第 28 卷 第 2 期
Vol. 28 No. 2

控 制 与 决 策
Control and Decision

2013 年 2 月
Feb. 2013

文章编号: 1001-0920 (2013) 02-0211-06

具有输入饱和的轧机液压伺服系统鲁棒动态输出反馈控制

李建雄[1], 方一鸣[1,2], 石胜利[1]

(1. 燕山大学 工业计算机控制工程河北省重点实验室，河北 秦皇岛 066004；
2. 国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心，河北 秦皇岛 066004)

摘　要: 针对具有状态不可测、参数不确定和输入饱和的轧机液压伺服位置系统, 提出一种基于 anti-windup 的抗饱和鲁棒动态输出反馈控制算法. 首先, 应用 Finsler 引理, 将闭环系统稳定的充分条件转化为 LMI 条件, 并解得控制器参数矩阵; 然后, 综合考虑系统的干扰抑制能力和稳定域大小, 求解优化问题, 得到 anti-windup 增益矩阵. 可以证明, 所设计的控制器能够保证闭环系统一致有界稳定, 并具有鲁棒 H_∞ 性能. 将所提出的算法应用于某 650 mm 可逆轧机液压伺服位置系统中进行仿真, 其结果验证了所提出算法的有效性.

关键词: 液压伺服位置系统；动态输出反馈；输入饱和；鲁棒 H_∞ 性能

中图分类号: TP273　　　　**文献标志码:** A

Robust dynamic output-feedback control of hydraulic servo system with input saturation for rolling mill

LI Jian-xiong[1], *FANG Yi-ming*[1,2], *SHI Sheng-li*[1]

(1. Key Lab Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province，Yanshan University，Qinhuangdao 066004, China；2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling，Qinhuangdao 066004，China．Correspondent：LI Jian-xiong，E-mail：jxli@ysu.edu.cn)

Abstract： An anti-windup-based robust dynamic output feedback control algorithm is presented for hydraulic servo position system with unmeasurable states, uncertain parameters and input saturation in a rolling mill. Firstly, a sufficient condition of stability can be transformed into a linear matrix inequality(LMI) condition by using Finsler's lemma, and the controller parameter matrices are obtained by solving LMIs; Secondly, by compromising the disturbance attenuation and stability region, the anti-windup matrix is obtained by solving a convex optimization problem. It can be proved that the proposed method can guarantee the closed-loop system is uniformly bounded stable and possesses robust H_∞ performance. Finally, a simulation is carried out on the hydraulic servo position system of 650 mm reversing cold-strip rolling mill, the simulation results show the validity of the proposed algorithm.

Key words： hydraulic servo position system；dynamic output feedback；input saturation；robust H_∞ performance

0 引　言

液压系统本身存在的非线性、参数不确定性和未知外界干扰等因素, 给系统高精度控制器设计带来了一定的麻烦. 近年来, 国内外一些专家学者将自适应滑模控制[1]、鲁棒控制[2]、模型预测控制[3]、滑模变结构[4-5]以及模糊神经网络[5-6]等方法应用于液压伺服控制系统, 在提高系统控制性能方面取得了一定的成果. 考虑到系统中存在一些不可测状态 (如柱塞速度信号), 文献 [1,7-8] 等提出了一些输出反馈控制器设计方法. 另外, 在液压伺服系统中, 伺服阀的输入信号是有限幅的, 比如 ± 5 V 或 ± 20 mA 等, 因此控制输入存在饱和[9], 而输入饱和很可能会导致系统性能下降甚至不稳定[10].

基于上述分析, 本文主要考虑液压伺服系统中存在的部分状态不可测、参数不确定性和输入饱和等问题, 提出了一种基于 anti-windup 方法的抗饱和鲁棒动态输出反馈控制算法. 首先, 针对不考虑输入饱和的系统设计鲁棒动态输出反馈控制器, 控制器参数矩阵可通过 Finsler 引理[11]先将闭环系统稳定的充分条件转化为 LMI 条件再求解 LMI 得到; 然后, 考虑到控制

收稿日期: 2011-09-26；**修回日期:** 2012-03-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074099).

作者简介: 李建雄(1980−), 男, 博士, 从事自适应鲁棒控制理论及应用的研究；方一鸣(1965−), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模仿真与控制、冶金自动化等研究.

输入饱和, 基于 anti-windup 方法[12-13]设计了一个抗饱和鲁棒动态输出反馈控制器, 通过综合考虑系统的干扰抑制能力和稳定域大小求解一个优化问题来得到 anti-windup 增益矩阵, 通过 Lyapunov 方法证明闭环系统的有界稳定性和鲁棒 H_∞ 抗干扰性能; 最后, 将所提出的算法应用于某 650 mm 轧机液压伺服位置控制系统进行仿真, 其结果表明了所设计的抗饱和控制器能够在输入饱和时较快地退出饱和, 并具有相对较好的控制性能.

1 问题描述

轧机液压伺服位置控制系统结构如图 1 所示[4,9].

