梯度饱和土瞬态响应分析

周凤玺 *,†,2) 赖远明 †

*(兰州理工大学土木工程学院,兰州 730050) [†](中国科学院寒区旱区环境与工程研究所,兰州 730000)

摘要 基于 Biot 多孔介质理论, 建立了饱和土体在动载荷作用下的一维回传射线矩阵法的计算列式, 其中考虑了土体的非均匀性、惯性、黏滞以及固体颗粒和流体的可压缩性. 利用计算结果与已有结果相比较, 二者相吻合, 验证了算法的正确性. 作为数值算例, 考虑饱和土的物理力学性质沿深度方向按幂函数连续变化, 利用数值 Laplace 逆变换求解了在冲击性载荷作用下的位移, 应力和孔隙压力等物理量的瞬态响应, 重点分析讨论了材料非均匀性对饱和土介质动力特性的影响.

关键词 饱和多孔介质,非均匀性,回传射线矩阵法,瞬态响应

中图分类号: TU45, O343.7 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2012)05-0943-05

引 言

多孔介质动力响应问题的研究在岩土工程,生 物工程以及地震工程等领域内有着非常重要的应用 价值. 自 Biot^[1-2] 提出描述饱和多孔介质动力特性 的基本方程以来,国内外众多学者从不同角度对多 孔介质动力学问题进行了研究. de Boer^[3],黄茂松 等^[4]和 Schanz 等^[5]对饱和多孔介质动力学方面 的研究成果做了较详细的综述,其中绝大部分工作 是基于土体具有统计各向同性且均匀等假设为前提 条件的. 然而土层通常由于环境、地理和气候等条 件的不同,致使土的物理力学性质等方面沿土层深 度有着明显的差别,即使是同一种类型的土,当层 厚较大时,也会表现出明显不同的物理力学性质, 因而具有非均匀性. 目前,关于非均匀土力学行 为的研究大部分是基于单相的连续介质理论 [6-8], 而采用多孔介质理论的研究成果尚不多见. 秦小军 等 [9] 将饱和土体视为由弹性骨架和不可压缩流体 组成的两相孔隙介质,选取固相位移、液相位移和孔 隙水压作为场变量,利用伽辽金原理和逐步积分方 法导出了可进行二维非均匀饱和土体动力分析的有 限元解. Ke 等基于 Biot 孔隙介质波动理论, 分别考 虑介质参数按指数函数 [10] 以及按线性函数 [11] 沿 深度变化的情形,获得了非均匀饱和土层中 Love 波 的复频散方程,并且数值分析了非均匀性对 Love 波 的传播的影响. Zhou 等 ^[12] 基于 Biot 多孔介质理 论,采用传递矩阵法分析了多层饱和土的波动响应.

自从材料科学家提出功能梯度材料的概念^[13] 以来,对材料特性沿空间连续变化的非均匀固体材 料力学行为的研究得到了广泛的关注并已取得了丰 硕的成果. 雷鸣等^[8]将功能梯度材料的概念引入 到岩土工程中,提出了"梯度土介质"的概念,即用 梯度这个概念来描述土体的物理力学性质的连续变 化,从而克服了与实际不符的均质土介质假设.考虑 到非均匀性是土体在形成过程中产生的一大特点, 本文基于 Biot 饱和多孔介质理论,研究建立非均匀 一维饱和多孔土体的在动载荷作用下的回传射线矩 阵法计算列式,分析物理力学性质沿深度方向梯度 变化时应力、位移以及孔隙压力等物理量的变化规 律.

1 饱和多孔介质模型

1.1 基本方程

基于 Biot 理论,均匀的饱和多孔介质的基本方程如下:

物理方程为

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + (\lambda\varepsilon_{kk} - \alpha p)\,\delta_{ij} \tag{1}$$

$$\zeta = \alpha \varepsilon_{kk} + p/M \tag{2}$$

2012-01-04 收到第 1 稿, 2012-04-16 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (11162008), 甘肃省高等学校基本科研业务费专项 (1104ZTC140) 和甘肃省教育厅研究生导师基金 (1103-07) 资助 项目.

