

基于湍流类比的金属橡胶吸声特性定量分析¹⁾

胡志平 周 汉 吴九汇²⁾

(西安交通大学机械工程学院振动与噪声控制研究所, 西安 710049)

摘要 金属橡胶材料从表到里都具有大量互相贯通且混乱的孔隙, 经分析认为, 这种混乱性及一定的周期性与湍流中的不规则性和准周期性极其相似. 由于金属橡胶材料内部芯材结构的不规则性, 即便此时的雷诺数很小, 波在金属橡胶中的传播仍是以湍流流动为主. 因此, 引入 Kolmogorov 的关于湍流的局部各向同性概念, 同时对 Kolmogorov 关于湍流局部各向同性的两个假设进行类比. 从湍流物理模型出发, 借鉴了湍流的统计处理方法, 对金属橡胶材料的吸声特性进行定量分析, 得到金属橡胶材料的能量耗散率与其结构参数之间的表达式. 研究表明, 湍流统计方法的引入, 为基于金属橡胶材料的减振器、阻尼器、消声器等的优化设计提供了可靠的理论依据, 也为超轻金属多孔材料的工程应用提供了一种有效的定量分析方法.

关键词 金属橡胶, 湍流, Kolmogorov 假设, 吸声特性, 定量分析

中图分类号: TG146.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2012)02-0197-08

引 言

金属橡胶是利用金属橡胶技术经特定制备工艺成形的特种结构材料. 近年来对于金属橡胶的研究较为活跃, 主要集中于其隔振机制、阻尼性能和制备方法等方面^[1-3]. 金属橡胶材料依靠金属丝之间的滑移摩擦耗散能量, 从而达到对系统减振的目的. 研究金属橡胶材料的动态特性和金属橡胶特征参数间的关系对于金属橡胶的理论与实验研究具有重要意义. 前苏联萨玛拉国立航空航天大学专家^[1]建立了描述金属橡胶材料内能量耗散过程的角锥模型, 角锥模型建立的金属橡胶本构关系式形式复杂, 参数多, 这制约了该模型的推广使用. 姜洪源等^[4]提出利用黏性阻尼模型和双线性滞迟模型来综合描述其非线性恢复力, 建立了恢复力的数学模型和金属橡胶隔振系统的运动微分方程. 郝慧荣等^[5]用理论和试验相结合的手段研究金属橡胶弹性元件的动力学建模, 提出了一种新的广义恢复力模型, 重构恢复力-位移迟滞回线, 能很好描述这类非线性振动系统的特性. 金属橡胶材料的动态特性的研究已逐渐成为当前学术研究的热点领域, 但研究工作还很不完善, 加上金属橡胶材料复杂的三维结构增加了分

析其动态特性的难度, 这也使得上述研究结果的应用有很大的局限性. 因此, 对金属橡胶材料的动态特性进行进一步的研究, 揭示其机理, 具有重要的理论意义和应用价值.

许爱国等^[6]通过对场量涨落的考察发现, 局部湍流和体积耗散是多孔材料中机械能转化为热能的重要机制. 本文把 Kolmogorov 关于湍流局部各向同性的两个假设类比引入到金属橡胶材料的动态特性分析中, 以金属橡胶孔隙整体为研究对象, 建立金属橡胶中内部孔隙空气颗粒的一般本构关系, 进而得到金属橡胶孔隙空气运动方程及能量方程. 推导出金属橡胶的能量耗散率与平均孔隙直径、孔隙率等结构参数之间的表达式. 借鉴了湍流的统计处理方法, 以金属橡胶的吸声特性为研究对象进行分析研究, 分析所得的结果与现有研究结果一致性良好.

1 金属橡胶内部的结构特征分析

金属橡胶内部是金属丝之间相互交错勾联的空间网状结构, 形成分布较均匀、孔径较小的孔隙. 国亚东等^[7]采用压汞法对金属橡胶滤材孔径分布进行研究, 发现孔隙体积小集中在一部分狭窄范围

2011-07-08 收到第 1 稿, 2011-11-21 收到修改稿.

1) 国家重点基础研究发展计划 (2011CB610306), 国家自然科学基金 (51075325) 和教育部新世纪优秀人才支持计划 (NCET-09-0644) 资助项目.

2) E-mail: ejhwu@mail.xjtu.edu.cn

内. 金属橡胶内部大部分孔隙体积是由同一尺寸构成的, 其结构参数主要包括材料的厚度、孔隙率和金属丝直径. 金属橡胶可作为均匀、各向同性的多孔吸声材料进行研究, 其吸声性能具有可设计性^[8]. 本文引入分析多孔材料吸声性能的一个综合参数平均孔隙直径 d_a ^[9], 表征了材料内部孔隙的平均大小

$$d_a = \frac{\delta d}{1 - \delta} \quad (1)$$

式中 δ 为金属橡胶的孔隙率, 反映金属橡胶材料孔隙程度, d 为金属丝直径.