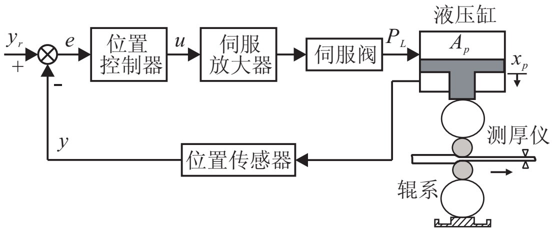

图 1 轧机液压伺服位置控制系统示意图

轧机液压伺服位置系统的数学模型由液压缸的力平衡方程和流量方程组成. 将负载等效到液压缸柱塞上, 其力平衡方程可由下式表示:

$$P_L A_p = M_t \ddot{x}_p + B_p \dot{x}_p + k_s x_p + F_L. \tag{1}$$

其中: P_L 为液压缸负载压力, A_p 为柱塞有效面积, x_p 为缸位移 (其增/减对应于轧机辊缝的减/增), M_t 为柱塞和辊系运动部件的等效总重量, B_p 为柱塞及负载运动中的粘滞摩擦系数, k_s 为负载弹性刚度系数, F_L 为作用在柱塞上的外负载力.

液压缸的流量方程可表示为

$$A_p \dot{x}_p + C_t P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \dot{P}_L = Q_L. \tag{2}$$

其中: C_t 为液压缸内泄漏系数; V_t 为缸腔及液压缸与伺服阀之间管道的总容积; β_e 为体积弹性模量; Q_L 为液压缸的负载流量, 可由下式给出:

$$Q_L = C_d w x_v \sqrt{\frac{P_s - \mathrm{sgn}(x_v) P_L}{\rho}}. \tag{3}$$

式中: C_d 为阀口流量系数; w 为伺服阀开口梯度; x_v 为伺服阀阀芯位移; ρ 为液压油密度; P_s 为供油压力, 这里假定系统的回油压力近似为零; 符号函数

$$\mathrm{sgn}(*) = \begin{cases} 1, \ * \geqslant 0; \\ -1, \ * < 0. \end{cases}$$

伺服阀的阀芯位移 x_v 与伺服阀输入信号 u 之间通常可以近似为比例关系[1], 即有 $x_v = k_v u$, 其中 $k_v > 0$ 为增益系数.

设缸位移的期望值为 y_r, 假定 $\dot{y}_r, \ddot{y}_r$ 和 $\dddot{y}_r$ 存在且有界, 并记 $\boldsymbol{x}_r = [y_r \ \ \dot{y}_r \ \ \ddot{y}_r]^{\mathrm{T}}$. 记 $y = x_p$ 为缸位移测量值, 与期望值的误差为 $e = y - y_r$. 取状态 $x_1 = e$, $x_2 = \dot{e}, x_3 = \ddot{e}$, 并记 $\boldsymbol{x} = [x_1 \ \ x_2 \ \ x_3]^{\mathrm{T}}$, 由式 (1) ∼ (3), 整理得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x} + b\psi(P_L)u - \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}_r - \dddot{y}_r + d. \end{cases} \tag{4}$$

其中

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{a} = [a_1 \ \ a_2 \ \ a_3]^{\mathrm{T}}, \ a_1 = \frac{4\beta_e C_t k_s}{M_t V_t}, \\ &a_2 = \frac{k_s}{M_t} + \frac{4\beta_e}{M_t V_t}(C_t B_p + A_p^2), \\ &a_3 = \frac{B_p}{M_t} + \frac{4\beta_e C_t}{V_t}, \ b = \frac{4\beta_e A_p k_v C_d w}{M_t V_t \sqrt{\rho}}, \\ &\psi(P_L) = \sqrt{P_s - \mathrm{sgn}(u) P_L}, \\ &d = \frac{4\beta_e C_t}{M_t V_t} F_L + \frac{\dot{F}_L}{M_t}. \end{aligned}$$

参数 $C_t, \beta_e, C_d, \rho, B_p$ 和 k_s 在不同工作环境和不同系统温度等情况下是不能确定的. 总容积 V_t 因管路等原因不能准确测量. 另外, 等效总质量 M_t 不能精确已知, 外负载力 F_L 也很难得到. 因此, 系统 (4) 中的参数 $\boldsymbol{a}$ 和 b 都存在不确定性, 但在实际中它们都是有界的.

将不确定参数 $\boldsymbol{a}$ 和 b 写成标称部分与不确定部分之和的形式, 即

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_0 + \Delta\boldsymbol{a}, \\ &\boldsymbol{a}_0 = [a_{10} \ \ a_{20} \ \ a_{30}]^{\mathrm{T}}, \\ &\Delta\boldsymbol{a} = [\Delta a_1 \ \ \Delta a_2 \ \ \Delta a_3]^{\mathrm{T}}, \\ &b = b_0 + \Delta b, \end{aligned}$$

其中 a_{i0}, b_0 和 $\Delta a_i, \Delta b$ 分别为 a_i, b 的标称部分和不确定部分. 假定参数不确定部分存在已知上界, 即 $|\Delta a_i| \leqslant c_{ai}, |\Delta b| \leqslant c_b, |d| \leqslant \bar{d}$, 其中 $c_{ai} > 0, c_b > 0, i = 1, 2, 3$, $\bar{d} > 0$ 都是已知的. 若令 $b_m = b_0 - c_b$ 和 $b_M = b_0 + c_b$, 则 $b_m > 0$ 和 $b_M > 0$ 分别为 b 的已知下界和上界.