2) E-mail: zfx620@163.com

报

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2 \tag{3}$$

力

运动方程为

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i + \rho_{\rm f} \ddot{w}_i \tag{4}$$

$$-p_{,i} = \rho_{\rm f} \ddot{u}_i + m \ddot{w}_i + \dot{w}_i / k_{\rm f} \tag{5}$$

式中, σ_{ij} 和 p 为饱和多孔介质的总应力分量和孔 隙流体压力 (i, j = 1, 2, 3); u_i 和 w_i 表示固体骨架位 移和流体的相对位移, $\zeta = -w_{i,i}$; λ 和 μ 为固体骨 架 Lame 弹性常数; ε_{ij} 表示固体骨架的应变; k_f 表 示动力渗透系数; α 和 M 为考虑二相材料压缩性的 Biot 参数; $m = \rho_f/n$ 表示与孔隙水的质量密度及孔 隙几何特征有关的参数; $\rho = (1 - n)\rho_s + n\rho_f$ 为混合 物介质的质量密度,其中, n 为孔隙率, ρ_s 和 ρ_f 分 别为固相和液相的密度.

1.2 无量纲化频域方程

引入下列无量纲化变量

$$\bar{x}_{i} = \frac{x_{i}}{H}, \ \bar{u}_{i} = \frac{u_{i}}{H}, \ \bar{t} = \frac{\sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}}{H}t$$

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\lambda + 2\mu}, \ \bar{p} = \frac{p}{\lambda + 2\mu}, \ \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu}, \ \bar{M} = \frac{M}{\lambda + 2\mu}, \ \bar{\rho}_{f} = \frac{\rho_{f}}{\rho}$$

$$\bar{m} = \frac{m}{\rho}, \ \eta = \frac{H}{k_{f}\sqrt{\rho(\lambda + 2\mu)}}$$
(6)

将无量纲变量式 (6) 代入方程 (1)~(5) 中,并对时间变量 *ī* 进行 Laplace 变换,经过整理后可得到用 *ū-p* 表示的频域内饱和多孔介质动力问题的控制方程

$$\bar{\mu}\bar{u}_{i,jj}^{*} + (\bar{\mu} + \lambda)\bar{u}_{j,ij}^{*} - (\alpha - \beta)\bar{p}_{,i}^{*} - s^{2}(1 - \bar{\rho}_{\rm f}\beta)\bar{u}_{i}^{*} = 0$$
(7)

$$\frac{\beta}{\bar{\rho}_{\rm f} s^2} \bar{p}^*_{,ii} - (\alpha - \beta) \, \bar{u}^*_{i,i} - \frac{1}{\bar{M}} \bar{p}^* = 0 \tag{8}$$

式中, s 为 Laplace 积分变换参数, $\beta = \frac{n}{1 + n\eta/(\bar{\rho}_f s)}$. 考虑具有刚性下卧层的饱和土层, 在表面受到

沿水平面无限均匀分布的动载荷 f(t)的作用.

对于上述一维问题,由方程 (7) 和方程 (8) 结合 方程 (1)~(5) 可得到均匀饱和土体的位移和应力解 答为

$$\bar{u}^* = U_1 \mathrm{e}^{r_1 s \bar{x}} + U_2 \mathrm{e}^{r_2 s \bar{x}} + U_3 \mathrm{e}^{-r_1 s \bar{x}} + U_4 \mathrm{e}^{-r_2 s \bar{x}} \tag{9}$$

$$\bar{p}^* = a_1 U_1 \mathrm{e}^{r_1 s \bar{x}} + a_2 U_2 \mathrm{e}^{r_2 s \bar{x}} - a_1 U_3 \mathrm{e}^{-r_1 s \bar{x}} -$$

$$a_2 U_4 \mathrm{e}^{-r_2 s \bar{x}} \tag{10}$$

$$\bar{w}_{i}^{*} = -b_{1}U_{1}e^{r_{1}s\bar{x}} - b_{2}U_{2}e^{r_{2}s\bar{x}} - b_{1}U_{3}e^{-r_{1}s\bar{x}} - b_{2}U_{4}e^{-r_{2}s\bar{x}}$$
(11)

$$\bar{\sigma}_x^* = c_1 U_1 \mathrm{e}^{r_1 s \bar{x}} + c_2 U_2 \mathrm{e}^{r_2 s \bar{x}} - c_1 U_3 \mathrm{e}^{-r_1 s \bar{x}} - c_2 U_4 \mathrm{e}^{-r_2 s \bar{x}}$$
(12)