由以上分析可知, 尽管金属橡胶内部具有大量的互相贯通的多而混乱的微孔隙, 但金属橡胶材料内部的孔隙可以作为体积大小均匀的空气颗粒群进行研究, 其结构特征由平均孔隙直径 d_a 、孔隙率 δ 、孔隙空气弹性恢复系数 e 等参数表征.

2 金属橡胶材料湍流类比相关理论推导

本节以金属橡胶孔隙整体为研究对象, 建立金属橡胶孔隙空气颗粒运动的一般本构关系, 进而得到金属橡胶孔隙空气颗粒运动方程及能量方程. 最后, 推导得到金属橡胶材料的单位体积、单位时间的能量耗散率与平均孔隙大小与孔隙率等结构参数之间的表达式.

2.1 类比湍流模型引入 Kolmogorov 两个假设

金属橡胶材料从表到里都具有多而混乱的互相贯通的微孔和缝隙. 经分析认为, 金属橡胶内部孔隙的混乱性及体现出的一定的周期性与湍流中的不规则性和准周期性极其相似, 由此本文引入 Kolmogorov 的关于湍流的局部各向同性概念. 根据 Kolmogorov 的局部各向同性概念, 只要雷诺数足够大, 那么复杂湍流的小尺度可以预期是近似地各向同性的. 由于金属橡胶材料内部芯材结构的不规则性, 即便此时的雷诺数很小, 波在金属橡胶材料中的传播仍是以湍流流动为主. 因此, 可以引入 Kolmogorov 关于湍流局部各向同性的两个假设^[10] 进行类比: 在金属橡胶材料内部的湍流场中存在一个高波数区, 其中湍流处于统计平衡的状态, 湍流特性由能量耗散率 ε 和分子黏性系数 ν 决定; 在金属橡胶材料内部的湍流场中, 细金属螺旋丝之间的交错处相当于是个惯性副区, 在惯性副区内, 湍流场的纵向关联函数与运动黏性系数 ν 无关.

在湍流场中, 由于雷诺应力的作用, 湍流能量由平均流传递到大尺度涡旋, 通过大尺度涡旋逐级

传递到小尺度涡旋, 最后由于黏性作用在小尺度涡旋中转变成热量而耗散. 当金属橡胶处于工作状态时, 波在金属橡胶材料中的传播是以湍流为主, 波在金属橡胶内部传播时处于湍动状态, 并且不断地消耗外界能量. 由金属橡胶内部的孔隙空气球的流体特性以及连续介质假设, 可以类比湍流的统计模型进行分析.

2.2 金属橡胶中的一般本构方程

基于金属橡胶内部的结构特征分析可知, 在一定工艺下加工制成的金属橡胶, 内部孔隙结构均匀分布. 各孔隙中的空气, 相当一个个空气球, 由此, 类比颗粒流的处理方式, 推导金属橡胶中的一般本构方程. 具体类比方式为: 金属橡胶各孔隙中的空气相当于颗粒, 金属丝则相当于颗粒流中的空气, 颗粒流中的颗粒浓度类比金属橡胶的孔隙率, 由文献^[11] 可知, 金属橡胶内部孔隙空气颗粒球的一般本构方程形式可表示为

$$\mathbf{T} = F_0 \mathbf{I} + F_1 \mathbf{D} + F_2 \mathbf{D}^2 \quad (2)$$

其中, F_0 , F_1 和 F_2 为变形速度张量 \mathbf{D} 的 3 个不变量 (I_1 , I_2 和 I_3)、孔隙空气密度 (ρ_g) 及金属橡胶平均孔隙直径 (d_a) 的标量函数, \mathbf{I} 为单位矩阵. $D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, $u = u(x, t)$ 表示质点在 t 时刻的速度场.

结合连续介质力学和推导颗粒流动的一般本构关系的方法^[12-13] 可得, 金属橡胶内部孔隙空气的一般本构方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = & -p \mathbf{I} + \left(\frac{C_0 \cos \varphi_0 + p \sin \varphi_0}{\sqrt{J'_2}} + \right. \\ & \left. 2k_{\tau 1} \rho_g d_a^{3/2} g^{1/2} + 4k_{\tau 2} \rho_g d_a^2 \sqrt{J'_2} \right) \mathbf{D} + \\ & \left(4k_{p 1} \rho_g d_a^{3/2} g^{1/2} \frac{1}{\sqrt{J'_2}} + 2k_{p 2} \rho_g d_a^2 \right) \mathbf{D}^2 \quad (3) \end{aligned}$$