考虑到系统中存在输入饱和, 假定 u_M 为 u 的饱和限幅值, $u_M > 0$, 则有

$$u = \mathrm{sat}(v) = \begin{cases} v, \ |v| \leqslant u_M; \\ \mathrm{sgn}(v) u_M, \ |v| > u_M. \end{cases} \tag{5}$$

若令 $u_c = \psi(P_L)u, \delta = \psi(P_L)u_M, v_c = \psi(P_L)v$, 则有

$$u_c = \mathrm{sat}(v_c) = \begin{cases} v_c, \ |v_c| \leqslant \delta; \\ \mathrm{sgn}(v_c)\delta, \ |v_c| > \delta. \end{cases} \tag{6}$$

系统 (4) 可重写为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B(bu_c - \phi(\boldsymbol{x}_r, y_r) - \Delta\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} + d_1), \\ e = C\boldsymbol{x} = x_1. \end{cases} \tag{7}$$

其中

$$\phi(\boldsymbol{x}_r, \dddot{y}_r) = \boldsymbol{a}_0^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}_r + \dddot{y}_r, \ d_1 = d - \Delta\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}_r,$$

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-a_{10}&-a_{20}&-a_{30}\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

在系统 (7) 中, 状态变量 x_2 和 x_3 不能通过测量直接得到, 因而不能在控制中直接用作反馈信号. 因此, 本文考虑如下形式的动态输出反馈控制器:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{z}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z},e),\\ u_{\mathrm{c}}=g(\boldsymbol{z},e).\end{cases}\tag{8}$$

其中: $\boldsymbol{z}$ 为控制器的状态, u_c 为控制器的输出.

在本节的最后给出如下引理, 该引理在下节控制器参数矩阵求解中起着重要的作用.

引理 1 (Finsler's lemma)[11]　对于向量 $\boldsymbol{\zeta}\in\boldsymbol{R}^m$, 矩阵 $M\in\boldsymbol{R}^{m\times m}$ 和 $F\in\boldsymbol{R}^{r\times m}, r\leqslant m$, 下列陈述等价:

1) 对于所有 $\boldsymbol{\zeta}\neq 0, F\boldsymbol{\zeta}=0$, 有 $\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}M\boldsymbol{\zeta}<0$;

2) $(F^{\perp})^{\mathrm{T}}MF^{\perp}<0$, 其中 $FF^{\perp}=0$;

3) 存在标量 σ, 使得 $M-\sigma F^{\mathrm{T}}F<0$;

4) 存在矩阵 $G\in\boldsymbol{R}^{m\times r}$, 使得 $M+GF+F^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}<0$.

容易验证, $G=-\sigma F^{\mathrm{T}}/2$ 是引理 1 中 3) 与 4) 等价的一个可行解.

2　鲁棒动态输出反馈控制器设计

首先考虑没有输入饱和的情况, 即 $u_c=v_c$. 设计如下动态输出反馈控制器:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{z}}=S\boldsymbol{z}+Re,\\ u_c=K\boldsymbol{z}+Le+b_0^{-1}\phi.\end{cases}\tag{9}$$

其中: $\boldsymbol{z}\in\boldsymbol{R}^3$ 为控制器的状态, $S\in\boldsymbol{R}^{3\times3}, R\in\boldsymbol{R}^{3\times1}$, $K\in\boldsymbol{R}^{1\times3}$ 和 $L\in\boldsymbol{R}$ 为控制器参数矩阵. 并记

$$D_c=\begin{bmatrix}S&R\\K&L\end{bmatrix}_{4\times4},$$

其中 $[*]_{m\times n}$ 表示 $[*]$ 为 $m\times n$ 维矩阵.

令 $\boldsymbol{\xi}=[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 由式 (7) 和 (9) 可得到如下闭环系统:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}=A_c\boldsymbol{\xi}+B_c(-\Delta\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+d_r).\tag{10}$$

其中

$$A_c=\begin{bmatrix}A+bBLC&bBK\\RC&S\end{bmatrix}_{6\times6}=\tilde{A}+\tilde{B}D_c\tilde{C},\tag{11}$$

$$B_c=[B^{\mathrm{T}}\ \ 0]^{\mathrm{T}}_{1\times6},\ d_r=d_1+\Delta bb_0^{-1}\phi,$$

$$\tilde{A}=\begin{bmatrix}A&0\\0&0\end{bmatrix}_{6\times6},\ \tilde{B}=\begin{bmatrix}0&bB\\I&0\end{bmatrix}_{6\times4},$$

$$\tilde{C}=\begin{bmatrix}0&I\\C&0\end{bmatrix}_{4\times6}.$$

控制器参数矩阵 D_c 由下面的定理给出.

定理 1　给定 $\alpha_1>0$, 若存在正定对称矩阵

$$X_1=\begin{bmatrix}X_{11}&X_{12}\\ *&X_{13}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{R}^{6\times6},$$

$X_{11}\in\boldsymbol{R}^{3\times3}, X_{13}\in\boldsymbol{R}^{3\times3}, X_{12}\in\boldsymbol{R}^{3\times3}$, 以及正数 σ, ε_1 和 γ_1, 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\varSigma_{11}^m&AX_{12}+\alpha_1X_{12}&X_{11}\varGamma&X_{11}C^{\mathrm{T}}&B\\ *&-\sigma I+\alpha_1X_{13}&X_{12}^{\mathrm{T}}\varGamma&X_{12}^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}&0\\ *&*&-\varepsilon_1I&0&0\\ *&*&*&-I&0\\ *&*&*&*&-\gamma^2\end{bmatrix}<0.\tag{12}$$

