

# 岩土抗拉模量值修正与桩土作用理论解答研究<sup>1)</sup>

高子坤<sup>\*2)</sup> 施建勇<sup>†</sup>

<sup>\*</sup>(莆田学院土木建筑工程学院, 福建莆田 351100)

<sup>†</sup>(河海大学岩土工程科学研究所, 南京 210098)

**摘要** 地基土的变形模量值不仅和土层所受的先期固结压力大小直接相关, 还受桩土作用产生的附加体积应变的影响. 首先, 针对岩土散体材料分析其本构关系的主要影响因素, 研究模量随埋藏深度和体积应变的变化规律, 并对 Duncan-Chang 本构模型进行抗拉模量值修正. 其次, 综合考虑岩土材料拉压模量不等修正以及桩土作用位移边界特点, 应用变分理论推导桩土作用造成的位移、应变和应力场理论解答. 最后, 应用已有的经典土压力理论和小孔扩张理论对理论推导结果进行对比和分析验证. 研究结果对桩基础设计施工、相应环境保护措施的选择和设计有较大的指导作用.

**关键词** 桩土作用, 岩土材料, 本构关系修正, 位移变分解

中图分类号: TU432 文献标识码: A DOI: 10.6052/0459-1879-13-005

## 引言

桩基础广泛应用于场地及地基条件复杂、对承载力和变形要求较高的土木及水利工程, 包括港口码头、跨海越江大桥、大型动力设施和高层建筑等工程, 以解决变形和稳定性问题<sup>[1-2]</sup>.

目前, 针对桩土作用效应的研究<sup>[3-6]</sup>较多. 陈文<sup>[7]</sup>对半无限长桩展开研究, 得到了轴对称问题的弹塑性解答, 但解答中假设竖向位移不随埋深变化, 竖向应变为零, 不符合实际问题. 朱宁<sup>[8]</sup>应用叠加原理对现有的球孔扩张方法进行修正, 得到了半无限空间内球孔张位移解, 并进一步得到静压桩施工产生的挤土位移场的理论解答. Sagaseta 等<sup>[9-10]</sup>针对桩土作用问题, 假定基桩所在地基变形为位移问题, 提出源-汇法求解桩土作用引起的桩周土体位移场, 并应用地表边界应力叠加的方法来拟合地面为自由面的实际桩土作用工程问题. 上述文献应用叠加原理研究桩土作用效应, 使问题的处理方法可行, 结果简单, 但与土的非线性特性相差较大. 同时, 基于拉压模量接近或相等的本构理论的研究得到应力解答, 均出现较大程度不符合实际情况的拉应力<sup>[3]</sup>.

本文针对三维桩土作用问题, 以岩土体的体积应变为主要本构修正参数对 Duncan-Chang 本构模

型进行修正, 分析研究岩土材料拉压模量不等的性质, 建立考虑岩土体变形模量随深度变化的应力应变关系. 通过综合考虑岩土材料拉压模量不等修正以及地面自由、桩长有限和岩土材料的其他非线性, 应用变分理论推导桩土作用造成的位移、应变和应力场解答.

此外, 对于变分理论解答, 待定系数项足够多时, 以能量积分泛函取极值为依据的位移变分解会收敛于精确解. 而收敛速度快慢则和位移函数设定的合理性有关, 所以本文拟对不同个数待定系数的情况进行计算和分析比较, 主要目的是研究待定系数个数增加时, 理论解答收敛于合理解或精确解答的速度.

## 1 岩土本构关系拉压不等修正

考虑岩土材料的非线性, 本文采用 Duncan-Chang 模型<sup>[11]</sup>, 该模型是国内外广泛采用的岩土模型, 在各类岩土的计算及应用中积累了较丰富的经验, 并给出了多种岩土体的计算参数取值范围. 但是, 应用 Duncan-Chang 模型进行应力计算, 当计算区域出现较大拉应变时, 将出现不符合实际情况的较大拉应力, 所以本文基于下述分析结论对该模型进行修正, 如图 1 所示.

2013-01-04 收到第 1 稿, 2013-05-15 收到修改稿.

1) 福建省科技厅重点项目 (2013H0040), 福建省教育厅 A 类项目 (JA12295) 和河海大学博士后基金项目 (2016-411096) 资助.

