

DOI 编码: 10.3969/j.issn.1672-884x.2014.02.018

# 基于连续影响函数的群体观点演化模型与仿真

陆 安 刘业政

(合肥工业大学管理学院)

**摘要:** 针对 HK 模型不能反映个体间信任和影响是由量变到质变的过程,建立了具有连续影响函数形式的舆论演化模型,并对模型进行了模拟实验。结果显示:有界信任参数越大,观点集团的数量就越少,而群体观点收敛的时间越短;完全影响的区间参数越大,观点集团的数量就越少,集团内观点趋于一致所需时间越长;整个群体观点最终趋于一致时,收敛时间随参数的增加而减少。此外,仿真结果还说明当个体自信心较强时,观点集团数量较多,而每个小集团内观点趋于稳定的时间较短;当群体观点趋于一致时,个体自信程度越高,收敛时间越长。

**关键词:** 连续影响函数; HK 模型; 有界信任; 群体观点演化

**中图法分类号:** C93 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-884X(2014)02-0283-05

## Simulation of Group Opinions Evolution Model Based on Continuous Impact Function

LU An LIU Yezheng

(Hefei University of Technology, Hefei, China)

**Abstract:** Because Hegselmann Krause model could't well interpret the process of trust and interacts between individuals, which is from quantitative change to qualitative change in a social network, a new model about group opinion evolution is established based on continuous impact function. The simulation of this model clearly shows the less clusters numbers and the shorter convergence time of group opinions with the larger the parameter of bounded confidence. If the parameter of whole impact interval is larger, the opinion clusters decreases, and the convergence time of group opinion becomes longer. But if all the individuals' opinion is the same finally, the convergence time will be shorter with the larger of this parameter. In addition, the simulation further shows if the force of self-confidence of individual is strong, the number of opinion clusters is always be large. If the consensus is reached finally, the convergence time of group opinions becomes longer with the stronger self-confidence of individuals.

**Key words:** continuous impact function; HK model; bounded confidence; group opinions evolution

社交网络是人们传播信息、交流沟通的重要场所。在线社交网络对话题和观点的快速传播增加了舆论事件产生的突发性和频度,使舆论的传播、形成与演化过程变得更加复杂和不确定。这引起了社会对社交网络中舆论传播问题的重视和关注。在学界,社交网络中舆论传播研究已逐步成为热点。本文重点探讨舆论传播问题中的群体观点演化问题。

针对该问题,传统的研究方法主要是构建

群体观点的演化模型,并对模型的非线性特征进行研究,其中应用较广的有 SZNAJD 模型<sup>[1]</sup>, DIETRIEH<sup>[2]</sup> 则讨论了更一般的 SZNAJD 模型。此外,还有投票者模型<sup>[3]</sup> 和多数决定模型<sup>[4]</sup>。对于连续观点的演化问题,应用最为广泛的是 DEFFAUNT 模型<sup>[5]</sup> 和 HEGSELMANN-KRAUSE 模型<sup>[6,7]</sup> (简称 HK 模型),它们都是基于社会心理学特性的有界信任而提出的。

在有界信任模型中,个体之间的作用关系

收稿日期: 2013-09-03

基金项目: 国家 973 计划资助项目(2013CB329603)

\* 本文为第十四届计算机模拟与信息技术学术会议推荐论文

可以用社会网络来表示。当个体观点比较接近时,他们才进行相互作用(如交流或讨论)。这种情况称为有界信任。HEGSELMANN 等<sup>[6]</sup>根据有界信任提出了 HK 模型:

$$x_i(t+1) = a_{i1}x_1(t) + a_{i2}x_2(t) + \dots + a_{in}x_n(t), \quad (1)$$

式中,  $x_i(t)$  表示在  $t$  时刻个体  $i$  的观点值( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $a_{ij} = \frac{1}{|I(i, x(t))|}$ ,  $|I(i, x(t))|$

