文章编号: 1001-0920 (2013) 02-0294-05

一类带有随机、有界时滞网络控制系统的脉冲控制

李同涛[1,2], 邓 丽[1,2], 费敏锐[1,2], 宋 杨[1,2], 吴泉军[3]

(1. 上海大学 机电工程与自动化学院，上海 200072；2. 上海市电站自动化重点实验室，上海 200072；3. 上海电力学院 数理学院，上海 200090)

摘 要: 如何在信道约束下设计控制器对于网络控制系统的研究具有重要意义, 为此提出将脉冲控制思想应用于网络控制系统, 通过减少反馈过程的通信次数来降低控制策略对信道传输能力的依赖. 首先构建网络脉冲控制系统模型; 继而利用 Lyapunov 函数方法得到一类带有随机、有界时滞的网络控制系统的指数稳定性条件, 并给出了脉冲控制器参数与系统收敛速度之间的定量关系; 最后通过数值仿真结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 随机有界时滞；网络控制系统；脉冲控制；Lyapunov 函数；指数稳定

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Networked control systems with bounded random time delay based on impulsive control

LI Tong-tao[1,2], *DENG Li*[1,2], *FEI Min-rui*[1,2], *SONG Yang*[1,2], *WU Quan-jun*[3]

(1. School of Mechatronics Engineering and Automation，Shanghai University，Shanghai 200072，China；2. Shanghai Key Laboratory of Power Station Automation Technology，Shanghai 200072，China；3. School of Mathematics and Physics，Shanghai University of Electric Power，Shanghai 200090，China．Correspondent：DENG Li，E-mail: dengli@shu.edu.cn)

Abstract：How to design an effective controller under the communication constraint is an important problem in networked control systems(NCSs). Therefore, impulsive control is applied to NCSs which can reduce the communication constraint for its less communication frequency. Firstly, a NCSs model based on impulsive control is proposed. Then by using Lyapunov function, an exponential stability criteria for a class of NCSs with bounded and random delay is established. The relation between convergence rate and controller's parameters is also presented. Finally, simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words：random and bounded time delays；networked control systems；impulsive control；Lyapunov function; exponential stability

0 引 言

自 20 世纪 90 年代以来, 随着计算机技术、通信技术、网络技术和控制理论的发展, 建立在网络平台上的网络控制系统已逐渐成为控制界的一个研究热点. 网络通信在带来便捷的同时, 其数据传输的一些特性也极大地影响了网络控制系统的性能[1-3]. 其中网络对控制系统影响较大的是网络诱导延时, 尤其对于网络延时是时变的情况[4]. 目前, 对此问题的研究大多是基于时滞理论进行的, 如文献 [5-10]. 随着研究的深入, 部分学者开始研究通过减少利用网络进行通信的次数来减少网络时滞对控制系统的影响, 并以此减少网络拥塞, 降低延迟. 如 Wang 等[11]提出了一种基于事件触发的控制策略, 即只有当系统的状态变量的变化足够大时才进行网络通信, 以此减少通信次数和网络延时的影响. 另外, 一些学者提出将脉冲理论应用于网络控制系统, 构建基于脉冲理论的网络脉冲控制系统模型, 例如: 文献 [12] 利用脉冲控制理论对存在丢包的网络控制系统进行研究, 并给出了系统满足渐近稳定时最大允许丢包率; 文献 [13-14] 研究了存在延时的网络控制系统, 通过求解线性矩阵不等式的方法求解使系统稳定的脉冲控制器参数. 脉冲控制策略通过设置脉冲间隔来决定脉冲控制信号的产生

收稿日期: 2011-08-10；**修回日期:** 2011-10-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074032, 60904016).

作者简介: 李同涛(1982−), 男, 博士生, 从事网络控制、脉冲控制、异构网络性能分析的研究；费敏锐(1961−), 男, 教授, 博士生导师, 从事网络控制、工业通信网络等研究.

次数, 以达到减少通信次数和网络延时影响的目的.