其中, p 为接触应力, C_0 为孔隙空气颗粒间的法向黏滞力, g 为重力加速度, φ_0 为孔隙空气颗粒静止时内摩擦角. $k_{\tau 1}$, $k_{\tau 2}$, $k_{p 1}$ 和 $k_{p 2}$ 为与 δ , e 等相关的应力系数, 是无量纲量, 可以通过试验确定. $\tan \varphi_1 = k_{\tau 1} / k_{p 1}$, $\tan \varphi_2 = k_{\tau 2} / k_{p 2}$, φ_1 定义为滑动摩擦角, φ_2 定义为碰撞摩擦角. J'_2 为 \mathbf{D} 的偏张量的第 2 主不变量, $J'_2 = \frac{1}{2} \text{tr} \mathbf{D}^2$, tr 表示迹.

通常情况下, 金属橡胶内部孔隙空气颗粒球间存在法向黏滞力和切向摩擦力, 但由于其法向黏滞力影响很小可以忽略不计, 即 C_0 取零. 所以, 考虑

孔隙空气颗粒球只受切向摩擦力时，相当于处于简单剪切流的状态。此时，本构方程 (3) 可化简为

$$\left. \begin{aligned} P &= -p + 2k_{p1}\rho_g d_a^{3/2} g^{1/2} \frac{du}{dy} + \frac{1}{2} k_{p2} \rho_g d_a^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \\ T &= p \sin \varphi_0 + k_{\tau 1} \rho_g d_a^{3/2} g^{1/2} \frac{du}{dy} + k_{\tau 2} \rho_g d_a^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中， P 和 T 分别表示正应力、剪切应力， du/dy 表示 y 向的速度梯度。

2.3 金属橡胶工作状态下的等效黏性系数

金属橡胶工作时内部的速度场是一个湍流场，湍流场能量耗散的关键参数是流体的黏性系数。此小节给出金属橡胶工作状态等效黏性系数 ν 的计算方法。金属橡胶工作时，能量的耗散由 3 个部分组成，孔隙空气球与孔隙空气球之间碰撞摩擦、孔隙空气与金属丝之间摩擦、金属丝与金属丝之间摩擦，对应的等效黏性系数分别为 ν_1 、 ν_2 和 ν_3 。金属橡胶工作状态下的总等效黏性系数 ν 可表示为

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 \quad (5)$$

各部分等效黏性系数的计算方法如下：

(1) 金属橡胶孔隙空气之间碰撞摩擦部分的等效黏性系数 ν_1

在研究金属橡胶材料吸声特性时，假设材料内部孔隙按均匀分布，这样就能够分析内部结构对其吸声性能的影响^[9]。式 (4) 中速度梯度的零次项是由于孔隙空气颗粒之间静态支撑作用引起；速度梯度二次项是由于孔隙空气颗粒之间的碰撞和扩散引起，相当于对流扩散项，其作用是使能量在孔隙空气颗粒间重新分配，但不改变能量总和；而速度梯度线性项则是由于孔隙空气颗粒之间的相对挤压和滑动作用引起的，可看作是能量耗散项^[12]。因此，孔隙空气与孔隙空气之间碰撞摩擦对等效黏性系数贡献为

$$\nu_1 = \frac{p \sin \varphi_0}{\rho_g \sqrt{J_2'}} + 2k_{\tau 1} d_a^{3/2} g^{1/2} + 4k_{\tau 2} d_a^2 \sqrt{J_2'} \quad (6)$$

(2) 金属橡胶孔隙空气与金属丝之间摩擦部分的等效黏性系数 ν_2

根据 Biot 理论可知^[14-15]，金属橡胶孔隙空气与金属丝之间摩擦力为

$$f_2 = bF(\alpha)D_0 \quad (7)$$

式中， $b = 3\mu\delta\xi$ ， μ 为空气黏度， δ 为金属橡胶孔隙率， ξ 为结构的曲率因子， α 是一个无量纲的数，

$F(\alpha)$ 为结构常数和振荡频率的函数， D_0 为速度梯度。

因此，金属橡胶孔隙空气与金属丝之间摩擦部分的等效黏性系数 ν_2 为

$$\nu_2 = bF(\alpha)/\rho_g \quad (8)$$

(3) 金属橡胶金属丝与金属丝之间摩擦部分等效黏性系数 ν_3

金属橡胶金属丝与金属丝之间的摩擦类比颗粒碰撞的机理进行分析。因此，金属橡胶金属丝与金属丝之间摩擦部分等效黏性系数 ν_3 为^[12]

$$\nu_3 = \frac{p \sin \varphi_0}{\rho_s \sqrt{J_2'}} + 2k_{\tau 1} d^{3/2} g^{1/2} + 4k_{\tau 2} d^2 \sqrt{J_2'} \quad (9)$$

