

# 放大转发协作分布式 STBC-SC-FDE 系统的频率域信道估计与均衡

王永川, 陈自力

(军械工程学院 无人机工程系, 河北 石家庄 050003)

**摘 要:** 针对单中继放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 系统, 研究了频率选择性衰落信道的频率域估计与均衡, 给出了一种基于训练的最小二乘信道估计算法。该算法在 Chu 序列的辅助下, 可在目的端同时估计直接信道  $S \rightarrow D$  和级联信道  $S \rightarrow R \rightarrow D$ , 算法可达最小均方误差。Monte Carlo 仿真验证了算法的正确性, 仿真结果也表明, 信道的估计与均衡性能很大程度上受信道的可用发送功率分配方案的影响。

**关键词:** 信道估计; 信道均衡; 分布式 STBC; SC-FDE; 放大转发

中图分类号: TN911.25

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)03-0099-06

## Frequency domain channel estimation and equalization for distributed STBC-SC-FDE systems with amplify-and-forward relaying

WANG Yong-chuan, CHEN Zi-li

(Department of Unmanned Aerial Vehicle Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract:** Frequency domain channel estimation and equalization were studied for D-STBC-SC-FDE systems with amplify-and-forward relaying over frequency-selective fading channels, and a training-based least-squares channel estimation algorithm was proposed. The proposed algorithm can estimate simultaneously both the direct channel  $S \rightarrow D$  and the cascaded channel  $S \rightarrow R \rightarrow D$  at destination terminal assisted by Chu sequences, and can achieve the minimum mean square error. Monte Carlo simulation results confirm the proposed algorithm is correct and the available channel transmitting power allocation strategy affects the performance of channel estimation and equalization to a certain extent.

**Key words:** channel estimation; channel equalization; distributed STBC; SC-FDE; amplify-and-forward

### 1 引言

单载波频域均衡 (SC-FDE) 和正交频分复用 (OFDM) 具有相似的结构和性能, 但 SC-FDE 克服了 OFDM 的频偏敏感、高峰均功率比的不足, 非常适合于高速宽带数据传输<sup>[1]</sup>。然而 SC-FDE 技术无法实现多径的分集合并, 结合空时分组码 (STBC) 的单载波频域均衡 (STBC-SC-FDE) 技术可以同时获得多天线的分集增益和多径分集增益, 并保留了 SC-FDE 的低运算复杂度, 在频率选择性衰落信道中可以取得明显优于传统 SC-FDE 算法的性能<sup>[2]</sup>。

采用多天线技术可以充分利用各种时间、频

率和空间分集技术, 但是在实际应用中, 在小尺寸的移动终端上无法安装多个天线, 从而限制了多天线的实际应用, 基于中继的协作分集技术可以有效地解决这一矛盾<sup>[3]</sup>。利用协作分集技术可以将传统的 STBC-SC-FDE 拓展为分布式空时分组码单载波频域均衡 (D-STBC-SC-FDE), 文献 [4] 给出了放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 系统在准平稳频率选择性信道下的一种线性均衡技术, 文献 [5] 分析了放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 系统在快衰落信道下的性能, 文献 [6] 针对放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 系统提出了一种两阶段线性处理接收机方案。

要想充分利用协作带来的性能增益, 对放大转

发协作而言，目的端接收机必须能够准确获得信道状态信息<sup>[3]</sup>。遗憾的是文献[4~6]都没有给出目的端接收机获取信道状态信息的方法，而是假设接收机已知信道状态。实际上，在放大转发协作网络中，由于信道的中继以及中继端对噪声的放大转发，使得目的端对中继信道的估计非常困难。在放大转发协作中，通常有 2 种中继信道估计方案<sup>[7]</sup>：一是分别在中继端 (R) 估计源端 (S) 到中继端 (R) 的信道 S→R，在目的端 (D) 估计中继端 (R) 到目的端 (D) 的信道 R→D；二是在目的端直接估计级联信道 S→R→D。方案 2 在设备的复杂度和估计精度上都优于方案 1。

