

文章编号: 1001-0920(2013)07-0991-06

## 赋权控制分配策略的权系数多目标优化设计

陈 勇, 董新民, 薛建平, 郭 创

(空军工程大学 工程学院, 西安 710038)

**摘 要:** 针对多操纵面飞机控制权值参数多、虚拟可达集使用率低的问题, 基于改进非劣排序遗传算法 (INSGA), 提出一种离线设计控制分配策略权系数的多目标优化方案. 给出了加权伪逆和混合优化两类赋权控制分配模型, 推导了统一的控制律. 考虑分配效率和分配模态的性能要求, 建立了权系数多目标优化模型, 并采用 INSGA 进行了离线计算. 仿真验证结果表明, 所提出的方案可提供多组折中的 Pareto 最优解, 能够实现赋权控制分配策略的权系数多目标优化设计.

**关键词:** 飞行控制系统; 赋权控制分配; 可达集; 多目标优化

**中图分类号:** V249.1

**文献标志码:** A

## Multi-objective optimization design of weight coefficients for weighted control allocation scheme

CHEN Yong, DONG Xin-min, XUE Jian-ping, GUO Chuang

(Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China. Correspondent: CHEN Yong, E-mail: chen\_y043@163.com)

**Abstract:** Aiming at the excessive control weight parameters of multi-effector vehicle and the low utilizing rate of virtual attainable subset, a multi-objective optimization scheme to offline determine the weight coefficients of control allocation is proposed based on the improved non-dominated sorting genetic algorithm (INSGA). The models of weighted pseudo-inverse and mixed optimization are presented respectively, and the uniform control law is deduced. Considering the performance requirements of distributing efficiency and allocating mode, the multi-objective optimization model of weight coefficients is built, which is calculated offline by using INSGA. The simulation results show that, the proposed method can offer many tradeoff Pareto-optimal solutions, which can realize the multi-objective optimization design of weight coefficients for the weighted control allocation scheme.

**Key words:** flight control system; weighted control allocation; attainable subset; multi-objective optimization

### 0 引 言

为提高飞控系统的可靠性和安全性, 先进飞行器常采用多操纵面配置, 用以降低传统操纵面的关键系数<sup>[1-2]</sup>. 冗余的执行机构不但能使多操纵面飞机在复杂恶劣的飞行环境中保持一定的控制余度, 而且在多副操纵面出现故障时仍能保障飞机有效地执行飞行任务, 近年来受到了世界各国的高度重视.

由于操纵面的控制效能和物理特性各异, 采用赋权方法构建优化控制分配模型是实现控制性能要求最常见、最有效的方式. Harkegard 等<sup>[3]</sup>采用赋权系数的方法评价频域动态性能指标, 按执行器带宽完成了动态控制分配; Alwi 等<sup>[4]</sup>通过对操纵面赋权,

结合加权伪逆法 (WPI) 研究了多操纵面飞控系统的容错控制分配问题; Zhang 等<sup>[1]</sup>则应用加权伪逆法和定点分配法研究了 ADMIRE 飞机副翼和方向舵故障时的重构飞行控制问题; Boskovic 等<sup>[5]</sup>考虑操纵面的偏转约束, 提出了基于 LMI 最优调节权系数的非线性 WPI 分配方案; Kishore 等<sup>[6]</sup>结合鲁棒 D- 稳定状态反馈控制律, 提出了在控制约束边界处自适应调节权系数的 WPI 分配方案; Buffington<sup>[7]</sup>在设计 ICE 无人战斗机飞控系统时, 针对不同飞行任务确定了 6 种典型控制分配模态, 分别设计了性能指标和权系数. 因此, 如何设计权系数以实现操纵面的合理分配, 是设计加权伪逆和混合优化等赋权控制分配策略需解决

收稿日期: 2012-03-05; 修回日期: 2012-05-10.

基金项目: 航空科学基金项目(20110896009).

作者简介: 陈勇(1984—), 男, 博士生, 从事控制分配、故障诊断、容错控制的研究; 董新民(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器控制理论及应用等研究.

的关键问题之一。

通过赋予不同的权系数,使操纵面具有不同的使用侧重点,不但可以有效地减少控制效能低、使用成本高或者故障操纵面的偏转量,而且可以提高整个多操纵面系统的控制效能.文献[8]引入体积来描述可达集所具备的控制能力和分配效率,研究了三维伪逆可达集的构建方法,并通过最优的伪逆分配将F-18HARV飞机的分配效率由13.7%提升至42.7%.文献[9]采用体积来评价基于多极裁剪的广义逆控制分配方法,表明改进后的算法分配效率有明显提高.文献[10]指出,可达集体积是综合评价控制分配效率的一个重要指标。

在研究加权伪逆和混合优化两类计算简单、工程实用性强的赋权控制分配策略的基础上,本文引入可达集体积建立了权系数的多目标优化模型,并采用改进非劣排序遗传算法进行寻优计算,以实现在不同飞行任务中控制性能指标的综合权衡分配。

