

自适应奇异值分解瞬变信号检测研究

徐彦凯* 双凯

(中国石油大学(北京)地球物理与信息工程学院 北京 102200)

摘要: 该文介绍了奇异值分解检测信号的原理,研究了井下电磁脉冲数据传输中接收到的瞬变信号和噪声的奇异值分布特性,提出了相邻奇异值增量的概念,并根据瞬变信号和噪声相邻奇异值增量的不同,区分信号与噪声。在此基础上,提出了自适应选择主奇异值个数的奇异值分解检测瞬变信号的方法,并给出该方法检测瞬变信号的具体流程。仿真结果表明,与传统奇异值分解相比,该方法检测微弱瞬变信号更准确。

关键词: 信号检测; 瞬变信号; 自适应奇异值分解; 奇异值增量

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)03-0583-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00649

Detection of Transient Signal Based on Adaptive Singular Value Decomposition

Xu Yan-kai Shuang Kai

(College of Geophysics and Information Engineering, China University of Petroleum (Beijing), Beijing 102200, China)

Abstract: This paper introduces the principle of signal detection by Singular Value Decomposition (SVD), and discusses the singular value's distribution characteristics of the transient signal and Gauss white noise which received from electromagnetic-pulse along the well bore. Then the definition of singular value increment is given, and the signal is distinguished easily from noise according to those singular value increment's differences. On this basis, an adaptive singular value decomposition method based on selection of main singular value using singular value increment is proposed for the detection of transient signal, and the detailed flowchart of the method is illustrated. Simulation results demonstrate that, the proposed method has a good effect on distinguishing the transient faint signal from noise and the performance outperforms the typical SVD.

Key words: Signal detection; Transient signal; Adaptive Singular Value Decomposition (SVD); Singular value increment

1 引言

采用电磁脉冲方式实现油气井下数据传输时,接收信号属于瞬变信号。由于传输距离远,接收到的微弱有用信号往往被环境噪声淹没。因此,有效检测瞬变弱信号是电磁脉冲数据传输的关键技术之一。奇异值分解是一种代数特征提取方法,该技术被广泛应用于数字水印^[1,2]、数据压缩^[3]、模式识别、图像降噪^[4]、故障和缺陷诊断^[5,6]以及弱信号提取等领域。奇异值分解的关键是根据需解决的问题和信号特征合理选取主奇异值个数。

本文首先研究了瞬变信号和噪声奇异值的分布特性,提出了相邻奇异值增量概念。然后根据瞬变信号和噪声相邻奇异值增量的不同特征提出一种自适应选择主奇异值个数及自适应奇异值分解方法,

并给出该方法检测瞬变信号的具体流程。最后,通过仿真实验验证了该方法能有效地检测瞬变信号。

2 奇异值分解信号检测原理

2.1 奇异值分解定理

设矩阵 $\mathbf{A}_{K \times J}$ ($K \leq J$) 的秩为 r , 则存在两正交矩阵 \mathbf{U} , \mathbf{V} 和对角矩阵 \mathbf{D} , 使式(1)成立^[7]:

$$\mathbf{A}_{K \times J} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_K], \quad \mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \Delta & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_J], \quad \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}$$

$$\Delta = \text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r], \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$$

σ_i 是矩阵 \mathbf{A} 的奇异值, $\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i$ 是 σ_i 的特征向量, $\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$ 为特征项。

2.2 奇异值分解的信号检测证明

通常, 被测信号 $x(n)$ 包含有用信号 $s(n)$ 和加性噪声 $w(n)$, 即

$$x(n) = s(n) + w(n) \quad (2)$$

2013-05-09 收到, 2013-10-22 改回

国家自然科学基金(61072074)和中国石油大学(北京)基金(KYJJ2012-05-35)资助课题

*通信作者: 徐彦凯 xuyk163@163.com

由式(2)得

$$\mathbf{H}_x = \mathbf{H}_s + \mathbf{H}_w \quad (3)$$

$\mathbf{H}_x, \mathbf{H}_s, \mathbf{H}_w$ 分别为 $x(n), s(n), w(n)$ 构造的Hankle矩阵。通常矩阵 \mathbf{A} 为Hankle矩阵 \mathbf{H} [8]:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_{J-1} \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_J \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{K-1} & x_K & \cdots & x_{K+J-2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