其中: $\varGamma=[c_{a1}\ \ c_{a2}\ \ c_{a3}]^{\mathrm{T}}, \varSigma_{11}^m=X_{11}A^{\mathrm{T}}+AX_{11}-\sigma b_m^2BB^{\mathrm{T}}+\varepsilon_1BB^{\mathrm{T}}+\alpha_1X_{11}$. 并通过求解如下问题:

$$\min_{X_{11},X_{12},X_{13},\sigma,\varepsilon_1,\gamma_1^2}\gamma_1^2;\ \text{s.t. 式 (12) 和 } X_1>0,\tag{13}$$

得到控制器参数矩阵

$$D_c=\begin{bmatrix}S&R\\K&L\end{bmatrix}=-\frac{\sigma}{2}\begin{bmatrix}P_{13}&P_{12}^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\\ b_mB^{\mathrm{T}}P_{12}&b_mB^{\mathrm{T}}P_{11}C^{\mathrm{T}}\end{bmatrix},\tag{14}$$

其中 $\begin{bmatrix}P_{11}&P_{12}\\ *&P_{13}\end{bmatrix}=P_1=X_1^{-1}$. 则所设计的动态控制器 (9) 能够保证闭环系统 (10) 一致有界稳定, 系统输出 e 具有鲁棒 H_∞ 干扰抑制能力.

证明　考虑正定函数 $V_1(\boldsymbol{\xi})=\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}P_1\boldsymbol{\xi}$, 并结合式 (10), 经整理可得到

$$\begin{aligned}&\dot{V}_1=\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(A_c^{\mathrm{T}}P_1+P_1A_c)\boldsymbol{\xi}+2\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}P_1B_c(d_r-\Delta\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})\leqslant\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(A_c^{\mathrm{T}}P_1+P_1A_c+\varepsilon_1P_1B_cB_c^{\mathrm{T}}P_1+\varepsilon_1^{-1}\varGamma_c\varGamma_c^{\mathrm{T}})\boldsymbol{\xi}+\\&\gamma_1^{-2}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}P_1B_cB_c^{\mathrm{T}}P_1\boldsymbol{\xi}+\gamma_1^2d_r^2.\end{aligned}\tag{15}$$

其中: $\varepsilon_1>0,\gamma_1>0,\varGamma_c=[\varGamma^{\mathrm{T}}\ \ 0]^{\mathrm{T}}_{1\times6}$. 另外, 式 (15) 中用到了不等式 $|\Delta\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}|^2\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\varGamma\varGamma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\leqslant\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\varGamma_c\varGamma_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}$.

对于给定的 $\alpha_1>0$, 如果有如下不等式成立:

$$\begin{aligned}&A_c^{\mathrm{T}}P_1+P_1A_c+\varepsilon_1^{-1}\varGamma_c\varGamma_c^{\mathrm{T}}+(\varepsilon_1+\gamma_1^{-2})P_1B_cB_c^{\mathrm{T}}P_1<\\&-\alpha_1P_1+C_c^{\mathrm{T}}C_c,\end{aligned}\tag{16}$$

则有

$$\dot{V}_1\leqslant-\alpha_1V_1-e^2+\gamma_1^2d_r^2.\tag{17}$$

其中: $C_c=[C\ \ 0]_{1\times6}, e=C_c\boldsymbol{\xi}$ 为系统 (7) 的可测输出.

由式 (17)可以得出: 当 $d_r=0$ 时, 闭环系统在 $\boldsymbol{\xi}=0$ 时是指数稳定的; 当 $d_r\neq0$ 时, 闭环系统为一致有界稳定, 并由 $V_1\geqslant0$ 可以得出 $\dot{V}_1+e^2\leqslant\gamma_1^2d_r^2$. 进一步, 有

$$\int_0^t|e(\tau)|^2\mathrm{d}\tau\leqslant\gamma_1^2\int_0^t\|d_r(\tau)\|^2\mathrm{d}\tau+V_1(\boldsymbol{\xi}(0)),\ t\geqslant0.$$

因此, 闭环系统具有 H_∞ 干扰抑制能力, 最小化 γ_1 可将干扰 d_r 对系统输出 e 的影响抑制到最小.

由于不等式 (16) 不能直接求解, 需进一步处理.

首先令 $X_1 = P_1^{-1}$, 然后将矩阵 A_c 写成式 (11) 右端的形式, 代入不等式 (16), 并将不等式两边分别左乘、右乘 X_1, 经整理可得

$$\varXi + X_1(\tilde{B}D_c\tilde{C})^{\mathrm{T}} + \tilde{B}D_c\tilde{C}X_1 < 0, \tag{18}$$

其中 $\varXi = X_1\tilde{A}^{\mathrm{T}} + \tilde{A}X_1 + \varepsilon_1^{-1}X_1\varGamma_c\varGamma_c^{\mathrm{T}}X_1 + \alpha_1 X_1 + (\varepsilon_1 + \gamma_1^{-2})B_cB_c^{\mathrm{T}} + X_1C_c^{\mathrm{T}}C_cX_1$.