## 1 赋权控制分配策略

### 1.1 控制分配问题描述

假设多操纵面飞机输入量  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ , 执行器相互独立而且受物理偏转约束,形成控制集,记为

$$\Omega_u = \{\mathbf{u}(t) | \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(t) \leq \mathbf{u}_{\max}\},$$

其中  $\mathbf{u}_{\max}$  和  $\mathbf{u}_{\min}$  为执行器偏转的上下限.虚拟控制指令  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T$ , 满足  $n < m$ .若控制效率矩阵为  $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,则多操纵面控制分配应满足

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t). \quad (1)$$

确定的目标可达集记为

$$\Phi_v = \{\mathbf{v}(t) | \mathbf{v}(t) = \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \mathbf{u}(t) \in \Omega_u\}.$$

控制分配的目标是实现  $\mathbf{v}(t) \rightarrow \mathbf{u}(t)$  的指令转化.定义  $\partial(\cdot)$  表示凸集的边界,则控制约束集的边界可表示为  $\partial(\Omega_u)$ ,虚拟控制可达集的边界可表示为  $\partial(\Phi_v)$ ,满足  $\partial(\Omega_u) \subset \Omega_u, \partial(\Phi_v) \subset \Phi_v$ .

**性质 1**  $\Phi_v \in \mathbf{R}^n$ ,且  $\partial(\Phi_v)$  由  $m(m-1)$  个  $n-1$  维边界面组成,共包含  $m(m-1) + 2$  个边界顶点<sup>[10]</sup>.

**性质 2**  $\partial(\Phi_v)$  的任意边界线都是由某个未饱和操纵面与其余  $m-1$  个饱和操纵面所组成的控制量经控制效率矩阵  $\mathbf{B}$  线性映射得到的<sup>[6,10]</sup>.

**性质 3**  $\partial(\Phi_v)$  的任意边界面都是由某两个未饱和操纵面与其余  $m-2$  个饱和操纵面所组成的控制量经控制效率矩阵  $\mathbf{B}$  线性映射得到的<sup>[6,10]</sup>.

### 1.2 加权伪逆模型

**定理 1** 若对称权系数矩阵  $\mathbf{W}_1 \in \mathbf{R}^{m \times m}$  非奇异,期望控制指令和虚拟控制指令分别为  $\mathbf{u}_s(t)$  和

$\mathbf{v}_d(t)$ ,则加权伪逆法可描述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}(t)} J_a &= \|\mathbf{W}_1(\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_s(t))\|_2^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{v}_d(t) &= \mathbf{B}\mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (2)$$

对应的最优解为

$$\begin{cases} \mathbf{u}(t) = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_1\mathbf{B})\mathbf{u}_s(t) + \mathbf{G}_1\mathbf{v}_d(t), \\ \mathbf{G}_1 = \mathbf{W}_1^{-1}(\mathbf{B}\mathbf{W}_1^{-1})^\dagger. \end{cases} \quad (3)$$

其中上标“ $\dagger$ ”表示 Moore-Penrose 逆。

**证明** 作变量替换,令  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{W}_1(\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_s(t))$ ,则

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{u}_s(t) + \mathbf{W}_1^{-1}\mathbf{e}(t)) &= \mathbf{v}_d(t) \Rightarrow \\ \mathbf{e}(t) &= (\mathbf{B}\mathbf{W}_1^{-1})^\dagger(\mathbf{v}_d(t) - \mathbf{B}\mathbf{u}_s(t)). \end{aligned}$$

进而,结合式(3)可知定理1成立.相关的性质和结论可参见文献[2,5,7].□

### 1.3 混合优化模型

**定理 2** 考虑混合优化控制分配器模型

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}(t)} J_b &= \|\mathbf{W}_2(\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_d(t))\|_2^2 + \\ &\quad \gamma \|\mathbf{W}_3(\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_s(t))\|_2^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{v}(t) &= \mathbf{B}\mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (4)$$

其中:  $\mathbf{W}_2 \in \mathbf{R}^{n \times n}$  和  $\mathbf{W}_3 \in \mathbf{R}^{m \times m}$  均为非奇异对称权系数矩阵,  $\gamma > 0$  为松弛因子.对应的最优解为

$$\begin{cases} \mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_2(\mathbf{B}^T\mathbf{W}_2^T\mathbf{W}_2\mathbf{v}_d(t) + \gamma\mathbf{W}_3^T\mathbf{W}_3\mathbf{u}_s(t)), \\ \mathbf{G}_2 = (\mathbf{B}^T\mathbf{W}_2^T\mathbf{W}_2\mathbf{B} + \gamma\mathbf{W}_3^T\mathbf{W}_3)^{-1}. \end{cases} \quad (5)$$