式中, U1, U2, U3, U4 为未知常数,

$$r_{1,2} = \sqrt{\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}}, \ A = \frac{\beta}{\bar{\rho}_{\rm f}}$$
$$B = (1 - \beta\bar{\rho}_{\rm f}) \frac{\beta}{\bar{\rho}_{\rm f}} + (\alpha - \beta)^2 + \frac{1}{\bar{M}}$$
$$C = \frac{1}{\bar{M}} (1 - \beta\bar{\rho}_{\rm f})$$
$$a_1 = \frac{r_1^2 - (1 - \beta\bar{\rho}_{\rm f})}{(\alpha - \beta) r_1} s, \ a_2 = \frac{r_2^2 - (1 - \beta\bar{\rho}_{\rm f})}{(\alpha - \beta) r_2} s$$
$$b_1 = \beta \left(\frac{r_1 a_1}{s\bar{\rho}_{\rm f}} + 1\right), \ b_2 = \beta \left(\frac{r_2 a_2}{s\bar{\rho}_{\rm f}} + 1\right)$$
$$c_1 = r_1 s - \alpha a_1, \ c_2 = r_2 s - \alpha a_2$$

2 回传射线矩阵法求解

由于材料非均匀性,导致问题的控制方程为变 系数偏微分方程组,一般情况下很难获得解析解答. 为此,通常将非均匀材料沿材料特性变化方向简化 为许多均匀材料薄层 (如图 1 所示),层数 N 的 多少由问题所要求的精度决定. 对于简化以后的 层合模型,常用的分析方法是传递矩阵法,但是, 基于传递矩阵列式的数值计算会出现数值不稳定问 题^[14].近年来,Pao等^[15]提出回传射线矩阵法的波 动模型,并将其应用到层状介质中,取得了很好的效 果^[16-17].



Fig.1 The approximate laminate model of soil

2.1 散射关系

在对偶局部坐标系下的所有节点建立力的平衡

和位移协调关系可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -b_1 & -b_2 & -b_1 & -b_2 \\ c_1 & c_2 & -c_1 & -c_2 \\ a_1 & a_2 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1^{i(i-1)} \\ U_2^{i(i-1)} \\ U_1^{i(i+1)} \\ U_2^{i(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ b_1 & b_2 & b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 & -c_1 & -c_2 \\ a_1 & a_2 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_3^{i(i-1)} \\ U_4^{i(i-1)} \\ U_3^{i(i+1)} \\ U_4^{i(i+1)} \end{bmatrix}$$
$$d^i = S^i a^i \ (i = 1, 2, \cdots, N-1) \qquad (1)$$

或 $d^{i} = S^{i}a^{i}$ $(i = 1, 2, \dots, N-1)$ (13) 式中, $d^{i} = [U_{1}^{i(i-1)} U_{2}^{i(i-1)} U_{1}^{i(i+1)} U_{2}^{i(i+1)}]^{T}$ 为入射 波波幅向量; $a^{i} = [U_{3}^{i(i-1)} U_{4}^{i(i-1)} U_{3}^{i(i+1)} U_{4}^{i(i+1)}]^{T}$ 为出射波波幅向量; S^{i} 称为节点 *i* 处的局部散射矩 阵.

考虑饱和土上表面透水且受载荷 f(t) 作用,下 表面固定且不透水的边界条件,即

在
$$\bar{x} = 0$$
 处, $\bar{\sigma}_x^* = \bar{q}^*(s)$, $\bar{p}^* = 0$ (14)

在 $\bar{x} = 1$ 处, $\bar{u}^* = 0$, $\bar{w}^* = 0$ (15)

利用方程 (9)~(12), 整理后得

$$\begin{bmatrix} c_{1} & c_{2} \\ a_{1} & a_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1}^{01} \\ U_{2}^{01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1} & c_{2} \\ a_{1} & a_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{3}^{01} \\ U_{4}^{01} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} \begin{bmatrix} U_{1}^{01} \\ U_{2}^{01} \end{bmatrix} = d^{0} = \begin{bmatrix} S^{0} a^{0} + F^{0} = S^{0} \begin{bmatrix} U_{3}^{01} \\ U_{4}^{01} \end{bmatrix} + F^{0}$$
(16)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -b_{1} & -b_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1}^{N(N-1)} \\ U_{2}^{N(N-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ b_{1} & b_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{3}^{N(N-1)} \\ U_{4}^{N(N-1)} \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} \begin{bmatrix} U_{1}^{N(N-1)} \\ U_{2}^{N(N-1)} \\ U_{2}^{N(N-1)} \end{bmatrix} = d^{N} = S^{N} a^{N} = \begin{bmatrix} S^{N} \begin{bmatrix} U_{3}^{N(N-1)} \\ U_{4}^{N(N-1)} \end{bmatrix}$$
(17)