式中， ρ_s 为金属丝的密度。

2.4 类比湍流统计模型分析金属橡胶动态特性

由以上分析可知，速度梯度线性项为能量耗散项，能量耗散与速度梯度的零次项和二次项无关，因此与能量耗散有关的参数为速度梯度线性项系数。金属橡胶孔隙空气颗粒之间碰撞摩擦部分的等效黏性系数 ν_1 的量纲与 $d_a^{3/2} g^{1/2}$ 量纲相同，金属橡胶材料的等效黏性系数为： $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3$ 。在金属橡胶工作的状态下，可以引入表征其孔隙空气颗粒流的特征参数：特征速度 u 与特征尺度 η ，通过无量纲分析得到两个特征参数的表达式为

$$u = (\varepsilon\nu)^{1/4}, \quad \eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (10)$$

由前文关于湍流局部各向同性类比的第 2 个假设可知，在局部各向同性的区域内，纵向关联函数 $D_{nn}(r)$ 与等效运动黏性系数 ν 无关，由此可得^[16-17]

$$D_{nn}(r) = C_1 u^2 \beta_{nn}(r/\eta) = C_1 (\varepsilon r)^{2/3} \quad (11)$$

其中， β_{nn} 为 r/η 的普适函数， C_1 为常数，可通过实验确定。

金属橡胶内部的速度场作为一种湍流场，也要满足 Komolgrov 能谱的 $-5/3$ 次方定律。在金属橡胶处于激励振动频率较高的工作状况下有

$$E = C_2 \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (12)$$

其中， k 为波数， $k = 2\pi f / \langle u_i \rangle$ ， f 为外界激励频率， $\langle u_i \rangle$ 为金属橡胶内部孔隙空气颗粒流的平均速度（符号“ $\langle \rangle$ ”表示取平均运算）， C_2 为普适常数，由

实验确定 C_2 的最大值为 1.77^[17]。上式表明, 金属橡胶内部能谱密度 E 与波数 k 成反比例变化关系, 当平均速度 $\langle u_i \rangle$ 相等时, 其能谱密度随着外界激励频率的升高逐渐降低。

2.5 金属橡胶工作状态下的能量耗散率

由于金属橡胶等效黏性系数的 3 个部分是等效的, 为了简化分析过程, 此处只考虑金属橡胶孔隙空气颗粒之间碰撞摩擦部分的等效黏性系数 ν_1 , 并由此得到金属橡胶孔隙空气颗粒之间作用的能量耗散率, 其他两部分的能量耗散率的推导过程相似。

根据流体中的 N-S 方程, 结合金属橡胶孔隙空气的一般本构关系, 建立适用于金属橡胶内部孔隙空气颗粒的动量守恒方程和能量守恒方程。在确定偏应力时, 金属橡胶内部孔隙空气的一般本构关系中的速度梯度零次项是可以忽略的^[11], 且由于其法向黏滞力影响很小可以不考虑, 本构方程 (3) 可表示为

$$\mathbf{T} = \left(\frac{p \sin \varphi_0}{\sqrt{J'_2}} + 2k_{\tau 1} \rho_g d_a^{3/2} g^{1/2} + 4k_{\tau 2} \rho_g d_a^2 \sqrt{J'_2} \right) \mathbf{D} + \left(4k_{p 1} \rho_g d_a^{3/2} g^{1/2} \frac{1}{\sqrt{J'_2}} + 2k_{p 2} \rho_g d_a^2 \right) \mathbf{D}^2 \quad (13)$$

N-S 方程为

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i \quad (14)$$

连续方程为

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (15)$$

令速度 $u_i = \langle u_i \rangle + u'_i$, u'_i 为脉动量, 且

$$\langle u'_i \rangle = 0 \quad (16)$$

由式 (13)~(15) 推导可得

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} A \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + B \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} D_{ij} + f_i \quad (17)$$

其中

$$A = \frac{p \sin \varphi_0}{\rho_g \sqrt{J'_2}} + 2k_{\tau 1} d_a^{3/2} g^{1/2} + 4k_{\tau 2} d_a^2 \sqrt{J'_2}$$

$$B = 4k_{p 1} d_a^{3/2} g^{1/2} \frac{1}{\sqrt{J'_2}} + 2k_{p 2} d_a^2$$

对式 (17) 两边取平均运算, 结合式 (16) 得

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = \frac{1}{2} A \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2} + B \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2} D_{ij} - \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j} + f_i \quad (18)$$

