



国家精品课程

国家“十一五”规划教材

OPTICS

光学

第七章

山东大学信息学院光学系

蔡履中

主讲

2010, 12



第七章 光的量子性

7.1 黑体辐射

7.2 光的粒子性及其实验基础

7.3 光的波粒二象性



§ 7.1 黑体辐射

7.1.1 两种不同形式的辐射

辐射——物体向外发出、放射能量，能量转移的一种形式

一. 发光

与物体原子（分子）内部运动状态发生变化相联系的辐射形式叫发光。

例如，原子受某种能量激励到激发态，再回到较低能态时发出辐射

一般是线、带状谱

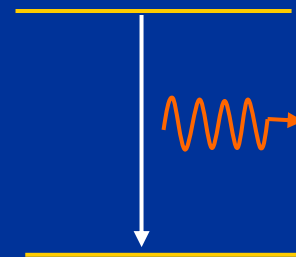
种类：电致发光（霓虹灯）

光致发光（日光灯）

化学发光（萤火虫）

阴极射线致发光（阴极射线管）

热致发光（食盐在火焰中发钠黄光）等





二. 热辐射

起因：物体内部分子、原子具有**热运动**（或具有一定温度）

辐射形式是**电磁波**，**连续谱**。

辐射中**原子、分子内部运动状态不发生变化**

是热量传递的一种方式

辐射源，辐射场，场中存在**各种频率、向各方向传播的电磁波**

一般辐射吸收同时存在

物体温度 > 环境温度	辐射 > 吸收	放出能量
物体温度 < 环境温度	辐射 < 吸收	吸收能量
物体温度 = 环境温度	辐射 = 吸收	热平衡

注意：1. 只要 **$T > 0 \text{ K}$** ，不管周围环境如何，任何物体都有热辐射

2. 热辐射为**连续谱**，发光一般是**线、带状谱**



7.1.2 基尔霍夫热辐射定律

是热辐射基本定律之一. 为说明该定律, 先引进几个描述辐射的物理量

一. 与辐射场有关的几个物理量

1. 辐射场的能量密度 U 及其谱密度 $u(\nu)$

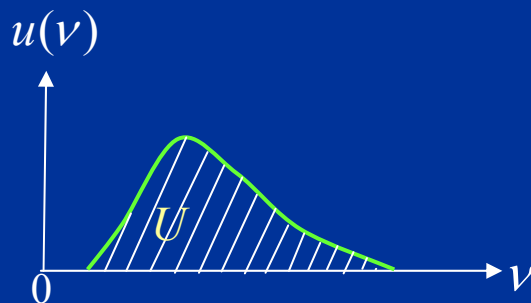
U : 辐射场中单位体积内 (各种频率) 的总辐射能, J/m^3

$u(\nu)$: 辐射场中单位体积内 ν 附近单位频率间隔中的辐射能, $\text{J}/\text{m}^3 \cdot \text{Hz}$

$\times \times$ 量的谱密度又称光谱 $\times \times$ 量

显然

$$U = \int_0^{\infty} u(\nu) d\nu$$





2. 辐射通量 Φ 及其谱密度 $\varphi(\nu)$

Φ : 单位时间内通过某一截面的辐射能, 即通过某一截面的辐射功率, W

$\varphi(\nu)$: 单位时间内通过某一截面 ν 附近单位频率间隔中的光谱辐射通量, W/Hz

$$\Phi = \int_0^{\infty} \varphi(\nu) d\nu$$

3. 辐射源的辐射出射度 (辐出度) R 及其谱密度 $r(\nu)$

R : 辐射源单位表面积发出的辐射通量, W/m^2

$r(\nu)$: 光谱辐出度, $\text{W/m}^2 \cdot \text{Hz}$

$$R = \int_0^{\infty} r(\nu) d\nu$$



4. 物体的辐照度 E 及其谱密度 $e(\nu)$

E : 照射到物体单位表面积上的辐射通量, W/m^2

$e(\nu)$: 光谱辐照度, $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{Hz}$

$$E = \int_0^{\infty} e(\nu) d\nu$$

5. 吸收率 A 及其谱密度 $a(\nu)$

$$A = \frac{\text{物体所吸收的辐射通量}}{\text{照射到物体上的辐射通量}} \quad \text{无量纲}$$

$$a(\nu): \text{光谱吸收率} \quad \text{无量纲}$$

(完全不吸收) $0 \leq A, a(\nu) \leq 1$ (完全吸收)



二. 基尔霍夫热辐射定律

1. 公式

$$\frac{r(\nu, T)}{a(\nu, T)} = f(\nu, T), \quad f(\nu, T) \text{ 为与物体无关的普适函数}$$

$$\frac{R(T)}{A(T)} = F(T), \quad F(T) \text{ 为与物体无关的普适函数}$$

2. 意义

总辐出度大的物体，其总的吸收率也大；

光谱辐出度大的物体，其光谱吸收率也大，

即物体对某波长辐射本领大，则对该波长吸收本领也大。

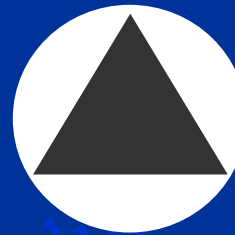


7.1.2 基尔霍夫热辐射定律

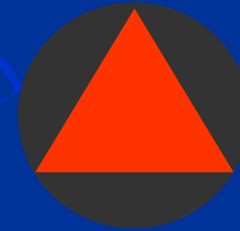
验证：瓷盘实验

现象

白瓷盘上涂黑漆三角



常温



高温

解释

白瓷面吸收率低反射率高

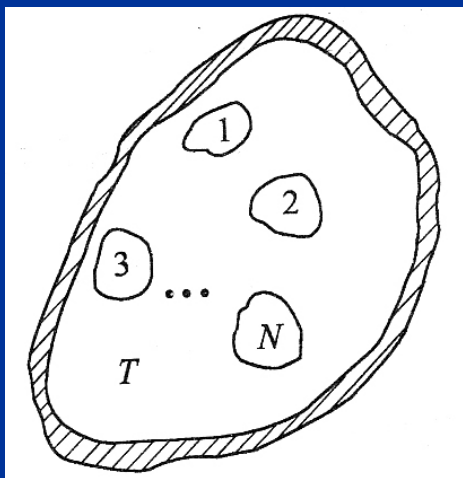
黑漆吸收率高反射率低

常温下辐射占次要地位，反射占主要地位。白底亮黑三角暗。

高温下辐射占主要地位，黑漆吸收率高辐射本领也强，故白底暗黑三角亮。



3. 证明



绝热腔中各物体经足够长时间后达到热平衡 T .
各物体在单位时间内单位表面积辐射能量等于
吸收能量, 用光谱量表示即为

$$r_1(\nu, T) = a_1(\nu, T)e_1(\nu, T)$$

$$r_2(\nu, T) = a_2(\nu, T)e_2(\nu, T)$$

.....

因平衡时腔内辐射场均匀、稳定、各向同性, 即 e 处处相同

$$e_1(\nu, T) = e_2(\nu, T) = \dots = e(\nu, T). \quad e(\nu, T) : \text{辐射场的光谱辐照度}$$

$$\text{所以} \quad \frac{r_1(\nu, T)}{a_1(\nu, T)} = \frac{r_2(\nu, T)}{a_2(\nu, T)} = \dots = e(\nu, T)$$

这样也证明了普适函数 $f(\nu, T) = e(\nu, T)$

$$\text{考虑所有波长的辐射即得} \quad \frac{R(T)}{A(T)} = E(T)$$



7.1.3 黑体辐射的实验规律

一. 绝对黑体（黑体）

定义: $a_0(\nu, T) \equiv 1$

即在**任何温度**下可将照射于其上的**任何频率**的辐射**全部吸收**的物体 — 理想模型.

近似模型: 空腔上小孔

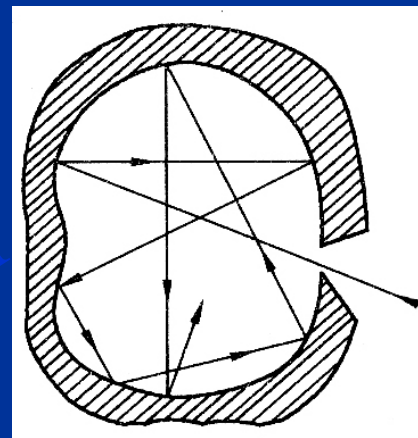
注意: 反射和辐射的区别.

黑体不反射能量, 但辐射能量;

而且由基尔霍夫热辐射定律知, 在同样条件下, 它的辐射本领最大.

对黑体 $\frac{r_0(\nu, T)}{a_0(\nu, T)} = e(\nu, T)$ 即 $e(\nu, T) = r_0(\nu, T)$

$r_0(\nu, T)$ 称为**黑体辐射谱**, 即基尔霍夫热辐射定律中的普适函数.



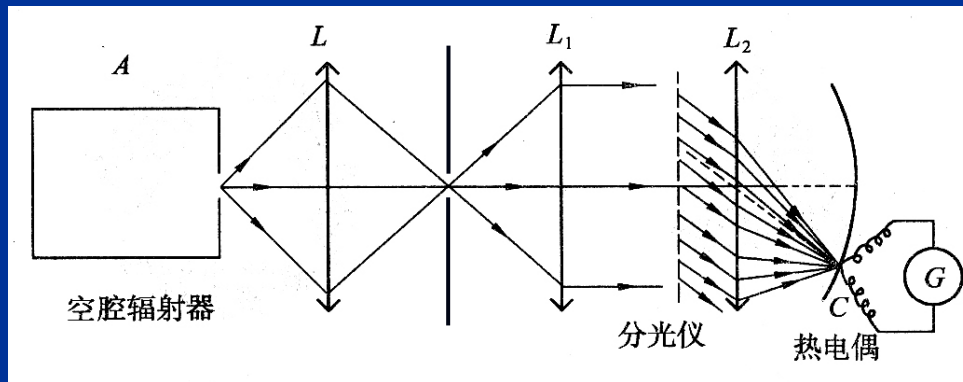


7.1.3 黑体辐射的实验规律

二. 黑体辐射的实验规律

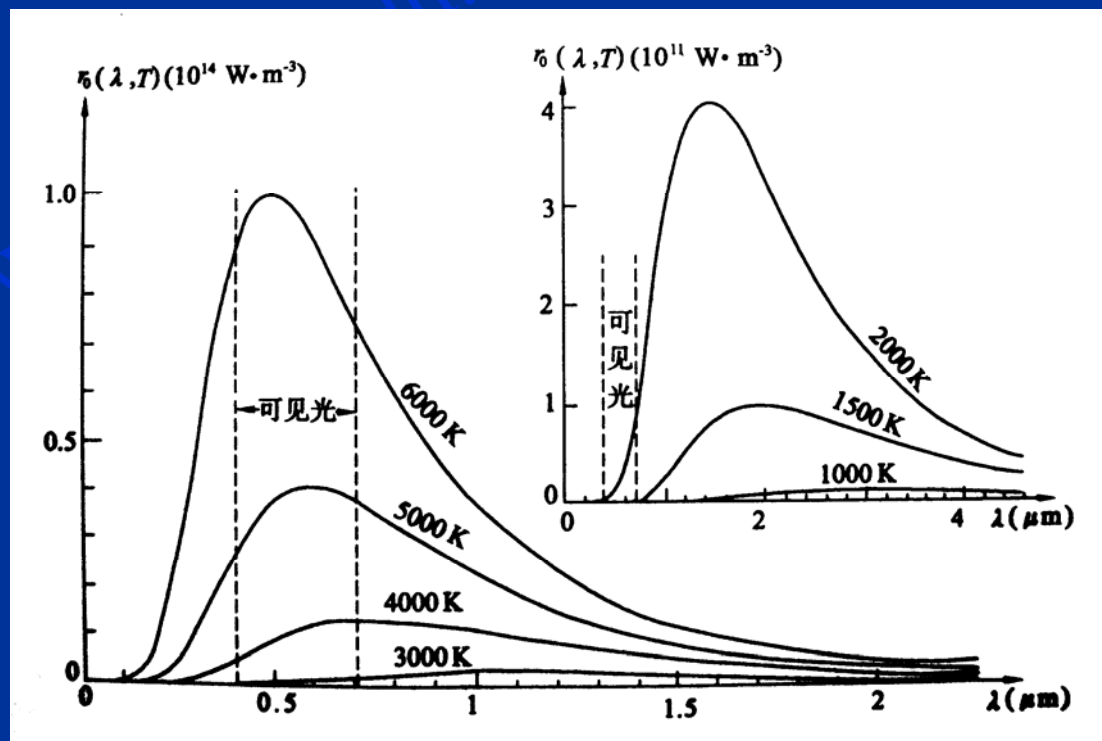
实验测量原理图

逐点探测



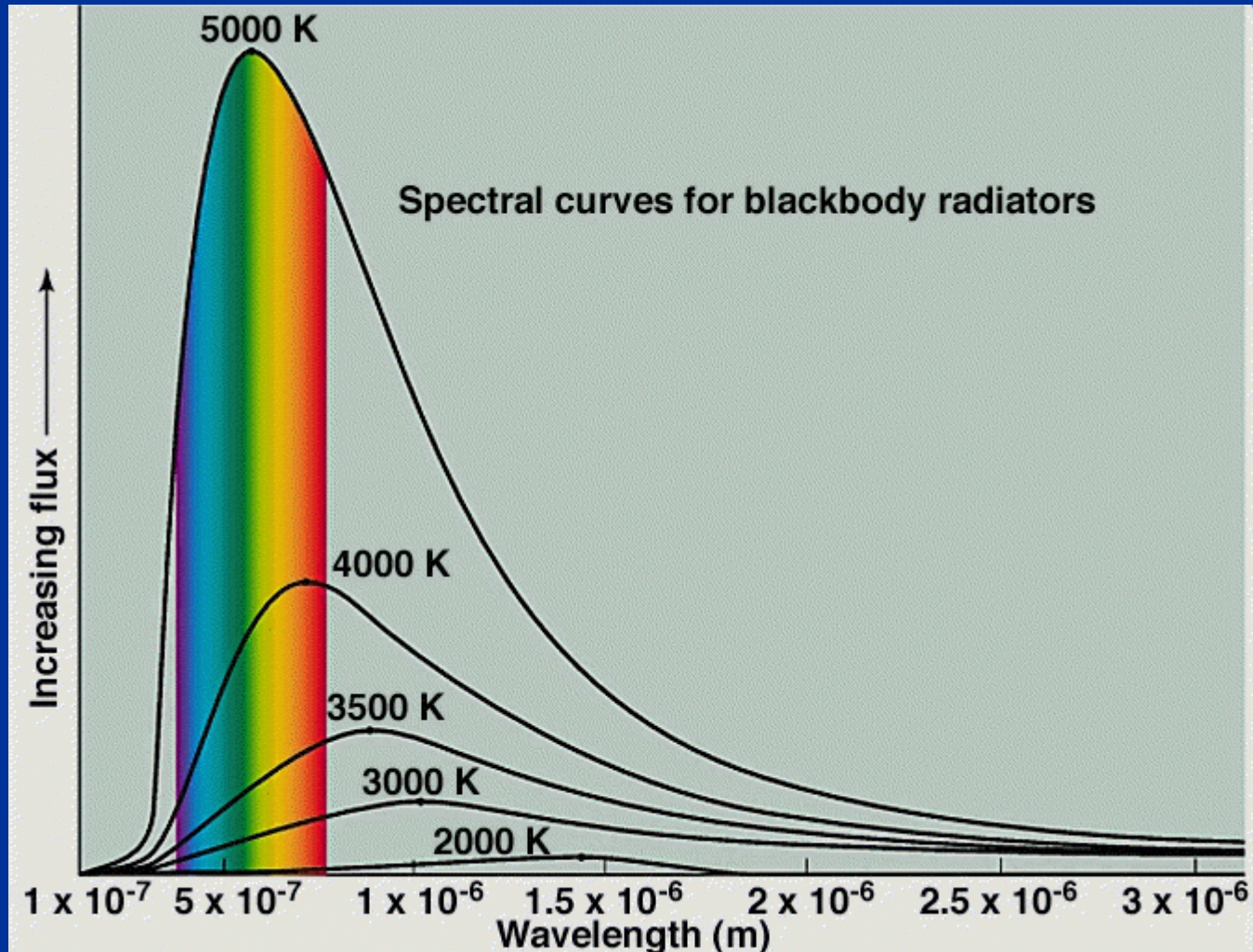
得黑体辐射谱

$$r_0(\lambda, T)$$





7.1.3 黑体辐射的实验规律





实验规律:

