

连续分层海洋中内波传播的一种数值模式¹⁾

张洪生^{*,†,2)} 辜俊波^{†,**} 贾海青^{*} 古彪^{††}

^{*}(上海海事大学海洋环境与工程学院, 上海 201306)

[†](上海交通大学海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

^{**}(中国电力工程顾问集团华东电力设计院, 上海 200063)

^{††}(中国航空工业第六〇五研究所, 湖北荆门 448035)

摘要 基于 Euler 方程, 使用有限体积法建立了一种密度为连续分层情况下、适应水深变化的水域中内波传播的数值模式. 为了使计算格式能够达到二阶精度, 对流项的处理使用了 TVD (total variation diminishing) 格式. 将 SIMPLE 算法引入连续分层海洋中内波的数值计算, 为了简化计算并方便地适应多种 TVD 格式, 在计算预估速度场时采用了显式格式, 而没有采用传统的隐式格式; 鉴于在原始的 SIMPLE 算法中没有涉及到由于密度扰动而引起的静水压力场的改变问题, 给出了该问题的计算方法. 因此改进了 SIMPLE 算法. 出流边界的处理采用阻尼消波和 Sommerfeld 辐射条件相结合的方式, 以使内波得到有效的衰减和释放. 将等水深水域的数值解和理论解进行了比较, 两者吻合较好; 并对存在潜堤时数值计算的不同时刻密度变化的空间分布进行了详细的定性分析. 计算结果表明, 所建立的数值模式能有效地模拟内波的传播和变形.

关键词 内波, 连续分层, 有限体积法, 数值模拟, SIMPLE 算法

中图分类号: P731.2, O353.2 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2012)05-0896-08

引 言

内波是指发生在密度稳定层结流体中、最大振幅出现在流体内部的波动, 是一种普遍存在于海洋、湖泊和水库等中的自然现象. 内波的时空尺度分布在一个相当广阔的范围内^[1], 其影响也是多方面的. 例如, 内波可以对海上生产平台、潜艇等产生致命破坏; 它是重要的地质营力, 能够搬运的沉积物的粒度可达细砂级^[2]; 还影响着局部海水的交换和营养物的输运等.

国内外学者在内波数值模拟的研究方面做了大量的工作. 目前, 大多数学者在利用数值模拟的方法研究内波时, 都将流体的密度分层简化成两层或多层. 例如, 蔡树群等^[3] 结合一个孤立子的实测资料, 利用规则化长波 (regular long wave, RLW) 方程的数值模式, 模拟了孤立子内波在南海北部陆架区的传播和演变; 姜加虎等^[4] 提出了一种二维分层积分数值模式, 用以模拟抚仙湖的内波; 方国洪等^[5] 建立了一种能够同时模拟表面潮和内潮的分层三维数值模式; Fringer 等^[6] 利用二维和三维的数值模

型研究了内界面波的破碎过程. 但实际海洋中的密度是连续分层的. 与其说界面内波是连续分层内波的特例, 不如将其视为类似于气、液界面上表面行进波的一种^[7]. 因此, 研究连续分层情况下内波的传播与变形, 无疑具有重要的实际意义. 一些学者也曾对连续分层情况下的内波进行过数值研究, 但是仍然相对较少. 例如: 刘国涛等^[8] 利用在 Boussinesq 近似下的二维不可压缩 N-S 方程的流函数来描述内波的运动, 采用谱方法对内波的破碎进行了数值研究; Aigner 等^[9] 建立了一种高分辨率的谱方法, 用于求解二维不可压缩、无黏性的连续分层流体流动; Lamb^[10] 采用 Bell 等^[11-12] 提出的二阶精度投影方法, 模拟了无黏性、连续分层流体中的流动经过平滑障碍物后产生的内波.

SIMPLE 算法是由 Patankar 和 Spalding^[13] 在 1972 年提出的一种压力预测——修正方法, 它广泛地应用于传热与流动问题的数值计算中^[14-16]. 有不少学者将 SIMPLE 算法用于分层流的计算中, 如林伟波^[17] 使用有限体积法和 SIMPLE 算法建立了垂向二维浮射流的数值模型, Paisley^[18] 使用 SIMPLE

2012-03-16 收到第 1 稿, 2012-06-20 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (51079082), 劳氏教育基金会 UCL-SJTU-HEU 深水工程及水动力学联合研究中心, 上海交通大学海洋工程国家重点实验室 (GP010818) 和航空科技创新基金 (08A05002) 资助项目.

2) E-mail: hszhang@shmtu.edu.cn

算法计算了经过二维障碍物的分层流. 而将其应用于连续分层海洋中内波的数值计算, 目前尚未见有关文献发表.

本文直接从 Euler 方程出发, 利用有限体积法建立了一个适应水深变化的二维的内波数值模式. 在该模式中引入了 SIMPLE 算法; 对流项的处理采用 TVD (total variation diminishing) 格式; 为了简化计算并方便地与多种 TVD 格式相适应, 改进了 SIMPLE 算法; 在出流边界前, 使用阻尼消波方法. 利用小振幅内波的理论解对等水深水域的数值解进行检验, 并模拟了内波在水底存在潜堤时的传播和变形.