式 (18) 为金属橡胶内部孔隙空气颗粒的平均运动动量方程。

由式 (17) 减式 (18) 得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u'_i}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} &= \frac{1}{2} A \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2} + \\ B \left[(D_{ij} + D'_{ij}) \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2} + D'_{ij} \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2} \right] &+ \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j} \\ \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式 (19) 为脉动运动动量方程和连续方程。其中, D'_{ij} 为脉动量变形速度张量, $D'_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)$ 。将式 (19) 乘以 u'_i , 并取平均运算得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \frac{u_i'^2}{2} \right\rangle + \langle u_j \rangle \left\langle u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle + \\ \left\langle u'_i u'_j \right\rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \left\langle u'_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{u_i'^2}{2} \right) \right\rangle = \\ \frac{1}{2} A \left\langle u'_i \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2} \right\rangle + B \left\langle u'_i \left[(D_{ij} + D'_{ij}) \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2} + \right. \right. \\ \left. \left. D'_{ij} \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2} \right] \right\rangle \end{aligned} \quad (20)$$

结合式 (19), 整理式 (20) 右端第 1 项得

$$A \left\langle u'_i \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2} \right\rangle = \underbrace{A \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right) \right\rangle}_I - \underbrace{A \left\langle \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2 \right\rangle}_{II} \quad (21)$$

式中第 I 项是脉动运动中的黏性剪切应力做功, 为脉动速度产生的动量平均输运项; 第 II 项是脉动运动中能量的损耗项, 能量耗散率 ε 表示金属橡胶单位体积、单位时间湍动能黏性耗损量的大小, 其表达式为

$$\varepsilon = A \left\langle \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2 \right\rangle \quad (22)$$

3 结果分析与对比验证

本节以金属橡胶在吸声降噪中的应用为例, 根据以上的理论推导, 分析金属橡胶能量耗散率与孔隙率、金属橡胶孔径大小等结构参数之间的内在变化规律。经过分析, 可以认为处于湍动统计平衡状态的金属橡胶内部孔隙空气颗粒流, 其中局部小部

分孔隙空气颗粒处于简单剪切运动状态. 结合简化的本构关系, 不考虑法向黏滞力的影响, 可以分别得到正应力和剪切应力对应的能量耗散率 ε_p 和 ε_T , 表达式为

$$\varepsilon_p = 2k_{p1}d_a^{3/2}g^{1/2} \left\langle \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \right\rangle \quad (23)$$

$$\varepsilon_T = \tan \phi_1 k_{p1}d_a^{3/2}g^{1/2} \left\langle \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \right\rangle \quad (24)$$

总的能量耗散率 ε 为

$$\varepsilon = (2 + \tan \phi_1) k_{p1}d_a^{3/2}g^{1/2} \left\langle \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \right\rangle \quad (25)$$

其中, 应力系数 k_{p1} 可由经验公式 $k_{p1} = \alpha_1 \delta_{vr}^{n_1}$ [12] 得到. 式中 $\delta_{vr} = \delta / (\delta_m - \delta)$, δ_{vr} 为相对孔隙率, δ_m 为金属橡胶内部孔隙空气颗粒流发生剪切变形的临界孔隙率, δ_m 与金属橡胶最大孔隙率的关系, 由经验公式 $\delta_m \approx 0.92\delta_{m0}$ 确定. 当满足湍流惯性副区的条件时, 金属橡胶的最大孔隙率 $\delta_{m0} = 0.95$ [18]. 由试验结果确定的系数值为 [12]: $n_1 = 1$, $\alpha_1 = 0.7$, $\tan \phi_1 = 0.5$.

3.1 金属橡胶能谱变化规律

在流体介质中, 湍流的湍动能与波数之间关系 $E = C_2 \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$ 已经被大量的实验所证实 [10]. 由上文的分析可知, 声波在金属橡胶材料中的传播是以湍流流动为主, 在金属橡胶里存在湍流场, 这种湍动能与波数之间的关系也是成立的. 粉体颗粒湍流中湍动能与波数的关系在文献 [19] 的实验中得到证明, 湍动能随波数的变化规律如图 1 所示, $S(k)$ 为湍动能能谱, k 为波数, 幂指数接近于 $-5/3$, 这和流体湍流完全相同. 而金属橡胶内部的湍流模式与粉体颗粒流高频振动下的湍流场类似, 湍动能与波数有类似的变化规律.

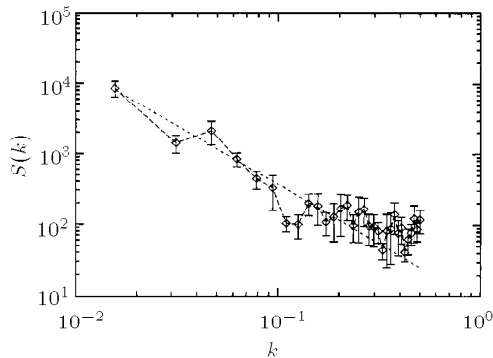


图 1 湍流功率谱实验曲线 [19]

Fig.1 Power spectrum of turbulence [19]

3.2 金属橡胶能量耗散率与其金属丝直径的关系

分别取金属橡胶材料特征参数如下: 速度梯度 $du/dy = 150 \text{ s}^{-1}$, $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 金属橡胶孔隙率 δ 为定值, 分别取 0.6, 0.7 和 0.8, 金属丝直径通常为 $0.1 \sim 2 \text{ mm}$. 能量耗散率 ε 与金属橡胶金属丝的直径之间的关系如图 2 所示.