本文研究单中继网络放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 系统的频率域信道估计与均衡算法，针对准平稳的频率选择性衰落信道，给出了一种基于训练的最小二乘估计算法，该算法在 Chu<sup>[8]</sup>序列的辅助下，可同时估计直接信道 S→D 和中继级联信道 S→R→D，且具有最小均方误差 (MMSE)。第 2 节简要描述本文的研究对象——单中继放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 系统；第 3 节通过建立系统的频率域输入—输出模型，给出了一种可实现 MMSE 的最小二乘信道估计算法；第 4 节给出了系统频率域均衡的实现方法；第 5 节仿真验证了本文算法；第 6 节对全文进行总结。

符号说明：粗体大写字母表示矩阵，粗体小写字母表示列向量； $(\cdot)^*$ 、 $(\cdot)^T$ 、 $(\cdot)^H$  和  $(\cdot)^\dagger$  分别表示矩阵或向量的共轭、转置、共轭转置和 Moore-Penrose 逆； $E\{\cdot\}$  表示期望， $\text{tr}\{\cdot\}$  表示矩阵的迹， $\|\cdot\|$  表示矢量的欧式范数； $*$  表示矢量卷积， $\otimes$  表示矩阵 Kronecker 乘积； $I_N$  表示  $N \times N$  维的恒等矩阵， $\mathbf{0}_{M \times N}$  表示  $M \times N$  维的全零矩阵， $F_N$  表示  $N \times N$  维的归一化 FFT 矩阵， $F_N^{(L)}$  表示 FFT 矩阵  $F_N$  的前  $L$  列； $\text{diag}(\mathbf{x})$  表示主对角线元素为向量  $\mathbf{x}$  的对角矩阵； $[\cdot]_{p,q}$  表示位于第  $p$  行  $q$  列的矩阵元素。

## 2 系统描述

考虑一个包含 3 个终端的单中继协作网络，如图 1 所示，每个终端仅配置一个收发天线，源端 (S) 在中继端 (R) 的协助下向目的端 (D) 发送数据。假定中继端和目的端的通信采用的是放大转发模

式，且协作网络的时分复用协议采用文献[3]中的协议 III，即在第 1 个传输时隙，源端向中继端传送数据，在第 2 个传输时隙，源端和中继端同时向目的端传送数据。该协议便于利用 STBC 技术获得空间分集增益。

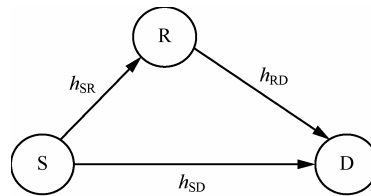


图 1 单中继协作网络

在系统的第  $j$  个传输块内，信道 S→R、S→D 和 R→D 的冲激响应分别为

$$h_{SR}^j = [h_{SR}^j(0) \cdots h_{SR}^j(L_{SR})]^T$$

$$h_{SD}^j = [h_{SD}^j(0) \cdots h_{SD}^j(L_{SD})]^T$$

$$h_{RD}^j = [h_{RD}^j(0) \cdots h_{RD}^j(L_{RD})]^T$$

其中， $L_{SR}$ 、 $L_{SD}$  和  $L_{RD}$  分别为各信道的阶数。假定信道 S→R、S→D 和 R→D 都是频率选择性的 Rayleigh 衰落信道，各自的时延功率谱矢量分别为