2) 高子坤, 副教授, 主要研究方向: 桩-土作用和隧道开挖的三维扩缩孔理论和工程研究. E-mail: gaozikun205@126.com

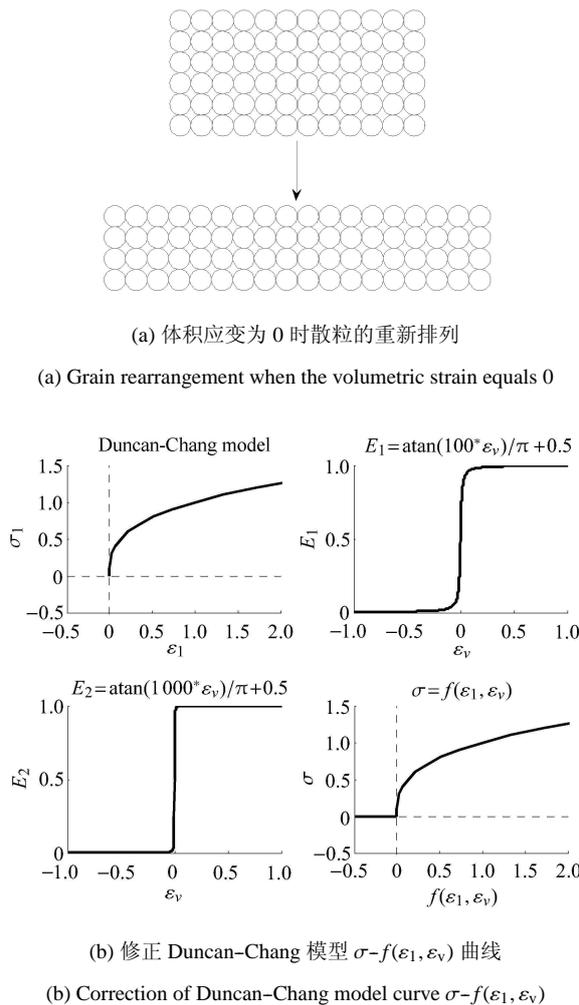


图 1 变形规律和修正 Duncan-Chang 模型

Fig. 1 Deformation rule and amendatory Duncan-Chang model

(1) 如果材料某计算点以受压为主, 即附加体积应变呈现收缩特征时, 计算参数取值完全符合 Duncan-Chang 模型. 如果以受拉为主, 即附加体积应变为膨胀时, 对 Duncan-Chang 模型进行修正;

(2) 根据图 1(a), 当体积应变等于 0 或没有体积变化 (即土颗粒数量不变且每个颗粒均不产生压缩变形), 但排列方式发生变化 (即产生压应变和拉应变) 时, 土体内并未产生应力, 说明拉压性质不同的散体材料与拉压模量相同材料的工程性质有本质不同;

(3) 根据图 1(a) 分析, 某计算点体积应变等于 0 时, 此计算点的压应变和拉应变不产生压应力和拉应力, 因此本文推论并认为散体材料体积膨胀时也不产生应力, 即模量为 0;

(4) 对于具有黏聚力的黏土材料在拉应变较小时, 可能出现较小拉应力, 如有需要考虑该应力可

通过下式的系数  $k$  值调整来满足.

所以本文本构关系修正的基本原则是: 当某空间点体积应变  $\epsilon_v$  为正 (压缩) 时, 模量大小完全符合 Duncan-Chang 模型计算结果, 当出现负体积应变时, 模量等于 0 或趋于 0, 模量修正表达式为

$$E_x = \left[ \tan^{-1}(k\epsilon_v) \right] / \pi + 0.5$$

$$\text{当 } k = 100, E_1 = \left[ \tan^{-1}(100\epsilon_v) \right] / \pi + 0.5$$

$$\text{当 } k = 1000, E_2 = \left[ \tan^{-1}(1000\epsilon_v) \right] / \pi + 0.5$$

见图 1(b),  $k$  取值越大, 当出现负体积应变时, 模量趋于 0 的速度越快.

由文献 [11] 可得

$$\sigma_d = \frac{\epsilon_1}{\frac{1}{E_i} + \frac{\epsilon_1}{(\sigma_d)_f} R_f} \quad (1)$$

式中,  $E_i = K p_a (\sigma_3 / p_a)^n$  为初始弹性模量,  $(\sigma_d)_f = (2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$  为破坏时的侧限抗压强度, 可根据 Mohr-Coulomb 准则推得;  $R_f = (\sigma_d)_f / (\sigma_d)_{ult}$  为破坏比,  $R_f$  为 0.75~1.0;  $c$  和  $\varphi$  为土的黏聚力和内摩擦角;  $\sigma_3$  取土的前期固结压力;  $p_a$  为大气压;  $K$  和  $n$  为实验常数,  $K$  可能小于 100, 也可能大于 3500, 对于软黏土可取 50~200, 对于硬黏土可取 200~500,  $n$  一般为 0.2~1.0.