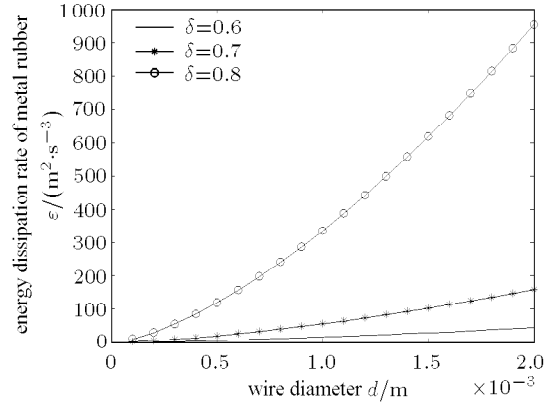


图 2 金属橡胶能量耗散率 ε 随金属丝直径 d 大小的变化曲线
Fig.2 Energy dissipation rate (ε) curve of metal rubber for different wire diameters (d)

由图 2 可知, 在室温下, 当金属橡胶孔隙率 δ 和速度梯度都相同时, 在一定的工况下, 金属的孔隙率越大, 金属橡胶的能量耗散率越高. 制作金属橡胶的金属丝直径越大其能量耗散率越高. 这可以解释为: 在室温条件下, 当金属橡胶孔隙率和速度梯度相同时, 金属丝直径越大, 其对声波传输的阻碍越大, 声波在金属橡胶内传播时就要受到较强的吸收, 能量耗散率也就越高. 该结论和文献 [20] 得到的实验结果相吻合 (能量耗散率的大小等效于文献 [20] 中金属橡胶对声波的吸收系数, 能量耗散率越大, 吸收系数也就越大).

3.3 金属橡胶能量耗散率与速度梯度关系

分别取金属橡胶材料特征参数如下: $d = 0.2 \text{ mm}$, 速度梯度 $du/dy = 150 \text{ s}^{-1}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 金属橡胶孔隙率为定值, 分别取 0.6, 0.7, 0.8 进行对比. 能量耗散率 ε 与金属橡胶内部速度梯度之间的关系如图 3 所示.

由于金属橡胶内部的速度梯度是由于外界激励引起的, 外界激励频率升高使得金属橡胶内部速度梯度增大. 当激励频率升高时, 金属橡胶内部湍流加剧, 能量耗散率增大, 图 3 所得的变化规律与文献 [21] 的实验结果吻合.

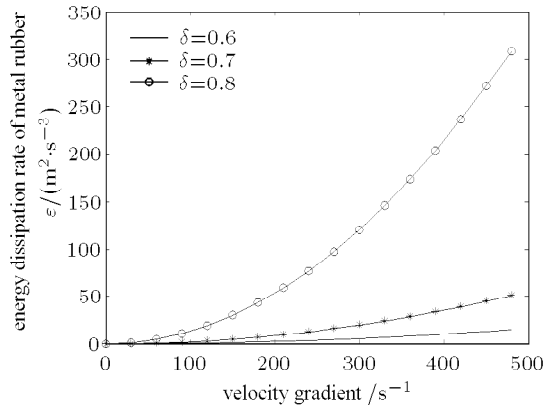


图3 金属橡胶能量耗散率 ε 随速度梯度变化曲线

Fig.3 Energy dissipation rate (ε) curve of metal rubber for different velocity gradients

3.4 金属橡胶能谱密度与频率的关系

分别取金属橡胶材料特征参数如下: 金属橡胶金属丝的直径 $d = 0.1 \text{ mm}$, 金属橡胶孔隙率 $\delta = 0.8$, 速度梯度 $du/dy = 150 \text{ s}^{-1}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 此时, 能量耗散率 ε 为定值, 由于普适常数 C_2 的最大值是 $1.77^{[17]}$, 此处为便于分析, 暂取 $C_2 = 1.7$, 声波在空气中的传播速度取 340 m/s . 金属橡胶能谱密度 E 与频率的关系如图 4 所示.