1. 曲线整体形状 大致中间凸起

$\lambda \rightarrow 0$ 或 $\lambda \rightarrow \infty$ 时, $r_0(\lambda, T) \rightarrow 0$

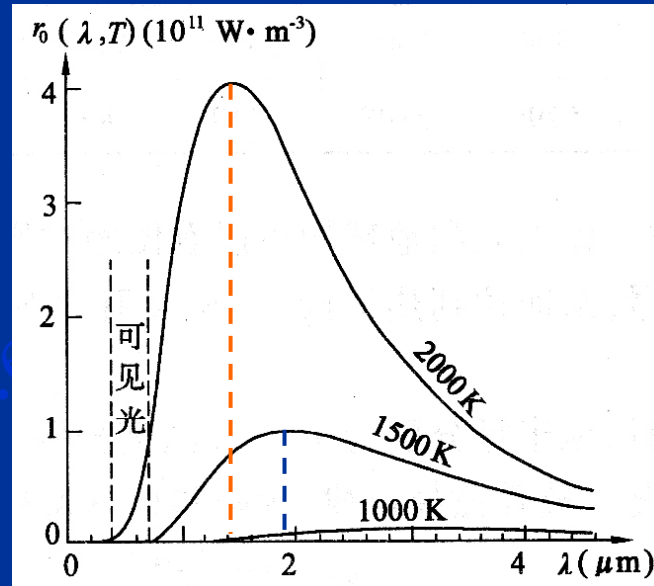
$T \uparrow$ { 曲线整体凸起更高
极大值波长向短波方向移动

2. 斯特藩-波尔兹曼定律

曲线 $r_0(\lambda, T)$ 下总面积即温度为 T 时所有波长的总辐出度

$$R_T = \int_0^{\infty} r_0(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$$

$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ 斯特藩—波尔兹曼常数





3. 维恩位移定律

峰值波长 λ_M : $r_0(\lambda, T)$ 极大值对应波长

$$\lambda_M T = b$$

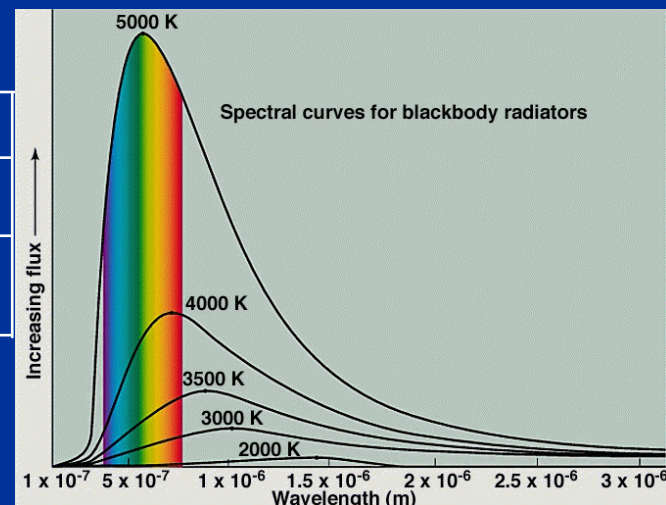
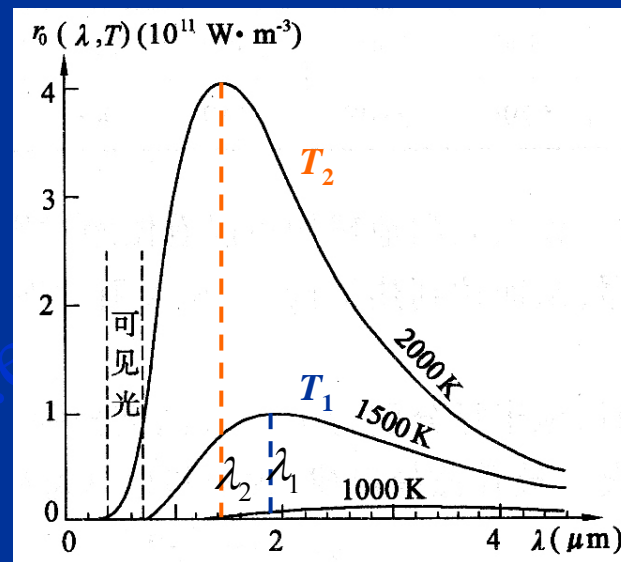
$b = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ — 维恩常数

$$\lambda_M = \frac{2898}{T} (\mu\text{m}) \quad T: \text{K}$$

室温 $\sim 20^\circ\text{C}$, $T = 293 \text{ K}$, $\lambda_M \sim 10 \mu\text{m}$

T (K)	2000	4000	5000	6000	7000
λ_M (μm)	1.45	0.72	0.58	0.48	0.41
	近红外	刚进可见光	黄	青	紫

白炽灯 $T \sim 2000 \text{ K}$, 红黄光;
要达白光 T 要到6000 K 左右

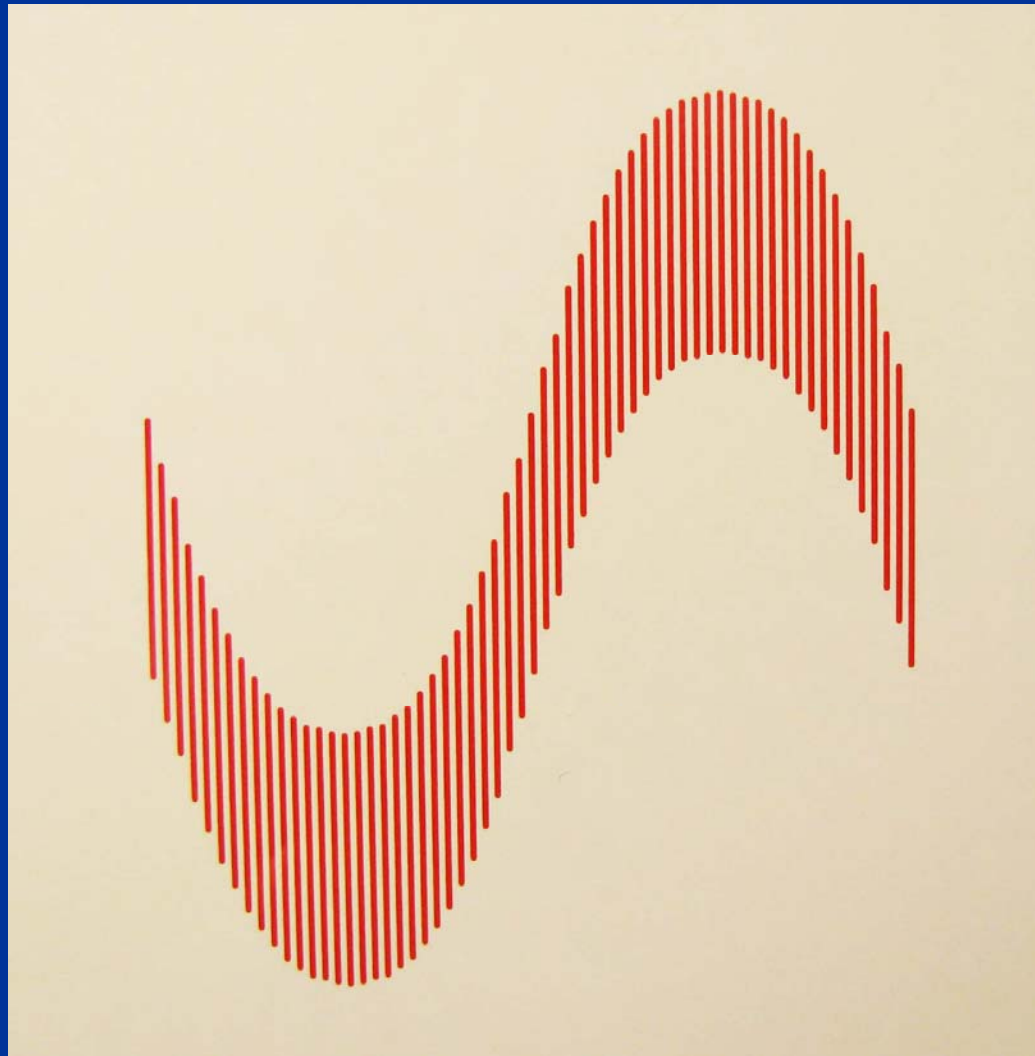




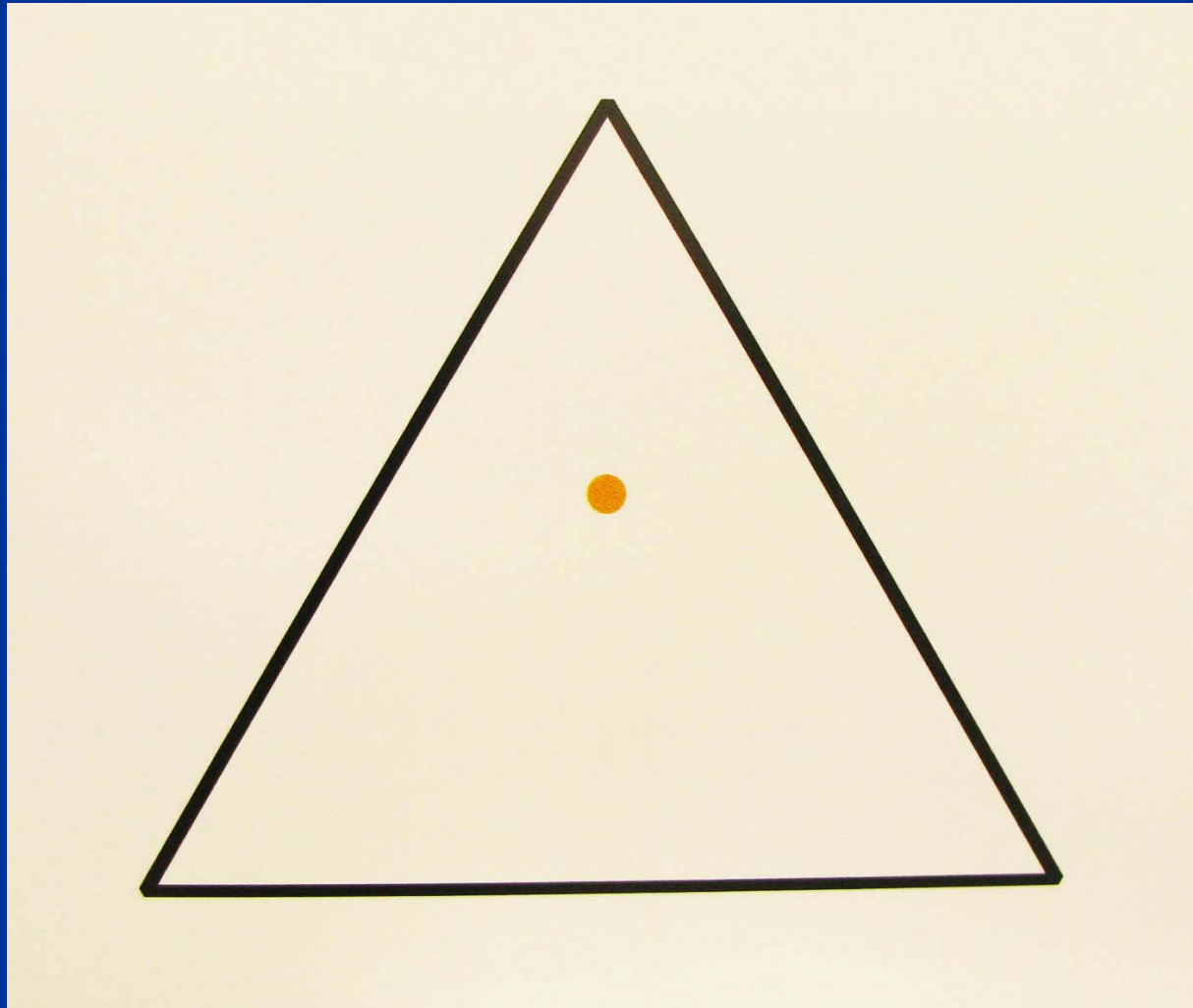
Refreshments: Optical Illusions 考考你的眼力



拱门高度与宽度（底部）之比大概是多大？



最短线与最长线长度之比?