目前已有的网络脉冲控制系统的研究成果大多是定性分析系统稳定性需要满足的不等式条件, 或是求出系统稳定的最大允许延时、丢包, 而较少考虑脉冲控制器参数与系统收敛速度之间的定量关系, 对于网络延时与脉冲间隔的关系缺乏进一步的探讨. 为此, 本文基于 Lyapunov 函数理论, 采用脉冲控制策略求出了带有随机有界时滞网络控制系统的指数稳定性条件, 并进一步确定了脉冲控制器参数与系统收敛速度之间的定量关系. 数值仿真结果表明了所提出的方法具有较好的控制效果.

1　网络脉冲控制系统模型

1.1　网络控制系统模型

为研究方便, 本文使用的网络控制系统模型基于以下假设[15-17,4]:

1) 网络诱导延时是有界的, 没有观测噪声;

2) 系统的初始状态是已知的;

3) 忽略采样延时, 而且传感器接收到数据时立即无延时地转发出去;

4) 传输媒介无错误发生.

基于上述假设, 状态反馈控制系统可描述为

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)=Ax(t)+Bkx(t-\tau). \qquad (1)$$

其中: A 为系统矩阵; B 为输入矩阵; τ 为网络诱导延时, 是属于区间 $[0,s]$ 的一个随机时滞.

1.2　基于脉冲控制的网络控制系统模型

一个脉冲动力学系统通常由 3 部分组成: 第 1 部分是由微分方程构成的连续系统, 它确定非脉冲时刻系统的运动轨迹; 第 2 部分是由差分方程构成的离散系统, 它确定在满足一定条件下系统状态变量瞬间的改变量; 第 3 部分是脉冲发生的条件, 也是系统状态变量瞬间改变的条件. 网络脉冲控制系统结构原理如图 1 所示.

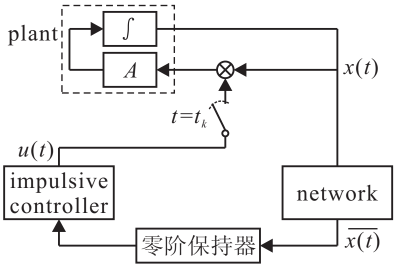

图 1　网络脉冲控制系统结构

基于脉冲控制理论的网络控制系统可描述为

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t),\ t\neq t_k;\\ x_i(t_k^+)=x_i(t_k^-)+U(k,x_i)=\\ x_i(t_k^-)+D_{ik}x_i(t_k-\tau_{ik}),\ t=t_k;\\ x(t_0)=\varphi.\end{cases} \qquad (2)$$

其中: A 为系统矩阵, $U(k,x_i)=D_{ik}x_i(t_k-\tau_{ik})$, τ_{ik} 表示第 i 个状态向量在第 k 个脉冲时刻由网络带来的随机时滞.

注 1　$U(k,x_i)$ 可以被看作“控制输入”, 在脉冲控制系统中, $U(k,x_i)$ 在 t_k 时刻使状态变量发生一个突变[18].

注 2　脉冲控制器只在离散的控制时刻 t_k 发送控制信号, 可以减少网络控制系统的网络通信量, 减少网络拥堵, 进而进一步减少网络延时.

注 3　脉冲间隔可以是等间距的, 也可以是变化的, 由脉冲触发条件决定. 当满足条件时, 即刻发送脉冲信号. 本文采用的是等间隔脉冲信号.

为下面的叙述和证明方便, 给出以下定义.

定义 1　$V:R_+\times R^n\to R_+$ 属于函数类 υ_0, 如果:

1) V 在 $[t_{k-1},t_k)\times R^n$ 中连续, 且对每一个 $x,y\in R^n, t\in[t_{k-1},t_k), k\in N$, $\lim\limits_{(t,y)\to(t_k^-,x)}V(t,y)=V(t_k^-,x)$ 存在;

2) 对于 $x\in R^n$, $V(t,x)$ 满足局部 Lipschitz 条件, 对于所有 $t\geqslant t_0$, $V(t,0)\equiv 0$.