若令 $M = \varXi, F^{\mathrm{T}} = \tilde{B}, G^{\mathrm{T}} = D_c\tilde{C}X_1$, 则由引理 1 的 3) 与 4) 的等价关系, 不等式 (18) 可以等价为 $\varXi - \sigma\tilde{B}\tilde{B}^{\mathrm{T}} < 0$, 其中 σ 为待定参数. 再利用 Schur 补引理, 可得

$$\begin{bmatrix} \varPi & X_1\varGamma_c & X_1C_c^{\mathrm{T}} & B_c \\ * & -\varepsilon_1 & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 \\ * & * & * & -\gamma_1^2 \end{bmatrix} < 0, \tag{19}$$

其中 $\varPi = X_1\tilde{A}^{\mathrm{T}} + \tilde{A}X_1 - \sigma\tilde{B}\tilde{B}^{\mathrm{T}} + \varepsilon_1 B_cB_c^{\mathrm{T}} + \alpha_1 X_1$.

将矩阵 $\tilde{A}, \tilde{B}$ 和 X_1 展开代入式 (19), 并注意到对于 $\sigma > 0$, 不确定参数 b 取最小值 b_m 时求解 LMI 式 (19) 得到的可行解, 能够使不等式 (19) 在 $b \in [b_m, b_M]$ 内取任意值时仍然成立, 因而可得到不等式 (12).

另外, $G = -\sigma F^{\mathrm{T}}/2$ 是引理 1 中 3) 与 4) 等价的一个可行解, 因此控制增益矩阵为

$$D_c = -\frac{\sigma}{2}\tilde{B}^{\mathrm{T}}X_1^{-1}\tilde{C}^{\mathrm{T}},$$

从而进一步可以得到式 (14). □

下面考虑有输入饱和的系统 (7), 设计如下动态输出反馈控制器:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{z}} = S\boldsymbol{z} + Re + E_c(\mathrm{sat}(v_c) - v_c), \\ v_c = K\boldsymbol{z} + Le + b_0^{-1}\phi. \end{cases} \tag{20}$$

其中: $E_c \in \boldsymbol{R}^{3\times 1}$ 为 anti-windup 增益矩阵, 控制器参数矩阵 S, R, K 和 L 由式 (14) 给出.

由式 (7) 和 (20), 可得到如下闭环系统:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = A_c\boldsymbol{\xi} + B_c(d_r - \Delta\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}) - (bB_c + I_EE_c)dz(v_c). \tag{21}$$

其中: $dz(v_c) = v_c - \mathrm{sat}(v_c), I_E = [0\ \ I]^{\mathrm{T}}_{3\times 6}$.

若令 $H = [LC\ \ K]$, 则有 $v_c = H\boldsymbol{\xi} + b_0^{-1}\phi$. 考虑矩阵 $H_d \in \boldsymbol{R}^{1\times 6}$ 和如下集合:

$$\varOmega_{v_c} = \{\boldsymbol{\xi} \in \boldsymbol{R}^6 : |(H - H_d)\boldsymbol{\xi}| \leqslant \delta\}. \tag{22}$$

考虑正定对称矩阵 $P_2 \in \boldsymbol{R}^{6\times 6}$, 定义不变椭圆集合

$$\varOmega_{\boldsymbol{\xi}}(P_2) = \{\boldsymbol{\xi} \in \boldsymbol{R}^6 : \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}P_2\boldsymbol{\xi} \leqslant 1\}. \tag{23}$$

容易得出, 如果不等式

$$P_2 - \delta^{-2}(H - H_d)^{\mathrm{T}}(H - H_d) \geqslant 0 \tag{24}$$

成立, 则有 $\varOmega_{\boldsymbol{\xi}}(P_2) \subseteq \varOmega_{v_c}$.

引理 2[13] 考虑死区函数 $dz(v_c) = v_c - \mathrm{sat}(v_c)$, 如果 $\boldsymbol{\xi} \in \varOmega_{v_c}$, 则有

$$dz(H\boldsymbol{\xi})(dz(H\boldsymbol{\xi}) - H_d\boldsymbol{\xi}) \leqslant 0. \tag{25}$$

动态控制器中的控制增益矩阵 D_c 可由定理 1 求得, anti-windup 增益矩阵 E_c 由下面的定理给出.

定理 2 对于系统 (7), 控制器参数矩阵 D_c 由式 (14) 给出, 若存在正定对称矩阵 $X_2 \in \boldsymbol{R}^{6\times 6}$, 矩阵 Y_d, E_κ, 正数 ε_2, γ_2 和 κ, 使得如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \varTheta'_{11,i} & \varTheta_{12,i} & B_c & X_2\varGamma_c^{\mathrm{T}} & X_2C_c^{\mathrm{T}} \\ * & -2\kappa & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma_2^2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_2 & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \leqslant 0,\ i = 1, 2; \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} X_2 & X_2H^{\mathrm{T}} - Y_d^{\mathrm{T}} \\ * & \delta^2 \end{bmatrix} \geqslant 0; \tag{27}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(0) \\ * & X_2 \end{bmatrix} \geqslant 0. \tag{28}$$

其中

$$\varTheta'_{11,i} = X_2A_{c,i}^{\mathrm{T}} + A_{c,i}X_2 + \varepsilon_2B_cB_c^{\mathrm{T}};$$

$$\varTheta_{12,i} = -\kappa\hat{b}_iB_c - I_EE_\kappa + Y_d^{\mathrm{T}};$$

$$A_{c,i} = \begin{bmatrix} A + \hat{b}_iBLC & \hat{b}_iBK \\ RC & S \end{bmatrix},\ i = 1, 2;$$

$$\hat{b}_1 = b_m,\ \hat{b}_2 = b_M.$$

则矩阵 $E_c = \kappa^{-1}E_\kappa$ 使得不变椭圆集 $\varOmega_{\boldsymbol{\xi}}(X_2^{-1}) = \{\boldsymbol{\xi} \in \boldsymbol{R}^6 : \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}X_2^{-1}\boldsymbol{\xi} \leqslant 1\}$ 是闭环系统 (21) 在 $d_r = 0$ 时的一个渐近稳定区域, 闭环系统一致有界稳定, 并具有鲁棒 H_∞ 性能.