圆点将三角形的高分成上下两部分，其长度之比大概是多大？



7.1.3 黑体辐射的实验规律

例：太阳视角 ~ 0.01 rad, 估算太阳表面的温度

解：日、地都看作黑体

日地每秒总辐出能

$$\begin{cases} E_1 = 4\pi r_1^2 R_1 = 4\pi r_1^2 \sigma T_1^4 \\ E_2 = 4\pi r_2^2 R_2 = 4\pi r_2^2 \sigma T_2^4 \end{cases}$$

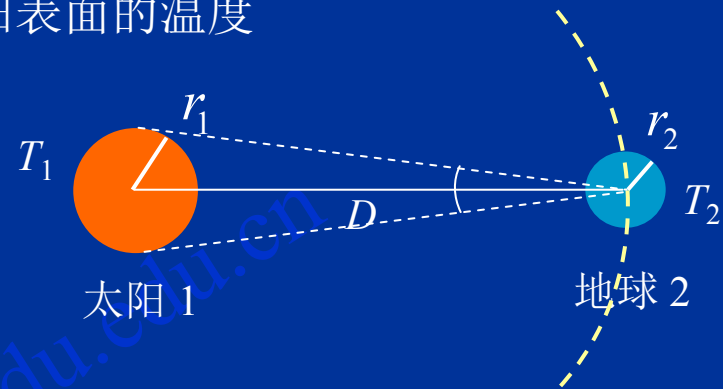
地球每秒接收能量 $\Phi = E_1 \frac{\pi r_2^2}{4\pi D^2}$

热平衡 $\Phi = E_2$

计算得 $T_1 = T_2 \sqrt{\frac{2D}{r_1}}$

已知 $\frac{2r_1}{D} = 0.01$, 即 $D = 200r_1$

故 $T_1 \approx 20 T_2$. 取 $T_2 = 300\text{K}$, 得 $T_1 \approx 6000\text{K}$





7.1.4 黑体辐射的经典理论及其与实验的矛盾

为解释黑体辐射谱曲线, 历史上从经典物理出发曾得出数个公式

一. 维恩公式

将黑体辐射看作是分子辐射的总和

假定分子辐射频率

$$\nu \propto \frac{1}{2}mv^2$$

因速率 ν 按麦克斯韦速率分布, 故频率 ν 有类似形式 (指数), 由此得

$$r_0(\nu, T) = \frac{a_1 \nu^3}{c^2} e^{-a_2 \nu / T}$$

a_1, a_2 常数, c 光速



7.1.4 黑体辐射的经典理论及其与实验的矛盾

将 $r_0(\nu, T)$ 换成 $r_0(\lambda, T)$

辐射总能量守恒，故应有

$$\int_0^{\infty} r_0(\nu, T) d\nu = \int_0^{\infty} r_0(\lambda, T) d\lambda$$

$$\because \nu = \frac{c}{\lambda}, \quad d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda,$$

$$\int_0^{\infty} r_0(\nu, T) d\nu = \int_{\infty}^0 r_0(\nu, T) \left(-\frac{c}{\lambda^2} \right) d\lambda = \int_0^{\infty} \boxed{r_0(\nu, T) \frac{c}{\lambda^2}} d\lambda$$

$r_0(\lambda, T)$

$$\therefore r_0(\lambda, T) = r_0(\nu, T) \frac{c}{\lambda^2}$$

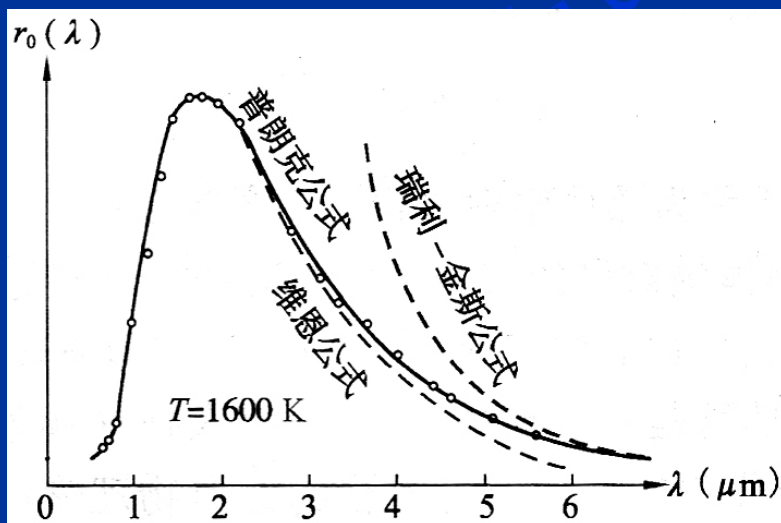
$$\downarrow$$
$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$r_0(\nu, T) = \frac{a_1 \nu^3}{c^2} e^{-a_2 \nu / T} \quad \longrightarrow \quad r_0(\lambda, T) = \frac{a_1 c^2}{\lambda^5} e^{-a_2 c / \lambda T}$$



7.1.4 黑体辐射的经典理论及其与实验的矛盾

$$\left. \begin{aligned} r_0(\nu, T) &= \frac{a_1 \nu^3}{c^2} e^{-a_2 \nu / T} \\ r_0(\lambda, T) &= \frac{a_1 c^2}{\lambda^5} e^{-a_2 c / \lambda T} \end{aligned} \right\} \text{维恩公式}$$

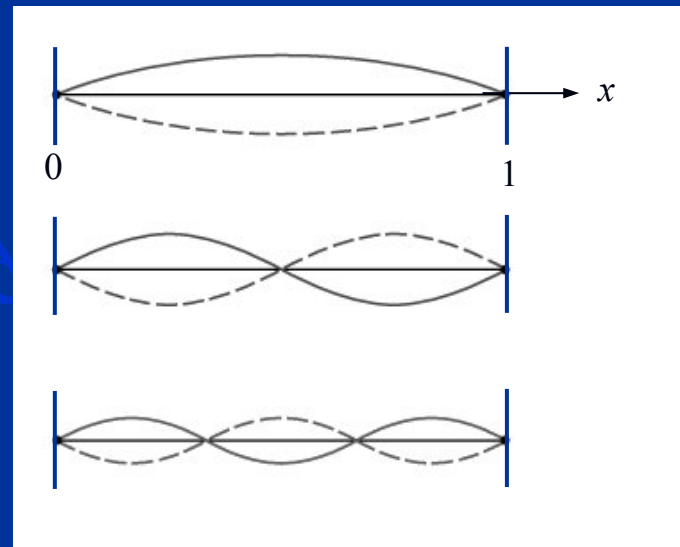


- 问题: 1. 长波偏离大
2. 无严格物理基础



二. 瑞利 — 金斯公式

基本思想：把电磁场看作许多驻波的集合；



每一驻波在 xyz 方向有一定波长和频率，称为一个本征模式或模。

算出单位体积中模式数量，每一模式看作一谐振子，有平均能量 kT ；
可得场的能量密度。

由辐射度量学，由热平衡时辐出度和场能密度的关系得出光谱辐出度表达式。



7.1.4 黑体辐射的经典理论及其与实验的矛盾

指导步骤及结果:

1. 由驻波模型得出热平衡时单位体积中单位频率间隔中的本征模数为

$$g_\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2.$$

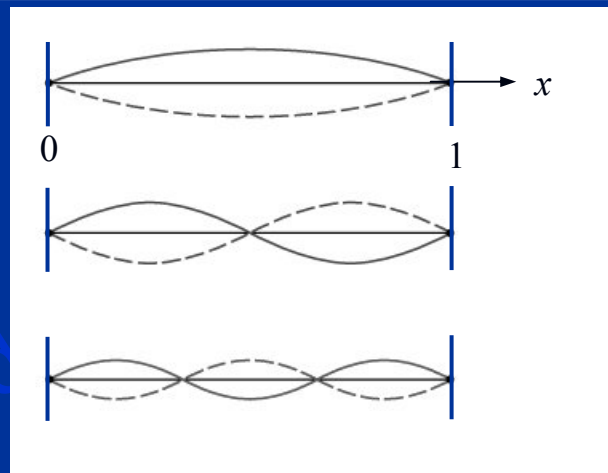
由 x 方向驻波模型知 $\frac{\lambda_x}{2} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$

推广到 y, z 方向,

$$\lambda_{x,y,z} = 2 \times 1, \quad 2 \times \frac{1}{2}, \quad 2 \times \frac{1}{3}, \quad 2 \times \frac{1}{4}, \quad \dots$$

相应频率值

$$\nu_{x,y,z} = \frac{c}{\lambda_{x,y,z}} = \frac{1}{2}c, \quad \frac{2}{2}c, \quad \frac{3}{2}c, \quad \frac{4}{2}c, \quad \dots \quad c \text{ 为真空中光速}$$





7.1.4 黑体辐射的经典理论及其与实验的矛盾

又
$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2,$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x}, \quad k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}, \quad k_z = \frac{2\pi}{\lambda_z}$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2} + \frac{1}{\lambda_z^2}$$

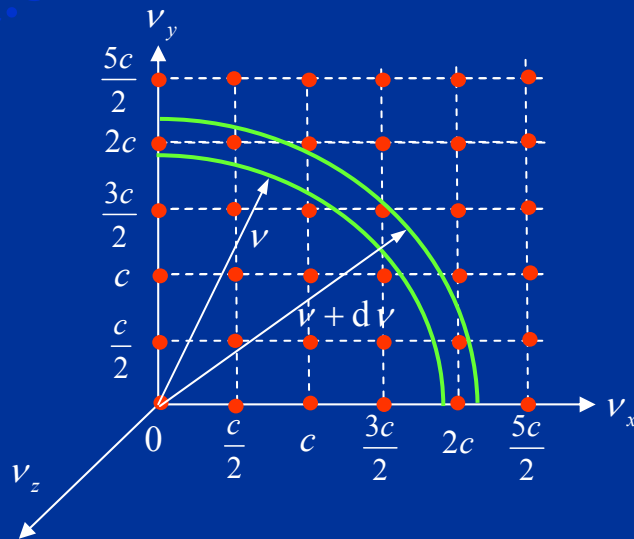
两边同乘以 c^2 , 得

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

可得 v 空间,

其中每一点代表一个可能的态;

每一状态点所占体积 $c^3/8$.





7.1.4 黑体辐射的经典理论及其与实验的矛盾

求状态数化为求状态点数

第一卦限半径 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$

球壳层体积 $\frac{4\pi\nu^2 d\nu}{8}$

该球壳层包含点子即状态数

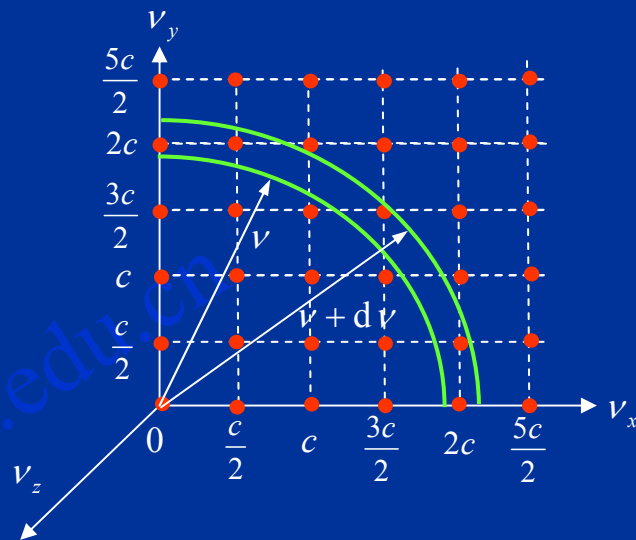
$$\frac{4\pi\nu^2 d\nu}{8} \bigg/ \frac{c^3}{8} = \frac{4\pi\nu^2 d\nu}{c^3}$$

考虑到每一确定传播方向尚可有两种独立的偏振态,

上式乘 2 再除以 $d\nu$ 即得

频率 ν 附近单位频率间隔中的振动模式数

$$g_\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2$$





7.1.4 黑体辐射的经典理论及其与实验的矛盾

2. 由经典统计知每一模式的平均能量

$$\bar{\varepsilon} = kT \quad (k: \text{波尔兹曼常数})$$

3. 辐射场的光谱能量密度

$$u_T = g_\nu \bar{\varepsilon} = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT$$

4. 由辐射度学知

$$r_0(\nu, T) = \frac{c}{4} u_T$$

5. 故
$$r_0(\nu, T) = \frac{c}{4} \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT = \frac{2\pi}{c^2} \nu^2 kT$$

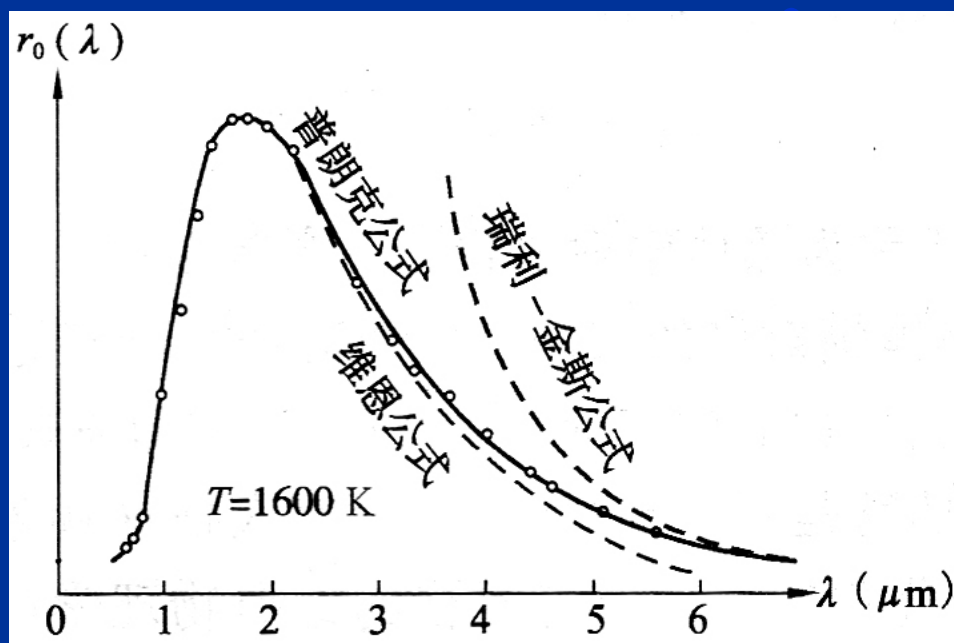
$$r_0(\lambda, T) = \frac{2\pi}{c^2} \left(\frac{c}{\lambda} \right)^2 kT \cdot \frac{c}{\lambda^2} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$

瑞利—金斯公式



7.1.4 黑体辐射的经典理论及其与实验的矛盾

$$r_0(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT \quad \text{瑞利—金斯公式}$$



该式在长波段与实验符合较好，短波偏差大，
特别在 $\lambda \rightarrow 0$ 时 $r_0 \rightarrow \infty$ ，“紫外灾难”（辐射能量无限大，不合理）。



7.1.4 黑体辐射的经典理论及其与实验的矛盾

推导过程中，理论基础坚实，与实验不符说明经典物理的困难.

“物理学上空的一朵乌云”

————— W. T. Kelvin (1900, 4, 27)





7.1.5 能量子假设与 Planck 公式

一. Planck 能量子假设

经典统计中，谐振子能量可连续取值，连续变化

Planck 假设：频率为 ν 的谐振子的能量取值只能是

$$\varepsilon = n\varepsilon_0 = nh\nu \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

即能量是非连续的，故谐振子发射及吸收能量也只能采取一份一份的形式，每份能量，即能量的基本单元为

$$\varepsilon_0 = h\nu \quad \text{称为能量子}$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \quad \text{—— Planck 常数}$$



二. Planck 公式

前文中振子的平均能量 $\bar{\varepsilon} = kT$

来源于能量分布的连续概念.