根据图 1 引入修正项  $E_2 = [\tan^{-1}(k\epsilon_v)] / \pi + 0.5$ , 得修正 Duncan-Chang 模型  $\sigma-f(\epsilon_1, \epsilon_v)$

$$E_{sec} = E_2 \frac{\sigma_d}{\epsilon_1} = \frac{[\tan^{-1}(k\epsilon_v)] / \pi + 0.5}{\frac{1}{E_i} + \frac{\epsilon_1}{(\sigma_d)_f} R_f} \quad (2)$$

对于空间轴对称问题, 主应变  $\epsilon_1, \epsilon_3$  由式 (3) 计算.

$$\begin{aligned} \epsilon_1 \\ \epsilon_3 \end{aligned} = \frac{\epsilon_r + \epsilon_z}{2} \pm \sqrt{\frac{(\epsilon_r - \epsilon_z)^2}{4} + \frac{\gamma_{rz}^2}{4}} \quad (3)$$

式中,  $\epsilon_r, \epsilon_z, \epsilon_\theta$  分别为径向应变、竖向应变和环向应变. Duncan-Chang 模型的体积变形模量为

$$K_t = K_b p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^m \quad (4)$$

式中,  $K_b$  和  $m$  为实验常数,  $m$  可取 0~1.0,  $K_b$  随  $\sigma_3$  改变, 有大约 10 倍的变化幅度.

根据弹性常数之间的换算关系可得泊松比

$$\nu_t = \frac{3K_t - G_t}{6K_t} \quad (5)$$

式中,  $G_t = \frac{3K_t E_t}{9K_t - E_t}$ .

### 2 桩土作用数学模型

由于桩扩孔挤土作用符合简单加载过程, 由适合非线性材料形变描述的变分原理 [12], 在满足约束条件的容许位移函数中, 使式 (6) 泛函取驻值或极值的位移函数及对应系数值为变分问题的解

$$\Pi = \iiint_V [A(\varepsilon_{ij}) - F_i u_i] dV - \iint_{S_1} \bar{P}_i u_i dS \quad (6)$$

式中,  $F_i$  为体积力,  $S_1$  为应力边界,  $\bar{P}_i$  为  $S_1$  上力的取值,  $u_i$  为位移

$$A(\varepsilon_{ij}) = \int_0^{\varepsilon_r} \sigma_r(\varepsilon_{ij}) d\varepsilon_r + \int_0^{\varepsilon_\theta} \sigma_\theta(\varepsilon_{ij}) d\varepsilon_\theta + \int_0^{\varepsilon_z} \sigma_z(\varepsilon_{ij}) d\varepsilon_z + \int_0^{\gamma_{zr}} \tau_{zr}(\varepsilon_{ij}) d\gamma_{zr}$$

为势能密度,  $\varepsilon_{ij}$  为  $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z, \gamma_{zr}$  4 个应变分量.

泛函式 (6) 必须满足的变分约束条件为式 (7),(8). 应变位移关系式 (以压为正)

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= -\frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = -\frac{u_r}{r} \\ \varepsilon_z &= -\frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{zr} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中,  $u_r$  和  $w$  为轴对称问题的径向和竖直向位移,  $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$  为径向、环向、竖向正应变,  $\gamma_{zr}$  为  $rz$  方向的剪应变.

位移边界条件

$$u \Big|_{g(z,r)=0} = \bar{u}(r, z) \quad (8)$$

式中,  $\bar{u}(r, z)$  为位移边界上的位移函数,  $g(r, z) = 0$  为位移边界曲线方程.

#### 2.1 位移函数构造

首先, 建立图 2 所示的桩土作用物理模型, 模型假设场地土中有一初始小孔, 沉桩过程模拟为小孔孔身径向扩张为主, 孔底向下挤压扩张并得到等效实际桩径尺寸的桩孔 [13].

根据图 2 可建立图 3 所示的桩土作用模型, 桩周地基土区域由一族曲线 (图 2 中的虚线) 覆盖, 曲线方程为

$$f(z, r, z_0) = 0 \quad (9)$$

式中,  $z_0$  为曲线族参数 ( $z_0 \geq H$ ).

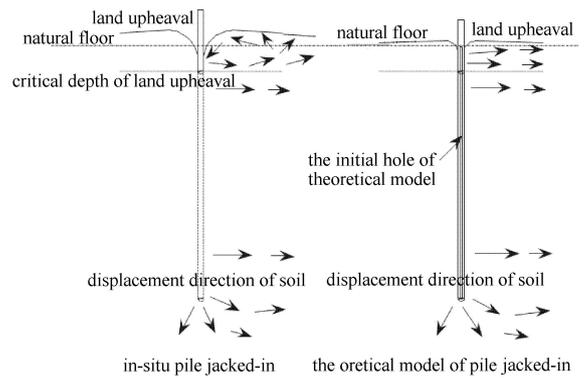


图 2 桩孔扩张法变分解答物理模型

Fig.2 Pile hole expansion method and physical model

本文采用二次曲线族方程为

$$f(z, r, z_0) = \frac{z_0 r^2}{(z_0 - H + r_0)^2} - z_0 + z = 0 \quad (10)$$

式中,  $z_0$  为曲线族参数,  $H$  为桩长,  $r_0$  为初始小孔孔口半径, 当  $z_0 = H$  时, 式 (10) 收敛到孔壁边界曲线方程如下