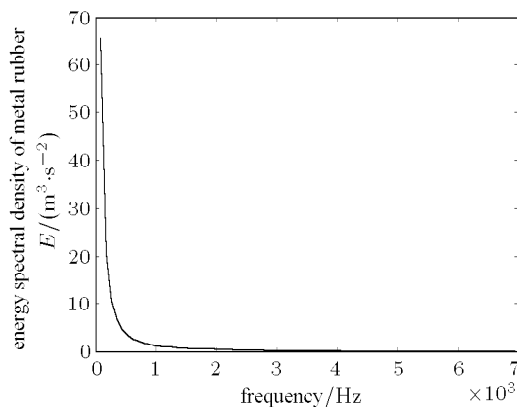


图4 金属橡胶能谱密度 E 随频率变化曲线

Fig.4 Energy spectral density (E) curve of metal rubber for different frequencies

由于能谱密度反映的是振动能量随频率的分布规律, 由图 4 可知: 在金属橡胶的孔隙率、金属丝直径和速度梯度的相同情况下 (金属橡胶平均孔隙直径亦相同), 此时的能量耗散率为定值, 能谱密度 E 随着频率的升高而降低.

根据湍流相关理论上述变化规律可以解释为: 在金属橡胶的孔隙率、金属丝直径和速度梯度的相

同情况下, 由于在耗散区某个频率下金属橡胶内部的孔隙空气颗粒的能量低于含能区的能量, 随着激励频率的增高, 金属橡胶内部的孔隙空气颗粒由含能区进入耗散区. 因此, 随着激励频率的增高, 能谱密度逐渐降低.

4 结 论

本文对金属橡胶内部结构进行详细地分析, 在此基础上, 类比湍流统计模型分析了金属橡胶材料的动态特性, 经过推导分析得到金属橡胶能量耗散率与其平均孔径大小、孔隙率等结构特征参数的定量关系. 研究表明: 在高频的工况下, 当制作金属橡胶的金属丝直径相同时, 在一定频率范围内金属橡胶孔隙率越大, 其能量耗散率越高; 在金属橡胶的孔隙率、金属丝直径和速度梯度的相同情况下, 其能谱密度随着激励频率的增高而降低. 通过对比验证表明, 类比湍流统计模型对金属橡胶的吸声特性分析有较好的适用性, 为进一步研究金属橡胶等超轻金属多孔材料的动态特性提供了一种有效的定量分析方法.

参 考 文 献

- 1 切戈达耶夫. 金属橡胶构件的设计. 李中鄂译. 北京: 国防工业出版社, 2000. 7,14,28-30,32,45-46 (Д Е Чегодаев. Metal Rubber Component Design. Li Zhongying, translated. Beijing: National Defence Industry Press, 2000. 7,14,28-30,32,45-46 (in Chinese))
- 2 Jiang HY, Zhang RH, Xia YH. Stationary dynamic characteristics analysis of new squeezed film damper. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 19(3): 442-445
- 3 李玉龙, 何忠波, 白鸿柏等. 金属橡胶的研究及应用进展. 兵器材料科学与工程, 2011, 34(1): 103-108 (Li Yulong, He Zhongbo, Bai Hongbai, et al. Advances in research and application of metal rubber. *Ordnance Material Science and Engineering*, 2011, 34(1): 103-108 (in Chinese))
- 4 姜洪源, 夏宇宏, 敖宏瑞等. 金属橡胶与弹簧组合型隔振器建模及分析方法. 哈尔滨工业大学学报, 2003, 35(5): 520-524 (Jiang Hongyuan, Xia Yuhong, Ao Hongrui, et al. Modeling and analyzing method of metal rubber-spring isolator. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2003, 35(5): 520-524 (in Chinese))
- 5 郝慧荣, 白鸿柏, 刘红等. 金属橡胶迟滞环的广义恢复力模型. 机械科学与技术, 2008, 27(12): 1559-1562 (Hao Huirong, Bai Hongbai, Liu Hong, et al. A generalized resuming force model for hysteretic loop of metal rubber. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2008, 27(12): 1559-1562 (in Chinese))
- 6 许爱国, 张广财, 应阳君等. 多孔材料冲击特性的数值研究. 力学学报, 2010, 42(6): 1138-1148 (Xu Aiguo, Zhang Guangcai, Ying Yangjun, et al. Numerical study on porous materials