1 控制方程组

考虑垂向二维问题, 取笛卡尔坐标系 xOz , x 轴水平向右, z 轴垂直向上, 坐标原点 O 取在未经扰动的静止海面上. 假设流体为无黏性、不可压缩的 Boussinesq 流体, 且不考虑科氏力的作用. 没有内波扰动时, 其密度分布为 $\rho_0(z)$, 压力分布为 $p_0(z)$. 内波引起的速度场为 (u, w) ; 扰动后的密度为 $\rho = \rho_0 + \rho'$, ρ' 为扰动密度; 扰动后的压力为 $p = p_0 + p' + q$, p' 表示由于密度扰动而引起的静水压力 p_0 的改变量, q 表示压力中的非静水压力部分, 即动压力. 其控制方程为 [19]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (p' + q)}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial q}{\partial z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

式中, t 为时间. 动量守恒方程 (1), 方程 (2) 和连续性方程 (3) 可以写成统一的形式

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + w \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \mathbf{S} \quad (5)$$

式中, $\varphi = (u, w, \rho)^T$, 源项 $\mathbf{S} = \left(-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (p' + q)}{\partial x}, -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial q}{\partial z}, 0 \right)^T$.

2 数值格式

2.1 网格设置

采用二维 Arakawa C 结构化网格, 且网格的水平步长 Δx 和垂向步长 Δz 都是固定的, 如图 1 所示. 在图 1 中, i 和 j 分别指沿着 z 轴和 x 轴的网格

编号, 在未受扰动的静止海面上 $i = 1$, 向海底依次增大; j 则随着 x 的增大而增大. 水平速度 u 定义在 $(i+1/2, j+1/2)$ 处, 垂向速度 w 定义在 (i, j) 处, 标量函数如密度 ρ 和动压力 q 等, 则定义在 $(i+1/2, j)$ 处. 除此之外, 为了能描述海底地形, 在标量函数的标记点 $(i+1/2, j)$ 处, 另外定义了一个逻辑变量 wet , 用于表示该点所在的控制体积是固体还是流体.

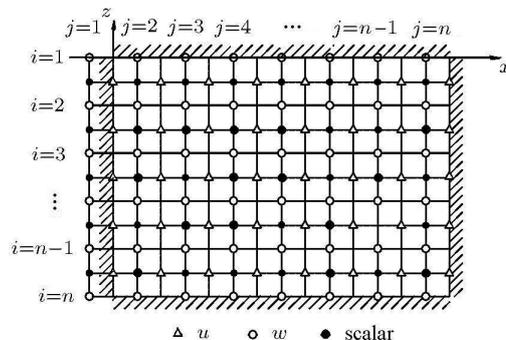


图 1 数值计算使用的 Arakawa C 网格

Fig.1 Arakawa C-grid used in the numerical simulation

2.2 控制方程组的离散

根据有限体积法的基本思想, 建立数值格式. 对式 (5) 进行积分后, 得

$$\varphi_P = \varphi_P^0 + C_w \varphi_w - C_e \varphi_e + C_b \varphi_b - C_t \varphi_t + S \quad (6)$$

式中, 系数 $C_w = u_w \Delta t / \Delta x$, $C_e = u_e \Delta t / \Delta x$, $C_b = w_b \Delta t / \Delta z$, $C_t = w_t \Delta t / \Delta z$, 均称为柯朗数 (Courant numbers); S 为源项; 下标 t, b, w, e 均表示控制体积的界面, P 为计算的节点, 见图 2; 上标 0 表示上一时刻的值, 没有上标则表示是当前时刻的值. 采用这种离散格式的优点是, 只要使 $\varphi_e(i, j) = \varphi_w(i, j+1)$, $\varphi_t(i, j) = \varphi_b(i-1, j)$ 就可以满足守恒性.

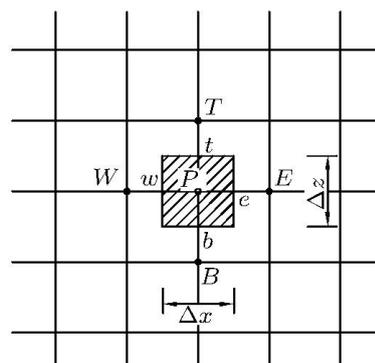


图 2 有限体积法的网格示意图

Fig.2 Sketch of the grid for finite volume method

为了使计算格式能够达到二阶精度, 在处理对流项 $adv(\varphi)$ 时, 使用了 TVD 格式. 首先将速度 u 和 w 进行如下分裂^[20]

$$u^\pm = \frac{1}{2}(u \pm |u|) \tag{7}$$

$$w^\pm = \frac{1}{2}(w \pm |w|) \tag{8}$$

柯朗数和界面上的 φ 也要分裂, 式 (6) 变为

$$\begin{aligned} \varphi_P = & \varphi_P^0 + C_w^+ \varphi_w^+ + C_w^- \varphi_w^- - C_e^+ \varphi_e^+ - C_e^- \varphi_e^- + \\ & C_b^+ \varphi_b^+ + C_b^- \varphi_b^- - C_t^+ \varphi_t^+ - C_t^- \varphi_t^- + S \end{aligned} \tag{9}$$

