应用. *爆炸与冲击*, 2007, 27(6): 522-528 (Wang Ji, Wang Xiaojun, Bian Liang. Linking of smoothed particle hydrodynamics method to standard finite element method and its application in impact dynamics. *Explosion and Shock Waves*, 2007, 27(6): 522-528 (in Chinese))
- 117 张志春, 强洪夫, 高巍然. 一种光滑粒子流体动力学 - 有限元法转换算法及其在冲击动力学中的应用. *西安交通大学学报*, 2011, 45(1): 105-110 (Zhang Zhichun, Qiang Hongfu, Gao Weiran. Conversion of 3D distorted finite elements into SPH particles during impact dynamic deformation. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2011, 45(1): 105-110 (in Chinese))
- 118 Beissel SR, Gerlach CA, Johnson GR. Hypervelocity impact computations with finite elements and meshfree particles. *International Journal of Impact Engineering*, 2006, 33(1-12): 80-90
- 119 Johnson GR. Numerical algorithms and material models for high-velocity impact computations. *International Journal of Impact Engineering*, 2011, 38(6): 456-472
- 120 Johnson GR, Petersen EH, Stryk RA. Incorporation of an SPH option into the EPIC code for a wide range of high velocity impact computations. *International Journal of Impact Engineering*, 1993, 14(1-4): 385-394
- 121 Sauer M. Simulation of high velocity impact in fluid-filled containers using finite elements with adaptive coupling to smoothed particle hydrodynamics. *International Journal of Impact Engineering*, 2011, 38(6): 511-520
- 122 Caleyron F, Chuzel-Marmot Y, Combescure A. Modeling of reinforced concrete through SPH-FE coupling and its application to the simulation of a projectile's impact onto a slab. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 2009, 27(6): 882-898
- 123 Lu Y, Wang ZQ, Chong K. A comparative study of buried structure in soil subjected to blast load using 2D and 3D numerical simulations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2005, 25(4): 275-288
- 124 蔡清裕, 崔伟峰, 向东, 等. 模拟刚性动能弹丸侵彻混凝土的 FE-SPH 方法. *国防科学技术大学学报*, 2003, 25(6): 87-90 (Cai Qingyu, Cui Weifeng, Xiang Dong, et al. Simulation of concrete penetrated by rigid projectile with coupled FE-SPH methods. *Journal of National University of Defence Technology*, 2003, 25(6): 87-90 (in Chinese))
- 125 纪冲, 龙源, 方向. 基于 FEM-SPH 耦合的弹丸侵彻钢纤维混凝土数值模拟. *振动与冲击*, 2010, 29(7): 69-74 (Ji Chong, Long Yuan, Fang Xiang. Numerical simulation for projectile penetrating steel fiber reinforced concrete with FEM-SPH coupling algorithm. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(7): 69-74 (in Chinese))
- 126 嵇晓宇. 弹丸撞击问题的 FE-SPH 耦合模拟. [硕士论文]. 合肥: 中国科学技术大学, 2007 (Ji Xiaoyu. Numerical simulation for projectile impact problems with FE-SPH coupling algorithm: [Master Thesis]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2007 (in Chinese))
- 127 宋顺成, 才鸿年. 模拟战斗部对混凝土侵彻与爆炸耦合作用的计算. *弹道学*, 2004, 16(4): 23-28 (Song Shuncheng, Cai Hongnian. Computations for coupled actions of simulated projectile penetrating and detonating to concrete. *Journal of Ballistics*, 2004, 16(4): 23-28 (in Chinese))
- 128 Xu JX, Liu XL. Analysis of structural response under blast loads using the coupled SPH-FEM approach. *Journal of Zhejiang University Science A*, 2008, 9(9): 1184-1192
- 129 张忠, 陈卫东, 陈浩. FEM/SPH 耦合算法的射弹冲击起爆仿真. *系统仿真学报*, 2009, 21(22): 7080-7083 (Zhang Zhong, Chen Weidong, Chen Hao. Numerical simulation of column projectile impact shielded explosive using FE/SPH coupling method. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(22): 7080-7083 (in Chinese))
- 130 武玉玉, 何远航, 李金柱. 耦合方法在超高速碰撞数值模拟中的应用. *高压物理学报*, 2005, 19(4): 385-389 (Wu Yuyu, He Yuanhang, Li Jinzhu. Application of the coupling method in simulating hypervelocity impact. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2005, 19(4): 385-389 (in Chinese))
- 131 冷冰林, 许金余, 邵宁, 等. 刚性弹丸侵彻金属靶体的 FEM-SPH 耦合计算. *弹箭与制导学报*, 2008, 28(5): 105-108 (Leng Binglin, Xu Jinyu, Shao Ning, et al. Computation of steel penetrated by rigid projectile with coupled FEM-SPH methods. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2008, 28(5): 105-108 (in Chinese))
- 132 卞梁, 王肖钧, 章杰. SPH/FEM 耦合算法在陶瓷复合靶抗侵彻数值模拟中的应用. *高压物理学报*, 2010, 24(3): 161-167 (Bian Liang, Wang Xiaojun, Zhang Jie. Numerical simulations of anti-