定义 2　当 $(t,x)\in(t_{k-1},t_k]\times R^n$ 时, 令

$$D^+V(t,x)=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}[V(t+h,x+hf(t,x))-V(t,x)].$$

定义 3　系统的解称为指数稳定, 当对于任意初值 $x_{t_0}=\phi$, 存在 $\alpha>0,\varsigma>0,\|\phi\|_\tau=\sup\limits_{-\tau\leqslant s\leqslant 0}\|\phi(s)\|$, $\delta=\delta(\varsigma)$, 对于 $t\geqslant t_0, \|\phi\|_\tau<\delta, t_0\in Z^+$ 使得 $\|x(t,t_0,\phi)\|<\varsigma\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}$.

2　主要结果

本节主要给出有界随机时滞下网络脉冲控制系统稳定性条件及其证明过程.

定理 1　考虑网络脉冲控制系统 (2), 如果存在一个足够小的 $\lambda>0$ 对所有 $k\in Z^+$ 满足下式:

$$\lambda_1(t_k-t_{k-1})+\ln(\alpha_{k-1}+\beta_{k-1}\mathrm{e}^{2\lambda\tau})<0.$$

其中

$$\lambda_1=\lambda_{\max}(A^{\mathrm T}+A),$$

$$\lambda_2=\lambda_{\min}[(I_n-D_{ik})^{\mathrm T}(I_n-D_{ik})],$$

$$\tau=\max_{i\in 1,2,\cdots,n,k\in Z^+}\tau_{ik},$$

$$\alpha_k=$$
$$\frac{1}{\lambda_2}(1+\varepsilon\tau\|A\|\cdot\|D_{ik}\|+\varepsilon\xi\|D_{ik}\|\cdot\max_{1\leqslant p\leqslant\xi}\|D_{isp}\|),$$

$$\beta_k=$$
$$\frac{1}{\lambda_2}(\varepsilon^{-1}\tau\|A\|\cdot\|D_{ik}\|+\varepsilon^{-1}\xi\|D_{ik}\|\cdot\max_{1\leqslant p\leqslant\xi}\|D_{isp}\|+$$
$$\|A\|\cdot\|D_{ik}\|^2(\varepsilon\tau^2+\varepsilon^{-1}\xi^2)+$$

$\tau^2\|A\|^2\cdot\|D_{ik}\|^2+\xi^2\|D_{ik}\|^2\cdot\max\limits_{1\leqslant p\leqslant\xi}\|D_{isp}\|^2)$.

式中: ξ 为在时间间隔 $[t_k-\tau_{ik},t_k]$ 中发生脉冲的次数, sp 代表 ξ 次脉冲中的第 p 次脉冲, $V_i(t)$ 为系统状态变量的泛函. 则系统 (2) 的解指数稳定.

证明 设 $x(t)=x(t,t_0,\varphi)$ 为系统 (2) 初值为 $x_{t_0}=\phi$ 的一个任意解, 构造以下 Lyapunov 函数

$$V_i(t)=x_i^{\mathrm T}(t)x_i(t)\in v_0.$$

对于 $t\neq t_k,k\in Z^+$, 求系统 (2) 的任意解 $x(t)=x(t,t_0,\varphi)V_i(t)$ 的右上积分

$$D^+V_i(t)=x_i^{\mathrm T}(t)(A^{\mathrm T}+A)x_i(t)\leqslant \lambda_1x_i^{\mathrm T}(t)x_i(t)=\lambda_1V_i(t).$$

不失一般性, 假设在时间间隔 $[t_k-\tau_{ik},t_k]$ 内有 ξ 次脉冲, 则式 (2) 可写为

$$x_i(t_k)=x_i(t_k^-)+D_{ik}x_i(t_k-\tau_{ik})= x_i(t_k^-)+D_{ik}\Big[x_i(t_k)-\Big(\int_{t_k-t_{ik}}^{t_{s1}^-}+\int_{t_{s1}^+}^{t_{s2}^-}+\cdots+ \int_{t_{s\xi}^-}^{t_k^-}\Big)Ax_i(s)\mathrm ds\Big]+D_{ik}\sum_{p=1}^{\xi}D_{isp}x_i(t_{sp}-\tau_{isp}),\tag{3}$$