由式(1)可知:

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{V} \mathbf{D}^T \mathbf{U}^T = \mathbf{U} \mathbf{D}^2 \mathbf{U}^T \quad (5)$$

由式(3)可知:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_x \cdot \mathbf{H}_x^T &= (\mathbf{H}_s + \mathbf{H}_w)(\mathbf{H}_s + \mathbf{H}_w)^T \\ &= \mathbf{H}_s \cdot \mathbf{H}_s^T + \mathbf{H}_w \cdot \mathbf{H}_w^T \end{aligned} \quad (6)$$

\mathbf{H}_s 的奇异值为 $\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \dots, \sigma_{sr}, r < K$, 均值为零, 方差为 σ_n^2 的白噪声满足:

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} w(n)w(n+m) = \begin{cases} \sigma_n^2, & m=0 \\ 0, & m \neq 0 \end{cases} \quad (7)$$

由式(4)得[9]

$$\mathbf{H}_w \mathbf{H}_w^T = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{J-1} w^2(n) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{n=K-1}^{J+K-2} w^2(n) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(7)代入式(8), 通常得到, \mathbf{H}_w 有 K 个相等的奇异值 σ_w :

$$\sigma_w^2 = \sum_{n=i}^{i+J-1} w^2(n) = J\sigma_n^2 \quad (9)$$

由式(5), 式(6)和式(9)得[10]:

$$\sigma_{xi}^2 = \sigma_{si}^2 + J\sigma_n^2 \quad (10)$$

式(10)表明奇异值分解得到的大奇异值与信号相关[11], 因此奇异值分解可以从加噪信号中提取原信号的主要分量, 从而实现信号检测。

应用奇异值分解的信号检测中, 主奇异值个数的选择非常重要。过大难以有效滤除混在信号中的噪声, 过小则滤掉了信号成分。常用方法首先由奇异值定义一个变量, 该变量的定义形式有:

(1)定义归一化奇异值[11]:

$$\bar{\sigma}_i = \sigma_i / \sigma_1 \quad (11)$$

(2)定义归一化奇异值能量[12]:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \sigma_i^2 / \sum_{i=1}^K \sigma_i^2 \quad (12)$$

(3)定义奇异值熵[8]:

$$P_i = \left(\sigma_i / \sum_{i=1}^K \sigma_i \right) \lg \left(\sigma_i / \sum_{i=1}^K \sigma_i \right) \quad (13)$$

然后凭经验选取一个小于 1 的正数作为阈值, 将大于阈值的 $\bar{\sigma}_i$ (或者 $\bar{\sigma}_i^2, P_i$) 对应奇异值保留。该方法应用到信号检测中存在的问题是: 若某段时间接收信号中无有用信号, 保留的主奇异值个数会更多, 则影响输出信噪比和检测效果。因此本文研究了瞬变信号和噪声奇异值的分布特性, 提出了自适应地选择主奇异值个数及自适应奇异值分解检测瞬变信号的方法。

3 瞬变信号和噪声奇异值分布

井下电磁脉冲数据传输时, 接收信号 $x(t)$ 的模型可以用式(2)描述。

3.1 瞬变信号奇异值分布

传输中的有用数字信号 $s(t)$ 是一个持续时间短的瞬变信号, 其数学模型为

$$s(t) = \begin{cases} B(1 - e^{-\alpha t}) \cos \omega t, & t \leq t_0 \\ B e^{-\alpha(t-t_0)} \cos \omega t, & t > t_0 \end{cases} \quad (14)$$