**证明** 控制目标(4)可写为

$$J_b = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2\mathbf{B} \\ \gamma^{0.5}\mathbf{W}_3 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2\mathbf{v}_d(t) \\ \gamma^{0.5}\mathbf{W}_3\mathbf{u}_s(t) \end{bmatrix} \right\|_2^2.$$

若存在  $\mathbf{u}(t)$  使得  $J_2$  最小,则  $\mathbf{u}(t)$  需满足

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_2\mathbf{B} \\ \gamma^{0.5}\mathbf{W}_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2\mathbf{B} \\ \gamma^{0.5}\mathbf{W}_3 \end{bmatrix} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2\mathbf{B} \\ \gamma^{0.5}\mathbf{W}_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2\mathbf{v}_d \\ \gamma^{0.5}\mathbf{W}_3\mathbf{u}_s \end{bmatrix}.$$

结合伪逆法<sup>[1,10]</sup>及相关定义可知定理2成立.□

**推论 1** 由定理1和定理2可知,加权伪逆和混合优化的无约束分配结果可写作统一的控制律

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{E}\mathbf{v}_d(t) + \mathbf{F}\mathbf{u}_s(t). \quad (6)$$

当  $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_d(t)$  时,虚拟控制指令无跟踪误差,因而可用可达的  $\mathbf{v}_d(t)$  描述算法的可达集空间。

## 2 权系数的多目标优化设计

### 2.1 权系数多目标优化模型

实际控制分配系统考察的优化目标往往是综合的而非单一的,甚至出现冲突和矛盾.因此,要实现控制权系数满足所有目标均达到最优通常是不可能的,需采取折中方案,通过决策者对各目标重要性的“权衡”获取一组使各目标都尽可能优的 Pareto 最优解。

权系数等系统参数对控制分配的性能和效率具

有重要影响, 采用具有不同参数的控制分配模态是复杂飞行环境下飞机更好地执行任务的保证<sup>[7]</sup>. 为有效地设计控制分配参数, 本文综合考虑分配效率和分配模态性能需求, 建立如下的权系数多目标优化模型:

$$\begin{aligned} \min_w J &= (f_1(w), f_2(w), \dots, f_l(w)). \\ \text{s.t. } \mathbf{u}(t) &= \mathbf{E}(w)\mathbf{v}_d(t) + \mathbf{F}(w)\mathbf{u}_s(t), \mathbf{u}(t) \in \Omega_u; \\ J &= (J_1, J_2, \dots, J_l) \in Y \subset \mathbf{R}^l; \\ w &= (w_1, w_2, \dots, w_m) \in W \subset \mathbf{R}^m. \end{aligned} \quad (7)$$

其中:  $w$  为决策权值变量,  $w_1, \dots, w_m > 0$ ,  $W$  为  $m$  维决策空间;  $J$  表示  $l$  个控制目标, 包括映射函数和优化指标,  $Y$  为  $l$  维目标空间. 若不等式约束以  $g_i(x) \leq 0$  表示, 等式约束以  $h_j(x) = 0$  表示, 则可给出如下几个定义.

**定义 1** 对于两个可行解  $w, w^*$ , 当且仅当满足

$$\begin{cases} f_i(w^*) \leq f_i(w), \forall i \in \{1, 2, \dots, l\}; \\ f_k(w^*) < f_k(w), \exists k \in \{1, 2, \dots, l\} \end{cases}$$

时, 称  $w^*$  Pareto 占优, 记为  $w^* \prec w$ . 可行解集记为  $W_f$ .

**定义 2**  $w^* \in W_f$  称为 Pareto 最优解, 当且仅当

$$\{w | w \prec w^*, w \in W_f\} = \emptyset.$$

**定义 3** 所有 Pareto 最优解的集合称为 Pareto 最优解集, 记为

$$W_f^* = \{w^* \in W_f | \neg \exists w \in W_f : w \prec w^*\}.$$

## 2.2 优化目标函数的确定

待分配操纵面、分配约束条件和优化性能指标是控制分配问题的基本要素. 前两者由冗余执行器的具体配置决定, 通常是固定的. 在不同的飞行状态和飞行任务要求下, 合理地选择优化性能指标是实现期望控制分配性能的重要前提.

首先考虑飞行任务模态, 常见性能指标包括: 操纵面偏转量最低、虚拟指令跟踪误差最小、雷达散射面积最小、机翼载荷最小、巡航状态阻力最小以及起飞着陆状态升阻比最大等. 一般可表示为广义操纵面偏转量的线性或二次叠加形式. 研究表明<sup>[7]</sup>: 1) 最小偏转量分配模态可近似地实现阻力最小和执行器耗能最低等多个控制目标; 2) 最小机翼载荷分配模态可采用赋大权系数的方法来降低全动翼尖、机翼外缘舵等操纵面的使用量, 使机翼载荷达到最小化; 3) 最小雷达散射面积分配模态可采用赋大权系数的方法降低扰流板、全动翼尖等操纵面的偏转量; 4) 最小推力矢量分配模态可通过对推力矢量赋大权系数, 更多地使用气动舵等低成本操纵面, 以增加推力矢量的使用寿命. 在此以最常见最小偏转量分配模态为例来说明优化性能指标的选取方法. 该模态要求权系数尽可能相等<sup>[7]</sup>, 且期望控制  $\mathbf{u}_s = 0$ . 为此, 定义控制性能指