表示所有与个体  $i$  有联系的邻居的数量;个体  $i$  的邻居被定义为  $\{j \mid |x_i - x_j| < \epsilon, j = 1, 2, \dots, n\}$ , 其中  $\epsilon$  为个体间的有界信任参数,它是固定常数。因此,式(1)是第  $i$  个个体在  $t+1$  时的观点值为  $t$  时所有与第  $i$  个个体有联系的个体的观点值的简单算术平均。其更新过程是一个不断重复平均的过程。该模型提出后,大量学者对模型进行深入研究,KRAUSE<sup>[7]</sup>给出了在有界信任条件下 HK 模型的一些数学性质,并给出在  $n = 2$  的情况下模型收敛的条件。LORENZ<sup>[8]</sup>对上述 2 个模型进行了数学分析,并把群体观点演化模型写成矩阵形式,给出了群体观点趋向一致的充分但非必要条件。CERAGIOLI 等<sup>[9]</sup>把 HK 模型修改为连续时间形式,在此基础上,利用微分方程导出了在有界信任条件下,模型的解具备的数学性质包括存在性、顺序保持性、完备性及观点平均值保持不变等。此外,LORENZ<sup>[10]</sup>利用 HK 模型研究了在二维观点情况下的群体观点演化问题;赵奕奕等<sup>[11]</sup>将 HK 模型与现实相结合,由此解释社交网络中的舆论传播现象。

然而,本文认为上述研究所涉及的 HK 模型不能反映群体内个体的信任和影响是由量变到质变的过程,且模型中对邻居的界定特别依赖于有界信任参数,参数的微小变化都会使得邻居范围发生很大的变化,因而模型对该参数过于敏感,致使稳健度不高。为克服这一缺陷,本文引入影响函数,针对 HK 模型的影响函数为跳跃函数的特点,提出了具有连续影响函数的群体观点演化模型——CHKM(Continuous Hegselmann-Krause Model)。

## 1 基于连续影响函数的舆论演化模型

### 1.1 影响函数

根据 HK 模型,个体观点更新规则为

$$x_i(t+1) = \sum_{j: |x_i(t) - x_j(t)| < \epsilon} a_{ij}x_j(t). \quad (2)$$

在一个社会网络中,个体  $i$  和个体  $j$  之间不一定有联系(既包括网络结构关系的不联系,也包括  $i$  和  $j$  之间的有界信任所引起不联系)。因此,式

(2)可以改写为

$$x_i(t+1) = \sum_{j=1}^n s(x_i - x_j)a_{ij}x_j(t), \quad (3)$$

$$s(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{当 } |\tau| < \epsilon; \\ 0, & \text{当 } |\tau| \geq \epsilon, \end{cases}$$

式中,当  $i$  与  $j$  不具有邻居关系时,  $a_{ij} = 0$ ,因此,只有  $i$  和  $j$  同时具有邻居关系和较为接近的观点距离时,才会发生观点交互。不难看出,  $\sum_{j=1}^n s(x_i - x_j)a_{ij} = 1$ 。其中个体的自信程度为  $a_{ii}$ ,它反映了个体  $i$  在多大程度上依赖上一轮的观点值<sup>①</sup>。

本文把  $s(\tau)$  函数称为影响函数,它表示个体之间相互影响的程度。在 HK 模型里,该函数是非连续的。当 2 个个体之间的观点差距超过  $\epsilon$  时,也就是相互影响程度为 0,称为完全不影响,当 2 个个体之间的观点差距小于  $\epsilon$  时,相互影响程度为 1,称为完全影响。值得说明的是完全信任并不代表个体  $i$  会完全接受  $j$  的观点。由于跳跃的影响函数不能反映随着时间的推移,个体之间的信任关系由量变到质变过程,因此假定个体  $i$  与个体  $j$  之间的相互信任过程分为 3 个阶段,即完全影响阶段、不完全影响阶段和完全不影响阶段。同时假定在从完全影响到不完全影响的量变过程中,影响函数是呈线性递减的(见图 1),因此具有连续形式的影响函