$$z = H \left[ 1 - (r^2/r_0^2) \right] \quad (11)$$

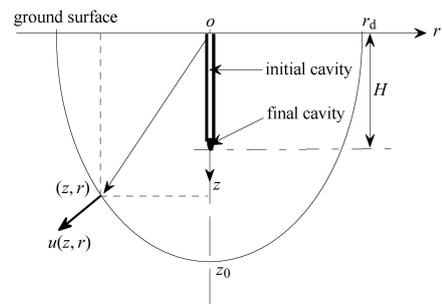


图 3 桩孔扩张数学模型和曲线族

Fig. 3 Model of pile cavity expansion and family of curves

曲线族方程式 (10) 及边界曲线方程式 (11) 满足:

- (1) 对边界曲线方程式 (11), 当  $z = 0$  时,  $r = r_0$ ; 当  $z = H$ ,  $r = 0$ .
- (2) 对曲线族方程式 (10),  $z_0 = H$  时,  $f(z, r, z_0) \Big|_{z_0=H} = g(z, r) = 0$ ,  $g(z, r)$  为连续可导函数.
- (3) 空间轴对称问题的要求  $\partial f / \partial r \Big|_{r=0, z \geq H} = 0$ , 且曲线族中任意曲线都连续可导, 保证积分泛函构造过程可行.

根据上述分析和文献 [3] 可得

$$\left. \begin{aligned} u_r &= u_{r0} + \sum_m A_m u_{rm} \\ w &= w_0 + \sum_m B_m w_m \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中,  $w_0 = u_0 T_t \cos \alpha$ ,  $u_{r0} = u_0 T_t \sin \alpha$  为初始位移项,  $w_1 = u_0 T_t M_t \cos \alpha$ ,  $u_{r1} = u_0 T_t M_t \sin \alpha$ ,  $w_2 = u_0 T_t M_t^2 \cos \alpha$ ,  $u_{r2} = u_0 T_t M_t^2 \sin \alpha$ , ... 为系数待定位移函数项,  $A_m, B_m$  为相互独立的  $2m$  个待定系数, 初始位移项在桩土作用边界位移值为  $w_0 = u_0 \cos \alpha$ ,  $u_{r0} = u_0 \sin \alpha$ ,  $u_0$  为该边界曲线上点的法向位移值,  $u_{rm}, w_m$  在该边界位移值为 0,  $T_t = r_0 / (z_0 - H + r_0)$ ,  $M_t = 1 - H / z_0$ .  $\alpha$  为任意曲线上某点的外法线与  $z$  轴的夹角, 图 3 所示曲线方程的外法线方向余弦为

$$\cos \alpha = \frac{f_z}{\sqrt{f_z^2 + f_r^2}}, \sin \alpha = \frac{f_r}{\sqrt{f_z^2 + f_r^2}} \quad (13)$$

式中,  $f_z = \frac{\partial f(z, r, z_0)}{\partial z}$ ,  $f_r = \frac{\partial f(z, r, z_0)}{\partial r}$ .

此外, 上述函数  $u_r, w$  设定主要根据如下 3 点假设:

(1) 当  $z = 0$  且  $r \geq r_0$  时,  $r$  轴上任一点的位移大小满足式 (13), 沿对应曲线对应点的外法线方向

$$u_{rd} = u_0 r_0 / r_d \quad (14)$$

式中,  $u_0$  为孔壁或桩土作用边界位移值, 沿孔壁外法线方向,  $r_d$  为曲线与地面交点的坐标值, 见图 3.

(2) 当  $z \geq H$  且  $r = 0$  时,  $z$  轴上任意点的位移由式 (14) 表示, 沿  $z$  轴正方向

$$u_{zz} = u_0 \frac{r_0}{z_0 - H + r_0} \quad (15)$$

(3) 当  $z_0$  和  $r_d$  位于同一曲线上, 假设同一曲线上的所有点的位移大小相同, 可得

$$u(z, r, z_0)|_{z_0=C} = u_{rd} = u_{zz} \Rightarrow r_d = z_0 - H + r_0 \quad (16)$$

### 2.2 几何方程

由于  $u_r, w$  中存在曲线族参数  $z_0$ , 所以式 (7) 所表达的几何方程需进一步写为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= -\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial r}\right) \\ \varepsilon_z &= -\left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial z}\right), \quad \varepsilon_\theta = -\frac{u_r}{r} \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_r}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial r} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中,  $\frac{\partial z_0}{\partial r} = -\frac{f_r(z, r, z_0)}{f_{z_0}(z, r, z_0)}$ ,  $\frac{\partial z_0}{\partial z} = -\frac{f_z(z, r, z_0)}{f_{z_0}(z, r, z_0)}$ ,  $f_{z_0} = \frac{\partial f(z, r, z_0)}{\partial z_0}$ .