为简洁起见, 记

$$\begin{aligned} adv(\varphi) = & C_w^+ \varphi_w^+ + C_w^- \varphi_w^- - C_e^+ \varphi_e^+ - C_e^- \varphi_e^- + \\ & C_b^+ \varphi_b^+ + C_b^- \varphi_b^- - C_t^+ \varphi_t^+ - C_t^- \varphi_t^- \end{aligned} \tag{10}$$

本文使用的 TVD 格式是在迎风格式的基础上再加上一个高阶项

$$\varphi_e^+ = \varphi_{i,j} + 0.5\Psi(Rx_{i,j}^+)(1 - C_e^+)(\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}) \tag{11}$$

$$\varphi_e^- = \varphi_{i,j+1} - 0.5\Psi(Rx_{i,j}^-)(1 + C_e^-)(\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}) \tag{12}$$

$$\varphi_t^+ = \varphi_{i,j} + 0.5\Psi(Rz_{i,j}^+)(1 - C_t^+)(\varphi_{i-1,j} - \varphi_{i,j}) \tag{13}$$

$$\varphi_t^- = \varphi_{i-1,j} - 0.5\Psi(Rz_{i,j}^-)(1 + C_t^-)(\varphi_{i-1,j} - \varphi_{i,j}) \tag{14}$$

式中

$$Rx_{i,j}^+ = \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}}{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}} \tag{15}$$

$$Rx_{i,j}^- = \frac{\varphi_{i,j+2} - \varphi_{i,j+1}}{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}} \tag{16}$$

$$Rz_{i,j}^+ = \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i+1,j}}{\varphi_{i-1,j} - \varphi_{i,j}} \tag{17}$$

$$Rz_{i,j}^- = \frac{\varphi_{i-2,j} - \varphi_{i-1,j}}{\varphi_{i-1,j} - \varphi_{i,j}} \tag{18}$$

$\Psi(R)$ 为某一限制函数, 取不同的限制函数就可以得到不同的格式, 本文取 Superbee 格式

$$\Psi(R) = \max [0, \min (2R, 1), \min (R, 2)] \tag{19}$$

最后, 将源项展开. 针对不同的变量, 式 (6) 可分别展开为

$$u_{i,j} = u_{i,j}^0 + adv(u) + \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta x} (p_{i,j}^0 - p_{i,j+1}^0 + q_{i,j} - q_{i,j+1}) \tag{20}$$

$$w_{i,j} = w_{i,j}^0 + adv(w) + \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta z} (q_{i,j} - q_{i-1,j}) \tag{21}$$

$$\rho_{i,j} = \rho_{i,j}^0 + adv(\rho) \tag{22}$$

在式 (20) 中, 由于扰动的静压力 p' 的变化是相对缓慢的, 所以采用上一时刻的 p' 值进行显式计算.

连续性方程, 即式 (4) 可直接采用向后差分进行离散

$$(u_{i,j} - u_{i,j-1}) \Delta z + (w_{i,j} - w_{i+1,j}) \Delta x = 0 \tag{23}$$

2.3 数值计算过程

本文采用 SIMPLE 算法进行计算. 基于两个原因需对 SIMPLE 算法进行修改. 一是本文的压力分解为 3 部分, 即扰动后的压力由静水压力、密度扰动而引起的静水压力的改变量和动压力组成. 二是本文使用了 TVD 格式. 如果直接采用原始的 SIMPLE 算法, 求解动量方程式 (20) 和式 (21) 时方程系数的设置比较复杂, 且不能快速适应不同的限制函数 $\Psi(R)$.

计算开始时, 先给定假设的速度场 (u^* , w^*) 和动压力 q^* , 一般可以取为上一时刻的值. SIMPLE 算法求解预估速度时采用的是隐式方法, 需要求解方程. 本文为了简化计算, 并快速地适应不同的限制函数 $\Psi(R)$, 直接利用假设的速度场计算出对流项 $adv(u^*)$ 和 $adv(w^*)$, 这样处理虽然有可能会增加迭代步数, 但是数值实验表明, 整体的计算速度不降反升. 根据式 (20) 和式 (21) 计算得到预估速度

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{**} = & u_{i,j}^0 + adv(u^*) + \\ & \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta x} (p_{i,j}^0 - p_{i,j+1}^0 + q_{i,j}^* - q_{i,j+1}^*) \end{aligned} \tag{24}$$

$$w_{i,j}^{**} = w_{i,j}^0 + adv(w^*) + \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta z} (q_{i,j}^* - q_{i-1,j}^*) \tag{25}$$