标为

$$f_1(w) = \left\| \mathbf{W}_m - \frac{1}{m} \|\mathbf{W}_m\|_{m_1} \mathbf{I} \right\|_{\infty}. \quad (8)$$

其中:  $\mathbf{W}_m = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_m)$  表示操纵面的权系数矩阵, 下标“ $m_1$ ”和“ $\infty$ ”分别表示矩阵的  $m_1$  范数和无穷范数.  $f_1(w)$  的物理含义在于使权系数间的最大差值最小化, 即尽量满足均等的要求. 对于其他控制分配模态, 只需重新定义性能指标  $f_1(w)$  即可, 如以  $w_2$  表示扰流板的权系数, 则令  $\mathbf{W}_m = \text{diag}(w_1, 10^{-2}w_2, \dots, w_m)$  可对最小雷达散射面积分配模态进行权系数的优化设计, 在此不再赘述.

下面考虑控制分配效率, 通常以可达集的体积进行衡量, 是评价控制分配算法优劣的重要指标之一<sup>[8,10]</sup>. 由于  $\Omega_u$  为  $m$  维凸集, 而通过线性映射  $\mathbf{E}(w)$  确定的控制指令空间  $E_u$  同样为凸集, 因此受限控制分配算法确定的可达集空间为  $E_u$  和  $\Omega_u$  相交后经  $\mathbf{E}(w)$  映射得到的凸集, 记为  $E_p$ . 欲确定  $E_p$ , 必需确定  $E_p$  的所有顶点. 下面给出操纵面相互独立时离线构造此类赋权值控制分配策略可达集的步骤.

**Step 1:** 给定  $\mathbf{u}_s(t)$  和权系数  $w$ , 将  $\mathbf{E}(w)$  按行分解为两部分  $\mathbf{E}_1(w)$  和  $\mathbf{E}_2(w)$ , 其中  $\mathbf{E}_1 \in \mathbf{R}^{n \times n}$  可逆, 并将  $\mathbf{F}(w)$  和  $\mathbf{u}(t)$  进行相应的分解, 满足

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1(w) \\ \mathbf{E}_2(w) \end{bmatrix} \mathbf{v}_d(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1(w) \\ \mathbf{F}_2(w) \end{bmatrix} \mathbf{u}_s(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1(w, t) \\ \mathbf{u}_2(w, t) \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \begin{cases} \mathbf{u}_1(w, t) = \mathbf{E}_1(w)\mathbf{v}_d(t) + \mathbf{F}_1(w)\mathbf{u}_s(t), \\ \mathbf{u}_2(w, t) = \mathbf{E}_2(w)\mathbf{v}_d(t) + \mathbf{F}_2(w)\mathbf{u}_s(t). \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

**Step 2:** 设置  $\mathbf{u}_1(w, t)$  为  $\Omega_u$  的某个顶点.

**Step 3:** 因为  $\mathbf{E}_1(w)$  可逆, 所以可通过式 (9) 求解可达的虚拟指令  $\mathbf{v}_d(t)$ , 进一步可得到  $\mathbf{u}_2(w, t)$ .

**Step 4:** 重新组合  $\mathbf{u}_1(w, t)$  和  $\mathbf{u}_2(w, t)$ , 生成  $\mathbf{u}(w, t)$ , 得到  $E_u$  的一个顶点.

**Step 5:** 重复 Step 1 ~ Step 4, 遍历  $\Omega_u$  的顶点, 从而获取  $E_u$  的所有顶点.

**Step 6:** 求  $\Omega_u$  与  $E_u$  的交集, 由  $\mathbf{v}(w, t) = \mathbf{B}\mathbf{u}(w, t)$  即可得到  $E_p$ . 记  $E_p$  的顶点为  $\mathbf{v}_{p,1}, \mathbf{v}_{p,2}, \dots, \mathbf{v}_{p,n_k}$ , 且边界  $\partial(E_p)$  由  $m_k$  个  $n_k - 1$  维多面体组成. 若  $n_k = 3$ , 任意多面体  $l$  的顶点为  $\mathbf{v}_{p,i}, \mathbf{v}_{p,j}, \mathbf{v}_{p,k}$ , 则  $E_p$  的体积可表示为

$$V(E_p, w) = \frac{1}{n_k!} \sum_{l=1}^{m_k} |\det([\mathbf{v}_{p,i}, \mathbf{v}_{p,j}, \mathbf{v}_{p,k}]_l)|. \quad (10)$$

为此, 定义评价控制分配效率的性能指标为

$$f_2(w) = \frac{1}{V(E_p, w)}. \quad (11)$$

采用性能指标  $f_2(w)$ , 意在使控制分配策略可达集体积的倒数最小化, 其物理含义在于使得可实现的控制分配效率最大化.