证明 考虑正定函数 $V_2(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}P_2\boldsymbol{\xi}$, 并结合式 (21), 可得

$$\begin{aligned} &\dot{V}_2 = \\ &\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(A_c^{\mathrm{T}}P_2 + P_2A_c)\boldsymbol{\xi} + 2\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}P_2B_c(d_r - \Delta\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}) - \\ &2\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}P_2(bB_c + I_EE_c)dz(v_c) \leqslant \\ &\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(A_c^{\mathrm{T}}P_2 + P_2A_c + \varepsilon_2^{-1}P_2B_cB_c^{\mathrm{T}}P_2 + \\ &\varepsilon_2\varGamma_c\varGamma_c^{\mathrm{T}} + \gamma_2^{-2}P_2B_cB_c^{\mathrm{T}}P_2)\boldsymbol{\xi} + \gamma_2^2d_r^2 - \\ &2\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}P_2(bB_c + I_EE_c)dz(v_c). \end{aligned} \tag{29}$$

其中: $\varepsilon_2 > 0, \gamma_2 > 0$.

根据引理 2, 存在 $\kappa > 0$, 有如下关系成立:

$$\dot{V}_2 \leqslant \dot{V}_2 - \kappa^{-1}dz(H\boldsymbol{\xi})(dz(H\boldsymbol{\xi}) - H_d\boldsymbol{\xi}). \tag{30}$$

再结合式 (29) 和 (30), 可以得出

$$\dot{V}_2 \leqslant \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ dz(H\boldsymbol{\xi}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \varXi_{11} & \varXi_{12} \\ * & -2\kappa^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ dz(H\boldsymbol{\xi}) \end{bmatrix} + \gamma_2^2d_r^2. \tag{31}$$

其中

$$\varXi_{11}=A_c^{\rm T}P_2+P_2A_c+(\varepsilon_2^{-1}+\gamma_2^{-2})P_2B_cB_c^{\rm T}P_2+\varepsilon_2\varGamma_c\varGamma_c^{\rm T},$$

$$\varXi_{12}=-P_2(bB_c+I_EE_c)+\kappa^{-1}H_d^{\rm T}.$$

令 $X_2=P_2^{-1}, Y_d=H_dX_2, E_\kappa=\kappa E_c, F_\kappa=\kappa F_c$, 并考虑等式

$$\begin{bmatrix} X_2 & 0\\ 0 & \kappa\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varXi_{11} & \varXi_{12}\\ * & -2\kappa^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_2 & 0\\ 0 & \kappa\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \varTheta_{11} & \varTheta_{12}\\ * & -2\kappa\end{bmatrix}. \tag{32}$$

其中

$$\varTheta_{11}=X_2A_c^{\rm T}+A_cX_2+(\varepsilon_2^{-1}+\gamma_2^{-2})B_cB_c^{\rm T}+\varepsilon_2X_2\varGamma_c\varGamma_c^{\rm T}X_2,$$

$$\varTheta_{12}=-\kappa bB_c-I_EE_\kappa+Y_d^{\rm T}.$$

若有如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \varTheta_{11}+X_2C_c^{\rm T}C_cX_2 & \varTheta_{12}\\ * & -2\kappa\end{bmatrix}\leqslant 0, \tag{33}$$

则可以得出

$$\dot V_2\leqslant -e^2+\gamma_2^2d_r^2. \tag{34}$$

因此, 由定理 1 的证明过程可推出, 闭环系统是有界稳定的, 并具有鲁棒 H_∞ 干扰抑制能力, 最小化 γ_2^2 可将干扰抑制到最小.

在不等式 (33) 中, 矩阵 A_c 和 $\varTheta_{12}$ 中存在不确定参数 b, 使得不等式 (33) 不能直接求解. 可将不确定参数 b 写成凸组合的形式, 即 $b=\upsilon b_m+(1-\upsilon)b_M$, 其中 $\upsilon\in[0,1]$. 若不等式 (26) 成立, 则不等式 (33) 成立. 另外, 根据 $\varOmega_{\boldsymbol\zeta}(P_2)\subseteq\varOmega_{v_c}$, 可以得出不等式 (27). 由系统的初始状态在 $\varOmega_{\boldsymbol\zeta}(P_2)$ 内可得到不等式 (28). 由此定理 2 得证. □

进一步, 对于给定的允许初始集合

$$\varOmega_{\xi0}={\rm Co}\{\boldsymbol\nu_1,\cdots,\boldsymbol\nu_{n_v}\},\ \boldsymbol\nu_r\in\boldsymbol R^6,\ r=1,2,\cdots,n_v, \tag{35}$$

求解不等式 (26) ~ (28), 使其满足 $\beta\varOmega_{\boldsymbol\xi0}\in\varOmega_{\boldsymbol\xi}(X_2^{-1})$. 如果最大化 β, 则可以获得最大的稳定域[13]. 基于此, 求解如下凸优化问题可以获得最大的稳定域:

$$\min_{X_2,Q_2,Y_d,E_\kappa,\varepsilon_2,\kappa,\rho,\gamma_2^2}\rho. \tag{36}$$

$$\text{s.t. } \rho>0,\ 式(26)\sim(28);$$

$$\begin{bmatrix} \rho & \boldsymbol\nu_r^{\rm T}\\ \boldsymbol\nu_r & X_2\end{bmatrix}\geqslant 0,\ r=1,2,\cdots,n_v. \tag{37}$$

其中 $\rho=\beta^{-2}$.