### 2.3 势能密度

对应某一桩土作用边界位移增量  $\Delta u$ , 根据上述修正本构关系和泊松比分析结果, 可得相应的应力

分量为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \bar{E}(\bar{v}_t \varepsilon_v + \varepsilon_r) + \bar{v}_0 \gamma_z \\ \sigma_\theta &= \bar{E}(\bar{v}_t \varepsilon_v + \varepsilon_\theta) + \bar{v}_0 \gamma_z \\ \sigma_z &= \bar{E}(\bar{v}_t \varepsilon_v + \varepsilon_z) + \gamma_z, \tau_{rz} = \bar{E} \gamma_{rz} / 2 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中

$$\bar{E} = \frac{E_{\text{sec}}}{1 + \nu_t}, \quad \bar{v}_0 = \frac{\nu_0}{1 - \nu_0}, \quad \bar{v}_t = \frac{\nu_t}{1 - 2\nu_t}$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z$$

$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z, \tau_{rz}$  由式 (17) 确定,  $\nu_0$  为土扩孔前的泊松比,  $\gamma$  为土的重度;  $\gamma_z$  为先期固结应力.

综上, 势能密度是  $z, r, z_0$  的函数, 即

$$A(\varepsilon_{ij}) = \int_0^{\Delta u} D(z, r, z_0, u_0, \bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}) du_0 \quad (19)$$

式中

$$\bar{\mathbf{A}} = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$$

$$D(z, r, z_0, u_0, \bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}) = \sigma_r(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial u_0} + \sigma_\theta(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial u_0} +$$

$$\sigma_z(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial u_0} + \tau_{rz}(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \gamma_{rz}}{\partial u_0}$$

式 (19) 必须满足约束方程  $f(z, r, z_0) = 0$ .

### 3 实例计算与比较验证

理论上, 在待定系数项足够多时, 以能量积分泛函取极值为依据的位移变分解答会收敛于精确解. 而收敛速度快慢则和位移函数设定的合理性有关, 所以算例对不同个数待定系数的情况进行计算和比较, 主要目的是为了确定待定系数个数增加时, 本文解答收敛于合理解答或精确解答的速度, 收敛速度越快越好. 因此, 本文分别使用上述推导得到的桩土作用的理论解答、圆孔扩张法和极限平衡理论方法对工程实例 [14] 进行计算并比较.

桩长  $H = 6\text{ m}$ , 桩径  $d = 50\text{ cm}$ . 考虑地基土初始变形模量随土层埋置深度增加而增大, 较深土层的力学性质指标对计算结果影响较大, 算例计算的黏聚力和摩擦角取淤泥质黏土和黏土 (见表 1) 的均值.  $c$  和  $\varphi$  为固结不排水指标,  $c = 14\text{ kPa}$ ,  $\varphi = 13.25^\circ$ . 根据文献 [11], 理论计算使用的本构参数为: 破坏比  $R_f = 0.8$ ; 初始弹性模量  $E_i = K p_a (\sigma_3 / p_a)^n$ ,  $K = 200$ ,  $n = 0.5$ ; 体积变形模量  $K_t = K_b p_a (\sigma_3 / p_a)^m$ ,  $K_b = 50$ ,  $m = 0.5$ .

表 1 土工参数

Table 1 Soil parameter

Stratum	Depth/m	Unit weight/ (kN·m <sup>-3</sup> )	Cohesion c/kPa	Frictional angle φ	Elasticity modulus/MPa	Poisson's ratio
silty clay	0~2	18.5	12	18°	34	0.29
mucky clay	2~4	17.0	13	12°	90	0.46
clay	> 4	17.5	15	14.5°	32	0.42

3.1 基于圆孔扩法的侧向应力结果

根据圆孔扩法<sup>[15]</sup>, 水平和竖向应力增量在塑性区内的分布为

$$\Delta\sigma_r = 2c_u \ln \frac{R_p}{r} + c_u, \quad \Delta\sigma_z = 2c_u + \ln \frac{R_p}{r} \quad (20)$$

在弹性区应力增量为

$$\Delta\sigma_r = c_u \left( \frac{R_p}{r} \right)^2, \quad \Delta\sigma_z = 0 \quad (21)$$

式中,  $R_p = R_u \sqrt{E/[2(1+\mu)c_u]}$  为塑性区半径, 根据表 1 塑性区半径  $R_p \approx 5R_u$ ,  $R_u$  为桩孔半径.