式中, q^{*}(s) 为载荷项 f(t) 的 Laplace 积分变换. 合并式 (13), 式 (16) 和式 (17) 可得

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{F} \tag{18}$$

其中

$$d = \begin{bmatrix} (d^{0})^{\mathrm{T}} & (d^{1})^{\mathrm{T}} & \cdots & (d^{N-1})^{\mathrm{T}} & (d^{N})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$a = \begin{bmatrix} (a^{0})^{\mathrm{T}} & (a^{1})^{\mathrm{T}} & \cdots & (a^{N-1})^{\mathrm{T}} & (a^{N})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{2\times2}^{0} & \mathbf{0}_{2\times4} & \mathbf{0}_{2\times4} & \cdots & \mathbf{0}_{2\times4} & \mathbf{0}_{2\times4} \\ \mathbf{0}_{4\times2} & S_{4\times4}^{1} & \mathbf{0}_{4\times4} & \cdots & \mathbf{0}_{4\times4} & \mathbf{0}_{4\times2} \\ \mathbf{0}_{4\times2} & \mathbf{0}_{4\times4} & S_{4\times4}^{2} & \cdots & \mathbf{0}_{4\times4} & \mathbf{0}_{4\times2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{4\times2} & \mathbf{0}_{4\times4} & \mathbf{0}_{4\times4} & \cdots & S_{4\times4}^{N-1} & \mathbf{0}_{4\times2} \\ \mathbf{0}_{2\times2} & \mathbf{0}_{2\times4} & \mathbf{0}_{2\times4} & \cdots & \mathbf{0}_{2\times4} & S_{2\times2}^{N} \end{bmatrix}$$

称为整体散射矩阵.

2.2 相位关系和回传射线矩阵

同一点处的物理量可以在一对对偶局部坐标系 下同时表示,因此可得

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{d}}, \ \ \bar{\boldsymbol{d}} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{d}$$
 (19)

式中, $\bar{\boldsymbol{d}} = \begin{bmatrix} U_1^{10} & U_2^{10} & U_1^{01} & U_2^{01} & \cdots & U_1^{(N-1)N} \\ U_2^{(N-1)N} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, **P** 为整体相位矩阵, 定义为

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}^{01} & \boldsymbol{0}_{4 \times 4} & \cdots & \boldsymbol{0}_{4 \times 4} \\ \boldsymbol{0}_{4 \times 4} & \boldsymbol{P}^{12} & \cdots & \boldsymbol{0}_{4 \times 4} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0}_{4 \times 4} & \boldsymbol{0}_{4 \times 4} & \cdots & \boldsymbol{P}^{(N-1)N} \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{P}^{ij} = \begin{bmatrix} -\mathrm{e}^{r_1^{ij}s\bar{h}_i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathrm{e}^{r_2^{ij}s\bar{h}_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathrm{e}^{r_1^{ij}s\bar{h}_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mathrm{e}^{r_2^{ij}s\bar{h}_i} \end{bmatrix}$$

U 为整体置换矩阵, 定义为

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}^0 & \boldsymbol{0}_{4 \times 4} & \cdots & \boldsymbol{0}_{4 \times 4} \\ \boldsymbol{0}_{4 \times 4} & \boldsymbol{U}^0 & \cdots & \boldsymbol{0}_{4 \times 4} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0}_{4 \times 4} & \boldsymbol{0}_{4 \times 4} & \cdots & \boldsymbol{U}^0 \end{bmatrix}$$

报

$$\boldsymbol{U}^{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将式 (19) 代入式 (18), 最终可得

$$\boldsymbol{d} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{R})^{-1} \boldsymbol{F}, \quad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{P} \boldsymbol{U} \boldsymbol{d}$$
(20)

式中, R = SPU称为回传射线矩阵, I为单位矩阵.

利用式 (20) 求出 *d* 和 *a* 后,结合方程 (9)~(12),就可以获得在频域中饱和土中任一点处的 位移,应力和流体压力等物理量,然后利用 Laplace 逆变换可得到时域上相应的物理量.