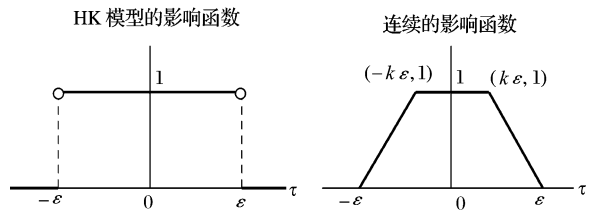


图 1 2 种类型的影响函数

数的表达式为:

$$s'(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{当 } |\tau| \leq k\epsilon \text{ (完全影响区间);} \\ \frac{\epsilon - |\tau|}{\epsilon(1-k)}, & \text{当 } \epsilon > |\tau| > k\epsilon \text{ (不完全影响区间);} \\ 0, & \text{当 } |\tau| \geq \epsilon \text{ (完全不影响区间),} \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $\tau = x_i(t) - x_j(t)$ ,  $k \in [0, 1]$ ,  $k$  为个体间完全影响的信任区间参数,显然 HK 模型相当于  $k = 1$  的情形。

### 1.2 CHKM

CHKM 为

①  $a_{ij}$  的取值与影响函数无关,它是指式(2)中即 HK 模型表达式中的  $a_{ij}$ 。当交互规则或者影响函数发生变化时,平均过程的各项权重也会发生变化,但不是因  $a_{ij}$  所引起。

$$x_i(t+1) = \sum_{j=1}^n s'(x_i - x_j) a_{ij} x_j(t),$$

$$s'(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{当 } |\tau| < k\epsilon; \\ \frac{\epsilon - \tau}{\epsilon(1-k)}, & \text{当 } \epsilon > |\tau| > k\epsilon; \quad (0 \leq k \leq 1). \\ 0, & \text{当 } |\tau| \geq \epsilon. \end{cases} \quad (5)$$

也可以把上述模型写成矩阵的形式:设  $\mathbf{X}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))'$  代表  $t$  时刻  $n$  个个体的观点所形成的列向量,记  $\mathbf{A}(t) = (s'(x_i - x_j) a_{ij}(t))_{n \times n}$ . 同时,假定个体之间的信任和信任是相互的,即若  $a_{ij} = 0$ ,那么  $a_{ji} = 0$ . 因此,社交网络中的这种联系关系是一个无向图. 如果一开始社交网络为完全图,则不论  $t$  为多少,  $\mathbf{A}(t)$  中的零项始终是对称的. 但对于现实中的在线社交网络,  $\mathbf{A}(t)$  中的零项则不一定对称. 但不论哪种情形,最后,群体观点的演化规则为  $\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{A}(t)\mathbf{X}(t)$ .