热平衡下, 由波尔兹曼分布,

振子具有能量 ε 的概率 $\propto e^{-\varepsilon/kT}$.

$$\therefore \bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon} = kT$$



7.1.5 量子假设与 Planck 公式

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon} = kT$$

由 Planck 假设 $\varepsilon = n\varepsilon_0$ 分立，上式改为求和

$$\begin{aligned} \therefore \bar{\varepsilon} &= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon_0 e^{-n\varepsilon_0/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\varepsilon_0/kT}} \stackrel{\beta=1/kT}{=} -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \left(\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\varepsilon_0 \beta} \right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \left(\frac{1}{1 - e^{-\varepsilon_0 \beta}} \right) = \frac{\partial}{\partial \beta} \ln(1 - e^{-\varepsilon_0 \beta}) \\ &= \frac{\varepsilon_0 e^{-\varepsilon_0 \beta}}{1 - e^{-\varepsilon_0 \beta}} = \frac{\varepsilon_0}{e^{\varepsilon_0 \beta} - 1} = \boxed{\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}} \end{aligned}$$



7.1.5 量子假设与 Planck 公式

由以上 $\bar{\varepsilon}$ 值代替前文瑞利公式推导中之 kT , 即

$$kT \Rightarrow \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

可得

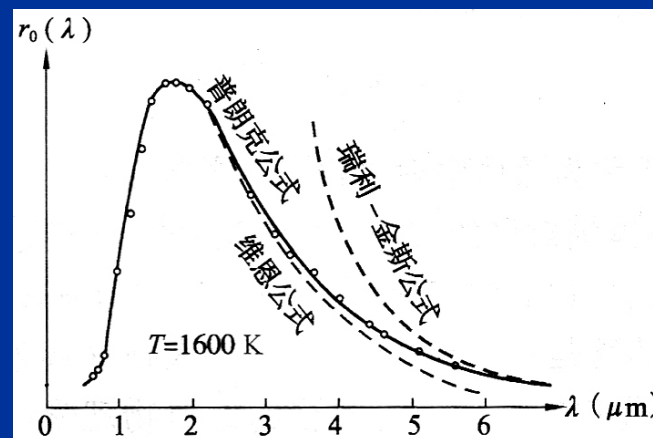
$$r_0(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$\xrightarrow{\nu = \frac{c}{\lambda}}$
 $\times \frac{c}{\lambda^2}$

$$r_0(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

黑体辐射的 Planck 公式

整个波段与实验曲线符合很好





Planck公式
$$r_0(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

推论:

1. 短波近似 → 维恩公式

若 $h\nu \gg kT$, $e^{h\nu/kT} \gg 1$, $e^{h\nu/kT} - 1 \approx e^{h\nu/kT}$

得
$$r_0(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT}}$$
 即维恩公式

2. 长波近似 → R-J 公式

若 $h\nu \ll kT$, $e^{h\nu/kT} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$

得
$$r_0(\nu, T) = \frac{2\pi}{c^2} \nu^2 kT$$
 即瑞利 - 金斯公式



7.1.5 能量子假设与 Planck 公式

$$\text{Planck公式 } r_0(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

3. 求曲线下总面积 \rightarrow **S-B**定律, 并得出 σ 表达式

$$R_T = \int_0^\infty r_0(\nu, T) d\nu = \underbrace{\frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}}_{\sigma} T^4 \quad \text{与实验值相符}$$

4. 求极值波长 \rightarrow **维恩定律**, 并确定 b

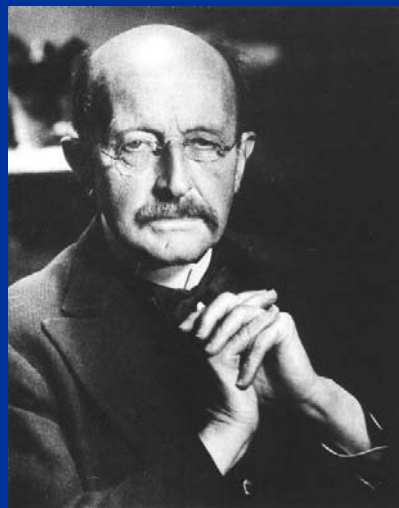
$$\text{极值条件 } \frac{\partial r_0(\lambda, T)}{\partial \lambda} = 0$$

$$\longrightarrow \lambda_M T = \frac{1}{4.9651} \cdot \frac{hc}{k} = b \quad \text{与实验值相符}$$

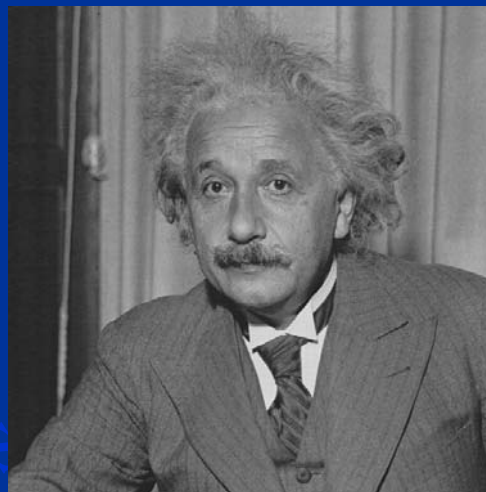


7.1.5 量子假设与 Planck 公式

M. Planck
(1858 – 1947)



A. Einstein
(1879 – 1955)



Planck假设意义：近代物理学的发端.

该公式最初是用内插法，将维恩式和R-J式二者衔接而得到，以后才得以从理论上验证。所用假设最初连Planck本人也不相信，后来分几次修正（1911—1914），想改用经典概念，但都不成功，直到1915年才完全放弃这种徒劳：“我企图无论如何都要将量子纳入经典理论范围内，结果是枉费心血。”

相反1905年26岁的爱因斯坦即大胆接收了量子假设，而且将其发展，解释了光电效应；随后二十年代，一群年青人创立了量子力学。



O Youth: Do you know that yours is not the first generation to yearn for a life full of beauty and freedom?Do you know, also, that your fervent wishes can only find fulfillment if you succeed in attaining love, and understanding of men, and animals, and plants, and stars, so that every joy becomes your joy and every pain your pain?

----- Albert Einstein

“有一句哲言，一个民族多一些经常仰望天空的人，这个民族就大有希望；而一个民族总是看自己脚下的一件事情，那她很难有美好的未来。”

----- 温家宝



黑体辐射规律的应用实例

温度测量

利用维恩定律
测量恒星温度

$$T = \frac{2898}{\lambda_M (\mu\text{m})} (K)$$



光测高温学



热 (红外) 成像



Image in
visible light

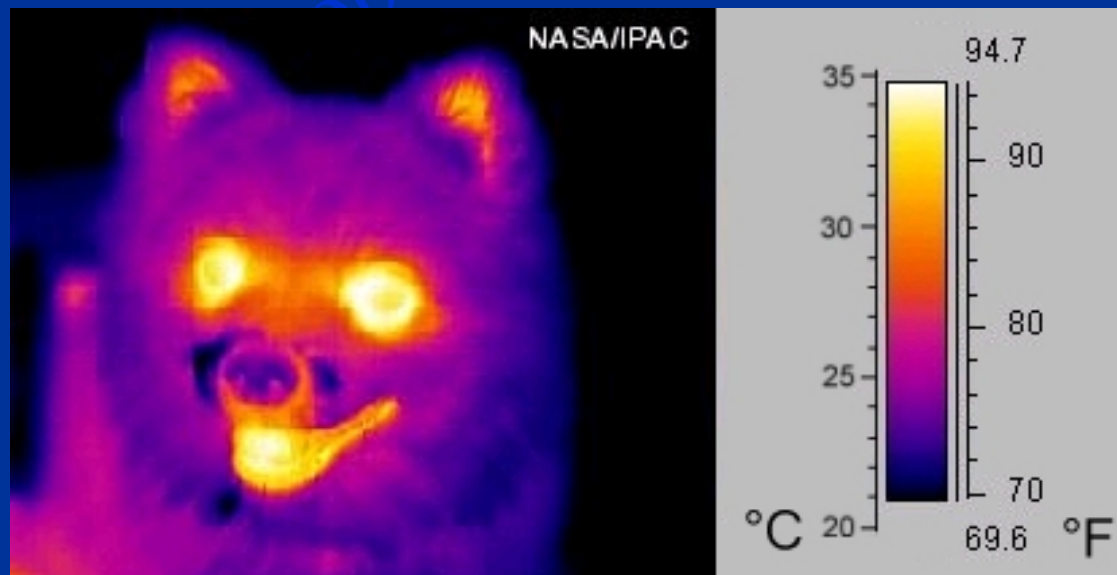
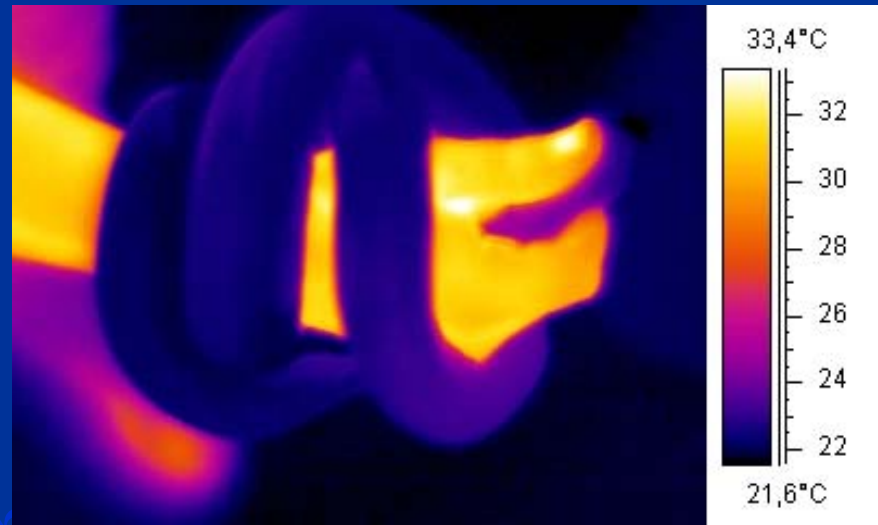


Image in
infrared light



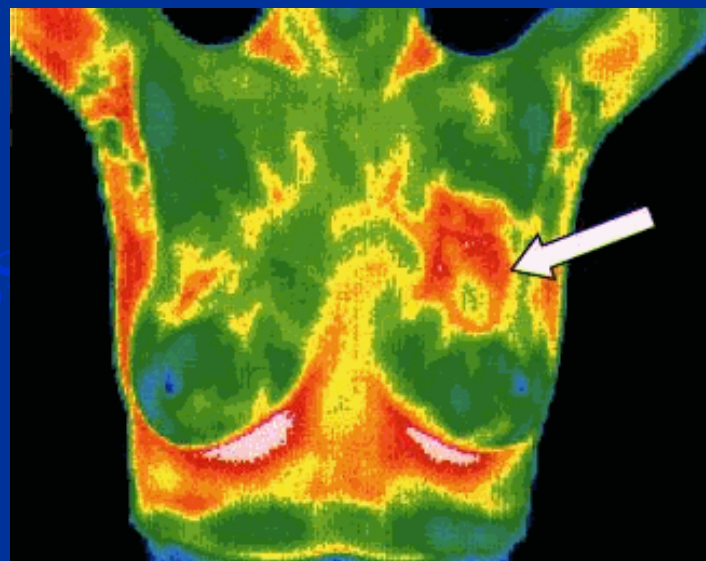
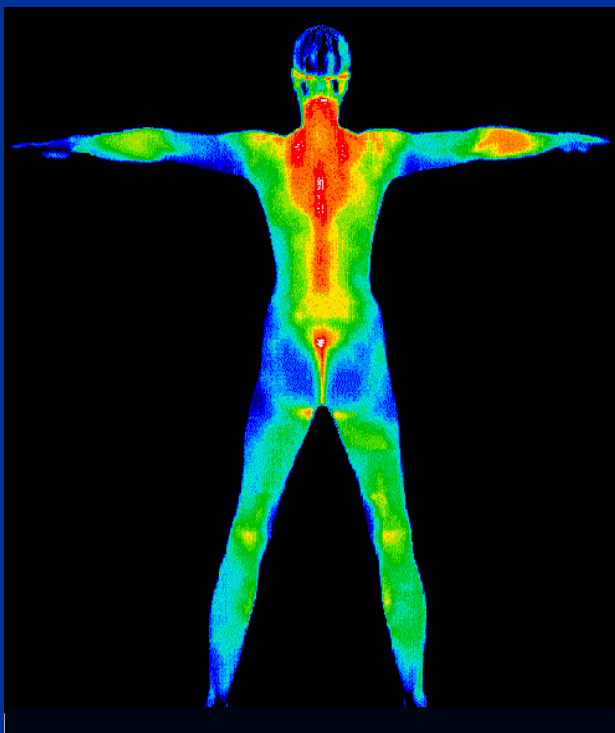
7.1.5 量子假设与 Planck 公式

热 (红外) 成像及测温





热 (红外) 成像与疾病诊断



胸部热像提示左部可能有肿瘤



7.1.5 量子假设与 Planck 公式

“热透视”