### 2.3 改进的非劣排序遗传算法

2002年 Deb 等<sup>[11]</sup>通过对 NSGA 进行改进,提出了 NSGA-II 算法,采用 Pareto 非劣快速排序、精英保留策略以及基于非劣排序和拥挤距离的选择算子,使算法性能得到很大提高.为更好地描述相邻个体的密集程度,避免淘汰稀疏度好的个体,本文在 NSGA-II 中引入改进的拥挤距离来选择最优个体,具体权系数的多目标优化步骤如下.

**Step 1:** 设置性能指标  $f_1(w)$  和  $f_2(w)$ ; 种群规模设为  $N$ , 初始化种群设为  $S^{(0)}$ , 并进行非劣排序; 设最大进化代数数为  $G_{\max}$ , 初始子种群  $S_c^{(0)}$  和父种群  $S_p^{(0)}$  为空.

**Step 2:** 按照二元锦标赛方法,根据非劣排序和拥挤距离选择  $S^{(k)}$  中较优的个体,组成父种群  $S_p^{(k)}$ .

**Step 3:** 进行遗传交叉变异操作.若交叉概率为  $p_c$ , 变异概率为  $p_m$ , 则  $p_c + p_m = 1$  且  $p_m < p_c$ . 对于交叉操作,进化生成的子代个体可表示为

$$\begin{cases} c_{1,i} = 0.5[(1 - \beta_i)p_{1,i} + (1 + \beta_i)p_{2,i}], \\ c_{2,i} = 0.5[(1 + \beta_i)p_{1,i} + (1 - \beta_i)p_{2,i}]. \end{cases} \quad (12)$$

其中:  $c_{1,i}$  和  $c_{2,i}$ 、 $p_{1,i}$  和  $p_{2,i}$  分别为子代和父代个体中第  $i$  个元素的信息,  $\beta_i \geq 0$  为随机数.若  $\eta_c$  表示交叉分布因子,  $\kappa$  为  $[0, 1]$  上的随机数,则  $\beta_i$  的取值函数为

$$\begin{cases} \beta(\kappa) = (2\kappa)^{(\eta_c+1)^{-1}}, & 0 \leq \kappa < 0.5; \\ \beta(\kappa) = (2(1 - \kappa))^{-(\eta_c+1)^{-1}}, & 0.5 \leq \kappa \leq 1. \end{cases} \quad (13)$$

对于变异操作,进化生成的子代个体可表示为

$$c_i = p_i + (p_i^u - p_i^l)\chi_i. \quad (14)$$

其中:  $c_i$  和  $p_i$  分别为子代和父代个体第  $i$  个元素的信息,  $p_i^u$  和  $p_i^l$  则表示父代中相应元素的上下限.若  $\eta_m$  表示变异分布因子,则变异因子  $\chi_i$  的取值函数为

$$\begin{cases} \chi(\kappa) = (2\kappa)^{(\eta_m+1)^{-1}} - 1, & 0 \leq \kappa < 0.5; \\ \chi(\kappa) = 1 - (2(1 - \kappa))^{(\eta_m+1)^{-1}}, & 0.5 \leq \kappa \leq 1. \end{cases} \quad (15)$$

将遗传操作形成的子种群  $S_c^{(k)}$  与父种群  $S_p^{(k)}$  组成信息更全面的临时种群  $S_a^{(k)}$ , 分别计算所有个体所代表的目标函数适应度值.

**Step 4:** 按 Pareto 快速非劣排序策略,比较  $S_a^{(k)}$  中个体的目标函数适应度值,找出当前 Pareto 最优个体集合作为等级  $P_k(1)$ .从当前种群中移除  $P_k(1)$  的个体,重新找出新的 Pareto 最优个体集合作为等级  $P_k(2)$ .依此类推,直到所有个体完成分级排序.

**Step 5:** 按先后顺序依次选择  $P_k(1), P_k(2), \dots$  中的个体,直到选择  $P_k(i)$  时种群规模等于或超过  $N$ .若超过  $N$ ,则计算  $P_k(i)$  中个体间的拥挤距离.在同一 Pareto 非劣排序等级中,个体拥挤距离越大说明其所处的区域越稀疏,所以在进化选择的过程中应将其

保留下来<sup>[11-12]</sup>.定义边界个体的初始拥挤距离为无穷大,若个体  $B$  前后两相邻个体分别为  $A$  和  $C$ ,  $O$  为  $A$  与  $C$  的中心点,则定义改进的拥挤距离<sup>[12]</sup>为

$$\begin{aligned} D(B) = & \sum_{i=1}^l (|f_i(A) - f_i(C)| - |f_i(B) - f_i(O)|) = \\ & \sum_{i=1}^l (0.5|f_i(A) - f_i(C)| + \\ & \min(|f_i(A) - f_i(B)|, |f_i(B) - f_i(C)|)). \end{aligned} \quad (16)$$

根据拥挤距离从大到小依次选择新种群的个体,直到种群规模正好等于  $N$  为止.