$$\mathbf{v}_{SR} = [\sigma_{SR}^2(0) \cdots \sigma_{SR}^2(L_{SR})]$$

$$\mathbf{v}_{SD} = [\sigma_{SD}^2(0) \cdots \sigma_{SD}^2(L_{SD})]$$

$$\mathbf{v}_{RD} = [\sigma_{RD}^2(0) \cdots \sigma_{RD}^2(L_{RD})]$$

并假设信道是准静态的，即在 2 个连续的传输块内信道参数不变，而每两块之间是独立变化的。

考虑 D-STBC-SC-FDE 块传输系统。在源端，连续 2 个传输时隙内发送符号首先被分组为两组  $M \times 1$  维的矢量块  $\mathbf{x}_i^j, i=1,2$ ，然后用  $N \times M$  维的补零矩阵  $\Psi = [I_M^T \quad \mathbf{0}_{M \times l}^T]^T$  ( $l = \max(L_{SR} + L_{RD}, L_{SD})$ ) 左乘矢量块  $\mathbf{x}_i^j$  产生块长为  $N$  的补零发送符号块。在 SC-FDE 系统中，采用补零发送符号块可充分利用信道的多径分集<sup>[2]</sup>。对于传输链 S→R 和 S→D 的发送符号块，采用 D-STBC 编码规则： $\mathbf{d}_1^{k+1} = -\mathbf{P}(\mathbf{d}_2^k)^*$ ， $\mathbf{d}_2^{k+1} = \mathbf{P}(\mathbf{d}_1^k)^*$ ， $k=0,2,4,\dots$ ，其中， $\mathbf{d}_i = \Psi \mathbf{x}_i, i=1,2$ ， $\mathbf{P}$  是  $N \times N$  维的置换矩阵<sup>[2]</sup>。

为了消除由信道频率选择性引起的块间干扰 (IBI), 在发送端发送符号时, 需要在发送符号块的前面插入长度为  $l$  的循环前缀 (CP), 在接收端接收数据时要去除 CP 对应的接收信号。在第  $j$  个传输块内, 放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 系统目的端的输入输出关系式为<sup>[4,6]</sup>

$$\mathbf{r}^j = \sqrt{\frac{E_{RD}E_{SR}}{E_{SR} + \sigma_R^2}} \mathbf{H}_{RD}^j \mathbf{H}_{SR}^j \mathbf{d}_1^j + \sqrt{E_{SD}} \mathbf{H}_{SD}^j \mathbf{d}_2^j + \tilde{\mathbf{n}}^j \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{H}_{SR}^j$ 、 $\mathbf{H}_{RD}^j$  和  $\mathbf{H}_{SD}^j$  分别为  $N \times N$  的循环矩阵, 矩阵中的各元素为  $[\mathbf{H}_i^j]_{p,q} = h_i^j((p-q) \bmod N)$ ,  $p, q \in [1, N]$ ,  $i$  分别表示 SR、RD 和 SD;  $E_{SR}$ 、 $E_{RD}$  和  $E_{SD}$  是各终端的平均可用功率, 包含着信道  $S \rightarrow R$ 、 $R \rightarrow D$  和  $S \rightarrow D$  的路径损耗和阴影效应。式(1)中的有效噪声

$$\tilde{\mathbf{n}}^j = \sqrt{\frac{E_{RD}}{E_{SR} + \sigma_R^2}} \mathbf{H}_{RD}^j \mathbf{n}_R^j + \mathbf{n}_D^j \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{n}_R^j \sim CN(0, \sigma_R^2)$  和  $\mathbf{n}_D^j \sim CN(0, \sigma_D^2)$  分别为中继端和目的端的加性高斯白噪声。

$$\alpha = \sqrt{\frac{E_{RD}E_{SR}}{E_{SR} + \sigma_R^2}}, \quad \beta = \sqrt{E_{SD}}, \quad \mathbf{H}_{SRD}^j = \mathbf{H}_{RD}^j \mathbf{H}_{SR}^j,$$