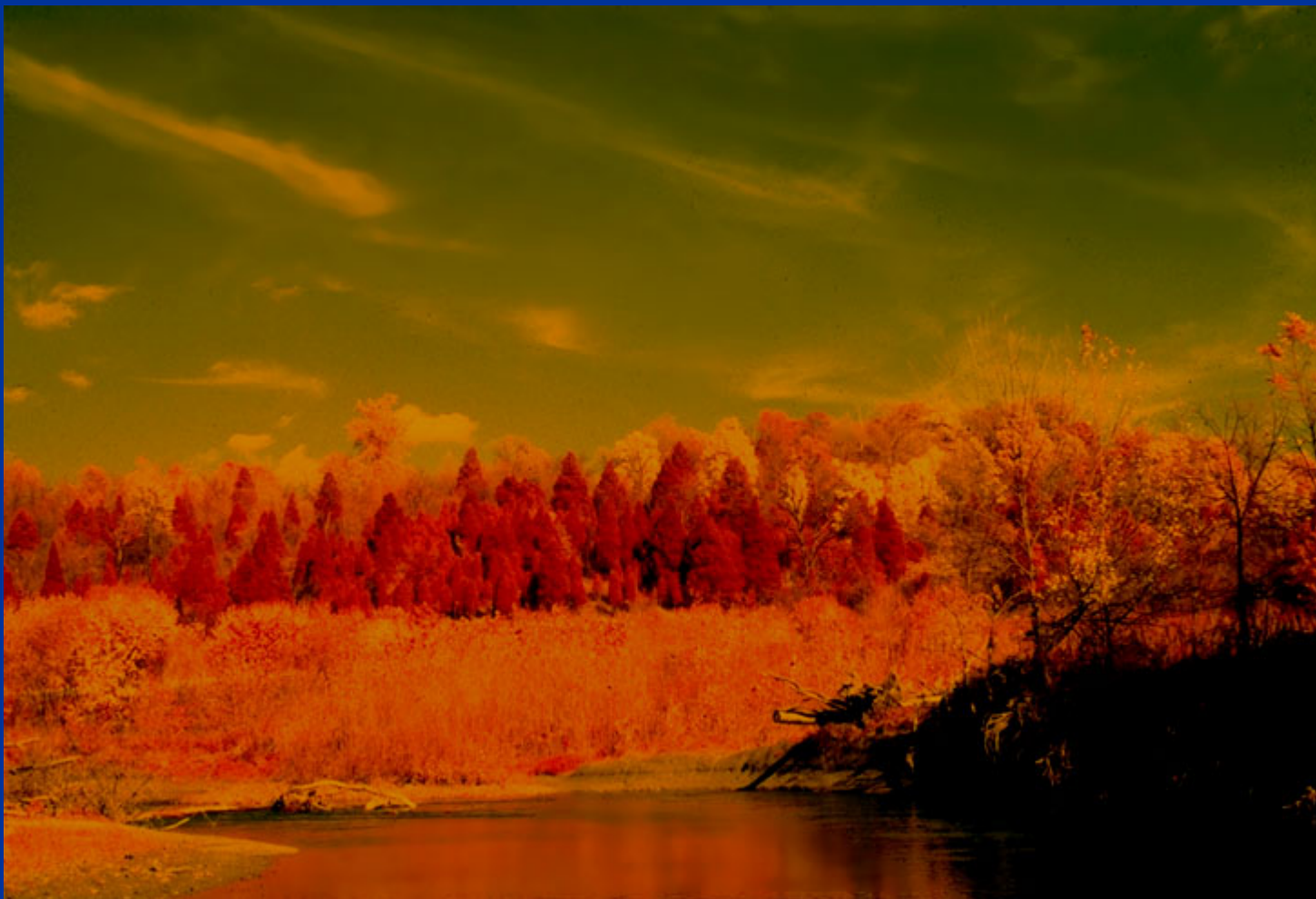
可见光像



红外光像

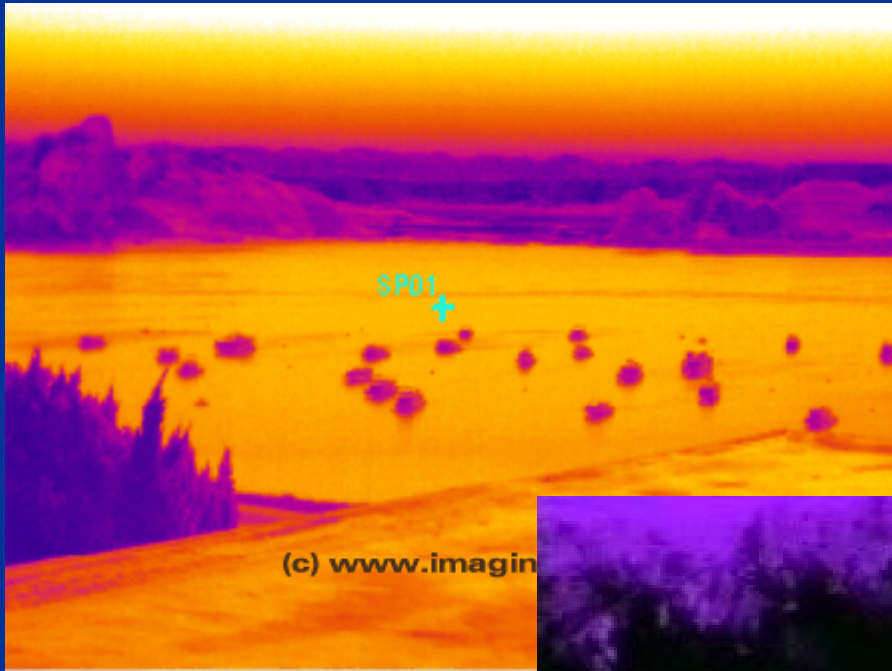


红外夜视





7.1.5 量子假设与 Planck 公式



红外夜视

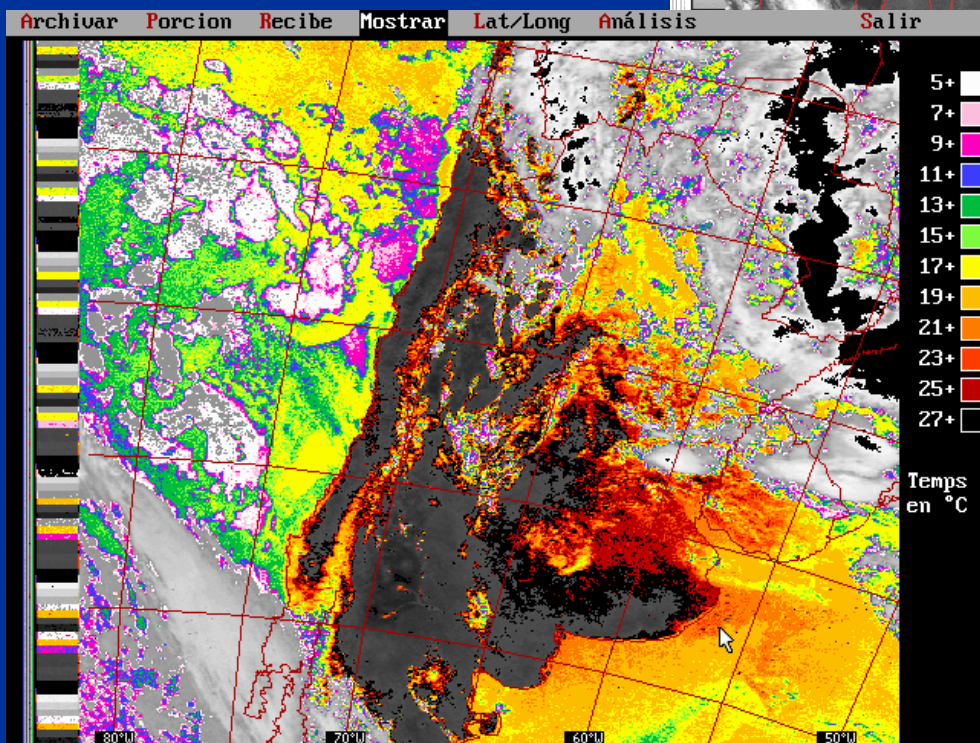
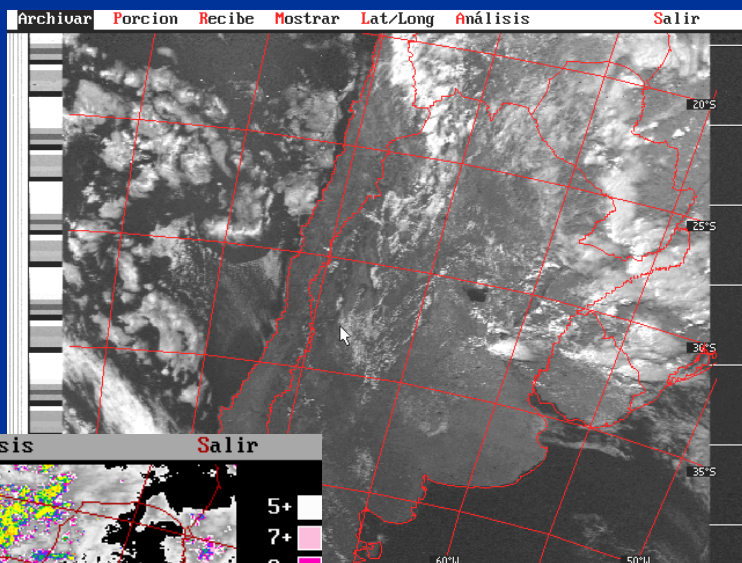




7.1.5 能量子假设与 Planck 公式

红外遥感

可见光照片

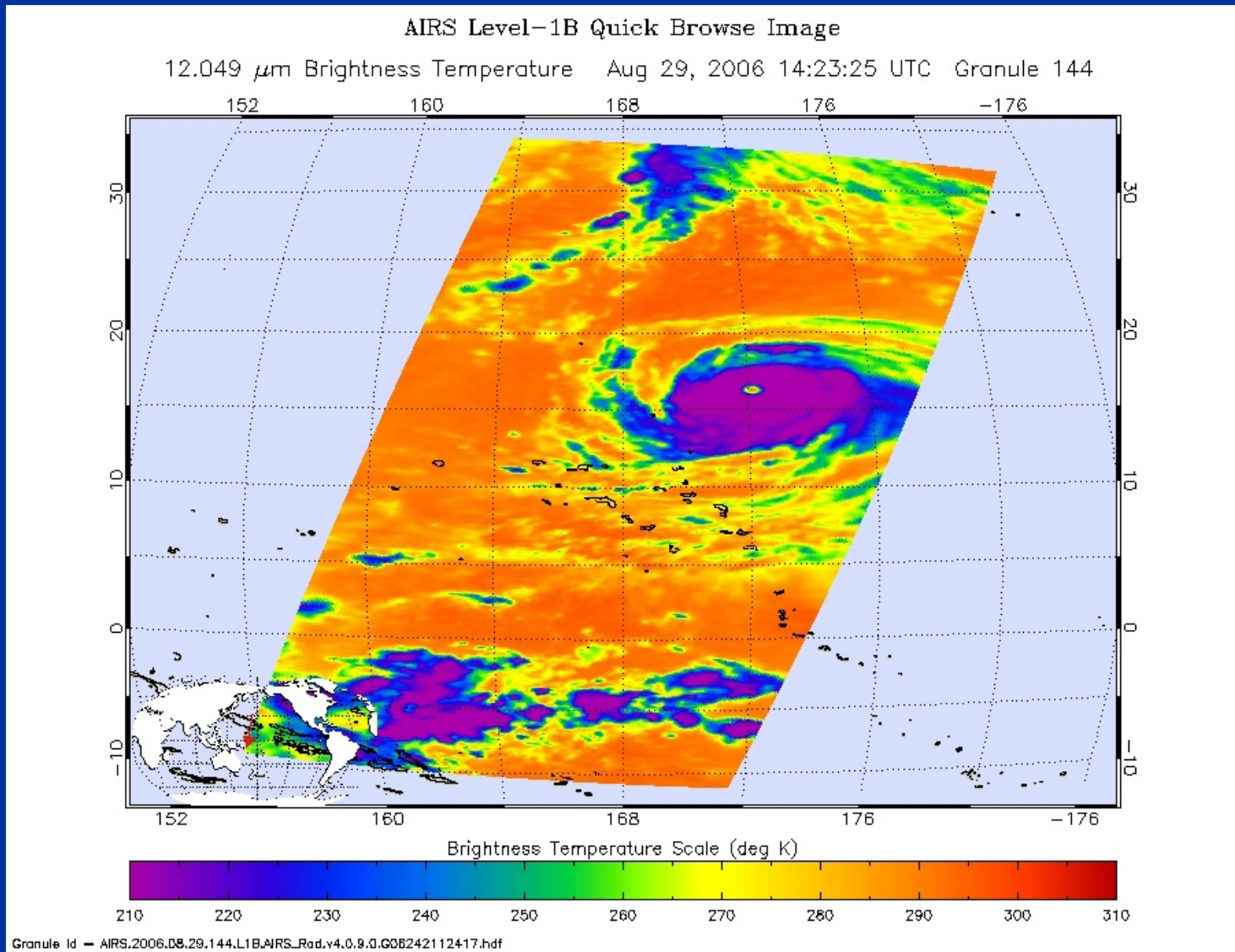


红外光照片
(假彩色)



7.1.5 能量子假设与 Planck 公式

台风的红外假彩色图像





其他应用： 红外制导， 红外跟踪， ……

思考题：

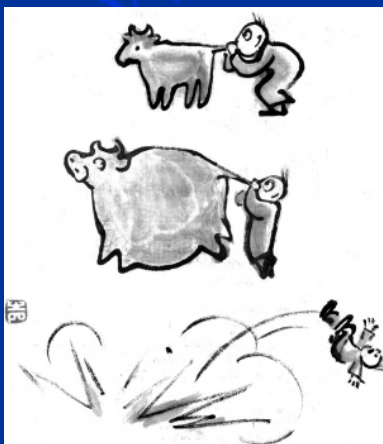
某些“保暖”内衣厂家在宣传其产品时使用了下列语言：

“本品采用**特殊材料**制成， 可以辐射红外线……”

“本品采用**尖端技术**制成， 可以辐射红外线……”

“本品可以辐射波长为**10微米**的红外线……”

你对这些说法有何评论？



习题： 3, 4, 5



Moonrise at Seattle





§ 7.2 光的粒子性及其实验基础

Planck能量量子化,最初指振子发射、吸收能量是量子化的.

进一步研究证明辐射场本身也是量子化的,

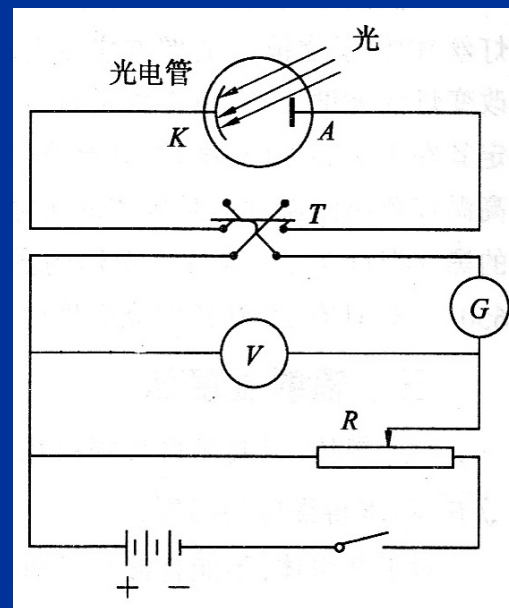
能量基本单元 $h\nu$ 有其物质载体——光子.

电磁场即由光子组成,此即光的粒子说.

7.2.1 光电效应

一. 现象及实验规律

现象: 金属或其化合物表面受到光照
而发射出电子——光电子





实验规律:

1. 有截止频率 ν_0 , 红限 λ_0

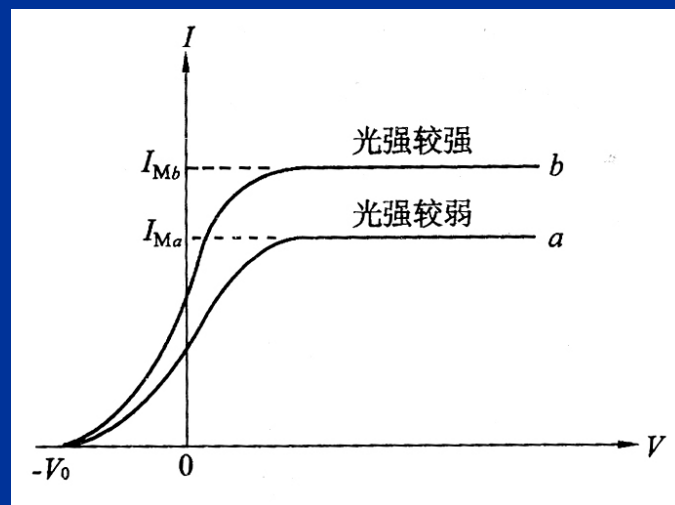
只有 $\nu > \nu_0$ 或 $\lambda < \lambda_0$ 才能产生光电效应, 否则光强再大, 照射时间再长, 也不能产生光电效应.

ν_0, λ_0 与材料有关. 如

	K	Li	Fe
λ_0 (nm)	550	500	262

2. 有饱和电流 I_M , $I_M \propto$ 光强

光电流伏安曲线如右图, 正向电压 V 达一定值后 I 饱和, I_M 饱和电流. 此时从阴极发射的所有光电子都被阳极吸收, $I_M \propto$ 光强.