预估速度场 (u^{**} , w^{**}) 通常不能满足连续性方程 (4), 除非动压力场 q^* 是精确的. 设有一个新的动压力 q^{**} , 代替式 (24) 和式 (25) 中的 q^* 后, 可得修正的速度

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{***} = & u_{i,j}^0 + adv(u^*) + \\ & \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta x} (p_{i,j}^0 - p_{i,j+1}^0 + q_{i,j}^{**} - q_{i,j+1}^{**}) \end{aligned} \tag{26}$$

$$w_{i,j}^{***} = w_{i,j}^0 + adv(w^*) + \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta z} (q_{i,j}^{**} - q_{i-1,j}^{**}) \tag{27}$$

假设修正后的速度场 (u^{***} , w^{***}) 满足连续性方程. 用式 (26) 和式 (27) 分别减去式 (24) 和式 (25) 可得

$$u_{i,j}^{***} = u_{i,j}^{**} + \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta x} (q'_{i,j} - q'_{i,j+1}) \quad (28)$$

$$w_{i,j}^{***} = w_{i,j}^{**} + \frac{\Delta t}{\rho_0 \Delta z} (q'_{i,j} - q'_{i-1,j}) \quad (29)$$

式中

$$q'_{i,j} = q_{i,j}^{**} - q_{i,j}^* \quad (30)$$

类似地, 可以得到 $q_{i,j+1}$ 和 $q_{i-1,j}$ 的表达式.

由于速度场 (u^{***} , w^{***}) 满足连续性方程, 故将式 (28) 和式 (29) 代入离散的式 (23), 整理后得到压力修正方程

$$a_e q'_{i,j+1} + a_w q'_{i,j-1} + a_t q'_{i-1,j} + a_b q'_{i+1,j} - a_0 q'_{i,j} = \phi_{i,j} \quad (31)$$

式中

$$a_e = a_w = \frac{\Delta z}{\Delta x}, \quad a_t = a_b = \frac{\Delta x}{\Delta z}$$

$$a_0 = a_e + a_w + a_t + a_b$$

$$\phi_{i,j} = \frac{\rho_0}{\Delta t} [(u_{i,j}^{**} - u_{i,j-1}^{**}) \Delta z + (w_{i,j}^{**} - w_{i+1,j}^{**}) \Delta x]$$

求解式 (31) 可以得到动压力的修正值 $q'_{i,j}$, 进而将其代入式 (28)~式 (30) 后就可以得到修正后的速度场 (u^{***} , w^{***}) 和动压力 q^{**} , 如果

$$\max(|u^{***} - u^{**}|, |w^{***} - w^{**}|) \leq \varepsilon \quad (32)$$

式中, ε 为容许误差 (本文取为 10^{-5} m/s), 令 $n+1$ 时刻的速度场 $(u, w) = (u^{***}, w^{***})$, 否则令 $(u^*, w^*) = (u^{***}, w^{***})$, $q^* = q^{**}$ 并重新进行计算, 直到满足精度要求为止.

接着, 利用计算出来的速度场 (u, w) 和 n 时刻的密度 ρ^0 计算 $adv(\rho)$, 再将其代入式 (22) 即得到 $n+1$ 时刻的密度 ρ . 最后, 沿水深积分

$$p' = \int_{-h}^0 (\rho - \rho_0) g dz \quad (33)$$

式中, h 为水深, 就可求得由于密度扰动而引起的静压力场的改变量 p' . 在原始的 SIMPLE 算法中没有这一步.

2.4 边界条件和地形处理

在入流边界给定入流条件, 海底设为固壁, 海面采用刚盖假定, 出流处采用阻尼消波和 Sommerfeld 辐射条件结合的方式以使内波得到有效衰减和释放. 消波层内的控制方程为 [21]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (p' + q)}{\partial x} - \mu(x) u \quad (34)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial q}{\partial z} - \mu(x) w \quad (35)$$

式中, $\mu(x)$ 是一个只跟水平位置有关的系数. $\mu(x)$ 的取值可以根据需要自由选取, 例如取 $\mu(x)$ 在消波区内呈线性分布

$$\mu(x) = \beta(x - x_1)/(x_2 - x_1) \quad (36)$$

式中, β 为经验系数, 本文取为 0.05; x_1 为消波层的起始坐标, x_2 为消波层的末端坐标. $x_2 - x_1$ 为消波层的长度, 一般可取为 1~2 个波长.

如 2.1 节所述, 为了描述海底地形, 本文在网格点 $(i+1/2, j)$ 上定义了一个逻辑变量 $wet_{i+1/2,j}$, 当 $wet_{i+1/2,j} = \text{true}$ 时, 表示点 $(i+1/2, j)$ 所在的控制体积为流体, 而当 $wet_{i+1/2,j} = \text{false}$ 时则表示其为固体. 为了描述海面边界和海底边界, 需要在边界外设置一层额外的网格, 并将 $i = 1/2$ 和 $i = nz + 1/2$ 的两排控制体积设为固体. 当海底存在地形变化时, 只需将某些点的 wet 值设为 false 就可以了. 若控制体积为固体, 设通过其界面的所有通量为零, 垂直其界面的速度也为零; 如果控制体积是流体, 则无此限制. 用这种方法不仅可以在规则网格下处理固壁边界、描述地形, 还可以描述流体区域中存在障碍物的情况, 如悬停的潜艇等.