3.2 基于被动土压力的随深度变化的侧向应力

圆孔扩张理论可以较准确计算出桩径比与侧压力的关系, 但由于 CEM 理论基于平面轴对称假定, 无法准确计算侧压力随深度改变. 本文拟应用极限平衡理论计算侧压力随深度变化规律<sup>[3]</sup> 为

$$\sigma_r = \gamma z \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) + 2c \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (22)$$

由于不同土层容重  $\gamma$  不同, 所以计算得到的被动土压力曲线随深度变化为折线, 如图 6 所示.

3.3 理论解答、CEM 和被动土压力计算结果比较

为分析系数待定函数的个数对位移和应力计算结果的影响, 并为实际应用时待定系数的取法提供原则, 对下述 3 种情况进行计算和比较验证:

(1) 只包含位移初始项 (即含有 0 个待定系数的函数项), 计算可得侧向应力沿径向坐标变化图 5(a) 和侧向应力沿深度变化图 6(a);

(2) 根据式 (18) 计算可得含有 2 个待定系数时的位移和应力解答, 侧向应力沿径向坐标变化图 6(b) 和侧向应力沿深度变化图 6(b);

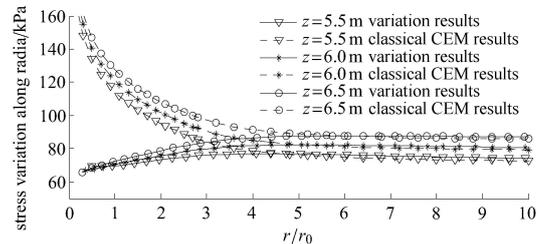
(3) 根据式 (18) 计算可得含有 4 个待定系数时的位移和应力解答, 侧向应力沿径向坐标变化图 5(c) 和侧向应力沿深度变化图 6(c).

根据图 5 和图 6 可得下述结论:

(1) 由于不管取几个系数待定的函数项, 桩孔壁位移等于位移初始项的孔壁位移, 所以在桩壁上位

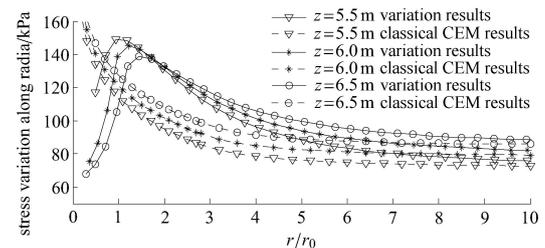
移不受待定系数的影响. 待定系数函数项只对非孔壁处位移应力值进行调节.

(2) 从图 5(a) 和图 6(a) 可知, 没有待定系数函数项时, 即只有初始位移项时, 与经典的圆孔扩张理论和极限平衡理论计算结果相比, 侧向应力随径向坐标的变化和随深度的变化都与实际的应力变化规律不符.