即

$$(I_n-D_{ik})x_i(t_k)= x_i(t_k^-)-D_{ik}\Big(\int_{t_k-\tau_{ik}}^{t_{s1}^-}+\int_{t_{s1}^+}^{t_{s2}^-}+\cdots+ \int_{t_{s\xi}^+}^{t_k^-}\Big)Ax_i(s)\mathrm ds+D_{ik}\sum_{p=1}^{\xi}D_{isp}x_i(t_{sp}-\tau_{isp}).\tag{4}$$

由式 (4) 和不等式 $x^{\mathrm T}y+y^{\mathrm T}x\leqslant\varepsilon x^{\mathrm T}x+\varepsilon^{-1}y^{\mathrm T}y$, 可得

$$\begin{aligned}&\lambda_2V_i(t_k)=\\&\lambda_{\min}[(I_n-D_{ik})^{\mathrm T}(I_n-D_{ik})]V_i(t)\leqslant\\&x_i^{\mathrm T}(t_k)(I_n-D_{ik})^{\mathrm T}(I_n-D_{ik})x_i(t_k)\leqslant\\&[1+\varepsilon\tau\|A\|\cdot\|D_{ik}\|+\\&\varepsilon\xi\|D_{ik}\|\cdot\max_{1\leqslant p\leqslant\xi}\|D_{isp}\|]\cdot V_i(t_m^-)+\\&[\varepsilon^{-1}\tau\|A\|\cdot\|D_{ik}\|+\varepsilon^{-1}\xi\|D_{ik}\|\cdot\max_{1\leqslant p\leqslant\xi}\|D_{isp}\|+\\&\|A\|\cdot\|D_{ik}\|^2\cdot\max_{1\leqslant p\leqslant\xi}\|D_{isp}\|(\varepsilon\tau^2+\varepsilon^{-1}\xi^2)+\\&\tau^2\|A\|^2\cdot\|D_{ik}\|^2+\\&\xi^2\|D_{ik}\|^2\cdot\max_{1\leqslant p\leqslant\xi}\|D_{isp}\|^2]\cdot\sup_{t_k-2\tau\leqslant s\leqslant t_k}V_i(s).\end{aligned}\tag{5}$$

令 α_k 和 β_k 等于定理 1 中的形式, 则可得到以下不等式组:

$$\begin{cases}D^+V_i(t)\leqslant\lambda_1V_i(t),\\V_i(t_k)\leqslant\alpha_kV_i(t_k^-)+\beta_kV_i(t_k-2\tau).\end{cases}\tag{6}$$

下面证明系统在第 1 个脉冲间隔内指数稳定. 利用数学归纳法, 证明系统在此后每个脉冲间隔内均指数稳定.

首先证明以下不等式:

$$V_i(t)\leqslant\|\varphi\|_\tau M\mathrm e^{-\lambda(t-t_0)},\ t\in[t_{k-1},t_k),\ k\in Z^+.\tag{7}$$

由定理 1 条件可知, 存在一个足够小的 $\lambda>0$, 使得

$$\lambda_1(t_k-t_{k-1})<-\ln(\alpha_{k-1}+\beta_{k-1}\mathrm e^{2\lambda\tau}),\ k\in Z^+.\tag{8}$$

在式 (8) 中, 令

$$\gamma=\sup_{k\in Z^+}\Big\{\frac{1}{\alpha_{k-1}+\beta_{k-1}\mathrm e^{2\lambda\tau}}\Big\}\geqslant1,$$

选择一个 $\sigma>0$, 使得对于 $k\in Z^+$, 有

$$\lambda_1\leqslant\sigma-\lambda,\tag{9}$$

$$(\sigma+\lambda)(t_k-t_{k-1})< -\ln(\alpha_{k-1}+\beta_{k-1}\mathrm e^{2\lambda\tau})\leqslant\ln\gamma.\tag{10}$$

由式 (10), 可以选择 $M\geqslant1$ 使得

$$1<\mathrm e^{(\sigma+\lambda)(t_1-t_0)}\leqslant M\leqslant \gamma\mathrm e^{\lambda\tau-(\sigma+\lambda)(t_1-t_0)}\mathrm e^{(\sigma+\lambda)(t_1-t_0)}.\tag{11}$$