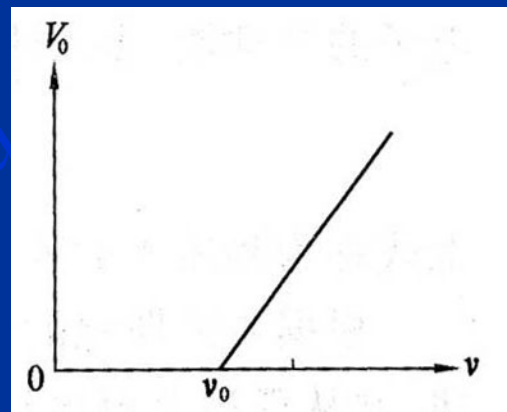
3. 有遏止电压 V_0 ，且 V_0 与 ν 成线性关系，与光强无关

当反向电压大到 V_0 时，电流下降为0。
此时初速度最大的光电子也不能到达阳极。

设电子最大的初速度为 v_M ，有

$$\frac{1}{2}mv_M^2 = eV_0 \quad m \text{ 电子质量}$$

实验曲线表明 V_0 与 ν 成线性关系



4. 无延迟时间

因 A \rightarrow 果 B 之间的时间间隔称为延迟时间。

实验中从光照 ($\nu \geq \nu_0$) 到发射光电子 (有电流)，

无论光强多弱，都观测不到时间延迟。

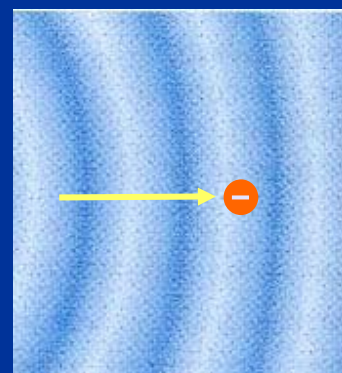


二. 经典理论与实验规律的矛盾

依经典理论，电子从能量连续分布的电磁波中吸收能量，
单位时间中吸收的能量与入射光强成正比，
当吸收的能量大于它脱离金属所需能量时即逸出，故

1. 不管 ν 多大，只要光强足够大，即有光电子逸出 \longleftrightarrow 红限存在
2. 光强大，电子吸收能量多，逸出时速度大， V_0 大，应有 $V_0 \propto$ 光强 $\longleftrightarrow V_0 \propto \nu$ 而与光强无关
3. 电子从波面连续吸收能量，有一积累过程，故应有延迟时间，而且此时间相当长（几十分钟到几十小时）

\longleftrightarrow 无延迟时间





7.2.1 光电效应

例 (习题7.8 (1)): 点光源, 功率1w, 垂直照射金属表面, 距离3米。

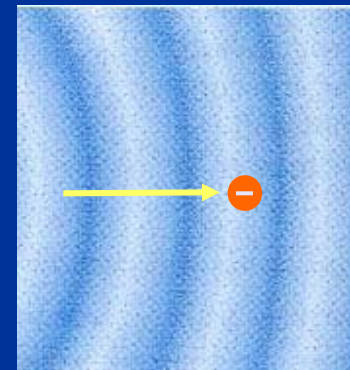
金属原子半径 $r = 0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$, 功函数 $\phi_0 = 1.8 \text{ eV}$,

求从接受照射到逸出光电子所需时间。

解: 点光源功率 $P = 1 \text{ W}$

点光源与金属面距离 $R = 3 \text{ m}$

$$\begin{aligned} t &= \frac{\phi_0}{P \frac{\pi r^2}{4\pi R^2}} = \frac{4\phi_0}{P} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \\ &= \frac{4 \times 1.8 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1} \times \left(\frac{3}{0.5 \times 10^{-10}} \right)^2 \\ &= 4.15 \times 10^3 \text{ (秒)} = 69.1 \text{ (分)} \end{aligned}$$





三. Einstein 对光电效应的解释 (1905)

1. Einstein 光子假设:

- (1) 光场由分立的粒子 — 光子组成;
- (2) 每一光子能量 $E = h\nu$

2. 解释光电效应:

电子对光子的吸收过程

电子要么不吸收光子, 要么一次完全吸收一个光子.

能量关系: 电子从内部 (克服内部引力) 运动到表面需功 Φ

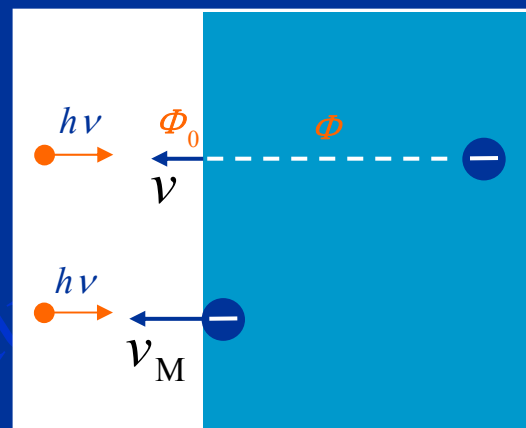
从表面逸出 Φ_0 —— 脱出功 (功函数)

电子热运动动能 $\ll \Phi_0$, 故可忽略.

$$\text{对内层电子有} \quad h\nu = \Phi + \Phi_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{对表层电子有} \quad h\nu = \Phi_0 + \frac{1}{2}mv_M^2 \quad \text{动能最大}$$

—— 爱因斯坦光电效应方程





7.2.1 光电效应

推论:

$$h\nu = \Phi_0 + \frac{1}{2}mv_M^2$$

(1) 红限:

$$h\nu \geq \Phi_0 \text{ 才有光电效应} \implies \text{频率红限 } \nu_0 = \frac{\Phi_0}{h}$$

(2) 饱和电流

$\nu > \nu_0$ 时, 光强大, 打出光电子多, I_M 大

(3) 遏止电压

$$eV_0 = \frac{1}{2}mv_M^2 = h\nu - \Phi_0$$

$$V_0 = \frac{h\nu - \Phi_0}{e} \quad \text{与 } \nu \text{ 成线性关系, 与光强无关}$$

(4) 无延迟时间

电子一次全部吸收光子能量 $h\nu$, 无需能量积累.

只要光子能量 $h\nu > \Phi_0$, 电子即可即时逸出.



四. 密立根实验 (Milikan 1916)

$$\text{由 } V_0 = \frac{h\nu - \Phi_0}{e}$$

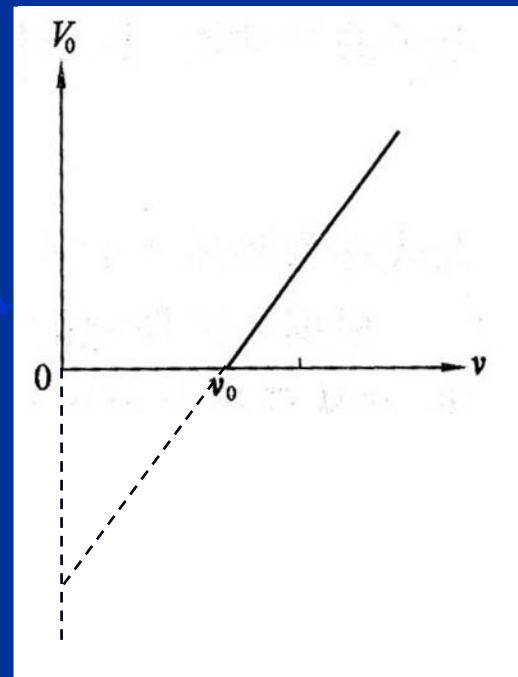
对不同金属测定 $V_0 - \nu$ 曲线

$$\text{得斜率 } \frac{h}{e}, \quad \text{截距 } -\frac{\Phi_0}{e}$$

对不同金属所得斜率相同;

而且由此用此方法测出 h , Φ_0 与其他方法所得结果一致.

故定量验证了爱因斯坦光电方程的正确性.



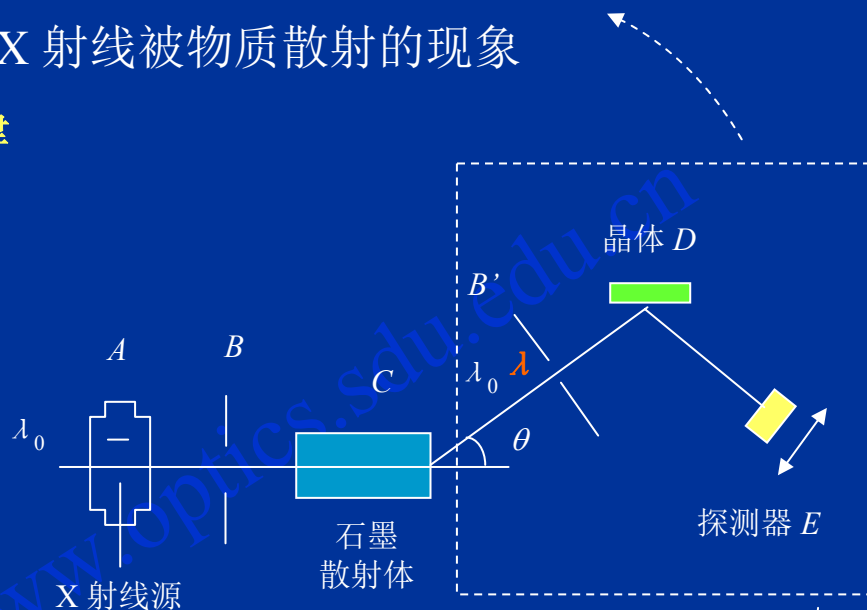


7.2.2 康普顿效应

X 射线被物质散射的现象

一. 现象及实验规律

实验装置:



A - X 光管: 发出X 光, λ_0

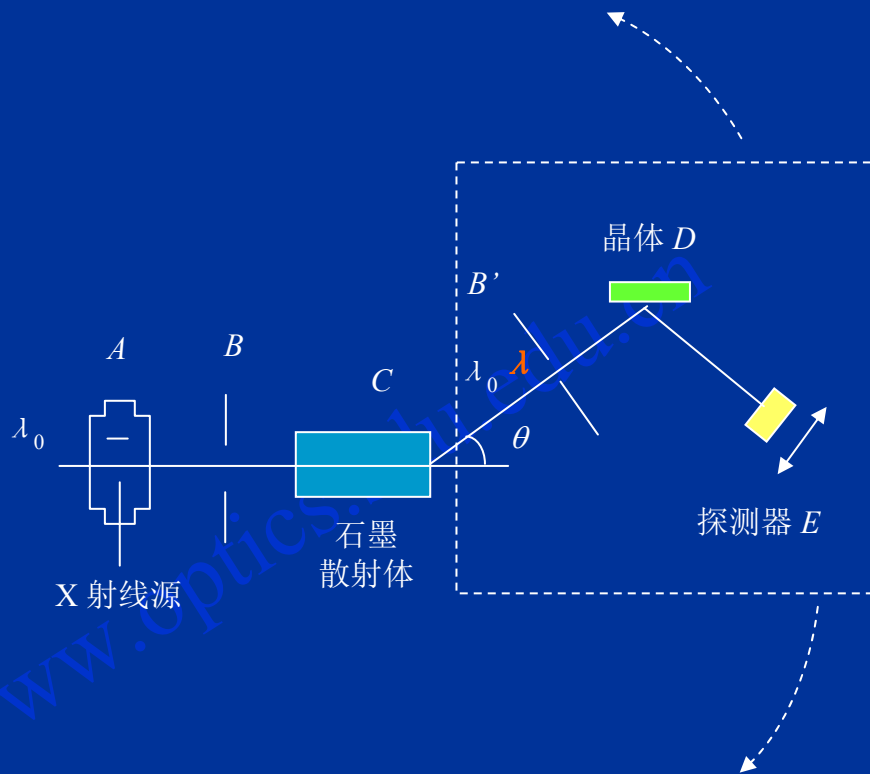
C - 散射体: 产生散射光, θ 散射角

D - 晶体: 衍射分光 (三维光栅)

E - 探测器: 测不同波长散射光强度



7.2.2 康普顿效应



实验现象:

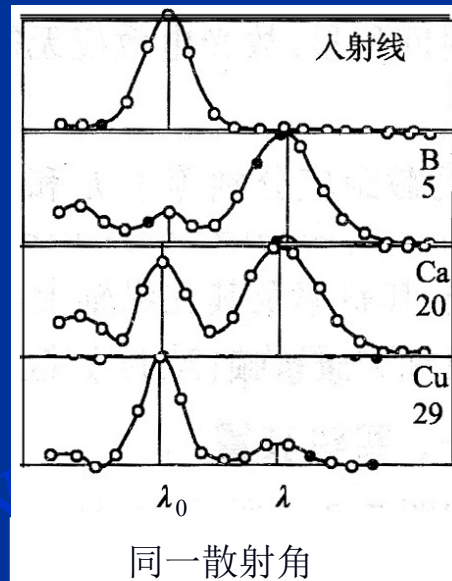
1. 散射光 (除 $\theta = 0$ 外) 中除入射波长 λ_0 外, 还有新波长 λ
2. $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 为正值, 与散射物质无关, 随 θ 增大而增大;

具体地
$$\Delta\lambda = k \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad k \text{ 为常数}$$



7.2.2 康普顿效应

3. 原谱线和新谱线的相对强度与散射物质和散射角的关系



λ_0 谱线强度

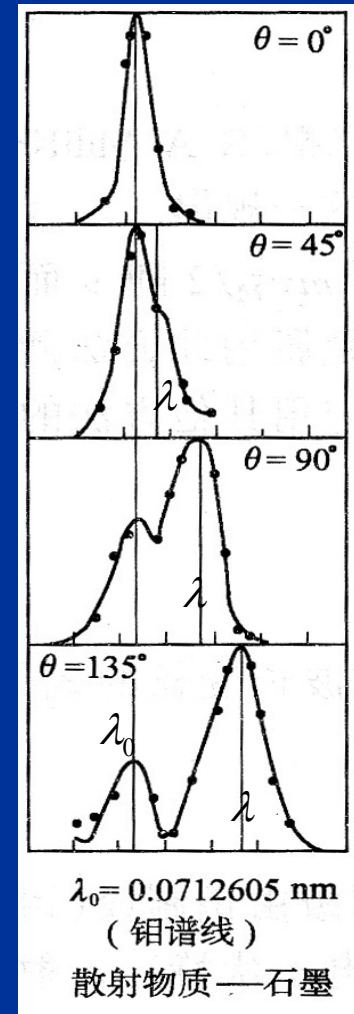
λ 谱线强度

同一散射物质 随 $\theta \uparrow$ 而 \downarrow

随 $\theta \uparrow$ 而 \uparrow

同一散射角 θ 随原子序数 \uparrow 而 \uparrow

随原子序数 \uparrow 而 \downarrow





二. 量子解释

模型：X 射线光子与散射物质中电子的弹性碰撞过程

{ 总能量守恒
总动量守恒

考虑到电子速度较大，不满足 $v \ll c$ ，以下采用相对论形式

粒子能量

$$E = mc^2$$

质能关系

粒子质量

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

质速关系

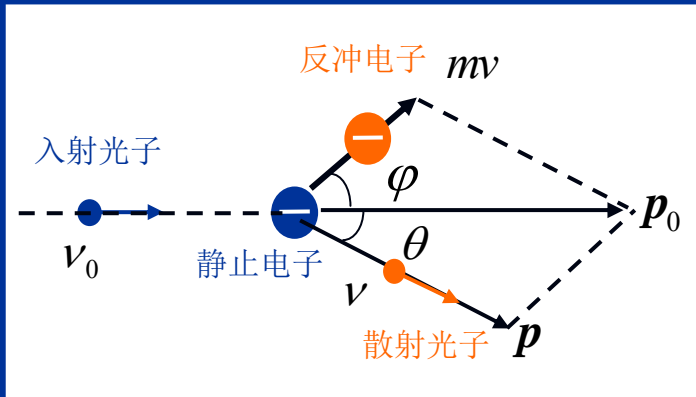
m_0 : 粒子静质量

光子静质量为 0，能量 $E = h\nu$

$$\text{光子动量 } p = mc = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$



7.2.2 康普顿效应



	能量	动量
光子	碰前 $h\nu_0$	$p_0 = \frac{h\nu_0}{c}$
	碰后 $h\nu$	$p = \frac{h\nu}{c}$
电子	碰前 m_0c^2	0
	碰后 mc^2	mv

碰撞中能量守恒 $h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$ ——— (1)

动量守恒 $\frac{h\nu_0}{c} = mv\cos\varphi + \frac{h\nu}{c}\cos\theta$ ——— (2)

(2) $\longleftrightarrow (mv)^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu_0}{c}\frac{h\nu}{c}\cos\theta$ ——— (3)



另有

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{—— (4)}$$

联立 (1)、(3)、(4)，忽略 $(v_0 - v)^2$ 项，可得

$$v_0 - v = \frac{h}{mc^2} v_0 v (1 - \cos \theta)$$

由 $v_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ ， $v = \frac{c}{\lambda}$ ，并记 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$