式(1)可表示为

$$\mathbf{r}^j = \alpha \mathbf{H}_{SRD}^j \mathbf{d}_1^j + \beta \mathbf{H}_{SD}^j \mathbf{d}_2^j + \tilde{\mathbf{n}}^j \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{H}_{SRD}^j$  仍然是  $N \times N$  的循环矩阵, 其元素为  $[\mathbf{H}_{SRD}^j]_{p,q} = h_{SRD}^j((p-q) \bmod N)$ ,  $p, q \in [1, N]$ ,  $h_{SRD}^j = h_{SR}^j * h_{RD}^j$  是级联信道  $S \rightarrow R \rightarrow D$  的冲激响应, 信道阶数  $L_{SRD} = L_{SR} + L_{RD}$ 。信道估计的任务就是在已知训练序列  $\mathbf{d}_i^j$  (或  $\mathbf{x}_i^j$ ),  $i=1, 2$  和接收信号  $\mathbf{r}^j$  的情况下, 求解信道  $S \rightarrow D$  和  $S \rightarrow R \rightarrow D$  的冲激响应  $h_{SRD}^j$  和  $h_{SD}^j$ 。

### 3 频率域信道估计

#### 3.1 系统频域输入输出模型

假设信道系数在 2 个连续的传输块内保持不变, 即  $\mathbf{H}_i^j = \mathbf{H}_i^{j+1} = \mathbf{H}_i$ ,  $i$  分别表示 SR、RD、SD 和 SRD, 则目的端对应第  $j$  和  $j+1$  传输块的接收信号可分别表示为

$$\mathbf{r}^j = \alpha \mathbf{H}_{SRD} \mathbf{d}_1^j + \beta \mathbf{H}_{SD} \mathbf{d}_2^j + \tilde{\mathbf{n}}^j \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}^{j+1} &= \alpha \mathbf{H}_{SRD} \mathbf{d}_1^{j+1} + \beta \mathbf{H}_{SD} \mathbf{d}_2^{j+1} + \tilde{\mathbf{n}}^{j+1} \\ &= -\alpha \mathbf{H}_{SRD} \mathbf{P}(\mathbf{d}_2^j)^* + \beta \mathbf{H}_{SD} \mathbf{P}(\mathbf{d}_1^j)^* + \tilde{\mathbf{n}}^{j+1} \end{aligned} \quad (5)$$

式(4)和式(5)为系统的时域输入输出模型。接下来, 可通过 FFT 变换将时域接收信号转换到频域, 式(4)两边都左乘 FFT 矩阵  $\mathbf{F}_N$ , 式(5)两边先取共轭, 再左乘置换矩阵  $\mathbf{P}$ , 然后左乘  $\mathbf{F}_N$ , 得

$$\mathbf{F}_N \mathbf{r}^j = \alpha \mathbf{F}_N \mathbf{H}_{SRD} \mathbf{d}_1^j + \beta \mathbf{F}_N \mathbf{H}_{SD} \mathbf{d}_2^j + \mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_N \mathbf{P}(\mathbf{r}^{j+1})^* &= -\alpha \mathbf{F}_N \mathbf{P} \mathbf{H}_{SRD}^* \mathbf{P} \mathbf{d}_2^j + \\ &\quad \beta \mathbf{F}_N \mathbf{P} \mathbf{H}_{SD}^* \mathbf{P} \mathbf{d}_1^j + \mathbf{F}_N \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{n}}^{j+1})^* \end{aligned} \quad (7)$$

因为  $\mathbf{P} \mathbf{H}_i^* \mathbf{P} = \mathbf{H}_i^H$ ,  $\mathbf{F}_N \mathbf{H}_i^H \mathbf{F}_N^H = \mathbf{A}_i^*$ ,  $\mathbf{A}_i$  为对角矩阵, 且其主对角矢量是信道  $h_i$  的频率响应  $h_{i,F} = \sqrt{N} \mathbf{F}_N^{(L_i+1)} h_i$ ,  $i$  分别表示 SRD 和 SD, 所以式(6)、式(7)可合并表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \mathbf{r}^j \\ \mathbf{F}_N \mathbf{P}(\mathbf{r}^{j+1})^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \mathbf{A}_{SRD} & \beta \mathbf{A}_{SD} \\ \beta \mathbf{A}_{SD}^* & -\alpha \mathbf{A}_{SRD}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \mathbf{d}_1^j \\ \mathbf{F}_N \mathbf{d}_2^j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j \\ \mathbf{F}_N \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{n}}^{j+1})^* \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(8)即为系统的频域输入输出模型。