3 数值算例

考虑饱和多孔介质的材料特性沿厚度方向按幂 函数变化

$$G(x) = (G(0) - G(H)) \left(\frac{H - x}{H}\right)^{\gamma} + G(H)$$
 (21)

式中, G(x) 表示在 x 处的 λ , μ , M, m, ρ , $\rho_{\rm f}$, $k_{\rm f}$ 等物理力学参数; γ 表示梯度因子.

在文中的具体数值计算中,为了简化起见,假设 各物理力学参数具有相同的变化趋势.具体选用如 下材料参数^[18]:

上表面 ($\bar{x} = 0$) 处: $\bar{\lambda}_1 = 0.4247$, $\bar{\mu}_1 = 0.2877$, $\bar{M}_1 = 15.3694$, $n_1 = 0.48$, $\alpha_1 = 0.9809$, $\bar{\rho}_{f1} = 0.5308$, $\bar{m}_1 = 1.1058$, $\eta_1 = 3.5161 \times 10^3$

下表面 ($\bar{x} = 1$) 处: $\bar{\lambda}_2 = 0.250$, $\bar{\mu}_2 = 0.375$, $\bar{M}_2 = 0.8457$, $n_2 = 0.19$, $\alpha_2 = 0.7778$, $\bar{\rho}_{f_2} = 0.4068$, $\bar{m}_2 = 2.1412$, $\eta_2 = 8.3926 \times 10^3$

采用 Honig 和 Hirdes 提出的数值 Laplace 逆变 换方法 ^[19],图 2 和图 3 分别给出了不同梯度因子 γ 情形下,在 $\bar{x} = 0.5$ 处的无量纲孔隙压力 \bar{p} 和无 量纲骨架位移 \bar{u} 随时间的变化曲线,从图中可以看 出,波的传播速度速度随梯度因子的不同而不同, 当 $\gamma = 0, 0.5, 1, 5, 50$ 时,压缩波到达 $\bar{x} = 0.5$ 处 所需要的无量纲化时间分别为 $\bar{t} \approx 0.1134, 01267,$ 0.1401,0.2500,0.3201.可见,随着不同梯度因子 γ 的增加,梯度饱和土的波速减小,并且非均匀土的波 速介于两种均匀介质之间,非均匀性对瞬态响应有 显著的影响.





4 结 论

基于 Biot 多孔介质模型, 建立了一维饱和土的 回传射线矩阵法计算列式, 可以对物理力学性质沿 深度任意变化的饱和土动力响应问题进行分析. 假 设材料特性为幂函数变化, 数值分析了上表面完全 透水, 下表面固定且完全不透水的边界条件下饱和 土的动力特性. 结果表明:

(1)回传射线矩阵法对梯度非均匀饱和土动力 响应分析具有很好的适用性,其计算列式明了、计 算稳定,有利于求解复杂的波动问题,能得到非常 精确的早期瞬态响应;

(2) 非均匀饱和土的动力行为与均匀饱和土有 着明显的不同,非均匀性对瞬态响应有显著的影响. 当材料特性为幂函数变化时,非均匀土的波速介于 两种均匀介质之间.

参考文献

¹ Biot MA. Theory of propagation of elastic waves in a fluidsaturated porous solid I: low-frequency range. *Journal of*