3 算例

3.1 在等深水域内波的数值模拟

对于等深水域, 忽略式 (1)~式 (4) 中的对流项, 并假设初始密度分布为

$$\rho_0 = \bar{\rho}_0 e^{-\alpha z} \quad (37)$$

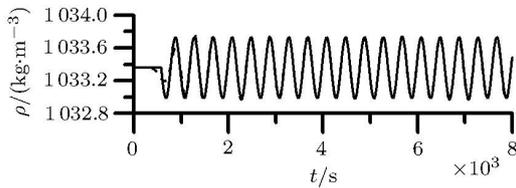
式中, $\bar{\rho}_0$ 为海面的密度, α 为系数, 就可得到小振幅内波的理论解 [22]

$$\psi(x, z, t) = \frac{A}{\sqrt{\rho_0}} \sin \frac{n\pi z}{h} e^{i(\omega t - kx)} \quad (38)$$

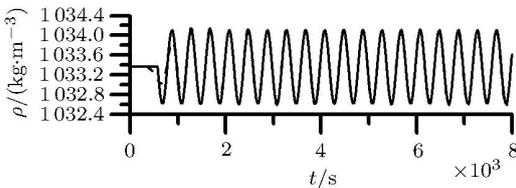
式中, A 为控制内波振幅的系数, k 为波数, n 为内波模态, 本文只取第一模态进行研究. 为了验证所建立的数值模式的有效性, 在水深 h 为 100 m, 长度为 4 km 的水域中计算了 2 个算例. 算例 1 取 $A = 100$ (kg·m)^{1/2}/s, 算例 2 取 $A = 200$ (kg·m)^{1/2}/s. 其他参数设置完全相同: 海面的密度 $\bar{\rho}_0$ 取为 1028 kg/m³, 密度分布参数 $\alpha = 1.0 \times 10^{-4}$, 内波周期为 400 s, 消波层长度为 500 m. 在进行数值模拟时, 均在入流边界上输入式 (38) 所示的线性理论解. 时间步长 Δt

取为 2.0s, 空间步长 Δx 和 Δz 分别取为 5.0m 和 2.0m.

为了节省篇幅, 仅给出在点 (500, -50), (1500, -50) 和 (2500, -50) 处密度随时间的变化过程线, 见图 3 ~ 图 5. 从图中可以看出, 数值解和理论解吻合得较好, 数值解和理论解基本一致; 数值结果均



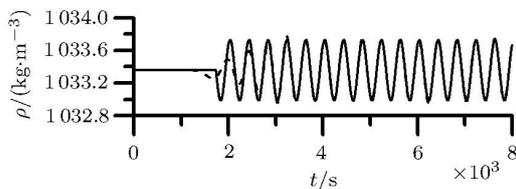
(a) Case 1



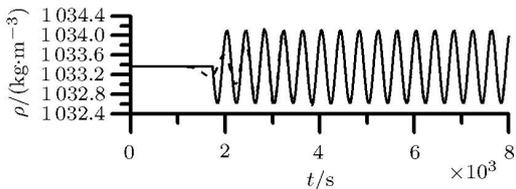
(b) Case 2

图 3 点 (500, -50) 处密度随时间的变化过程线 (实线: 理论解; 虚线: 数值解)

Fig.3 Time series of density at point (500,-50) (solid line: analytical solutions; dash line: numerical solutions)



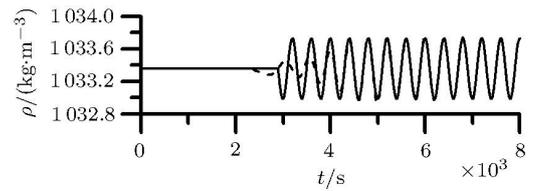
(a) Case 1



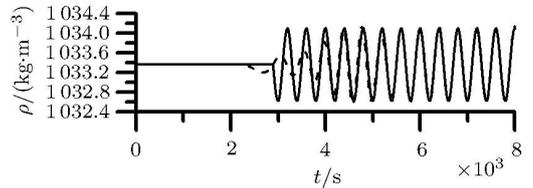
(b) Case 2

图 4 点 (1500, -50) 处密度随时间的变化过程线 (实线: 理论解; 虚线: 数值解)

Fig.4 Time series of density at point (1500,-50) (solid line: analytical solutions; dash line: numerical solutions)



(a) Case 1



(b) Case 2

图 5 点 (2500, -50) 处密度随时间的变化过程线 (实线: 理论解; 虚线: 数值解)

Fig.5 Time series of density at point (2500,-50) (solid line: analytical solutions; dash line: numerical solutions)

匀稳定. 离入流边界越远, 达到稳定的时间也越长. 例如距离 500m 时需要 1~2 个周期, 但是距离 2.5km 时则需要 3~4 个周期. 详细对比了一系列点的速度和密度场, 也得到了类似的结果. 这说明本文建立的数值模型适用于模拟等深水域内小振幅内波的传播变形.