其中 B 为信号幅度; ω 为振荡频率; α 为衰减因子, 决定暂态过程的持续时间, 其持续时间由电路参数决定。本实验中采用的参数 $B = 1 \text{ V}$, $\alpha = 15$, $\omega = 4.7 \times 10^5 \text{ rad/s}$, 采样率 $f_s = 1 \times 10^6 \text{ Hz}$, 波形如图1(a)所示。根据式(4)由瞬变信号序列 $s(n)$ 构造Hankle矩阵 \mathbf{H}_s 并做奇异值分解, 其中参数为: $K = 22, J = 23, N = 44$, 得到如图1(b)所示的奇异值 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{22}$ 。

由图1(b)可以看出, 前6个奇异值集中了信号的主要成分; 进一步研究发现: 信号相邻奇异值的差值[8,13]更能反映该瞬变信号的特征, 因此定义相邻奇异值增量为

$$\Delta \sigma_i = \sigma_i - \sigma_{i+1} \quad (15)$$

由式(15)计算得到图1(a)信号的相邻奇异值增量如图1(c)所示。由图1(c)可以看出, 信号的第2个和第3个奇异值的增量 $\Delta \sigma_2$ 最大, 其值为 2.39。

由于瞬变信号的主要成分集中在前几个奇异值上, $\Delta \sigma_i$ 是奇异值的差分, 可以反映瞬变信号中分量突变程度, 因此会出现一个大的相邻奇异值增量。瞬变信号的该奇异值特点可以用式(16)表示:

$$\Delta \sigma_{sm} > \sigma_{s1} / (K - 1) \quad (16)$$

其中 σ_{s1} 是瞬变信号的最大奇异值, $\Delta \sigma_{sm}$ 是瞬变信号的最大奇异值增量。图1中数据 $2.39 > \sigma_{s1} / (K - 1) = 0.183$ 满足式(16)。

3.2 噪声奇异值分布

井下数据传输时, 接收信号中的噪声主要有两大类: 井下钻井环境产生的噪声和电子器件产生的电子噪声。在钻井环境中, 钻头、井底钻具组合、井内流动的泥浆都是噪声源, 这类钻井噪声中主要成分的频率都很低, 频率范围为 $1 \sim 4 \text{ kHz}$ 。电子器件产生的电子噪声是一种高斯白噪声[14]。

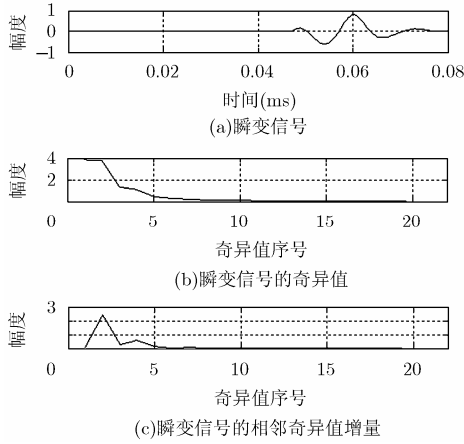


图1 瞬变信号奇异值及其增量

由于钻井噪声可通过滤波方法去除，所以在此只考虑无法直接滤除的高斯白噪声 $w(n)$ 。将 $w(n)$ 构造出行数 K ，列数 J 的 Hankle 矩阵 H_w 。由式(5)可知：

$$D_w^2 = \text{diag}[\sigma_{w1}^2, \sigma_{w2}^2, \dots, \sigma_{wK}^2] \quad (17)$$

由式(8)和式(17)相等可以得出， $\sigma_{w1}^2, \sigma_{w2}^2, \dots, \sigma_{wK}^2$ 是 $\sum_{n=0}^{J-1} w^2(n), \sum_{n=1}^J w^2(n), \dots, \sum_{n=K-1}^{J+K-2} w^2(n)$ 按大到小的排列。

设 $x = \sum_{n=i}^{J-1+i} w^2(n) / \sigma_n^2 = \sigma_w^2 / \sigma_n^2$ ，则 x 服从自由度为 J 的 χ^2 分布， J 较大时， x 可近似均值为 J ，方差为 $2J$ 的正态分布。