可推得

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

代入数值可算出 $h/mc = 0.0024 \text{ nm} = \lambda_C$ ：电子康普顿波长

$$\Delta\lambda = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2}$$



7.2.2 康普顿效应

理论解释:

1. $\Delta \lambda > 0$, 即 $\lambda > \lambda_0$:

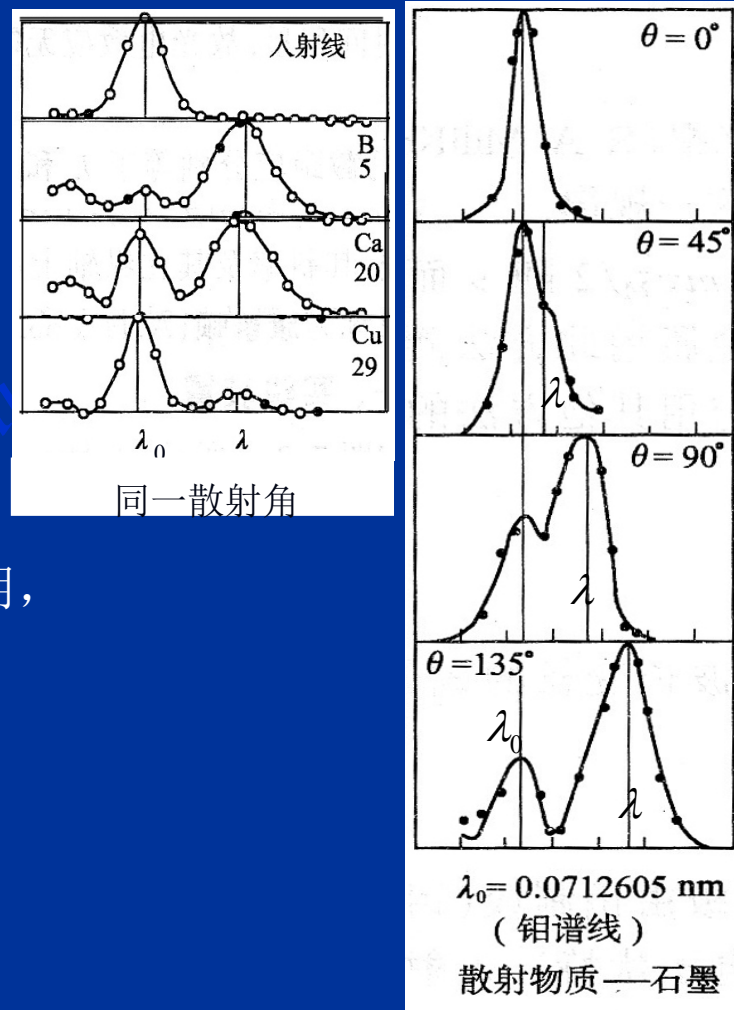
碰撞中光子把一部分能量交给了
电子, 本身能量 $E \downarrow$, $\nu \downarrow$, $\lambda \uparrow$.

2. 对同一 θ , $\Delta \lambda$ 与物质无关:

因散射是光子与物质中电子的作用,
而任何物质中电子都是相同的.

3. 对同一材料, θ 增大, $\Delta \lambda$ 增大:

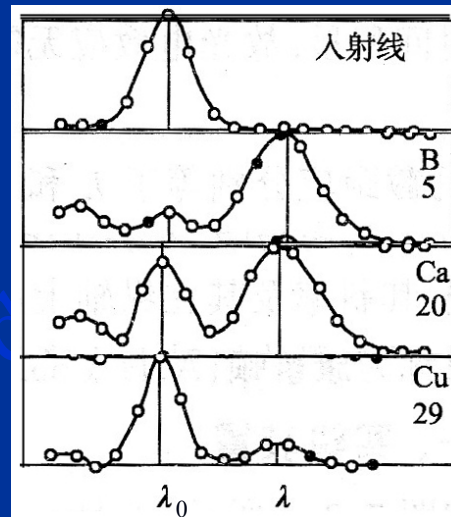
公式推导





4. 仍存在原波长 λ_0 谱线的原因:

以上模型中将电子看作自由电子, 不受其他粒子作用, 这仅对外层电子近似成立.



对内层电子, 束缚紧, 与核构成一个结合紧密的整体, 故光子与内层电子的碰撞应视为与整体原子的碰撞. 前文各式中电子质量 m_0 应代之以原子质量 M_0 , λ_c 极小, $\Delta \lambda \rightarrow 0$. (可想象为小球打在墙壁上, 只改变方向而不改变能量, 故 λ 、 ν 不变).

原子序数增大, 内层电子数增多, 原波长成分增多; 依能量守恒, 新波长成分减少.



讨论:

1. 前文设电子是静止的，这时 $\Delta \lambda$ 为定值，得单谱线 λ 。

实际电子是运动的（如热运动），且速度有一定分布，故散射谱线有一定展宽。

2. 可以证明
$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \frac{h\nu_0}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)}$$

若 $h\nu_0 \ll m_0c^2$ ($\sim 0.5\text{Mev}$)，则 $\nu \approx \nu_0$ ，看不到频率改变。

故要看到明显的频率改变，需光子 ν_0 较大。

故常用 λ 极短的 X、 γ 射线来作 Compton 实验，而不用可见光。

由此可与光电效应相区别：光电效应中 λ 量级为可见光， $\nu \approx \nu_0$ 。



3. 若 $v \ll c$

由
$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

可得 $mc^2 - m_0c^2 = \frac{1}{2} m_0v^2$ 化为经典动能

前文(2)式 $h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \iff h\nu_0 = h\nu + \frac{1}{2} m_0v^2$

故在常速近似下利用电子经典动能 $\frac{1}{2} m_0v^2$ 和经典动量 m_0v

代入前文方程组，仍可得到与前相同的公式.



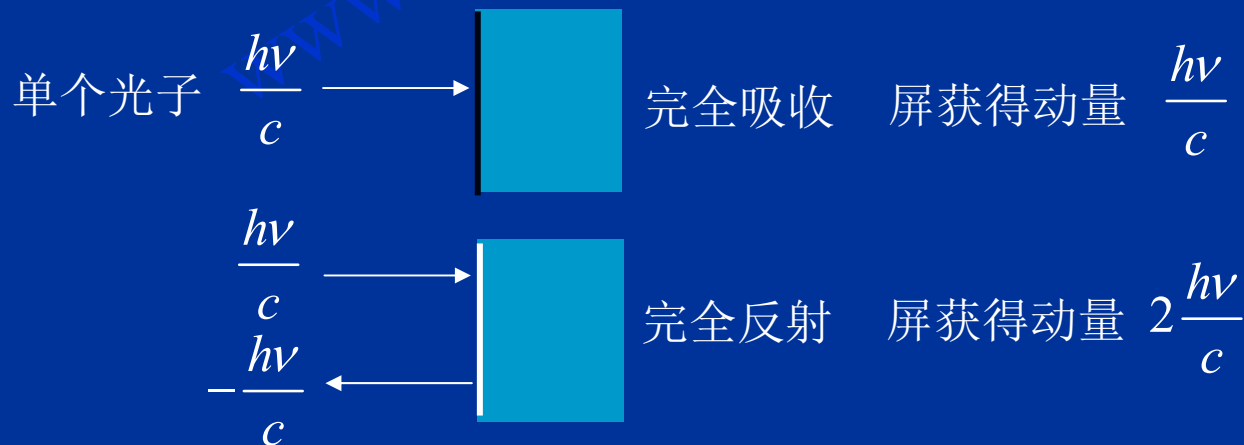
*7.2.3 验证光的粒子性的其他实验

1. 光压

压力与动量变化相联系

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = \frac{dmv}{dt} = \frac{dp}{dt} \quad p: \text{动量}$$

$$\text{压强} \quad P = \frac{dp}{dt ds} \quad ds: \text{面积}$$

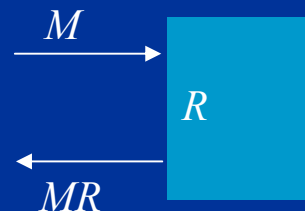




7.2.3 验证光的粒子性的其他实验

设某表面单位时间内垂直
照射单位面积的光子数为 M

该表面光强反射率为 R



M 个入射光子中 $\left\{ \begin{array}{l} R M \text{ 个被反射, 动量改变 } 2 \frac{h\nu}{c} R M \\ (1-R) M \text{ 个被吸收, 动量改变 } \frac{h\nu}{c} (1-R) M \end{array} \right.$

光压 $P =$ 单位时间单位面积的动量变化

$$= 2 \frac{h\nu}{c} R M + \frac{h\nu}{c} (1-R) M = (1+R) \frac{M h\nu}{c} = (1+R) \frac{S}{c}$$

其中 $S = M h\nu$ 为单位时间射到单位面积的光能,

即光的能流密度或辐照度.

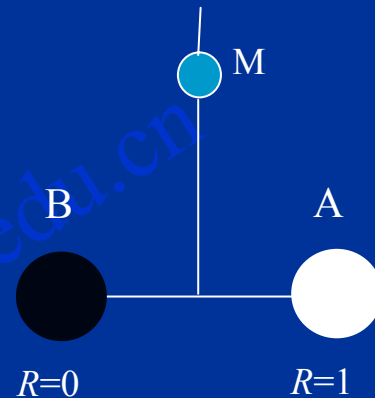


7.2.3 验证光的粒子性的其他实验

光压
$$P = (1 + R) \frac{S}{c}$$

右图中, 由前文分析, 应有

$$P_{R=1} = 2P_{R=0}$$

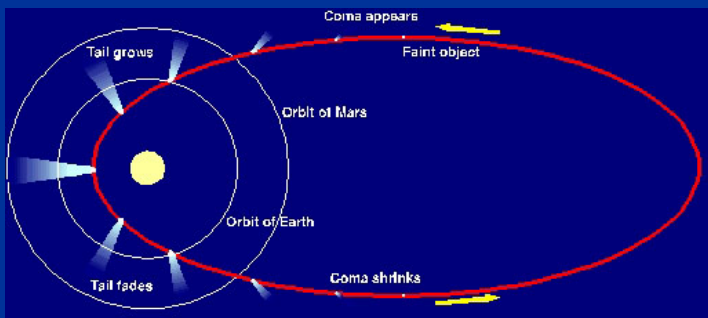


实验验证了

同样光强下照射A面M镜转角比照射B面大1倍.



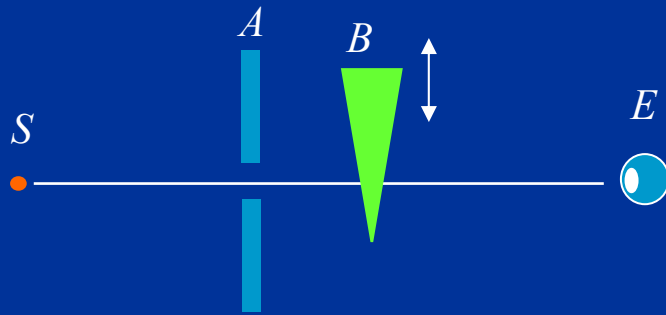
慧尾的形成 — 光压



光压 — 未来星际航行的动力?



2. 弱光流起伏 – 瓦维洛夫实验 (1932 – 1942)



现象:

B 下移, 光强非常弱时,
人眼看到断续的闪光

解释: 人眼视觉阈值 $\sim 4 \times 10^{-17} \text{ J/s}$, 相当于每秒约**110** 个黄绿光光子

光强 \gg 阈值时, 看到连续光

光强 \sim 阈值时, 光子数在阈值附近涨落

{	有时 $> 110/\text{s}$, 亮	}	闪烁
	有时 $< 110/\text{s}$, 暗		

光强越弱, 闪烁中暗的时间越长

直接“看到了”光的不连续性 – 量子起伏

(从连续波观点, 能量在波面连续分布, 要么亮, 要么暗, 不会闪烁.)



3. 引力红移

在引力作用下光波长向红端(长波)移动.

不严格的定性解释:

光向上传播, 光子上升, 克服引力做功. $E \downarrow, \nu \downarrow$

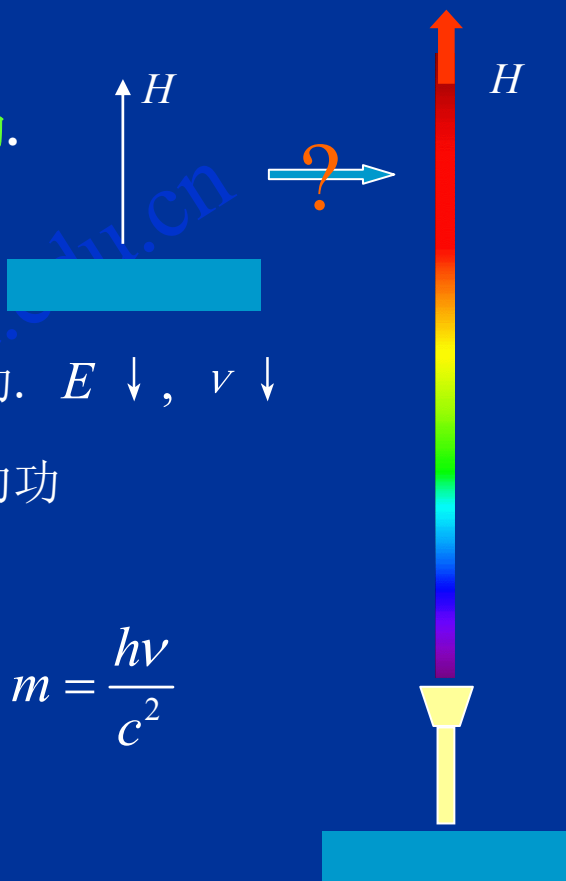
光子的能量减少等于它克服重力所作的功

设光子上升距离为 ΔH , 有

$$E = h\nu, \quad -\Delta E = -h\Delta\nu = mg\Delta H, \quad m = \frac{h\nu}{c^2}$$

$$\Delta\nu = -\frac{mg\Delta H}{h} = -\frac{g\nu\Delta H}{c^2}$$

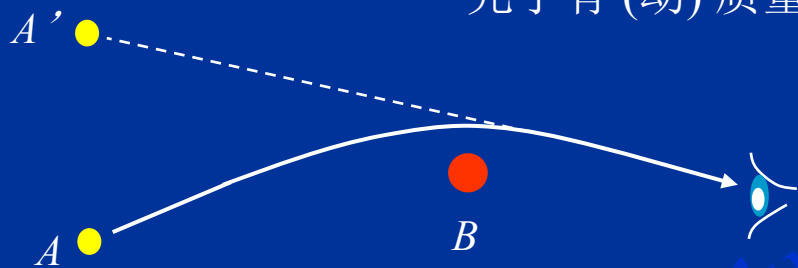
$$\Delta H > 0 \rightarrow \Delta\nu < 0$$





4. 引力下光线的弯曲

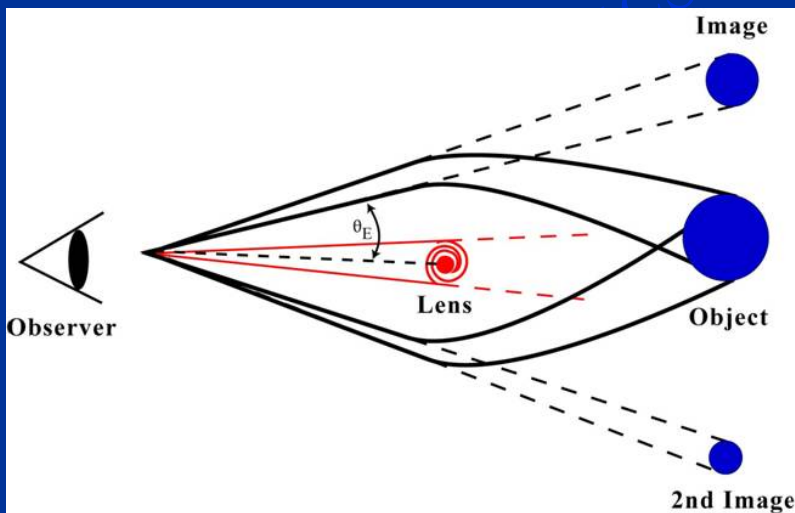
光子有(动)质量, 受大质量天体吸引可使轨道弯曲.