3.2 在水深变化水域内波的数值模拟

本文还模拟了存在潜堤的水域中内波的传播和变形, 地形示意图如图 6 所示. 在图 6 中, 阴影区域为消波层, 长为 500m; 水槽总长 4km, 水深为 100m; 潜堤布置在 1~2km 处, 其高为 50m, 前后坡度均为 1 : 5. 入射波参数、计算参数都和算例 2 相同. 图 7 给出了不同时刻相对于海面的密度的空间分布图, 在图中以海面的密度为 0. 从图 7 可以清晰地看到, 内波传播到潜堤上时波长明显地减少, 当内波通过潜堤后又有所恢复, 这是由内波的弥散关系所决定的. 在 $t = 4000s, 6000s$ 和 $8000s$ 时均可以看到内波将底层高密度的海水搅起并带上了潜堤, 这也说明了内波起着“深海搅拌器”^[23]的作用. 此外, 还可以看到潜堤前部的密度分布较原来也发生了变化, 不再是非常规则的正弦分布, 这是由于内波遇到潜堤后发生了一定的反射. 这些现象都符合我们的预期. 因此, 数值模拟的结果是可信的.

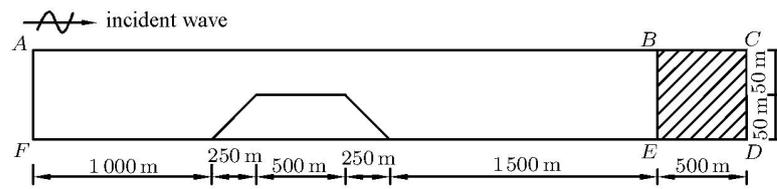


图 6 存在潜堤的水槽地形示意图

Fig.6 Sketch of the water flume with a submerged dike

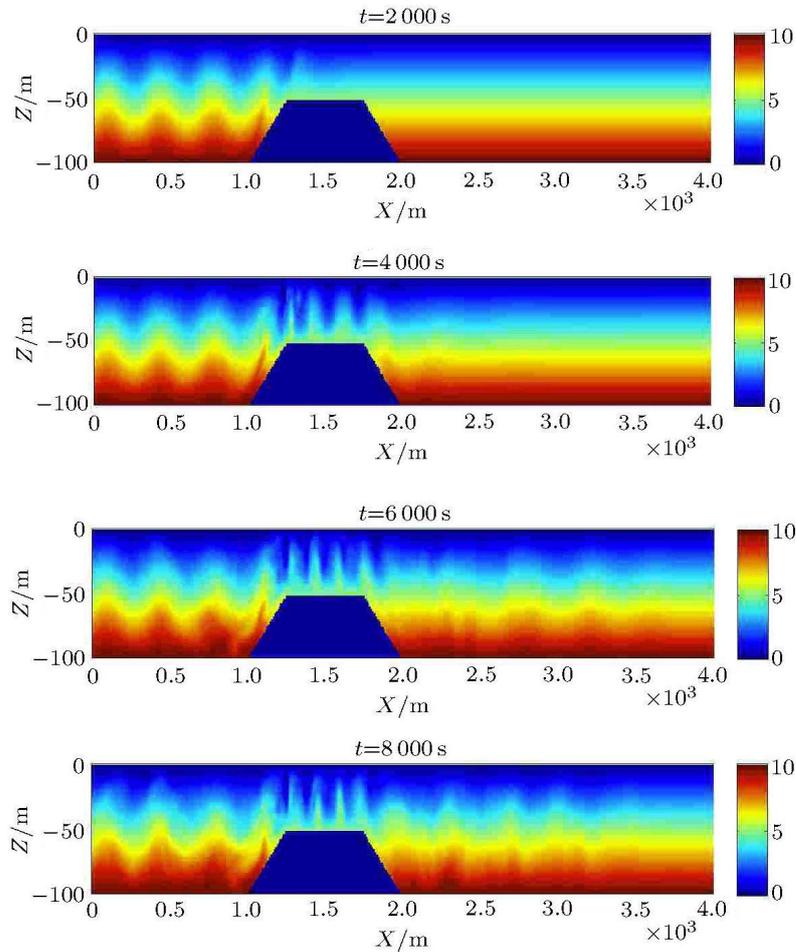


图 7 相对于海面的密度分布图

Fig.7 Distribution of the densities at different times relative to the one on the sea surface

4 结 语

基于 Euler 方程, 采用有限体积法, 建立了连续分层海洋中内波传播的数值模式. 在对密度连续分层的海洋中的内波进行数值计算时, 引入了 SIMPLE 算法. 为了使计算能够达到二阶精度, 对流项的处理使用 TVD 格式. 原始的 SIMPLE 算法在求解预估速度时采用的是隐式方法, 因此需要求解方程. 为了简化计算并方便地与多种 TVD 格式相适应, 本文直接利用假设的速度场计算出对流项, 从