设 $y = (x - J) / \sqrt{2J}$ ，则 y 为标准正态分布。设 y 的概率 p 的分位数为 u_p ，上侧分位数为 u_a ，则 u_p 和 u_a 的关系为

$$u_p = \begin{cases} -u_a, & 0 < p < 0.5; p = a \\ 0, & p = 0.5 \\ u_a, & 0.5 < p < 1; p = 1 - a \end{cases} \quad (18)$$

由山内的近似式可知^[15]：

$$u_a \approx \sqrt{z \left(2.0611786 - \frac{5.7262204}{z + 11.640595} \right)} \quad (19)$$

其中 $z = -\ln[4a(1-a)]$ 。所以， x 的 p 分位数 $u_{xp} = \sqrt{2J}u_p + J$ 。 σ_w 的 p 分位数 u_{wp} 为

$$u_{wp} = \sigma_n \sqrt{u_{xp}} = \sigma_n \sqrt{\sqrt{2J}u_p + J} \quad (20)$$

式(18)~式(20)描述了高斯噪声奇异值 σ_w 的分位数 u_{wp} 与概率 p 的关系，因此可以认为 σ_w 分布在以 $\sqrt{J}\sigma_n$ 为中心且所有取值都大于零的区间内。

由式(18)~式(20)计算出 $\sigma_n^2 = -15$ dBW， $J = 100$ 时的噪声奇异值 σ_w 的分位数 u_{wp} 随 p 的变化曲线如图2所示。可以看出，当 $0.050 < p < 0.975$ 时， σ_w 取值范围大致为 $[1.55, 2.00]$ 。在此范围内， u_{wp} 随 p 近似线性关系，即曲线的斜率 Δu_{wp} 为常数。

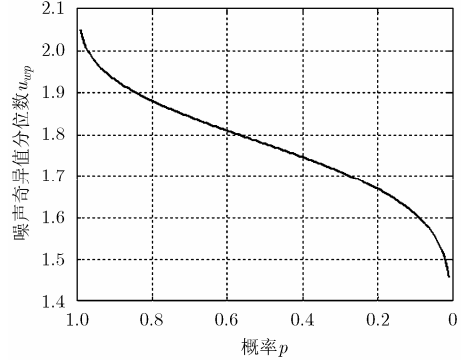


图2 噪声奇异值分位数 u_{wp} 随 p 的变化曲线

σ_w 的分位数 u_{wp} 随 p 的关系与噪声奇异值 σ_{wi} 与序号 i 的关系相对应。因此，噪声的 K 个奇异值 $\sigma_{w1}, \sigma_{w2}, \dots, \sigma_{wK}$ 中，除了 2.5% 较大和 5% 较小值，其余部分可以认为 σ_{wi} 随 i 均匀递减，即 $\Delta\sigma_{wi}$ 近似为常数。因此可得：

$$\Delta\bar{\sigma}_{wi} \approx (\bar{\sigma}_{w1} - \bar{\sigma}_{wK}) / (K - 1) < \bar{\sigma}_{w1} / (K - 1) \quad (21)$$

其中 $\Delta\bar{\sigma}_{wi}$ 是噪声相邻奇异值增量的统计平均， $\bar{\sigma}_{w1}$ 是噪声最大奇异值的统计平均， $\bar{\sigma}_{wK}$ 是噪声最小奇异值的统计平均。

为了验证理论的正确性，对如图3(a)的 $\sigma_n^2 = -15$ dBW 高斯噪声做 $K = 22, J = 100$ 的奇异值分解，得到如图3(b)的奇异值和图3(c)的奇异值增量。可以看出，图3(b)噪声奇异值的取值范围，取值由大到小的排序规则与图2近似一致；图3(c)噪声相邻奇异值增量随序号的变化近似符合图2曲线的斜率。

4 自适应奇异值分解瞬变信号检测

由式(16)和式(21)可得，瞬变信号和噪声奇异值和奇异值增量具有如下关系：

$$\frac{\sigma_{s1}}{\bar{\sigma}_{w1}} < \frac{\Delta\sigma_{sm}}{\Delta\bar{\sigma}_{wi}} \quad (22)$$