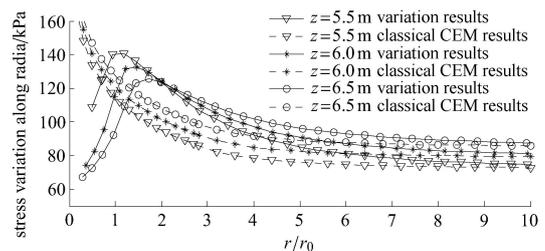
(a) 无待定系数函数项

(a) No undetermined coefficient



(b) 2 个待定系数函数项

(b) 2 undetermined coefficients



(c) 4 个待定系数函数项

(c) 4 undetermined coefficients

图 5 沿径向侧向挤土压力

Fig. 5 Stress variation along radial direction

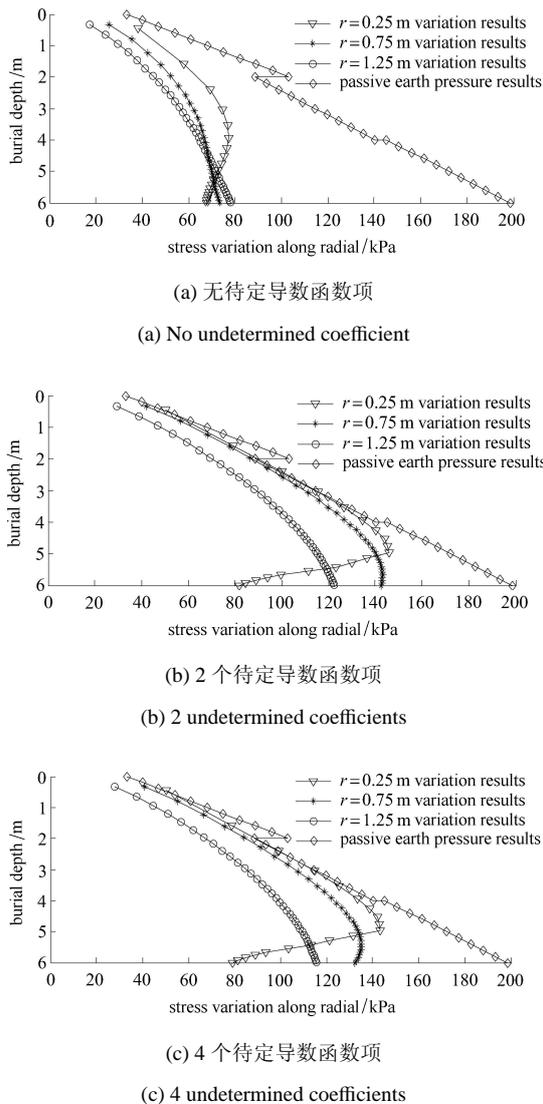


图 6 沿深度侧向挤土压力

Fig. 6 Stress variation along depth

(3) 从图 5(b), 5(c) 和图 6(b), 6(c) 可知, 取 2 个或 4 个待定系数函数项时, 除桩尖附近区域满足桩孔扩张的特有变化规律外, 桩身段与经典的圆孔扩张理论和极限平衡理论计算结果相比, 都吻合地较好。

(4) 相对于只含有两个待定系数的情况, 待定系数的增加对求解结果的影响或精度的提高并不很明显。如果考虑公式推导的繁杂性和优化计算的工作量, 对于桩孔扩张问题, 位移函数取两个待定系数已经比较合理。

(5) 由图 5(c) 知: 变分理论解答和圆孔扩张计算结果基本吻合, 但在桩尖附近 1 倍桩径范围内本文解答和圆孔扩张计算结果大小变化趋势相反, 圆孔扩张计算结果不符合桩尖附近及以下区域的实际的衰减变化规律。

(6) 由图 6(c) 知: 深度 0~4.5 m 范围内, 侧(径向)压力随  $z$  坐标的变化与极限平衡理论计算结果基本吻合。深度大于 5 m, 理论值小于极限平衡理论结果并随深度增大而迅速衰减, 符合桩土作用机理。

(7) 由图 6(c) 知: 由于考虑岩土散粒材料的体积应变对本构关系的影响, 桩端处以竖直向下挤压为主, 在桩端侧面小范围内会产生较大的拉应变, 使该处岩土材料体积应变趋于负值(膨胀), 所以该处模量值降低、侧压力计算值偏小。

(8) 由图 6(c) 知: 由于本文考虑挤土的三维特性和桩端的几何形状, 桩端附近既有侧向挤压, 也有竖向挤压, 埋深最大的桩尖点将只有竖向挤压, 所以在桩端附近侧向挤压幅度有减小的趋势。

## 4 结 论

(1) 分析了模量随埋藏深度和体积应变的变化规律, 对 Duncan-Chang 模型进行抗拉模量值修正。

(2) 考虑岩土材料拉压模量不等修正, 应用变分理论推导桩土作用造成的位移、应变和应力场理论解答。

(3) 应用已有的经典土压力理论和小孔扩张理论对理论推导结果进行对比和分析验证, 计算结果说明本文得到的位移变分理论解答可以较快收敛于精确解。

(4) 研究方法可以作为进一步理论探索的基础, 研究结果对桩基础设计施工、相应环境保护措施的选择和设计有较大的指导作用。

## 参 考 文 献

- 1 陈国兴. 岩土工程地震学. 北京: 科学出版社, 2007 (Chen Guoxing. The Seismology Of Geotechnical Engineering. Beijing: Science Press, 2007 (in Chinese))
- 2 杨晓, 刘慧, 蔡雪琼. 端承粘弹性桩纵向振动的轴对称解析解. 固体力学学报, 2012, 33(4): 423-430 (Yang Xiao, Liu Hui, Cai Xueqiong. Axisymmetrical analytical solution for vertical vibration of end-bearing viscoelastic pile. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2012, 33(4), 423-430 (in Chinese))
- 3 高子坤. 静压桩沉桩挤土效应和桩间土固结特征理论分析. [博士学位论文]. 南京: 河海大学, 2007 (Gao Zikun. Theoretical analysis of soil squeezing effect and consolidation characteristic due to pile jacked. [PhD Thesis]. Nanjing: Hohai University, 2007 (in Chinese))
- 4 高子坤, 施建勇. 考虑桩体几何特征的压桩挤土效应理论解答研究. 岩土工程学报, 2010, 32(6): 956-962 (Gao Zikun, Shi Jianyong. Theoretical solutions of soil-squeezing effect due to pile jacked considering geometrical characteristic of a pile. Chinese Journal of