式(8)也可以表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \mathbf{r}^j \\ \mathbf{F}_N^* \mathbf{P} \mathbf{r}^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_1^j) & \text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_2^j) \\ -(\text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_2^j))^* & (\text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_1^j))^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \mathbf{h}_{SRD,F} \\ \beta \mathbf{h}_{SD,F} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j \\ \mathbf{F}_N^* \mathbf{P} \tilde{\mathbf{n}}^{j+1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

将  $h_{i,F} = \sqrt{N} \mathbf{F}_N^{(L_i+1)} h_i$  ( $i$  分别表示 SRD 和 SD) 代入式(9), 得

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \mathbf{r}^j \\ \mathbf{F}_N^* \mathbf{P} \mathbf{r}^{j+1} \end{bmatrix}}_y &= \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_1^j) & \text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_2^j) \\ -(\text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_2^j))^* & (\text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_1^j))^* \end{bmatrix} \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} \alpha \sqrt{N} \mathbf{F}_N^{(L_{SRD}+1)} \mathbf{h}_{SRD} \\ \beta \sqrt{N} \mathbf{F}_N^{(L_{SD}+1)} \mathbf{h}_{SD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j \\ \mathbf{F}_N^* \mathbf{P} \tilde{\mathbf{n}}^{j+1} \end{bmatrix} \\ &= \sqrt{N} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{d1} \cdot \mathbf{F}_N^{(L_{SRD}+1)} & \mathbf{A}_{d2} \cdot \mathbf{F}_N^{(L_{SD}+1)} \\ -\mathbf{A}_{d2}^* \cdot \mathbf{F}_N^{(L_{SRD}+1)} & \mathbf{A}_{d1}^* \cdot \mathbf{F}_N^{(L_{SD}+1)} \end{bmatrix}}_A \cdot \\ &\quad \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha \mathbf{h}_{SRD} \\ \beta \mathbf{h}_{SD} \end{bmatrix}}_h + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j \\ \mathbf{F}_N^* \mathbf{P} \tilde{\mathbf{n}}^{j+1} \end{bmatrix}}_w \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{A}_{d1} = \text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_1^j)$ ,  $\mathbf{A}_{d2} = \text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{d}_2^j)$ 。将式(10)简写为

$$\mathbf{y} = \sqrt{N} \mathbf{A} \mathbf{h} + \mathbf{w} \quad (11)$$

信道估计的任务就是利用训练序列  $\mathbf{d}_i^j$  (或  $\mathbf{x}_i^j$ ) 和对应的采样接收信号  $\mathbf{y}$  从式(11)中恢复未知向量  $\mathbf{h}$ 。

### 3.2 最小二乘信道估计

对于式(11), 若矩阵  $\mathbf{A}$  满列秩, 则信道冲激响应  $\mathbf{h}$  的线性最小二乘估计为<sup>[9]</sup>

$$\hat{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \alpha \hat{\mathbf{h}}_{\text{SRD}} \\ \beta \hat{\mathbf{h}}_{\text{SD}} \end{bmatrix} = (\sqrt{N} \mathbf{A})^\dagger \mathbf{y} = \mathbf{h} + \frac{1}{\sqrt{N}} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{w} \quad (12)$$