图1中 $\sigma_{s1} = 3.85, \Delta\sigma_{sm} = 2.39$ ；图3中 $\sigma_n^2 = -15$ dBW， $K = 22, J = 100$ 时的 $\bar{\sigma}_{w1} = 2.09, \Delta\bar{\sigma}_{wi} = (2.09 - 1.07) / 21 = 0.05, \sigma_{s1} / \bar{\sigma}_{w1} = 1.67, \Delta\sigma_{sm} /$

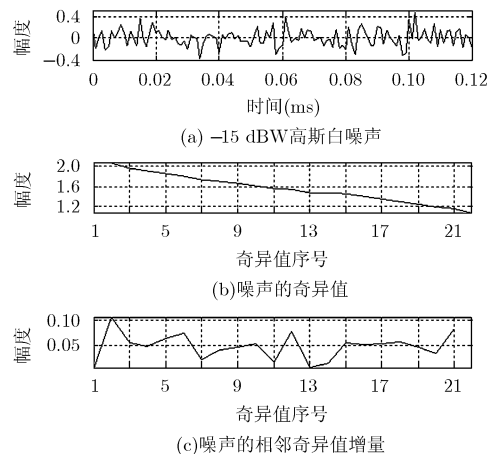


图3 噪声奇异值及其增量

$\Delta\bar{\sigma}_{wi} = 47.8$ 。仿真量的计算结果进一步验证了式(22)的正确性。

式(22)表明，瞬变信号的最大奇异值增量与噪声的平均奇异值增量的比值大于瞬变信号和噪声最大奇异值的比值。因此，应用瞬变信号和噪声的相邻奇异值增量的不同，能更好地区分瞬变信号和噪声，可以自适应地确定主奇异值个数，进而去掉噪声奇异值。具体方法是：首先确定瞬变信号最大奇异值增量的幅度和序号，根据幅度和序号确定幅度阈值和序号阈值；然后计算加噪信号的奇异值增量，将序号阈值内的奇异值增量与幅度阈值比较。若有这样的奇异值增量，则其中最大奇异值增量序号作为主奇异值个数，保留主奇异值并将其它置零；若没有，则将所有奇异值都置零。在自适应确定主奇异值个数基础上，得到自适应奇异值分解检测瞬变信号方法，具体流程如图4所示。

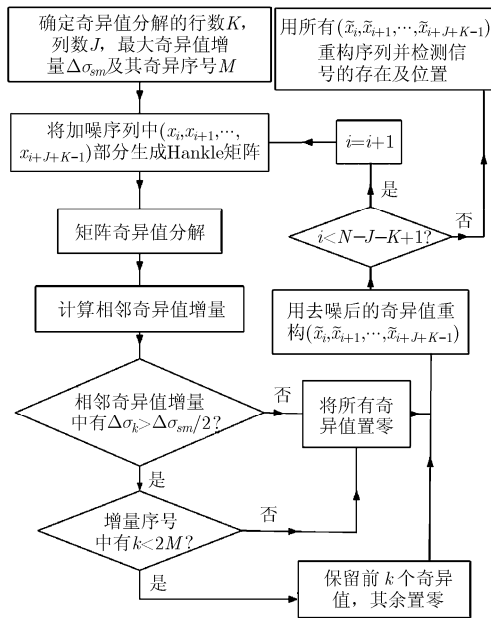


图4 自适应奇异值分解检测瞬变信号流程

5 仿真与分析

本仿真采用的信号如图5(a)，其中码元周期为0.1 ms，数字信号‘1’用图1(a)的瞬变信号表示，数字信号‘0’用零电平表示，图5(b)是混入高斯白噪声且信噪比为-2.5 dB的加噪信号。对图5(b)进行奇异值分解降噪，参数 $K = 22, J = 23, N = 44$ ，信号的总长度 $L = 2048$ 。采用式(13)~式(15)保留的主奇异值个数分别如图6(a)~图6(c)，对应奇异值分解降噪的重建信号分别如图5(c)~图5(e)。采用本文的自适应方法保留的主奇异值个数如图6(d)，对应自适应奇异值分解的重建信号如图5(f)。