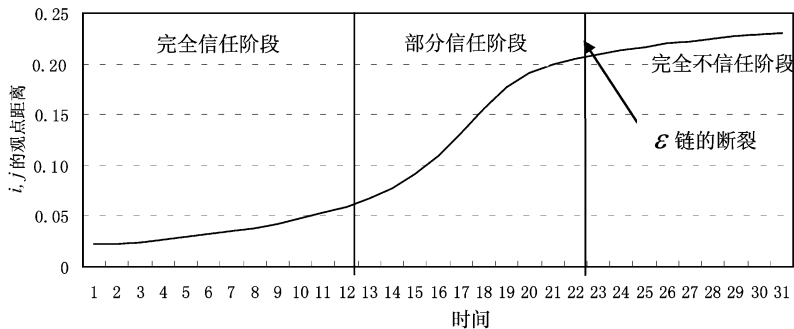


图 2  $\epsilon$  链的断裂——2 个个体的 3 个信任阶段的示例

由于  $x_i(t+1) = \sum_{j=1}^n a_{ij} s'[x_i(t) - x_j(t)] x_j(t)$ , 个体自信程度为  $a_{ii} = 1 - \sum_{j \neq i} a_{ij} s'[x_i(t) - x_j(t)] \geq 1 - \sum_{j \neq i} a_{ij} s[x_i(t) - x_j(t)]$ , 由此可见,本模型中的个体自信程度较 HK 模型中的更高,同理可知,在其他条件不变的情况下,随着参数  $k$  的增大,  $s'$  会越来越大,个体自信程度将越来越小,即较大的  $k$  代表着较小的个体自信程度.

### 1.3.2 CHKM 模型观点更新速度更慢

证明: 令  $w_j = a_{ij} s'(x_i(t) - x_j(t))$ ,

则 
$$\sum_{j=1}^n w_j = 1,$$

$$x_i(t+1) = w_1 x_1(t) + w_2 x_2(t) + \dots + w_{i-1} x_{i-1}(t) + w_i x_i(t) + w_{i+1} x_{i+1}(t) + \dots + w_n x_n(t)$$

$$x_i(t+1) - x_i(t) = (w_i - 1)x_i(t) + \sum_{j \neq i} w_j x_j(t) = \sum_{j=1}^n w_j x_j(t) - (w_1 + w_2 + \dots + w_n)x_i(t) = \sum_{j=1}^n w_j [x_j(t) - x_i(t)] = \sum_{j=1}^n a_{ij} s'[x_i(t) - x_j(t)] [x_j(t) - x_i(t)].$$

### 1.3. CHKM 与 HK 模型比较

#### 1.3.1 CHKM 模型个体自信程度更高

本文引入的基于影响函数的完全信任区间参数  $k$  反映了个体间观点交互的动态过程是由量变到质变过程. 假设  $n$  个个体组成的社交网络形成了  $\epsilon$  链,对于个体  $i$ ,假设有个体  $j$  是其一个邻居,且具有较近的观点距离,但随着群体观点不断交互,个体  $i$  和个体  $j$  之间的观点差距越来越大,以至于最终形成断裂. 图 2 为 2 个个体在  $n = 100$  的群体内观点差距的变化过程( $k = 0.3, \epsilon = 0.2$ ): 在第 1 阶段,  $i$  和  $j$  因为观点距离较小,他们之间的影响是完全的( $t < 12$ ); 后来个体  $i$  和个体  $j$  之间的观点差距越来越大,他们之间的信任关系进入部分影响阶段( $12 < t < 22$ ); 最后由于观点距离超过了有界信任参数为,他们之间不再相互信任,各自分属于 2 个观点集团.

同理, HK 模型中观点更新速率为  $\sum_{j=1}^n a_{ij} s[x_i(t) - x_j(t)] [x_j(t) - x_i(t)]$ , 在  $\epsilon$  相同的情况下,  $s'[x_i(t) - x_j(t)] < s[x_i(t) - x_j(t)]$ , 所以相较于 HK 模型,CHKM 的观点更新速率更慢.

### 2 CHKM 的仿真实验结果

为了进一步研究 CHKM 的群体观点演化情况,有必要进行仿真实验.

#### 2.1 $\epsilon$ 对观点集团数量和收敛时间的影响

本文利用 Matlab,模拟了 100 个个体的观点演化情况. 个体初始观点值服从  $[0, 1]$  的均匀分布.