最小二乘估计子  $\hat{\mathbf{h}}$  的性能取决于式(12)中的  $\mathbf{w}$  和  $\mathbf{A}$ 。

首先研究噪声  $\mathbf{w}$  的特性。式(2)均左乘 FFT 变换矩阵  $\mathbf{F}_N$ , 得噪声的频域表达式为

$$\mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j = \sqrt{\frac{E_{\text{RD}}}{E_{\text{SR}} + \sigma_{\text{R}}^2}} \mathbf{F}_N \mathbf{H}_{\text{RD}}^j \mathbf{n}_{\text{R}}^j + \mathbf{F}_N \mathbf{n}_{\text{D}}^j \quad (13)$$

令  $\gamma = \sqrt{\frac{E_{\text{RD}}}{E_{\text{SR}} + \sigma_{\text{R}}^2}}$ , 并利用  $\mathbf{H}_{\text{RD}}^j$  的循环特性,

式(13)可进一步表示为

$$\mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j = \gamma \mathbf{A}_{\text{RD}}^j \mathbf{F}_N \mathbf{n}_{\text{R}}^j + \mathbf{F}_N \mathbf{n}_{\text{D}}^j \quad (14)$$

由式(14)可见, 目的端频域噪声  $\mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j$  的均值为零, 其协方差为

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbb{E} \left\{ (\mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j) (\mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j)^H \right\} \\ &= \gamma^2 \cdot \sigma_{\text{R}}^2 \cdot \text{diag} \left( \left| \mathbf{h}_{\text{RD},\text{F}}^j(1) \right|^2, \dots, \left| \mathbf{h}_{\text{RD},\text{F}}^j(N) \right|^2 \right) + \sigma_{\text{D}}^2 \cdot \mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (15)$$

假设信道系数  $\mathbf{h}_{\text{RD}}^j(l)$  是均值为零、方差为  $\sigma_{\text{RD}}^2(l)$  的复高斯随机变量,  $l=0,1,\dots,L_{\text{RD}}$ , 则由 FFT 变换可知, 信道的频率域系数  $\mathbf{h}_{\text{RD},\text{F}}^j(k)$  的均值也为零, 方差为  $\sigma_{\text{RD}}^2 = \sum_{l=0}^{L_{\text{RD}}} \sigma_{\text{RD}}^2(l)$ ,  $k \in [1, N]$ 。因此, 协方差矩阵  $\mathbf{C}$  可近似为

$$\mathbf{C} = \mathbb{E} \left\{ (\mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j) (\mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j)^H \right\} \approx (\gamma^2 \cdot \sigma_{\text{R}}^2 \cdot \sigma_{\text{RD}}^2 + \sigma_{\text{D}}^2) \cdot \mathbf{I}_N \quad (16)$$

所以, 在上述信道  $\text{R} \rightarrow \text{D}$  假设条件下, 目的端频域噪声  $\mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j \sim \text{CN}(0, \gamma^2 \cdot \sigma_{\text{R}}^2 \cdot \sigma_{\text{RD}}^2 + \sigma_{\text{D}}^2)$ 。

如果噪声  $\mathbf{F}_N \tilde{\mathbf{n}}^j \sim \text{CN}(0, \gamma^2 \cdot \sigma_{\text{R}}^2 \cdot \sigma_{\text{RD}}^2 + \sigma_{\text{D}}^2)$ , 则式(12)的最小二乘估计子  $\hat{\mathbf{h}}$  为无偏估计子, 其均

值为零,  $\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}\} = \mathbf{0}$ 。最小二乘估计子  $\hat{\mathbf{h}}$  的均方误差为

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \mathbb{E} \left\{ (\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}) (\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h})^H \right\} \\ &= \frac{1}{N} \mathbb{E} \left\{ (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \right\} \\ &= \frac{\gamma^2 \cdot \sigma_{\text{R}}^2 \cdot \sigma_{\text{RD}}^2 + \sigma_{\text{D}}^2}{N} \cdot \text{tr} \left\{ (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

当且仅当矩阵  $(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1}$  为对角阵且主对角线上所有元素都相等时,  $\text{tr} \left\{ (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \right\}$  最小, 即 MSE 最小<sup>[10]</sup>。