由图6(a)~图6(d)看出，当被测信号中有瞬变信号时，自适应方法保留的主奇异值个数大约有2个；无瞬变信号时，自适应方法保留的主奇异值个数几乎为零，而采用式(13)~式(15)保留主奇异值个数仍较多。

比较图5(c)~图5(f)可以看出，采用式(13)~式(15)的奇异值分解重建信号虽然都能实现降噪和检测信号，但在没有瞬变信号的时间段，重建信号中仍存在噪声；而奇异值增量自适应奇异值分解方法可以很好地解决上述问题，降噪和检测效果更佳。

在上述试验基础上，进一步比较强噪声下几种方法的降噪和检测效果。试验中信号如图7(a)，信噪比为-8.5 dB的加噪信号如图7(b)，图7(c)~图7(f)为4种SVD方法对应的重建信号，图8(a)~图8(d)为对应确定的主奇异值个数。

比较图7(c)~图7(f)以及图8(a)~图8(d)可以看出：当噪声较强且没有瞬变信号时，利用3种奇异值方法保留的奇异值个数都较多，因此，图7(c)~图7(e)重建信号信噪比小，而且会出现虚警。如

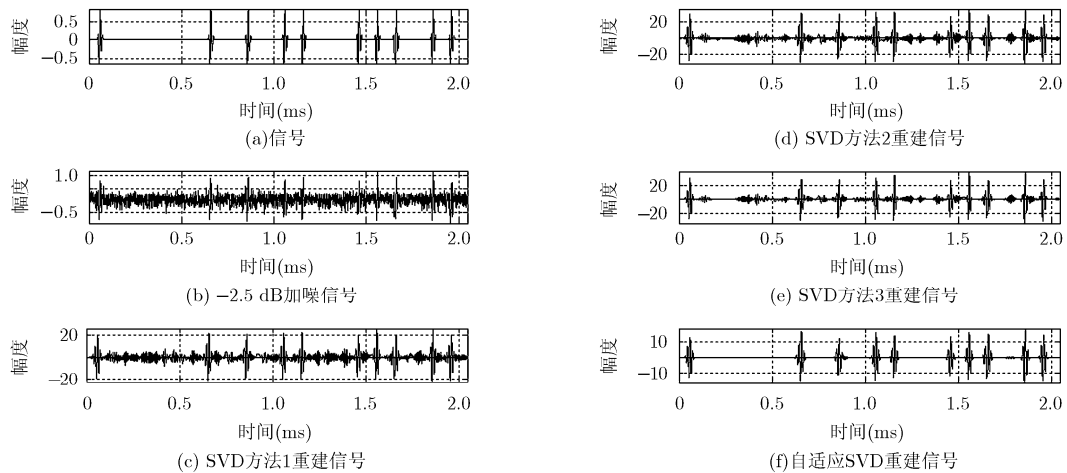


图5 -2.5 dB加噪信号的SVD和自适应SVD降噪效果

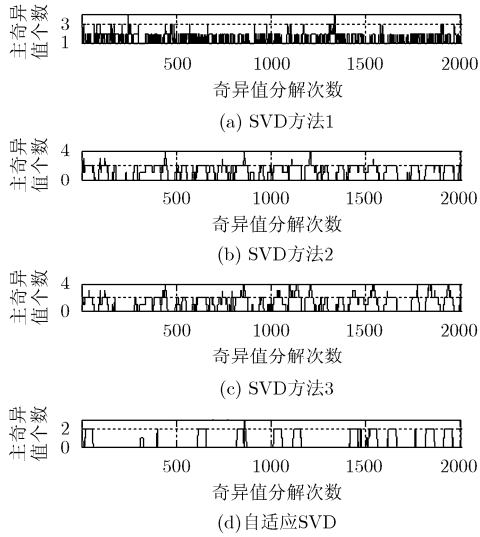


图6 -2.5 dB 下4种SVD方法确定的主奇异值个数

(0.5~0.6) ms 处没有信号,但在相应位置重构信号的幅度较大。采用奇异值增量自适应方法得到的重建信号图 7(f)中不仅没有虚警,而且信噪比明显大于图 7(c)~图 7(e)。