注 1　综上可以看出: 一方面, 若最小化 γ_2 则可以将干扰 d_r 对输出 e 的影响抑制到最小; 另一方面, 若最小化 ρ, 则可以得到最大的稳定域. 因此, 综合考虑系统的干扰抑制能力和稳定域大小, 在求解式 (36) 时加入约束 $\gamma_2^2\leqslant k\gamma_1^2, k>0$, 通过选择适当的 k 值使问题 (36) 有可行解, 这样可以在使系统具有一定干扰抑制能力的前提下得到最大的稳定域.

3　仿真研究

将所提出的控制算法应用于某 650 mm 可逆冷带轧机液压伺服位置控制系统进行仿真研究, 仿真中所用的主要物理参数标称值如下:

$$B_p=2.25\times10^6\,{\rm N\cdot s/m},\ M_t=1\,500\,{\rm kg},$$

$$\beta_e=7\times10^8\,{\rm Pa},\ V_t=3.768\times10^{-3}\,{\rm m}^3,$$

$$w=0.025,\ C_t=5\times10^{-16}\,{\rm m}^5/({\rm N\cdot s}),$$

$$\rho=850\,{\rm kg/m}^3,\ C_d=0.61,\ A_p=0.125\,6\,{\rm m}^2,$$

$$k_s=2.5\times10^9\,{\rm N/m},\ k_v=1.25\times10^{-4}\,{\rm m/V},$$

$$P_s=24\,{\rm MPa},\ F_L=10^6\,{\rm N}.$$

系统 (4) 中参数的标称值分别为 $a_{10}=371.55, a_{20}=8.815\,1\times10^6, a_{30}=1\,500,\ b_0=4.068\,3$.

仿真中取 $\Delta\boldsymbol a^{\rm T}=[-15\ \ 5\times10^4\ \ 50], \Delta b=0.2, d=0.247\,7$, 各不确定参数分别为 $c_{a1}=20,\ c_{a2}=10^5, c_{a3}=80,\ c_b=0.3$. 给定 $\alpha_1=8$, 求解问题 (13), 可得到

$$S=\begin{bmatrix} -15.735 & 0.005\,913\,7 & 0.023\,017\\ * & 14.085 & -0.056\,762\\ * & * & -13.518\end{bmatrix},$$

$$R=[-162.03\ \ -3.327\,9\ \ 1.383\,3]^{\rm T}\times10^5,$$

$$K=[-11.341\ \ -0.695\,38\ \ -9.139\,9],$$

$$L=-3.713\times10^7,\ \gamma_1^2=0.642\,0.$$

然后, 给定 $\varOmega_{\boldsymbol\zeta0}=\{\boldsymbol e_1,\boldsymbol e_2,\boldsymbol e_3\}\times10^{-3}$, 其中 $\boldsymbol e_i\in\boldsymbol R^6$ 表示第 i 个元素为 1 的单位向量, 选择 $k=1.1$, 并求解优化问题 (36), 解得 $\gamma_2^2=0.642\,1,\ \rho=0.382\,1,\ E_c=[-14.536\,6\ \ -1.289\,4\ \ -13.434\,4]^{\rm T}$.

假定跟踪期望值为 $y_r=1\,{\rm mm}$, 初始值为 $\boldsymbol x(0)=[-0.001\ \ 0\ \ 0]^{\rm T}$, $\boldsymbol z(0)=[0\ \ 0\ \ 0]^{\rm T}$, 并假设输入饱和限幅值为 $u_M=5\,{\rm V}$.

本文分别将所设计的无抗饱和控制器与基于 anti-windup 的抗饱和控制器分别作用于液压伺服位置系统进行对比仿真 (仿真时在原系统状态 x_3 的动态中加入了均值为零、方差为 1 的随机干扰). 仿真结果如图 2 ~ 图 5 所示.