由此得到

$$\|\varphi\|_\tau<\|\varphi\|_\tau\mathrm e^{\sigma(t_1-t_0)}\leqslant\|\varphi\|_\tau M\mathrm e^{-\lambda(t_1-t_0)}.\tag{12}$$

下面证明

$$V_i(t)\leqslant\|\varphi\|_\tau M\mathrm e^{-\lambda(t-t_0)},\ t\in[t_0,t_1).\tag{13}$$

即

$$V_i(t)\leqslant\|\varphi\|_\tau M\mathrm e^{-\lambda(t_1-t_0)},\ t\in[t_0,t_1).\tag{14}$$

反证法, 如果式 (14) 不成立, 则由式 (12) 知, 存在 $\bar t\in[t_0,t_1)$ 使得

$$V_i(\bar t)> \|\varphi\|_\tau M\mathrm e^{-\lambda(t_1-t_0)}\geqslant\|\varphi\|_\tau\mathrm e^{\sigma(t_1-t_0)}\geqslant\|\varphi\|_\tau\geqslant V_i(t_0+s),\ s\in[-\tau,0],\tag{15}$$

从而存在 $t^*\in(t_0,\bar t)$, 使得

$$V_i(t^*)=\|\varphi\|_\tau M\mathrm e^{-\lambda(t_1-t_0)},$$
$$V_i(t)\leqslant V_i(t^*),\ t\in[t_0-\tau,t^*].\tag{16}$$

这也意味着存在 $t^{*1}\in[t_0,t^*]$, 使得

$$V_i(t^{*1})=\|\varphi\|_\tau,$$
$$V_i(t^{*1})\leqslant V_i(t)\leqslant V_i(t^*),\ t\in[t^{*1},t^*].\tag{17}$$

因此, 由式 (11) 和 (17) 可得, 对于任意 $s\in[-\tau,0]$, 有

$$\begin{aligned}&V_i(t+s)\leqslant\\&\|\varphi\|_\tau M\mathrm e^{-\lambda(t_1-t_0)}\leqslant\\&\|\varphi\|_\tau\gamma\mathrm e^{\lambda\tau-(\sigma+\lambda)(t_1-t_0)}\mathrm e^{(\sigma+\lambda)(t_1-t_0)}\mathrm e^{-\lambda(t_1-t_0)}\leqslant\\&\gamma\mathrm e^{\lambda\tau}V_i(t),\ t\in[t^{**},t^*].\end{aligned}\tag{18}$$

由式 (9) 和 (18), 可得到

$$D^+V_i(t)\leqslant\lambda_1V_i(t)\leqslant(\sigma-\lambda)V_i(t),\ t\in[t^{**},t^*].\tag{19}$$

由式 (12)、(16)、(17) 和 (19) 知

$$V_i(t^*) \leqslant V_i(t^{*1})\mathrm{e}^{(\sigma-\lambda)(t^*-t^{*1})} < \|\varphi\|_\tau \mathrm{e}^{\sigma(t_1-t_0)} \leqslant V_i(t^*). \tag{20}$$

此式矛盾, 故式 (13) 成立, 也即式 (7) 在 $k=1$ 时成立.

利用数学归纳法, 假设式 (7) 在 $k = 1,2,\cdots,m\,(m\in Z^+, m\geqslant 1)$ 时成立, 即

$$V_i(t) \leqslant \|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(t-t_0)},\quad t\in[t_{k-1},t_k),\ k=1,2,\cdots,m. \tag{21}$$

证明式 (7) 在 $k=m+1$ 时成立, 即

$$V_i(t) \leqslant \|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(t-t_0)},\ t\in[t_m,t_{m+1}). \tag{22}$$

反证法, 假设式 (22) 不成立. 定义

$$\bar t = \inf\{t\in[t_m,t_{m+1})|V_i(t) > \|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(t-t_0)}\}. \tag{23}$$