实验结果显示,在上述演化规则下,最终群体观点或趋于一致,或分裂成若干个集团,每一个集团的群体观点最终达到稳态. 由图 3 可知,观点集团的数量受  $\epsilon$  的影响:以  $k = 0.2$  为例,  $\epsilon$  越大,观点集团的数量就越少,如当  $\epsilon = 0.1$  时,观点集团的数量为 9; 当  $\epsilon = 0.3$  时,观

点集团的数量为 3; 当  $\epsilon$  进一步增加到 0.5 时, 观点集团数量为 1, 即群体内所有人观点最终趋于一致, 这些结果与 HK 模型结论是一致的<sup>[8]</sup>。群体观点趋于一致的时间也受到  $\epsilon$  的影

响, 当  $\epsilon$  越大, 分化的观点集团内部观点达到一致所需的时间也越来越长。但对于群体内所有人观点都趋于一致的情况, 收敛时间随着  $\epsilon$  的增大而减少。

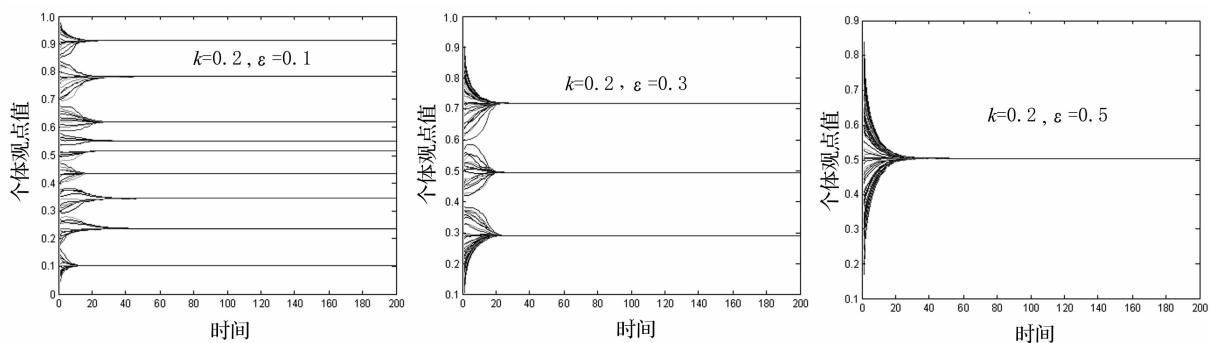


图 3  $\epsilon$  对群体观点演化的影响

### 2.2 $k$ 对群体观点演化的影响

完全影响的区间参数  $k$  的取值对群体观点演化也产生重要影响(见图 4)。以  $\epsilon = 0.2$  为例, 当  $k = 0$  时, 整个群体最终分化成 14 个集团; 当  $k = 0.2$  时, 集团数量为 5; 当  $k$  进一步增加到

0.4 时, 集团的数量为 2。当  $k = 1$  时, 影响函数  $s(\tau)$  为 HK 模型的情形。这时, 群体观点最终趋于一致, 可以看出集团数量随着  $k$  的增加而逐渐减少的。