**Step 6:** 令  $k = k + 1$ ,若  $k \leq G_{\max}$ ,则转到 Step 2, 否则计算终止.

### 3 仿真实验

以某多操纵面飞机<sup>[13]</sup>为对象来验证本文方案的有效性.该飞机共有 7 副独立操纵面,即左右鸭翼( $u_{lc}, u_{rc}$ )、左右内升降副翼( $u_{lie}, u_{rie}$ )、左右外升降副翼( $u_{loe}, u_{roe}$ )和方向舵( $u_r$ ),组成控制量  $\mathbf{u} = [u_{lc}, u_{rc}, u_{lie}, u_{rie}, u_{loe}, u_{roe}, u_r]^T$ ,相应的位置约束为

$$\mathbf{u}_{\max} = [25 \ 25 \ 30 \ 30 \ 30 \ 30 \ 30]^T,$$

$$\mathbf{u}_{\min} = -1 \times [55 \ 55 \ 30 \ 30 \ 30 \ 30 \ 30]^T.$$

选择虚拟控制指令  $\mathbf{v} = [C_l, C_m, C_n]^T$  表示滚转、俯仰和偏航力矩系数,在  $M_a = 0.5, H = 1 \text{ km}$  的飞行状态下,控制效率矩阵

$$\mathbf{B} = 10^{-5} \times \begin{bmatrix} 8.73 & 8.73 & 75.1 & 75.1 & 85.5 & 85.5 & 41.9 \\ 154 & 154 & 241 & 241 & 146 & 146 & 0 \\ 29.7 & 29.7 & 38.4 & 38.4 & 8.73 & 8.73 & 154 \end{bmatrix}.$$

操纵面经  $\mathbf{B}$  映射形成的虚拟控制指令可达集如图 1 所示,由式 (10) 可计算其体积为  $1.4632 \times 10^{-2}$ .

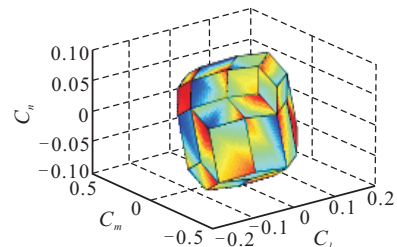


图 1 虚拟控制指令的可达集

选择种群规模  $N = 100$ , 最大进化代数  $G_{\max} = 1000$ , 交叉概率  $p_c = 0.9$ , 变异概率  $p_m = 0.1$ , 交叉分布因子  $\eta_c = 20$  和变异分布因子  $\eta_m = 20$ , 权系数  $w_i \in [0.0001, 30], i = 1, 2, \dots, 7$ .

#### 3.1 加权伪逆方案实验

采用定理 1 描述的加权伪逆法进行控制分配,并构建相应的可达集空间.根据式 (10) 计算可知,选择控制权系数  $\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}$ , 最小偏转量控制分配模态下加权

伪逆法生成的可达集体积为  $5.44 \times 10^{-3}$ ; 选择  $\mathbf{W}_1 = \text{diag}(3.6063, 0.009, 0.009, 0.009, 4.421, 0.009, 0.009)$  时, 相应可达集体积为  $2.857 \times 10^{-3}$ , 是前者的 52.52%, 仅占整个可达集的 19.52%. 对于控制力矩系数而言, 这种差距是巨大的, 导致可行控制力矩的损失也是不容小视的. 为使操纵面最大量地发挥控制效能, 采用 INSGA 算法进行加权伪逆方案的权系数离线多目标优化设计, 图 2 所示为 Pareto 最优解集的收敛曲线.

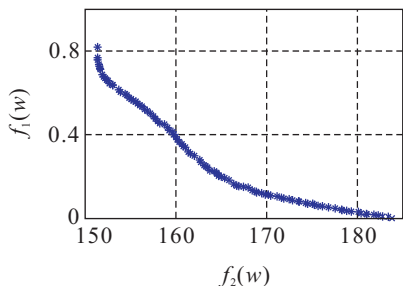


图 2 加权伪逆方案 Pareto 最优解集的分布情况

由图 2 可以看出, 加权伪逆法权系数的进化过程很好地收敛到 Pareto 最优解集  $W_f^*$ , 种群的个体保持了较好的多样性. 多目标优化的另一个优点是可为设计人员提供更多可参考的权系数搭配方案, 如表 1 所示为 100 个样本点中部分个体的 Pareto 最优解. 图 3 所示为部分个体进化至 Pareto 最优解时对应的可达集分布情况, 其中实体为 WPI 可达集, 实线所围的是理论可达集.