- penetration of confined ceramic targets by SPH/ FEM coupling method. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2010, 24(3): 161-167 (in Chinese))
- 133 张洪涛, 赵美英, 任磊, 等. SPH 和 FEM 耦合方法分析机翼前缘鸟撞的响应问题. *科学技术工程*, 2009, 9(7): 1802-1806 (Zhang Hongtao, Zhao Meiyang, Ren Lei, et al. Bird impact on aircraft leading edge simulation with SPH and FEM coupling method. *Science Technology an Engineering*, 2009, 9(7): 1802-1806 (in Chinese))
- 134 宿崇, 唐亮, 侯俊铭, 等. 基于 FEM 与 SPH 耦合算法的金属切削仿真研究. *系统仿真学报*, 2009, 21(16): 5002-5005 (Su Chong, Tang Liang, Hou Junming, et al. Simulation research of metal cutting based on FEM and SPH. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(16): 5002-5005 (in Chinese))
- 135 刘飞宏, 王建明, 余丰, 等. 基于 SPH 耦合有限元法的喷丸残余应力场数值模拟. *山东大学学报*, 2010, 40(6): 67-71 (Liu Feihong, Wang Jianming, Yu Feng, et al. Numerical simulation for compressive residual stress of shot peening based on SPH coupled FEM. *Journal of Shandong University*, 2010, 40(6): 67-71 (in Chinese))
- 136 王建明, 余丰, 刘飞宏, 等. SPH 和 FEM 耦合法模拟磨料水射流中单磨粒加速过程. *山东大学学报*, 2011, 41(5): 114-119 (Wang Jianming, Yu Feng, Liu Feihong, et al. Numerical simulation of single particle acceleration process by SPH coupled FEM for abrasive water-jet cutting. *Journal of Shandong University*, 2011, 41(5): 114-119 (in Chinese))
- 137 马利, 陶伟明, 郭乙木, 等. SPH 耦合有限元方法的水射流弹塑性碰撞模拟. *浙江大学学报*, 2008, 42(2): 259-263 (Ma Li, Tao Weiming, Guo Yimu, et al. Elastic / plastic impact simulation of water jet using smoothed particle hydrodynamics and finite element method. *Journal of Zhejiang University*, 2008, 42(2): 259-263 (in Chinese))
- 138 Fourey G, Oger G, Le Touzé D, et al. Violent fluid-structure interaction simulations using a coupled SPH/FEM method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2010, 10(1): 012041
- 139 Groenenboom PHL, Cartwright BK. Hydrodynamics and fluid-structure interaction by coupled SPH-FE method. *Journal of Hydraulic Research*, 2010, 48(S1): 61-73
- 140 许庆新, 沈荣瀛. 充液容器跌落过程的 SPH 模拟方法. *振动与冲击*, 2007, 27(6): 13-16 (Xu Qingxin, Shen Rongying. Dropping emulation analysis of fluid-filled tank using SPH method. *Noise and Vibration Control*, 2007, 27(6): 13-16 (in Chinese))
- 141 Johnson GR, Stryk SR, Beissel SR. Interface effects for SPH impact computations. *Structures under shock and impact IV*, 1996: 285-294
- 142 Hanchak SJ, Forrestal MJ, Young ER, et al. Perforation of concrete slabs with 48MPa (7ksi) and 140MPa (20ksi) compressive strengths. *International Journal of Impact Engineering*, 1992, 12: 1-7
- 143 Johnson GR, Cook WH. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. *Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistics*, The Hague, the Netherlands, 1983
- 144 Holmquist TJ, Johnson GR, Cook WH. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures. In: *Proc of the 14th International Symposium on Ballistics*, Quebec, 1993. 591-600

(责任编辑: 周冬冬)

RESEARCH DEVELOPMENTS OF SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS METHOD AND ITS COUPLING WITH FINITE ELEMENT METHOD¹⁾

Hu Dean Han Xu²⁾ Xiao Yihua Yang Gang

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract The merits and shortcomings are existed simultaneously in finite element method (FEM) and smoothed particle hydrodynamics (SPH) method, in which these methods are established based on Lagrange system. In order to makes use of high computational efficiency of FEM and advantages of SPH method, such as naturally simulation of large deformation of material, the coupling algorithm of FEM with SPH method is presented to calculate region of small deformation by FEM and simulate region of large deformation by SPH method. In this paper, the research and application of FEM, SPH and FEM-SPH coupling algorithm are reviewed. And the problems existing in these methods are also discussed. Finally, the computational accuracy and efficiency of FEM, SPH and FEM-SPH coupling algorithm are investigated by a numerical example, which is a reference for research fellows.

Key words finite element method, smoothed particle hydrodynamics method, coupling algorithm, problems of large deformation, Lagrange system

Received 03 June 2013.

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (11272118, 10902038).

2) Han Xu, professor, research interests: computational mechanics. E-mail: hanxu@hnu.edu.cn