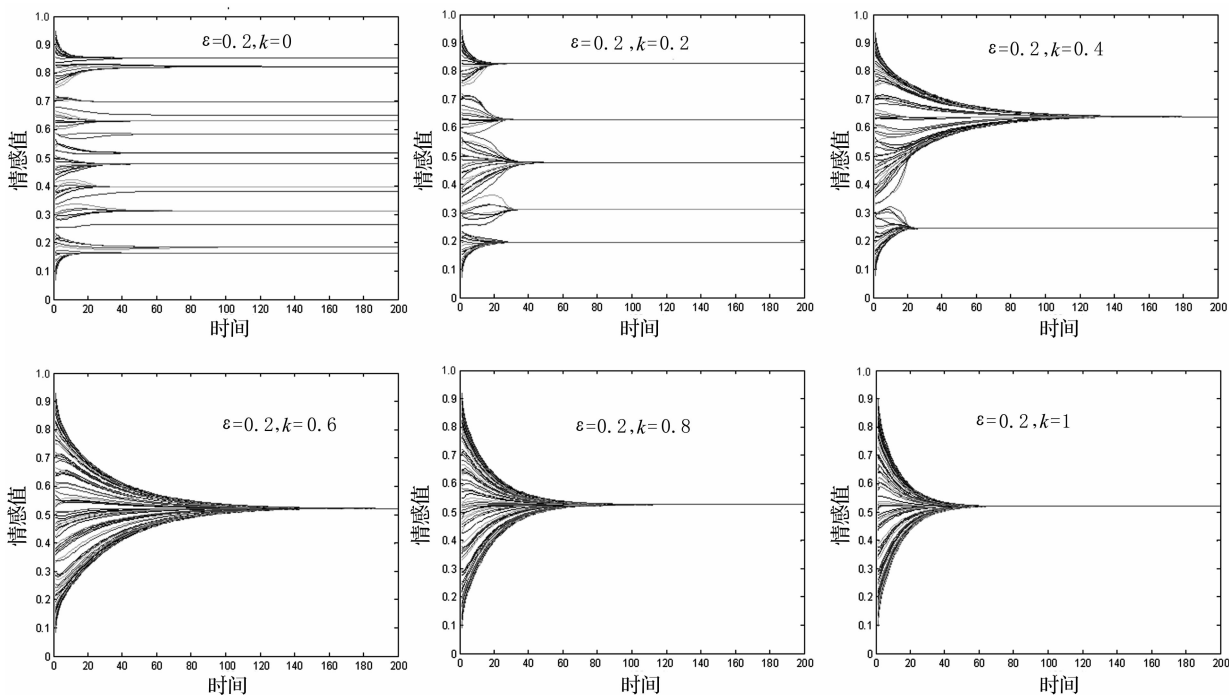


图 4  $k$  对群体观点演化的影响

另外随着  $k$  的增加, 群体观点的收敛时间越来越长。由图 4 可知, 在每一个互不影响的小群体的内部更容易达成共识, 随着  $k$  的不断增大, 能达成共识或意见一致的群体规模不断扩大, 群体观点趋于一致的时间也就越来越短。如在  $k = 0.8$  和  $k = 1$  的 2 种群体观点都趋于一致情形下, 前者所需要的时间更长。

把上述结果整理成表 1, 结果显示: 有界信任参数越大则群体观点集团数量越少, 而在群体观点趋于一致的情况下, 收敛时间越短; 完全影响的区间参数越大则群体观点集团数量越少, 而在群体观点趋于一致的情况下, 收敛时间越短; 因而  $k$  和  $\epsilon$  对群体观点集团数量以及收敛时间的影响是一致的。

表 1  $\epsilon$  与  $k$  对观点集团数量和群体观点收敛时间的影响

	有界信任参数					
		$\epsilon = 0.1$	$\epsilon = 0.2$	$\epsilon = 0.3$	$\epsilon = 0.4$	$\epsilon = 0.5$
	$k = 0$	20	14	6	4	3
完全信	$k = 0.2$	9	5	3	1(400)	1(70)
	$k = 0.4$	5	2	1(280)	1(83)	1(42)
任的区	$k = 0.6$	3	1(364)	1(132)	1(52)	1(26)
	$k = 0.8$	1(998)	1(201)	1(73)	1(37)	1(23)
间参数	$k = 1$	1(748)	1(159)	1(57)	1(27)	1(17)

注:括号内为群众观点收敛时间。

### 2.3 个体自信心的作用

上述实验结果能间接说明个体自信心参数对舆论演化产生的作用。在本文的舆论演化模型里,连续的影响函数体现了个体之间的影响关系是从完全影响到部分影响再到完全不影响的、一个由量变到质变的过程, $k$  值越大,影响函数  $s(\tau)$  就越大,即个体受他人影响的程度就越高,或者说个体自信心程度就越低。

仿真结果显示,对于较大的  $k$ ,群体观点往往趋于一致,但收敛时间随着  $k$  的增加而减少。由于  $k$  越小,个体自信程度越高,因此可得出这样的结论:在个体间不发生分歧的情况下,群体观点收敛时间随着自信程度的增加而增加。对于较小的  $k$ ,最终形成的观点集团数量往往较多,但在集团内收敛时间较短。