在 Pareto 最优解集  $W_f^*$  的 100 个最优解中, 当

$f_1(w) = 0.8192$  时, 加权伪逆法的可达集有最大值  $6.6056 \times 10^{-3}$ , 相比前述的  $5.44 \times 10^{-3}$  提高了 1.2 倍, 相比  $2.857 \times 10^{-3}$  则提高了 2.3 倍, 对应

$$\mathbf{W}_1 = \text{diag}(1.8022, 1.802, 3.1234, 3.1198, 2.9381, 2.9358, 2.6275);$$

当  $f_1(w)$  取最小值 0.0006 时, 有

$$\mathbf{W}_1 = \text{diag}(3.044, 3.0434, 3.0436, 3.0445, 3.0442, 3.0436, 3.0445),$$

可达集体积为  $5.439 \times 10^{-3}$ .

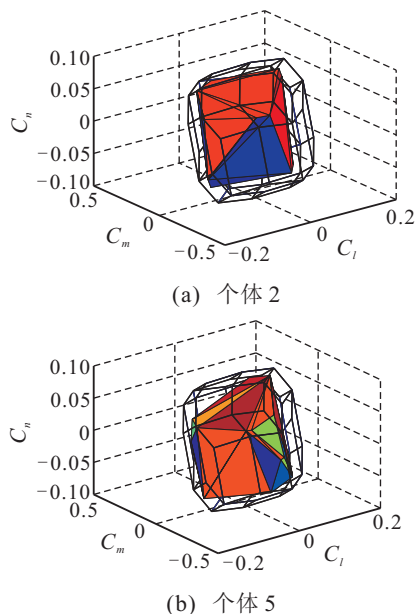


图 3 加权伪逆方案 Pareto 最优可达集外形

表 1 加权伪逆方案部分个体的 Pareto 最优解

个体	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$	$w_7$	$f_1(w)$	$f_2(w)$
1	3.0440	3.0434	3.0436	3.0445	3.0442	3.0436	3.0445	0.0006	183.8306
2	2.7481	2.7124	2.9347	2.9344	2.7581	2.7529	2.9370	0.1130	170.2068
3	2.4658	2.4757	2.9230	2.9283	2.6889	2.6624	2.8276	0.2444	163.5125
4	1.9654	1.9605	2.7830	2.8718	2.5954	2.6386	2.3253	0.4880	157.5503
5	1.8022	1.8020	3.1234	3.1198	2.9381	2.9358	2.6275	0.8192	151.3874

### 3.2 混合优化方案实验

根据定理 2, 选择  $\gamma = 10^{-2}$ 、 $\mathbf{W}_2 = \mathbf{I}$ , 采用混合优化法进行控制分配, 并构建相应的可达集空间. 选择权系数  $\mathbf{W}_3 = \mathbf{I}$ , 由式 (10) 知可达集体积为  $5.44 \times 10^{-3}$ , 与加权伪逆法在  $\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}$  时的体积基本一样. 当选择  $\mathbf{W}_1 = \text{diag}(0.2631, 0.0311, 0.2407, 0.7119, 0.5247, 0.2446, 0.4622)$  时, 混合优化法生成的可达集体积为  $1.646 \times 10^{-3}$ , 是前者的 30.26%, 仅占整个可达集的 11.25%. 图 4 所示为采用 INSGA 算法离线设计混合优化方案的权系数时 Pareto 最优解集的收敛曲线.

由图 4 可以看出, 混合优化法权系数的收敛过程能够很好地收敛到 Pareto 最优解集  $W_f^*$ . 表 2 所示为 100 个样本点中部分个体的 Pareto 最优解. 图 5 所示

为部分个体进化至 Pareto 最优解时对应的可达集分布情况, 其中实体为混合优化可达集, 实线所围的是理论可达集.

在 Pareto 最优解集  $W_f^*$  的 100 个最优解中, 当  $f_1(w) = 1.8607$  时, 混合优化法的可达集有最大值  $6.6055 \times 10^{-3}$ , 数值上与加权伪逆法趋同, 比前述的  $1.646 \times 10^{-3}$  提高了 4 倍, 对应

$$\mathbf{W}_3 = \text{diag}(4.0742, 4.0816, 6.64, 7.0575, 7.0693, 6.6498, 5.9715);$$

当  $f_1(w) = 0.0003$  时, 对应

$$\mathbf{W}_3 = \text{diag}(4.6988, 4.6983, 4.6986, 4.6982, 4.6984, 4.6983, 4.6984),$$

可达集体积为  $5.439 \times 10^{-3}$ .