由式 (10) 和 (21), 可得

$$\begin{aligned}&V_i(t_m^+) \leqslant \\ &\alpha_m\|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(t_m-t_0)} + \beta_m\|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(t_m-2\tau-t_0)} < \\ &(\alpha_m+\beta_m\mathrm{e}^{2\lambda\tau})\mathrm{e}^{\lambda(t_{m+1}-t_m)}\|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)} < \\ &\mathrm{e}^{-(\sigma+\lambda)(t_{m+1}-t_m)}\mathrm{e}^{\lambda(t_{m+1}-t_m)}\|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)} < \\ &\|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)}.\end{aligned} \tag{24}$$

当 $\bar t\neq t_m$ 时, 由 $V(t)$ 在区间 $[t_m,t_{m+1})$ 的连续性可知

$$\begin{aligned}&V_i(\bar t) = \|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)},\\ &V_i(t)\leqslant V_i(\bar t),\ t\in[t_m,\bar t].\end{aligned} \tag{25}$$

由式 (24), 存在 $t^*\in[t_m,\bar t)$ 使得

$$\begin{aligned}&V_i(t^*) = (\alpha_m+\beta_m\mathrm{e}^{2\lambda\tau})\mathrm{e}^{\lambda(t_{m+1}-t_m)}\|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)},\\ &V_i(t^*)\leqslant V_i(t)\leqslant V_i(\bar t),\ t\in[t^*,\bar t].\end{aligned} \tag{26}$$

另一方面, 对于任意的 $t\in[t^*,\bar t]$, $s\in[-\tau,0]$, 或者 $t+s\in[t_0-\tau,t_m)$, 或者 $t+s\in[t_m,\bar t]$. 下面针对这两种情况展开讨论.

如果 $t+s\in[t_0-\tau,t_m)$, 则由式 (11) 可得到

$$\begin{aligned}&V_i(t+s)\leqslant \\ &\|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(t-t_0)}\mathrm{e}^{-\lambda s}\leqslant \\ &\|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)}\mathrm{e}^{\lambda(\bar t-t)}\mathrm{e}^{\lambda\tau}\leqslant \\ &\|\varphi\|_\tau \mathrm{e}^{\lambda\tau}\mathrm{e}^{\lambda(t_{m+1}-t_m)}M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)};\end{aligned} \tag{27}$$

如果 $t+s\in[t_m,\bar t]$, 则由式 (25) 可知

$$\begin{aligned}&V_i(t+s)\leqslant \|\varphi\|_\tau M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)}\leqslant \\ &\|\varphi\|_\tau \mathrm{e}^{\lambda\tau}\mathrm{e}^{\lambda(t_{m+1}-t_m)}M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)}.\end{aligned} \tag{28}$$

由式 (26) ~ (28), 在任何情况下, 都有

$$\begin{aligned}&V_i(t+s)\leqslant \frac{\mathrm{e}^{2\lambda\tau}}{\alpha_m+\beta_m\mathrm{e}^{2\lambda\tau}}V_i(t^*)\leqslant \\ &\frac{\mathrm{e}^{2\lambda\tau}}{\alpha_m+\beta_m\mathrm{e}^{2\lambda\tau}}V_i(t)\leqslant \gamma\mathrm{e}^{2\lambda\tau}V_i(t).\end{aligned} \tag{29}$$

最后, 由式 (9)和 (29) 知

$$D^+V_i(t)\leqslant \lambda_1V_i(t)\leqslant(\sigma-\lambda)V_i(t). \tag{30}$$

由式 (10)、(25)、(26) 和 (30), 得

$$\begin{aligned}&V_i(t)\leqslant \\ &V_i(t^*)\mathrm{e}^{(\sigma-\lambda)(\bar t-t^*)} < \\ &\mathrm{e}^{-(\sigma+\lambda)(t_{m+1}-t_m)}\mathrm{e}^{\lambda(t_{m+1}-t_m)}\|\varphi\|_\tau\times \\ &M\mathrm{e}^{-\lambda(\bar t-t_0)}\mathrm{e}^{(\sigma-\lambda)(\bar t-t^*)} < V_i(t).\end{aligned} \tag{31}$$

此式矛盾, 即假设是错误的, 故式 (7) 对于 $k=m+1$ 成立. 由数学归纳法可知, 式 (7) 对于所有 $k\in Z^+$ 成立, 即网络脉冲控制系统 (2) 指数稳定. □

注 4　在定理 1 的证明过程中, 未要求 $D^+V_i(t) < 0$ (参见式 6)), 降低了 Lyapunov 函数选择的保守性.