综上,该模型说明:当个体自信心较强时,观点集团数量往往较多,而每一个小集团内,观点趋于稳定的时间则往往较短,反之亦然。而群体观点趋于一致的情况下,个体自信程度越高,收敛时间越长。这与现实的社会网络中的情形是类似的,如果一个社会网络中的个体都是自信程度较高的个体,则这些个体不易被说服,那么他们的观点不容易趋于一致。相反在他的周围往往会容易形成一个观点簇,最终导致观点集团的数量偏多。

### 3 结语

本文主要研究了具有连续观点的群体观点演化问题。由于 HK 模型的影响函数为间断函数,不能反映个体间的交互由量变到质变的过程,提出了影响函数为连续的情形,由此建立了一个关于群体观点演化的新模型 CHKM。该模型是 HK 模型的改进与扩展。matlab 的仿真结果显示:在其他条件不变的前提下, $\epsilon$  越大,观点集团的数量就越少。 $k$  越大,观点集团的数量就越少,而群体观点收敛的时间则越长。最终完全影响的区间参数和有界信任参数对观点集团的数量和观点收敛的时间所产生的影响是一致的。

由于本文所考虑的网络结构是静态的和无

向的,个体也是同质的,这使得模型在实际应用中受到了较大的限制,因而未来可考虑群体间的交互、人际关系由不联系到联系、网络尺寸的增长、人与人之间的关系亦可能存在着单向联系、个体的异质性等影响因素,进行深入研究。

### 参 考 文 献

- [1] KATARZYNA S W, JOZEF S. Opinion Evolution in Closed Community[J]. International Journal of Modern Physics C September, 2000, 11(6): 1 157~1 165
- [2] DIETRIEH S. Sociophysics: The Sznajd Model and Its Applications[J]. Computer Physics Communications, 2002, 146(1): 93~98
- [3] GALAM S. Majority Rule, Hierarchies and Structures and Democratic Totalitarianism: A Statistical Approach[J]. Journal of Math Psychology, 1986, 30(4): 426~434
- [4] HOLLEY R, LIGGET T M. Ergodic Theorems for Weakly Interacting System and the Voter Model[J]. The Annals of Probability, 1975, 3(4): 643~663
- [5] DEFFUANT G, NEAU D, AMBLARD F, et al. Mixing Beliefs among Interacting Agents[J]. Advances in Complex Systems, 2000, 3(1): 87~98
- [6] HEGSELMANN R, KRAUSE U. Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models, Analysis, and Simulations[J]. Journal of Artificial Societies and Social Simulation, 2002, 5(3): 1~24
- [7] KRAUSE U. A Discrete Nonlinear and Non-Autonomous Model of Consensus Formation[M]//ELAYDI S, LADAS G, POPENDA J, et al. Communication in Difference Equations. Amsterdam: Gordon and Breach Publication, 2000: 227~236
- [8] LORENZ J. A Stabilization Theorem for Continuous Opinion Dynamics[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2005, 355(1): 217~223
- [9] CERAGIOLI F, FRASCA P. Continuous and Discontinuous Opinion Dynamics with Bounded Confidence [J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2012, 13(3): 1 239~1 251
- [10] LORENZ J. Continuous Opinion Dynamics under Bounded Confidence: A Survey[J]. International Journal of Modern Physics C, 2007, 18(12): 1 819~1 838
- [11] 赵奕奕, 寇纲, 鼓怡, 等. 群体性突发事件中非一致信任水平舆论传播建模与分析[J]. 系统工程理论与实践, 2012(5): 971~976

(编辑 杨妍)

通讯作者: 刘业政(1965~),男,安徽和县人。合肥工业大学(合肥市 230009)管理学院教授、博士研究生导师。研究方向为数据挖掘、电子商务等。E-mail: liuyezheng@hfut.edu.cn