表 2 混合优化方案部分个体的 Pareto 最优解

个体	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$	$w_7$	$f_1(w)$	$f_2(w)$
1	4.698 8	4.698 3	4.698 6	4.698 2	4.698 4	4.698 3	4.698 4	0.000 3	183.856 9
2	4.687 9	4.675 8	4.965 5	4.966 9	4.725 8	4.755 7	4.962 9	0.146 9	172.372 8
3	4.571 7	4.573 1	5.329 2	5.309 0	4.818 1	4.855 1	5.204 7	0.379 9	164.458 3
4	4.254 2	4.265 0	6.044 8	6.093 3	5.558 6	5.560 5	5.447 5	1.063 5	157.375 0
5	4.081 6	4.074 2	7.069 3	7.057 5	6.649 8	6.640 0	5.971 5	1.860 7	151.388 8

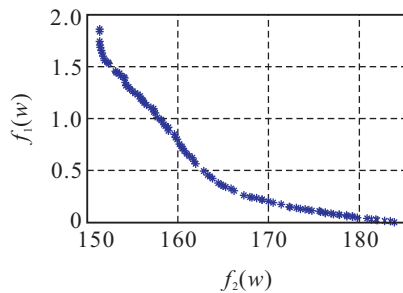


图 4 混合优化方案 Pareto 最优解集的分布情况

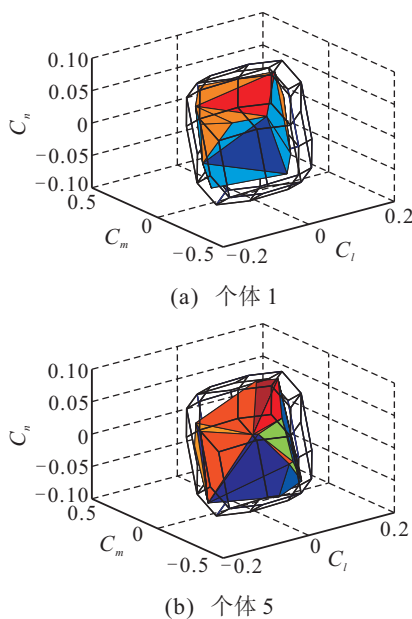


图 5 混合优化方案 Pareto 最优可达集外形

从加权伪逆方案和混合优化方案的实验结果可以看出,应用 INSGA 算法可有效地实现权系数的离线优化设计,得到满足分配效率和控制模态性能需求的 Pareto 最优解集.在实际的权系数设计过程中,可针对控制量幅值和分配效率的要求,根据专家经验折中选择 Pareto 最优解集中的任意一组可行最优权系数搭配,发挥赋权控制分配策略的综合控制效能.

## 4 结 论

本文针对加权伪逆和混合优化两类典型的赋权控制分配策略,考虑分配效率和分配模态性能的要求建立了权系数的多目标优化模型,并采用改进的非劣排序遗传算法研究了赋权控制分配策略的权系数离线多目标优化设计问题.结合某多操纵面飞机的仿真实验,表明了所提出的方案可有效地获得权系数的 Pareto 最优解集,可为工程设计人员提供多种最优权系数选择,实现赋权控制分配策略的权系数多目标

优化设计.通过离线设计大包线内基准点处的权系数,可为所有飞行状态下控制分配参数的在线增益调度奠定良好基础.

本文方案不受操纵面执行器个数的限制,可推广应用于汽车、舰船、卫星、导弹、飞碟等其他军民用过驱动控制分配系统的权系数设计.对于考虑执行器偏转速率的动态控制分配方法的权系数设计问题,尚有待下一步深入研究.

## 参考文献(References)

- [1] Zhang Y M, Suresh V S, Jiang B, et al. Reconfigurable control allocation against aircraft control effector failures[C]. The 16th IEEE Int Conf on Control Applications. Piscataway, NJ: IEEE, 2007: 1197-1202.
- [2] 陈勇,董新民,薛建平,等.过驱动执行器故障自适应重构控制分配策略[J].应用科学学报,2011,29(5): 537-544.
- (Chen Y, Dong X M, Xue J P, et al. Adaptive reconfigurable control allocation for over-actuated actuator failures[J]. J of Applied Sciences, 2011, 29(5): 537-544.)
- [3] Harkegard O. Dynamic control allocation using constrained quadratic programming[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(6): 1028-1034.
- [4] Alwi H, Edwards C. Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation[J]. Automatica, 2008, 44(4): 1859-1866.
- [5] Boskovic J D, Bo L, Prasanth R, et al. Design of control allocation algorithms for over-actuated aircraft under constraints using LMIs[C]. Proc of the 41st IEEE Conf on Decision and Control. Piscataway: IEEE, 2002: 1711-1716.
- [6] Kishore W C, Sen S, Ray G. Disturbance rejection and control allocation of over-actuated systems[C]. IEEE Int Conf on Industrial Technology. Piscataway: IEEE, 2006: 1054-1059.
- [7] Buffington J. Modular control law design for the innovative control effectors(ICE) tailless fighter aircraft configuration 101-3[R]. Ohio: Air Force Research Laboratory, 1999: 15-41.
- [8] Bordignon K A, Durham W C. Closed-form solutions to constrained control allocation problem[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1995,18(5): 1000-1007.

(下转第1001页)