而可以显式求解预估速度. 这样处理虽然有可能会增加迭代步数, 但是数值实验表明, 整体的计算速度不降反升. 在原始的 SIMPLE 算法中, 没有涉及到由于密度扰动而引起的静水压力的改变问题, 在本文则给出了由于密度扰动而引起的静压力场改变量的计算公式. 因此改进了 SIMPLE 算法. 出流边界的处理采用阻尼消波和 Sommerfeld 辐射条件相结合的方式. 通过在等深水域与小振幅内波理论解的比较, 发现数值解在稳定后和理论解基本一致;

经过长时间的计算后,也未发现有明显的反射现象,这说明本文所建立的数值模型能够较好地模拟等水深水域内波的传播.数值模拟了存在潜堤时内波的传播变形,不同时刻密度场的空间分布说明,当内波传播到潜堤上时,水深的减小导致了潜堤上内波的波长变小;海洋内部的波动将高密度的底层海水带上了潜堤,从而内波起了“深海搅拌器”的作用;在潜堤的反射作用下,潜堤前部的密度场不再呈现规则的正弦分布.这都说明计算结果合理可靠.因此,本文所建立的数值模式可以有效地模拟等水深和变化水深水域内波的传播和变形.在下一步的工作中,将进一步考虑黏性和自由表面的影响,并将曲线网格技术引入内波的数值计算中.

致谢 感谢 University College London 的 Guoxiong Wu 教授给本文提供的有益的建议.

参 考 文 献

- 1 方欣华, 王景明. 海洋内波研究现状简介. 力学进展, 1986, 16(3): 319-330 (Fang Xinhua, Wang Jingming. A review on oceanic internal waves. *Advances in Mechanics*, 1986, 16(3): 319-330 (in Chinese))
- 2 刘成鑫, 纪友亮, 胡喜锋. 内潮汐和内波沉积研究现状与展望. 海洋地质动态, 2005, 21(3): 6-11 (Liu Chengxin, Ji Youliang, Hu Xifeng. Research status and perspective of internal tide and internal wave deposits. *Marine Geology Letters*, 2005, 21(3): 6-11 (in Chinese))
- 3 蔡树群, 甘子钧, 龙小敏. 南海北部孤立子内波的一些特征和演变. 科学通报, 2001, 46(15): 1245-1250 (Cai Shuqun, Gan Zijun, Long Xiaomin. Some characteristics and evolution of internal solitons in the northern South China Sea. *Chinese Science Bulletin*, 2001, 46(15): 1245-1250 (in Chinese))
- 4 姜加虎, 杨锡臣, 汪宪枢. 抚仙湖内波数值模拟. 水科学进展, 1994, 5(1): 31-39 (Jiang Jiahu, Yang Xichen, Wang Xiachen. Numerical simulation of internal waves in Lake Fuxian. *Advances in Water Science*, 1994, 5(1): 31-39 (in Chinese))
- 5 方国洪, 李鸿雁, 杜涛. 内潮的一种分层三维数值模式. 海洋科学集刊, 1997, 38(1): 1-15 (Fang Guohong, Li Hongyan, Du Tao. A layered 3-D numerical ocean model for simulation of internal tides. *Studia Marina Sinica*, 1997, 38(1): 1-15 (in Chinese))
- 6 Fringer OB, Street RL. The dynamics of breaking progressive interfacial waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, 494: 319-353
- 7 李德筠, 王日新, 沈国光等. 连续分层重力内波的数学模型及其传播模式. 天津大学学报, 1996, 29(6): 865-873 (Li Dejun, Wang Rixin, Shen Guoguang, et al. Numerical method and propagation model on internal wave with continuous stratification. *Journal of Tianjin University*, 1996, 29(6): 865-873 (in Chinese))
- 8 刘国涛, 尚晓东, 陈桂英等. 连续层化流体中内波破碎的动力学机制的数值研究. 热带海洋学报, 2009, 28(1): 1-8 (Liu Guotao, Shang Xiaodong, Chen Guiying, et al. A numerical study of dynamical mechanism of induced internal waves breaking in continual stratified fluids. *Journal of Tropical Oceanography*, 2009, 28(1): 1-8 (in Chinese))
- 9 Aigner A, Grimshaw R. Numerical simulations of the flow of a continuously stratified fluid, incorporating inertial effects. *Fluid Dynamics Research*, 2001, 28(5): 323-347
- 10 Lamb KG. Numerical simulations of stratified inviscid flow over a smooth obstacle. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 260: 1-22
- 11 Bell JB, Marcus DL. A second order projection method for variable-density flow. *Journal of Computational Physics*, 1992, 101(2): 334-348
- 12 Bell JB, Colella P, Glaz HM. A second order projection method for the incompressible Navier Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 1989, 85(2): 257-283
- 13 Patankar SV, Spalding DB. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1972, 15(10): 1787-1806
- 14 张学学, 张超, 刘静. 微重力条件下管肋式空间辐射器的传热分析. 清华大学学报(自然科学版), 1997, 37(2): 55-58 (Zhang Xuexue, Zhang Chao, Liu Jing. Investigations on heat transfer in a fin-tube radiator under micro-gravity. *Journal of Tsinghua University (Sci & Tech)*, 1997, 37(2): 55-58 (in Chinese))
- 15 赵国智, 孔凡让, 占惊春等. 基于 SIMPLE 算法的湍流场数值模拟. 水电能源科学, 2007, 25(3): 100-102 (Zhao Guozhi, Kong Fanrang, Zhan Jingchun, et al. Numerical simulation of turbulent flow field based on SIMPLE algorithm. *Water Resources and Power*, 2007, 25(3): 100-102 (in Chinese))
- 16 柏威, 鄂学全. 用非结构网格研究旋转振荡圆柱绕流. 力学学报, 2004, 36(4): 466-471 (Bai Wei, E Xuequan. Flow past a rotating circular cylinder by FVM based on unstructured meshes. *Acta Mechanica Sinica*, 2004, 36(4): 466-471 (in Chinese))
- 17 林伟波. 密度分层流中的浮射流模拟. 华东师范大学学报(自然科学版), 2009, 41(3): 56-62 (Lin Weibo. Simulation of buoyant flow in density-stratified flow. *Journal of East China Normal University (Natural Science)*, 2009, 41(3): 56-62 (in Chinese))
- 18 Paisley MF. Multigrid computation of stratified flow over two-dimensional obstacles. *Journal of Computational Physics*, 1997, 136(2): 411-424
- 19 Kämpf J. Advanced Ocean Modeling Using Open-source Software. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2010
- 20 Fringer OB, Armfield SW, Street RL. Reducing numerical diffusion in interfacial gravity wave simulations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2005, 49(3): 301-329
- 21 韩朋, 任冰, 李雪临等. 基于 VOF 方法的不规则波数值波浪水槽的阻尼消波研究. 水道港口, 2009, 30(1): 9-13 (Han Peng, Ren Bing, Li Xuelin, et al. Study on damping absorber for the irregular waves based on VOF method. *Journal of*