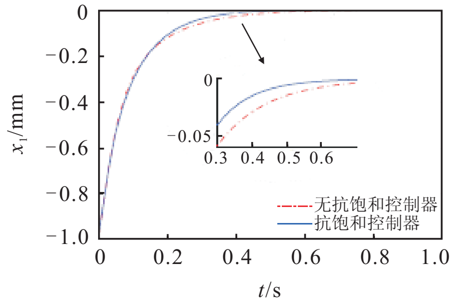

图 2　跟踪误差 e (状态 x_1)

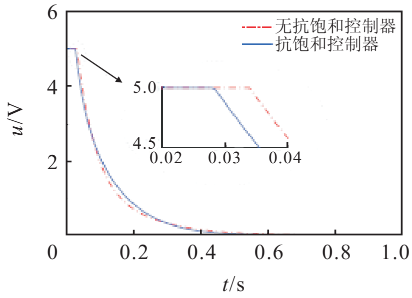

图 3 控制输入 u

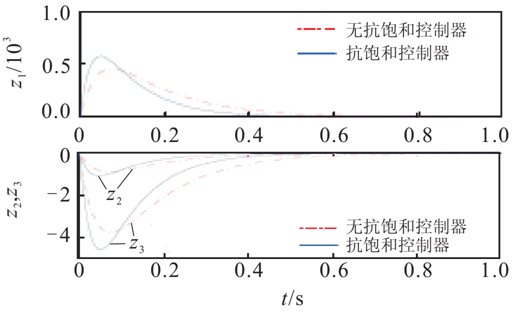

图 4 控制器状态 z

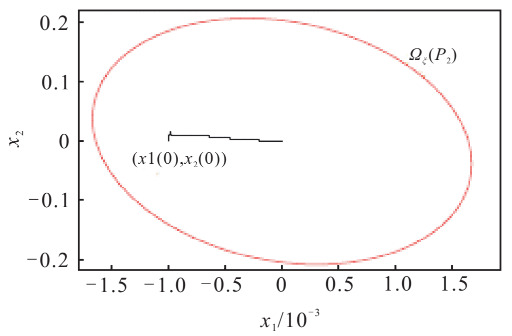

图 5 渐近稳定区域 $\Omega_\xi(P_2)$

通过对比可以发现, 采用抗饱和控制器时的收敛相对较快, 具有相对较好的跟踪效果 (见图 2), 并且在控制输入有饱和时, 采用抗饱和控制器能够较快地退出饱和 (见图 3). 另外, 仿真结果表明了本文所提出的鲁棒动态输出反馈控制算法对参数不确定性具有较强的鲁棒性, 并且能够有效地抑制干扰.

4 结 论

考虑到轧机液压伺服位置控制系统中存在不可测状态、参数不确定性和输入饱和, 本文提出了一种抗饱和鲁棒动态输出反馈控制器. 理论分析表明, 所提出的控制算法能够保证闭环系统一致有界稳定, 并具有 H_∞ 干扰抑制能力. 最后通过仿真对比, 表明了所提出的控制算法具有较好的跟踪效果、较强的鲁棒性和抗干扰能力, 并且能够有效地抑制由输入饱和对系统造成的不良影响.

参考文献(References)

[1] Guan C, Pan S X. Adaptive sliding mode control of electro-hydraulic system with nonlinear unknown parameters[J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(11): 1275-1284.

[2] Vladimir Milic, Željko Situm, Mario Essert. Robust H_∞ position control synthesis of an electro-hydraulic servo system[J]. ISA Transactions, 2010, 49(4): 535-542.

[3] Marusak P M, Kuntanapreeda S. Constrained model predictive force control of an electrohydraulic actuator[J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(1): 62-73.

[4] 方一鸣, 王志杰, 解云鹏, 等. 轧机液压伺服位置系统多模型切换滑模变结构控制[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(5): 91-97.

(Fang Y M, Wang Z J, Xie Y P, et al. Sliding mode variable structure control of multi-model switching for rolling mill hydraulic servo position system[J]. Electric Machines and Control, 2010, 14(5): 91-97.)

[5] 陈刚, 柴毅, 丁宝苍, 等. 电液位置伺服系统的多滑模神经网络控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(2): 221-225.

(Chen G, Chai Y, Ding B C, et al. Multiple sliding mode neural network control of electro-hydraulic position servo system[J]. Control and Decision, 2009, 24(2): 221-225.)

[6] Truong D Q, Ahn K K. Force control for hydraulic load simulator using self-tuning grey predictor – fuzzy PID[J]. Mechatronics, 2009, 19(2): 233-246.

[7] Garimella P, Yao B. Nonlinear adaptive robust observer for velocity estimation of hydraulic cylinders using pressure measurement only[C]. Proc of the ASME 2002 Int Mechanical Engineering Congress and Exposition. New Orleans, 2002: 907-916.

[8] Makkarat P, Kuntanapreeda S. Observer-based back-stepping force control of an electro-hydraulic actuator[J]. Control Engineering Practice, 2009, 17(8): 895-902.

[9] 方一鸣, 范志远, 欧发顺, 等. 输入有饱和的轧机液压伺服系统的多模型切换控制[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(3): 438-442.

(Fang Y M, Fan Z Y, Ou F S, et al. Multi-model switching control with input saturation for hydraulic servo system in rolling mill[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(3): 438-442.)

[10] 刘胜, 周丽明. 一类饱和不确定非线性系统静态抗饱和控制设计[J]. 控制与决策, 2009, 24(5): 764-768.

(Liu S, Zhou L M. Static anti-windup control design for a class of saturated uncertain nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2009, 24(5): 764-768.)

[11] Skelton R E, Iwasaki T, Grigoriadis K M. A unified algebraic approach to linear control design[M]. London: Taylor & Francis, 1998.

[12] Grimm G, Hatfield J, Postlethwaite I, et al. Antiwindup for stable linear systems with input saturation: An LMI-based synthesis[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(9): 1509-1525.

[13] Gomes da Silva Jr J M, Tarbouriech S. Antiwindup design with guaranteed regions of stability: An LMI-based approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(1): 106-111.