the Acoustical Society of America, 1956, 28: 168-178

- 2 Biot MA. Theory of propagation of elastic waves in a fluidsaturated porous solid II: higher frequncy range. *Journal* of the Acoustical Society of America, 1956, 28: 179-191
- 3 de Boer R. Highlights in the historical development of the porous media theory-toward a consistent macroscopic theory. *Applied Mechanics Reviews*, 1996, 49: 201-262
- 4 黄茂松,李进军. 饱和多孔介质土动力学理论与数值解法. 同 济大学学报 (自然科学版), 2004, 32(7): 851-856 (Huang Maosong, Li Jinjun. Dynamics of fluid-saturated porous media and its numerical solution. *Journal of Tongji Uni*versity, 2004, 32(7): 851-856 (in Chiniese))
- 5 Schanz M. Poroelastodynamics: linear models, analytical solutions, and numerical methods. Applied Mechanics Reviews, 2009, 62: 1-15
- 6 Manolisa GD, Rangelov TV. Non-homogeneous elastic waves in soils: notes on the vector decomposition technique. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2006, 26: 952-959
- 7 Pak RYS, Guzina BB. Three-dimensional wave propagation analysis of a smoothly heterogeneous solid. *Journal of* the Mechanics and Physics of Solids, 1995, 43(4): 533-551
- 8 雷鸣, 廖红建, 黄理兴等. 应力波在功能梯度土介质中传播的特性研究. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(s1): 4798-4804 (Lei Ming, Liao Hongjian, Huang Lixing, et al. Study on characters of stress propagation in functionally graded soil. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(s1): 4798-4804 (in Chiniese))
- 9 秦小军,陈少林,曾心传.二维非均匀饱和土体的地震反应分析.地震工程与工程振动,1999,19(1):7-14 (Qin Xiaojun, Chen Shaolin, Zeng Xinchuan. Analysis of nonhomogeneous fluid-saturated soil in two dimensions under earthquake load. Earthquake Engineering And Engineering Vibration, 1999, 19(1): 7-14 (in Chiniese))
- 10 Ke LL, Wang YS, Zhang ZM. Propagation of love waves

in an inhomogeneous fluid saturated porous layered halfspace with properties varying exponentially. *Journal of Engineering Mechanics*, 2005, 131(12): 1322-1328

- 11 Ke LL, Wang YS, Zhang ZM. Love wave in an inhomogeneous fluid saturated porous layered half space with linearly varying properties. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2006, 26(6/7): 574-581
- 12 Zhou XL, Xu B, Wang JH, et al. An analytical solution for wave-induced seabed response in a multi-layered poroelastic seabed. *Ocean Engineering*, 2011, 38: 119-129
- 13 Hirai H, Chen L. Recent and prospective development of FGM in Japan. *Materials Science Forum*, 1999, 308/311: 509-514
- 14 Chen WQ, Wang HM, Bao RH. On calculating dispersion curves of waves in a functionally graded elastic plate. *Composite Structures*, 2007, 81: 233-242
- 15 Pao YH, Keh DC, Howard SM. Dynamic response and wave propagation in plane trusses and frames. AIAA J, 1999, 37: 594-603
- 16 Pao YH, Su XY, Tian JY. Reverberation matrix method for propagation of sound in a multilayered liquid. *Journal* of Sound and Vibration, 2000, 230: 743-760
- 17 Su XY, Tian JY, Pao YH. Application of the reverberationray matrix to the propagation of elastic waves in a layered solid. *International Journal of Solids and Structures*, 2002, 39: 5447-5463.
- 18 Honig G, Hirdes U. A method for the numerical inversion of Laplace transforms. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1984, 10: 113-32
- 19 Schanz M, Cheng AHD. Transient wave propagation in a one-dimensional poroelastic column. Acta Mechanica, 2000, 145: 1-18

DOI: 10.6052/0459-1879-12-003

(责任编辑:周冬冬)

TRANSIENT DYNAMIC ANALYSIS OF GRADIENT FLUID-SATURATED SOIL $^{\rm 1)}$

Zhou Fengxi $^{*,\dagger,2)}$ Lai Yuan
ming †

*(School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

 $^{\dagger}({\it Cold} ~{\it and}~{\it Arid}~{\it Regions}~{\it Environmental}~{\it and}~{\it Engineering}~{\it Research}~{\it Institute},~{\it Chinese}~{\it Academy}~{\it of}~{\it Sciences},$

Lanzhou 730000, China)

Abstract Based on the Biot's theory of porous media, the calculation formula of reverberation ray matrix method is established for one-dimensional transient response of fluid-saturated soil, where the non-homogeneous, inertial, viscous and the compressible of solid particles and fluid are taken into account. The present methodology is validated by comparing solutions with some known result. As numerical examples, assuming that the material properties of the saturated soil have an exponential law distribution along the thickness-coordinate, the transient response, in terms of displacement, stress and pore press, are examined using numerical inverse Laplace transform. The effect of non-homogeneous on transient responses of gradient saturated soil is demonstrated and discussed.

Key words saturated porous media, non-homogeneous, reverberation ray matrix method, transient response

Received 4 January 2012, revised 16 April 2012.

¹⁾ The project was supported by the the National Natural Science Foundation of China (11162008), the Fundamental Research

Funds for the Gansu Universities (1104ZTC140) and the Fund of Department of Education of China for Master's Tutor (1103-07). 2) E-mail: zfx620@163.com