- Waterway and Harbor*, 2009, 30(1): 9-13 (in Chinese))
- 22 叶安乐, 李凤岐. 物理海洋学. 青岛: 青岛海洋大学出版社, 1992
(Ye Anle, Li Fengqi. Physical Oceanography. Qingdao: Qingdao Ocean University Press, 1992 (in Chinese))
- 23 李家春. 水面下的波浪 —— 海洋内波. 力学与实践, 2005, 27(2): 1-6 (Li Jiachun. Billow under the sea surface— internal waves in the ocean. *Mechanics in Engineering*, 2005, 27(2): 1-6 (in Chinese))

DOI: 10.6052/0459-1879-12-195

(责任编辑: 周冬冬)

A NUMERICAL MODEL FOR INTERNAL WAVE PROPAGATION IN CONTINUOUSLY STRATIFIED OCEAN¹⁾

Zhang Hongsheng^{*,†,2)} Gu Junbo^{†,**} Jia Haiqing^{*} Gu Biao^{††}

^{*}(Ocean Environmental and Engineering College, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China)

[†](State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

^{**}(East China Electric Power Design Institute of China Power Engineering Consulting Group, Shanghai 200063, China)

^{††}(AVIC 605th Research Institute, Hubei, Jingmen 448035, China)

Abstract Based on the Euler equations, the finite volume method is employed to develop a numerical model for the internal wave propagation in continuously stratified ocean with variable water depth. The convection terms are discretized with the total variation diminishing (TVD) scheme to make the numerical scheme accurate up to second order, and the SIMPLE algorithm is used in the present numerical scheme. In order to simplify the calculation process and easily adapt to different TVD schemes, the adopted semi-implicit method for pressure linked equations (SIMPLE) algorithm is modified. The predicted velocity fields are calculated with the explicit scheme, instead of the implicit scheme, which is traditionally adopted in the SIMPLE algorithm. Also, the varieties of the hydrostatic pressure due to the density disturbances are not involved in the original SIMPLE algorithm, but they are involved and resolved in this paper. Thus, the SIMPLE algorithm is further developed. The open boundary at the far end is dealt with a sponge layer combined with the Sommerfield's radiation condition. The numerical results with constant depth are compared to the analytical solutions and good agreements are found, and the calculated spatial distributions of the density fields with a submerged dike at different moments are analyzed in details. It is shown that the present numerical model can effectively simulate the propagation of internal wave.

Key words internal wave, continuous stratified fluid, finite volume method, numerical simulation, SIMPLE algorithm

Received 16 March 2012, revised 20 June 2012.

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China(51079082), the LRET Through the Joint centre Involving University College London, Shanghai Jiaotong University and Harbin Engineering University, State Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University (GP010818), and the Aeronautical Science Foundation of China (08A05002).

2) E-mail: hszhang@shmtu.edu.cn