6 结束语

本文通过分析瞬变信号和噪声奇异值特点,提出奇异值增量概念。在研究瞬变信号和噪声的奇异值增量特性基础上提出基于最大奇异值增量自适应确定主奇异值个数的奇异值分解降噪和检测瞬变信号方法。仿真结果表明:针对瞬变信号检测而言,与传统奇异值分解方法相比,利用本文提出的方法降噪后信噪比高,检测效果佳,而且强噪声环境下检测效果更加明显。

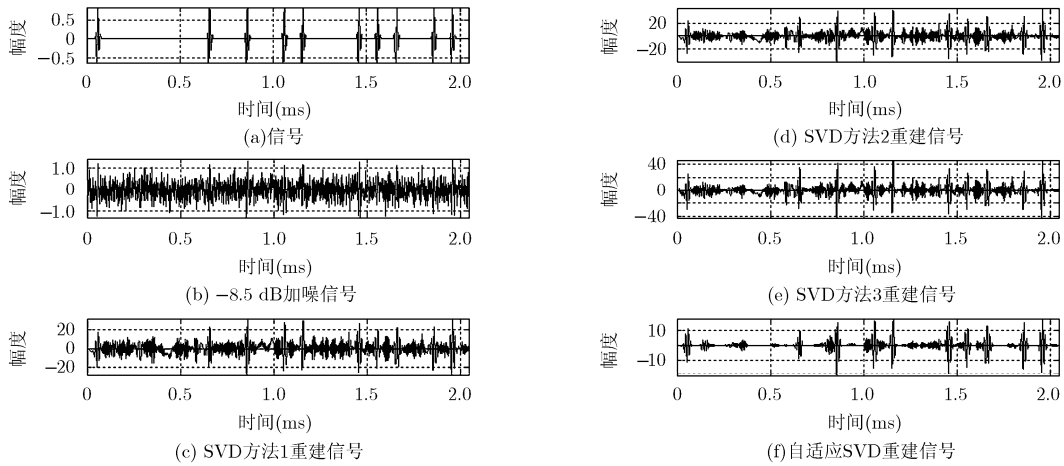


图7 -8.5 dB 加噪信号的SVD和自适应SVD降噪效果

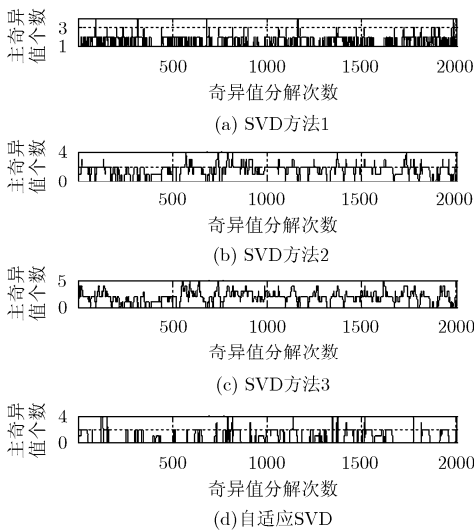


图8 -8.5 dB 下4种SVD方法确定的主奇异值个数

参考文献

- [1] Ling Huo-chong, Phan R C W, and Heng Swee-huay. On the security of a hybrid watermarking algorithm based on singular value decomposition and Radon transform[J]. *International Journal of Electronics and Communications*, 2011, 65(11): 958-960.
- [2] Lei Bai-ying, Soon Ing-yann, Zhou Feng, et al. A robust audio watermarking scheme based on lifting wavelet transform and singular value decomposition[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(9): 1985-2001.
- [3] Ahmed S M, Alzoubi Q, and Abozahhad M. A hybrid ECG compression algorithm based on singular value decomposition and discrete wavelet transform[J]. *Journal of Medical Engineering and Technology*, 2007, 31(1): 54-61.
- [4] Shih Y T, Chien C S, and Chuang C Y. An adaptive