注 5　选取不同的 λ 能够改变系统解的收敛速度, 后面的数值仿真也将验证这一点.

注 6　系统的收敛速度存在约束. 在定理 1 证明过程中, 由式 (9) 和 (10) 可以看出, 当 λ 大于某一数值时, 式 (10) 将不成立, 因此要求 λ 足够小, 即使得式 (9) 和 (10) 同时成立.

注 7　定理 1 中 τ_{ik} 表示第 i 个变量在 t_k 时的时滞, 即不同变量在同一时刻的时滞不同, 故定理 1 中也给出了多通道网络控制系统的脉冲稳定性条件.

3　数值仿真和讨论

为验证所提出方法的有效性和优势, 选取文献 [19] 中的数值仿真例子作为对比.

例 1　考虑以下系统:

$$\begin{bmatrix}\dot x_1\\ \dot x_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 0.1\end{bmatrix}u(t). \tag{32}$$

容易验证, 该系统不稳定. 取初值为 [1, –1], 且 2 个状态变量的延时不超过 0.5 s[19], 文献 [19] 提出了一种 Markov 链时滞模型, 并将闭环系统转换成 Markovian 线性切换系统, 利用 Lyapunov 函数和线性矩阵不等式的方法给出了系统的稳定性条件. 仿真结果如图 2 所示.

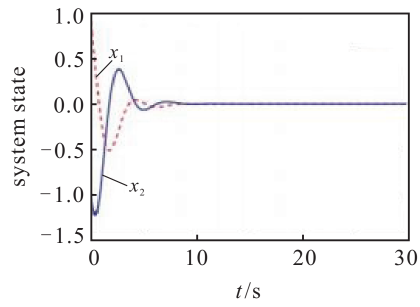

图 2　文献 [19] 控制方法的仿真图

选取文献 [19] 的控制系统, 设计脉冲控制器, 则原系统的控制输入 $u(t)=0$. 上述系统可描述为

$$
\begin{cases}
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \\
x_i(t_k^+) = x_i(t_k^-) + U(k, x_i) = \\
x_i(t_k^-) + D_{ik} x_i(t_k - \tau_{ik}),\ t = t_k; \\
x(t_0) = \varphi.
\end{cases} \tag{33}
$$

本文选择 $\tau = 0.6 > 0.5$. 选择 $t_k - t_{k-1} = 0.8 > \tau$, 此时 $\xi = 0$. 同时, 选择 $\lambda = 1, \varepsilon = 1$, 脉冲控制矩阵 D_{ik} 为对角矩阵且对角元素均为 d_k, 以便计算.

依据定理 1 计算如下:

$$\lambda_1 = \lambda_{\max}(A^{\mathrm{T}} + A) = 1.618\,0,$$

$$\|A\| = 1.5,\ \|D_{ik}\| = d_k,$$

$$\lambda_2 = \lambda_{\min}[(I_n - D_{ik})^{\mathrm{T}}(I_n - D_{ik})] = (1 - d_k)^2,$$

$$\alpha_k = \frac{1}{(1 - d_k)^2}(1 + 0.6 \times 1.5 \times d_k),$$

$$\beta_k = \frac{1}{(1 - d_k)^2}(0.6 \times 1.5 \times d_k + 0.36 \times 2.25 \times {d_k}^2).$$

由定理 1 条件 $\lambda_1(t_k - t_{k-1}) + \ln(\alpha_{k-1} + \beta_{k-1}\mathrm{e}^{2\lambda\tau}) < 0$ 得到 $d_k = -1.276\,3$, 满足该不等式. 根据定理 1, 此时系统指数稳定, 仿真结果如图 3 所示.