- under shock. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2010, 42(6): 1138-1148 (in Chinese))
- 7 国亚东, 夏宇宏, 陈照波等. 金属橡胶过滤材料孔径分布特性研究. 过滤与分离, 2008, 18(2): 8-10 (Guo Yadong, Xia Yuhong, Chen Zhaobo, et al. Research on pore size distributions of metal rubber filtering materials. *Journal of Filtration & Separation*, 2008, 18 (2): 8-10 (in Chinese))
 - 8 姜洪源, 武国启, 夏宇宏等. 金属橡胶材料特征参数对其吸声性能影响的实验研究. 振动与冲击, 2007, 26(11): 54-58 (Jiang Hongyuan, Wu Guoqi, Xia Yuhong, et al. Experimental research on relationship between metal rubber characteristic parameter and its sound absorption performance. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(11): 54-58 (in Chinese))
 - 9 夏宇宏. 金属橡胶多孔材料节流特性基础理论及实验研究. [博士论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2004 (Xia Yuhong. The basic theory of cutting Characteristics of metal rubber and experimental research. [PhD Thesis]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2004 (in Chinese))
 - 10 朱克勤, 许春晓. 黏性流体力学. 北京: 高等教育出版社, 2009. 192-193 (Zhu Keqin, Xu Chunxiao. *Viscous Fluid Mechanics*. Beijing: Higher Education Press, 2009. 192-193 (in Chinese))
 - 11 韩式方. 非牛顿流体连续介质力学. 成都: 四川科学技术出版社, 1988. 75-81 (Han Shifang. *Non-Newtonian Fluid Continuum Mechanics*. Chengdu: Sichuan Science and Technology Press, 1988. 75-81 (in Chinese))
 - 12 王光谦, 熊刚, 方红卫. 颗粒流动的一般本构关系. 中国科学 (E 辑), 1998, 28(3): 282-288 (Wang Guangqian, Xiong Gang, Fang Hongwei. General constitutive relation of granular flow. *Science China (Series E)*, 1998, 28(3): 282-288 (in Chinese))
 - 13 McTigue DF. A nonlinear constitutive model for granular materials: Application to gravity flow. *Journal of Applied Mechanics*, 1982, 49 (2): 291-296
 - 14 Biot MA. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. low-frequency range. *The Journal of the acoustical Society of America*, 1956, 28(2): 168-178
 - 15 Biot MA. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. higher-frequency range. *The Journal of the acoustical Society of America*, 1956, 28(2): 179-191
 - 16 Kolmogorov AN. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In: *Proceeding of Mathematical and Physical Science*. Vol.434. NO. 1890. Turbulence and Stochastic Process: Kolmogorov's Ideas 50 Years On (Jul.8,1991): 9-13
 - 17 是勋刚. 湍流. 天津: 天津大学出版社, 1994. 75 (Shi Xungang. *Turbulence*. Tianjin: Tianjin University Press, 1994. 75 (in Chinese))
 - 18 武国启. 金属橡胶材料吸声降噪特性及试验研究. [博士论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010 (Wu Guoqi. Characteristics of sound absorption and noise reduction of metal rubber material and experimental study. [PhD Thesis]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010 (in Chinese))
 - 19 Taguchi YH. Turbulent flow in vibrated bed of powder: new target to investigate turbulent flow. *Fractals*, 1993, 1(4): 1080-1085
 - 20 Sun FG, Chen HL, Wu JH, et al. Sound absorbing characteristics of fibrous metal materials at high temperatures. *Applied Acoustics*, 2010, 71(3): 221-235
 - 21 Yoshida A, Igarashi T, Kotani Y. Extinction of turbulent diffusion flames by Kolmogorov microscale turbulence. *Combustion and Flame*, 1997, 109(4): 669-681

CNKI 优先出版编码: lxxb2011-195-20111216

(责任编辑: 刘希国)

TURBULENTLIKE QUANTITATIVE ANALYSIS ON THE SOUND ABSORBING CHARACTERISTICS OF METAL RUBBER¹⁾

Hu Zhiping Zhou Han Wu Jihui²⁾

(Institute of Vibration and Noise Control, School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract Metal rubber has much penetrated pores from the surface to the core, and the quasi-periodic and irregularity features are very similar to those of turbulence. Because of the irregularity within the structure of metal rubber, even if the Reynolds number is very small, turbulence still occurs. Therefore, the concept of the Kolmogorov local isotropic turbulence is introduced and two assumptions on the local isotropic Kolmogorov turbulence are obtained. The physical model of turbulence is established, and the sound absorbing characteristics of metal rubber are quantitatively analyzed and the relationship of the expression between the energy dissipation rate of metal rubber material and its structural parameters is obtained. The results show that the introduction of turbulence statistical method provides not only a reliable theoretical basis for the optimal design of metal rubber instruments such as damper and muffler but an effective quantitative analysis method for engineering applications of ultra-light metal porous materials.

Key words metal rubber, turbulence, Kolmogorov hypothesis, sound absorbing characteristics, quantitative analysis

Received 8 July 2011, revised 21 November 2011.

1) The project was supported by the National Basic Research Program of China(2011CB610306), the National Natural Science Foundation of China (51075325) and the Program for New Century Excellent Talents in University (NCET-09-0644).

2) E-mail: ejhwu@mail.xjtu.edu.cn