- parameterized block-based singular value decomposition for image de-noising and compression[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2012, 218(21): 10370-10385.
- [5] Feuillet V, Ibos L, Fois M, *et al.* Defect detection and characterization in composite materials using square pulse thermography coupled with singular value decomposition analysis and thermal quadrupole modeling[J]. *Nondestructive Testing and Evaluation International*, 2012, 5: 58-67.
- [6] Wang Fei, Xu Fei-yun, and Wang Hai-jun. Local hierarchical non-negative tensor factorization and its application in machinery fault diagnosis[J]. *Journal of Southeast University (English Edition)*, 2011, 27(4): 394-399.
- [7] Cong Fei-yun, Chen Jin, Dong Guang-ming, *et al.* Short-time matrix series based singular value decomposition for rolling bearing fault diagnosis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, 34(1): 218-230.
- [8] Zhao Xue-zhi and Ye Bang-yan. Selection of effective singular values using difference spectrum and its application to fault diagnosis of headstock[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25(5): 1617-1631.
- [9] 周新鹏, 韩峰, 魏国华, 等. 基于噪声子空间奇异值的信号分量数目估计[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(9): 2039-2044.
Zhou Xin-peng, Han Feng, Wei Guo-hua, *et al.* Estimation of the number of signal components based on singular values of noise subspace[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(9): 2039-2044.
- [10] 刘松, 张水莲, 李世凯, 等. 一种低信噪比损失 SVD 滤波部分频带干扰抑制算法[J]. 电路与系统学报, 2013, 18(1): 70-75.
Liu Song, Zhang Shui-lian, Li Shi-kai, *et al.* A low distortion algorithm based singular value decomposition for partial-band interference rejection[J]. *Journal of Circuits and Systems*, 2013, 18(1): 70-75.
- [11] 陈希信, 黄银河. 基于矩阵奇异值分解的高频雷达瞬态干扰抑制[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(12): 1879-1882.
Chen Xi-xin and Huang Yin-he. A SVD-based approach of suppressing transient interference in high frequency radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2005, 27(12): 1879-1882.
- [12] 汤宝平, 蒋永华, 姚金宝. 基于重分配魏格纳时频谱和SVD的故障诊断[J]. 振动, 测试与诊断, 2012, 32(2): 301-305.
Tang Bao-ping, Jiang Yong-hua, and Yao Jin-bao. Fault diagnosis based on reassigned Wigner-Ville distribution spectrogram and SVD[J]. *Journal of Vibration Measurement & Diagnosis*, 2012, 32(2): 301-305.
- [13] 何田, 刘献栋, 陈亚农, 等. 基于奇异值差的转静件碰摩故障诊断方法研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2296-2301.
He Tian, Liu Xian-dong, Chen Ya-nong, *et al.* Method for diagnosing rub fault of rotor-stator based on differences of singularly values[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2009, 24(10): 2296-2301.
- [14] 肖红兵, 杨锦舟, 鞠晓东, 等. V 系统在随钻声波测井数据降噪中的应用[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2009, 33(2): 58-62.
Xiao Hong-bing, Yang Jin-zhou, Ju Xiao-dong, *et al.* Application of V-system in acoustic logging while drilling data de-noising[J]. *Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science)*, 2009, 33(2): 58-62.
- [15] 高惠璇. 统计计算[M]. 第1版, 北京: 北京大学出版社, 1995: 57-60.
- 徐彦凯: 女, 1974年生, 讲师, 博士生, 研究方向为软件无线电及信号处理.
双凯: 男, 1956年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为数字信号处理和现代数字处理系统设计.