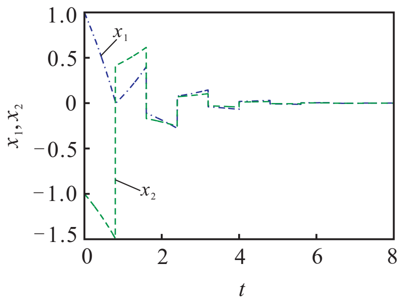

图 3 脉冲 $d_k = -1.276\,3$ 时, 系统 (33) 仿真结果

从仿真结果可以看出: 脉冲控制器触发 9 次脉冲可使系统稳定, 减少了网络通信量, 亦即减少了网络时滞对控制系统的影响; 同时, 系统稳定所需时间与文献 [19] 相差不大.

由定理 1 结论可知, λ 的值能够改变收敛速度. 为此, 令 $\lambda = 2$. 在此条件下满足定理 1 条件的一个 d_k 为 $-1.078\,098$, 此时的控制结果如图 4 所示.

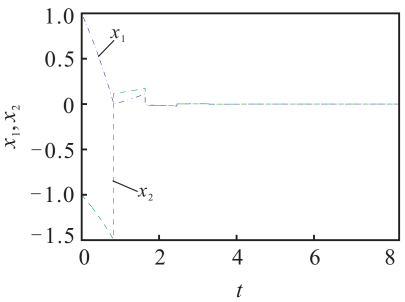

图 4 脉冲 $d_k = -1.078\,098$ 时, 系统 (33) 仿真结果

由图 4 可以看出, 此时的系统收敛速度得到明显提高, 优于文献 [19] 以及 $\lambda = 1$ 时的收敛速度, 并且脉冲控制器触发脉冲信号的次数更少, 减少了网络通信量, 同时也验证了本文方法的优势和有效性.

注 8 定理 1 条件为系统指数稳定的充分条件, 满足条件的参数不同, 系统的收敛速度也不同.

注 9 脉冲控制信号的发生时刻是离散的, 产生的网络通信量较小, 有助于减少网络拥塞; 脉冲信号的间隔是可以调整的, 即根据网络的拥塞情况来改变脉冲间隔, 提高网络利用率.

注 10 脉冲控制策略有其特殊要求, 即要求系统的状态变量能够发生瞬变, 故仅适用于非惯性和惯性较小的系统, 如电磁电路系统、部分动力学系统等.

4 结 论

本文的主要工作是将脉冲控制策略应用于一类带有界、随机时滞的网络控制系统, 通过 Lyapunov 函数方法, 给出了系统指数稳定的充分性条件. 数值仿真表明, 所提出的方法具有较好的控制效果, 提高了 Lyapunov 函数选择的灵活性, 而且通过参数选择能够改变系统的收敛速度. 本文主要采用的是定间隔的脉冲产生方式, 变间隔以及依赖于系统状态的脉冲控制方法尚未涉及, 这将是今后研究工作的一个方向.

参考文献(References)

[1] Goodwin G C, Quevedo D E, Silva E I, et al. Architectures and coder design for networked control systems[J]. Automatica, 2008, 44(1): 248-257.

[2] Minero P, Franceschetti M, Dey S et al. Data rate theorem for stabilization over time-varying feedback channels[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(2): 243-255.

[3] Vatanski N, Georges J, Aubrun C, et al. Networked control with delay measurement and estimation[J]. Control Engineering Practice, 2009, 17(2): 231-244.

[4] Zhao Y B, Liu G P, Rees D, et al. Stability and stabilisation of discrete time networked control systems: A new time delay system approach[J]. Iet Control Theory and Applications, 2010, 4(9): 1859-1866.

[5] Chunxi Yang, ZhiHong Guan, Jian Huang, et al. Stochastic switched controller design of networked control systems with a random long delay[J]. Asian J of Control, 2011, 13(2): 255-264.

[6] Martins E C, Jota F G. Design of networked control systems with explicit compensation for time-delay variations[J]. IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics Part C-Applications and Reviews, 2010, 40(3): 308-318.

[7] Pan I, Das S, Gupta A. Tuning of an optimal fuzzy PID controller with stochastic algorithms for networked control systems with random time delay[J]. Isa Transactions, 2011, 50(1): 28-36.

(下转第302页)