A: 星体实际位置

B: 大质量天体

A' : 星体表观位置



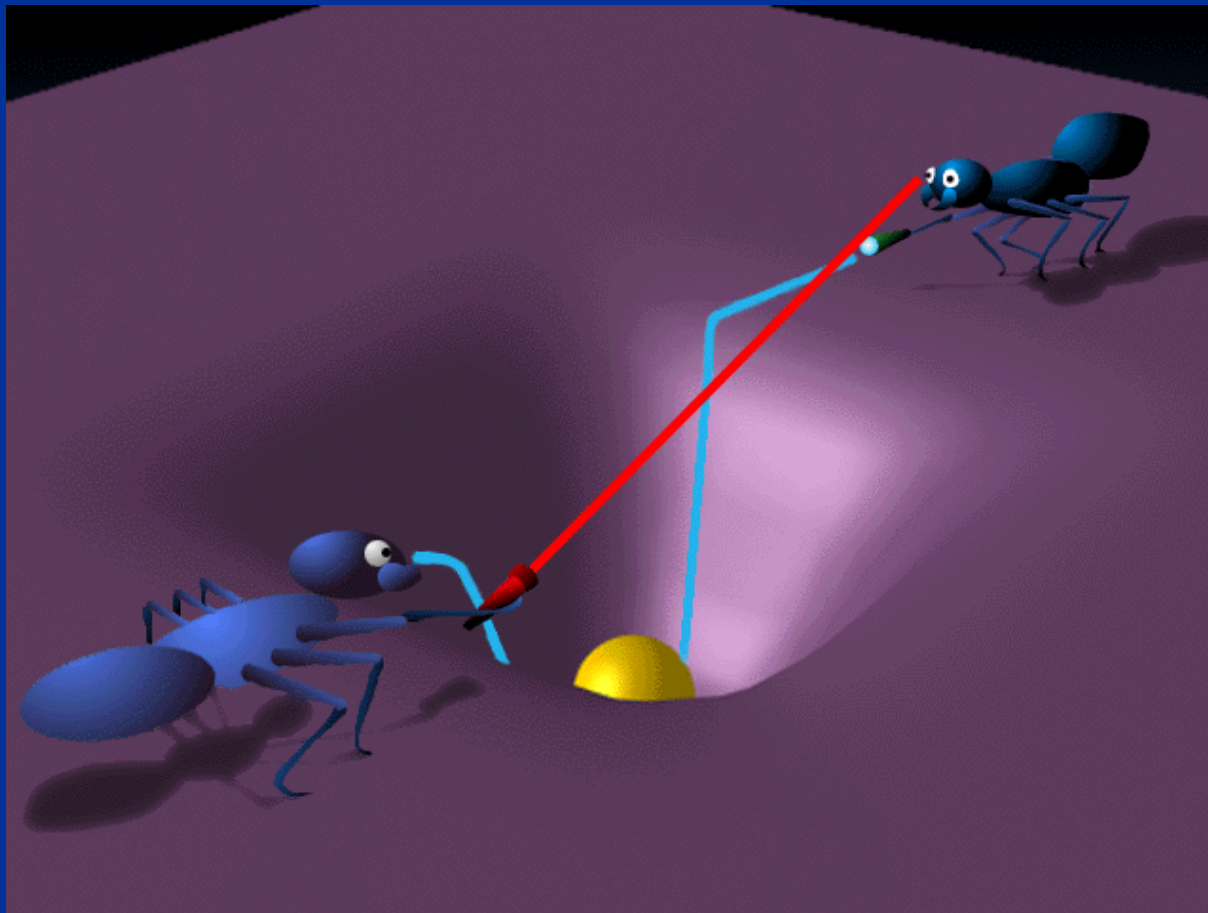
“引力透镜”





7.2.3 验证光的粒子性的其他实验

“空间弯曲”与“时空隧道”？





§ 7.3 光的波粒二象性

7.3.1 光的粒子性

光场由分立的粒子组成

光子能量 $E = h\nu$

光子质量 $m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$ 动质量

光子动量 $p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ 德布罗意关系

光场的能量密度 $w = NE = Nh\nu$

N : 光子数密度 (单位体积中的光子数)

光场的能流密度 $S = wc = Nh\nu c$ 光强

- 光子与实物的区别:
1. 无静止质量;
 2. 速度为定值 c .



7.3.2 光的波粒二象性及其概率解释

1. 光的二象性

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

粒子性 (E, p) 波性 (λ, ν)

2. 实物粒子的波粒二象性

可看作光的
二象性的推广

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

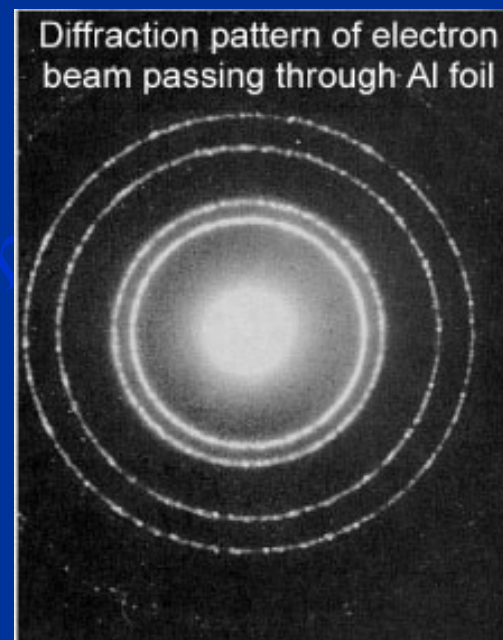
德布罗意波, 电子衍射证实

但一般宏观物体 p 大, λ 很小, 看不出波性.

如 $m=1\text{g}$, $v=1\text{ m/s}$, $\lambda = h/mv = 6.6 \times 10^{-31}\text{ m}$. 约为红光波长的 10^{-24} .

$\lambda \rightarrow 0$, 衍射可忽略, 粒子取几何光学路径, 即不受外力时作直线运动.

微观粒子 m 很小, λ 较大, 波性显著.

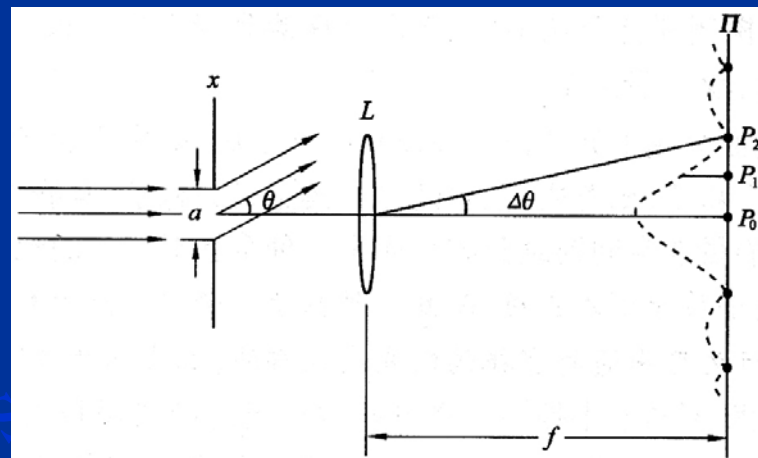




3. 二象性的概率解释

光是粒子，又是波，如何解释？

光子具有波性，
体现于无确定轨道



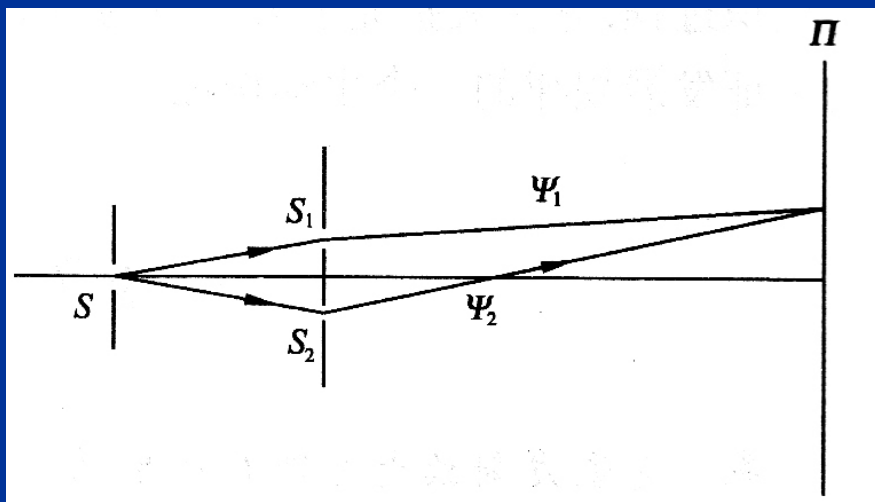
例1: 单缝衍射中，即使光很弱，每次只有一个光子通过，
经过充分长的时间曝光后，也形成相同的干涉图样。

说明波性不是大量粒子的集体行为，
而是单个粒子即具有的基本属性。

能够预测的只是光子落到屏上某点 P 的概率，
而不能确定某一光子究竟落于何处。



7.3.2 光的波粒二象性及其概率解释



例2: 双缝干涉中, 无法确定光子 (或电子) 究竟是通过了哪条缝, 而不影响干涉过程.

只能确定光子通过 S_1, S_2 的概率各为50%.

逐个单光子作实验也能看到条纹.

“每一光子只与自己发生干涉” (Dirac)



光子 (或其他微观粒子) 行为的基本图像

- (1) 单粒子在单次实验中的行为是不确定的，
而大量粒子的统计平均分布（大量粒子同时实验，或单粒子长时间连续实验）是有规律的，与经典理论结果一致。
- (2) 粒子行为可用概率波函数 $\psi(\mathbf{r}, t)$ (概率幅) 描述，
 $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ 代表在 \mathbf{r} 处 t 时刻现粒子的概率。
- (3) $\psi(\mathbf{r}, t)$ 具有波性，是时空周期函数（与波动光学中波函数相似）。



(4) 概率波函数可相干叠加.

如双缝干涉中, 只开 S_1 时, ψ_1 } S_1, S_2 同时开, $\psi = \psi_1 + \psi_2$
只开 S_2 时, ψ_2 } 有时相长有时相消

$|\psi|^2$ 与经典一致

(5) 实验中只能探测到整个粒子, 不可能有半个粒子,
而探测到粒子的概率由 $|\psi|^2$ 决定.



总结：光是什么？

光是粒子，也是波。

光既非经典粒子（无静质量和确定轨道），
也非经典波（能量并非在空间连续分布）；
是带有波性的粒子，带有粒子性的波。

粒子性： (1) 探测时以整个粒子形式出现；

(2) 有确定的能量和动量。

波性： (1) 无确定轨道；

(2) 有相应的频率和波长概念；

(3) 其行为可由随时空振荡的波函数描述，且波函数遵从
叠加原理。



4. 二象性在认识论上的意义

(1) 扩充了人们对物质概念的认识

实物 → 场

经典场 → 量子化的场 (单位体积中包含一定数目的光子)

物质: 客观存在, 有能量、动量, 可以运动和转化, 且遵从一定规律.

(2) 二象性对经典粒子说和波动说都是一个本质的飞跃,

用经典物理解释现代物理是行不通的.

(3) 说明了人们认识发展的辩证规律

粒子说 → 波动说 → 波粒二象性

否定之否定

正 → 反 → 合

目前是否终结?

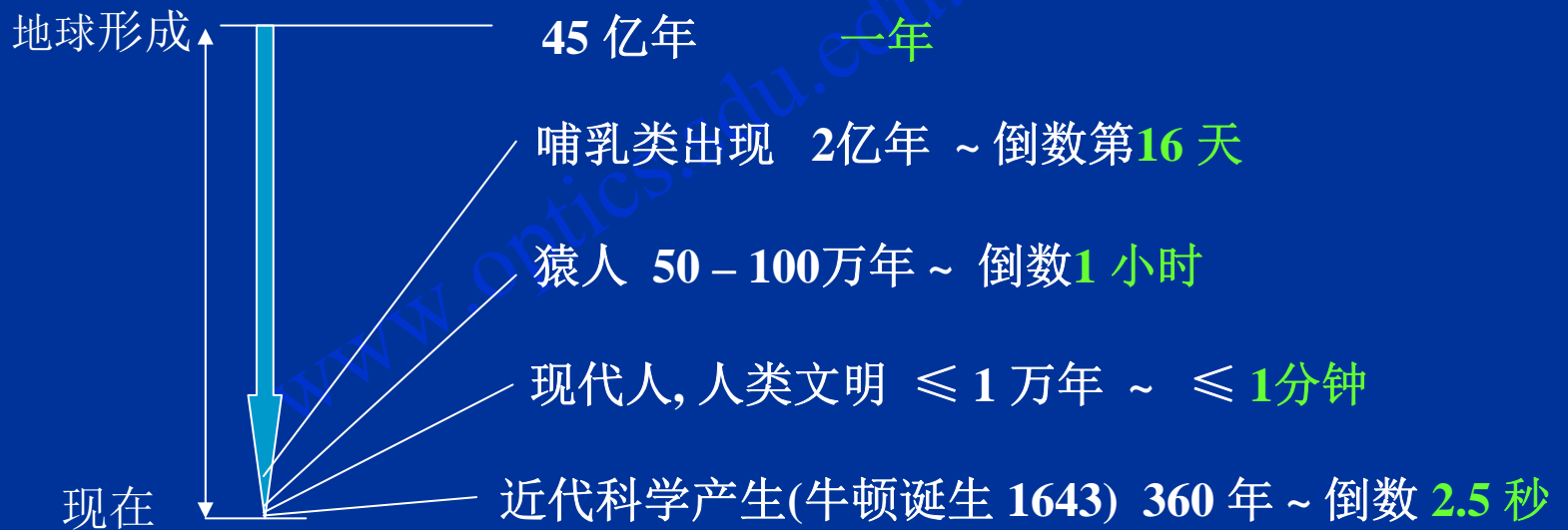
“上帝是不掷骰子的” _____ 爱因斯坦

统一场论?



光到底是什么？

你对目前的解释满意吗？





7.3.2 光的波粒二象性及其概率解释

Seeking for objective truth and knowledge is the highest and everlasting goal of human being.

————— A. Einstein

寻求客观真理和知识是人类最高和永恒的目标。

————— 爱因斯坦



科学永无止境， 诸君仍需努力！

习题: 11, 12, 18