- Geotechnical Engineering*, 2010, 32(6): 956-962 (in Chinese))
- 5 张可能, 何杰, 刘杰等. 静压楔形桩沉桩效应模型试验研究. 中南大学学报 (自然科学版), 2012, 43(2): 638-643 (Zhang Keneng, He Jie. Model experimental research on piling effects of static piling in soft clay ground with tapered pile. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2012, 43(2): 638-643 (in Chinese))
  - 6 高子坤, 何俊. 封闭环境中群桩桩间土超孔隙压消散数值模拟. 河海大学学报 (自然科学版), 2010, 38(3): 290-294 (Gao Zikun, He Jun. Numerical simulation of dissipation of excess pore water pressure of squeezed soil among pile groups in enclosed fields. *Journal of Hohai University (Natural Sciences)*, 2010, 38(3): 290-294 (in Chinese))
  - 7 陈文. 饱和黏土中静压桩沉桩机理及挤土效应研究. [硕士论文]. 南京: 河海大学, 1999 (Chen Wen. Penetration and soil compaction effect of pile jacks in saturated clay. [Master Thesis]. Nanjing: Hohai University, 1999 (in Chinese))
  - 8 朱宁. 静力压桩引起桩周土体变形的理论分析. [博士论文]. 南京: 河海大学, 2005 (Zhu Ning. Theoretical analysis of soil deformation due to pile jacking. [PhD Thesis]. Nanjing: Hohai University, 2005 (in Chinese))
  - 9 Sagaseta C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss. *Geotechnique*, 1987, 37(3): 301-320
  - 10 Sagaseta C, Whittle A. Prediction of ground movements due to pile-driving in clay. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2001, 127(1): 55-66
  - 11 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. 180-183 (Zheng Yingren, Shen Zhujiang, Gong Xiaonan. *The Principles of Geotechnical Plastic Mechanics*. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002. 180-183 (in Chinese))
  - 12 牛痒均. 现代变形原理. 北京: 北京工业大学出版社, 1992 (Niu Yangjun. *Modernistic Variation Principle*. Beijing: Press of Beijing University of Technology, 1992 (in Chinese))
  - 13 Randolph MF, Carter JP, Wroth CP. Driven Piles in clay – the effects of installation and subsequent consolidation. *Geotechnique*, 1979, 29(4): 361-393
  - 14 唐世栋, 李阳. 基于 ANSYS 软件模拟桩的挤入过程. 岩土力学, 2006, 27: 973-976 (Tang Shidong, Li Yang. Analysis of a driven pile by ANSYS. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, 27: 973-976 (in Chinese))
  - 15 Visic AC. Expansion of cavity in infinite soil mass. *Jour Soil Mech Found Div, ASCE*, 1972, 98(3): 265-289

(责任编辑: 周冬冬)

## RESEARCH OF CONSTITUTIVE RELATION CORRECTION OF GEOTECHNICAL MATERIALS AND THEORETICAL SOLUTION DUE TO PILE-SOIL INTERACTION <sup>1)</sup>

Gao Zikun<sup>\*,2)</sup> Shi Jianyong <sup>†</sup>

<sup>\*</sup>(Civil Engineering Department of Putian University, Putian 351100, China)

<sup>†</sup>(Geotechnical Research Institute of Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract** The size of modulus is directly related to the value of pre-consolidation pressure and the additional volume strain due to pile-soil interaction for geotechnical materials. First, the paper analyzes the main factors of constitutive models for the materials, considering its changes with depth and volumetric strain. Tensile modulus in Duncan-Chang constitutive model is revised based on the above analysis. Then, the mechanical model due to pile-soil interaction is established considering the effect of the displacement boundary of the interaction and the above-mentioned non-linearity of the materials. The theoretical solutions of soil displacement, strain and stress, are obtained based on the variation principle. Finally, comparisons are made to prove the reasonability of the results, using the classical CEM results and the passive soil pressure theory.

**Key words** pile-soil interaction, geotechnical materials, constitutive relation correction, solution based on variation principle

Received 4 January 2013, revised 15 May 2013.

1) The project was supported by the Foundation of Fujian Province Science and Technology Office (2013H0040) and Education Office (JA12295) and Postdoctoral Fellowship of Hohai University (2016-411096).

2) Gao Zikun, associate professor, research interests: 3-D expansion or contraction due to pile-soil interaction and tunnel excavation.

E-mail: gaozikun205@126.com