下面分析矩阵  $(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1}$  的结构特性。由式(10)可知

$$(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{d1}^H \mathbf{A}_{d1} + \mathbf{A}_{d2}^H \mathbf{A}_{d2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{d1}^H \mathbf{A}_{d1} + \mathbf{A}_{d2}^H \mathbf{A}_{d2} \end{bmatrix}^{-1} \quad (18)$$

由式(18)可见, 矩阵  $(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1}$  是分块对角矩阵, 其主对角元素

$$\begin{aligned} \left[ (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \right]_{p,p} &= \left[ (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \right]_{p+N,p+N} \\ &= \frac{1}{\left| \mathbf{d}_{1,\text{F}}(p) \right|^2 + \left| \mathbf{d}_{2,\text{F}}(p) \right|^2}, \quad p \in [1, N] \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $\mathbf{d}_{i,\text{F}} = \mathbf{F}_N \mathbf{d}_i^j$ ,  $i=1,2$  是频率域训练信号。最小二乘信道估计  $\hat{\mathbf{h}}$  的 MSE 取最小值, 即  $\text{tr} \left\{ (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \right\}$  取最小值的条件是

$$\left| \mathbf{d}_{1,\text{F}}(p) \right|^2 + \left| \mathbf{d}_{2,\text{F}}(p) \right|^2 = 2c, \quad \forall p \in [1, N] \quad (20)$$

其中,  $c$  为常数, 是训练信号的平均功率。满足这一条件的训练序列即为最优训练序列, 在最优训练下, 信道估计值  $\hat{\mathbf{h}}$  的最小均方误差为

$$\text{MMSE} = \frac{\gamma^2 \cdot \sigma_{\text{R}}^2 \cdot \sigma_{\text{RD}}^2 + \sigma_{\text{D}}^2}{N} \cdot \frac{2N}{2c} = \frac{\gamma^2 \cdot \sigma_{\text{R}}^2 \cdot \sigma_{\text{RD}}^2 + \sigma_{\text{D}}^2}{c} \quad (21)$$

很明显, Chu 序列是一种最优训练序列, 它不仅在频域有常数幅值 (满足式 (20)), 同时在时域也有常数幅值<sup>[8]</sup>, 可保证系统具有较低的峰均功率比, 是一种很实用的最优训练序列。

## 4 频率域均衡

一旦获得信道的估计值  $\hat{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \alpha \hat{\mathbf{h}}_{\text{SRD}} \\ \beta \hat{\mathbf{h}}_{\text{SD}} \end{bmatrix}$ , 就可以应

用频率域均衡技术去检测接收信号。观察式(8)表示的 D-STBC-SC-FDE 系统频域输入输出模型，令  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha \mathbf{A}_{\text{SRD}} & \beta \mathbf{A}_{\text{SD}} \\ \beta \mathbf{A}_{\text{SD}}^* & -\alpha \mathbf{A}_{\text{SRD}}^* \end{bmatrix}$ ，则  $\mathbf{A}^H \mathbf{A} = \mathbf{I}_2 \otimes \bar{\mathbf{A}}^2$ ，

$\bar{\mathbf{A}} = (\alpha^2 \mathbf{A}_{\text{SRD}}^* \mathbf{A}_{\text{SRD}} + \beta^2 \mathbf{A}_{\text{SD}}^* \mathbf{A}_{\text{SD}})^{1/2}$ 。若信道系数  $\mathbf{h}_{\text{SRD}}$  和  $\mathbf{h}_{\text{SD}}$  的 FFT 变换没有公共零点，则  $\bar{\mathbf{A}}$  可逆，可构造酉矩阵  $\mathbf{U} = \mathbf{A}(\mathbf{I}_2 \otimes \bar{\mathbf{A}}^{-1})$ 。式(8)两边均左乘  $\mathbf{U}^H$ ，得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}^j \\ \mathbf{z}^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \mathbf{F}_N \mathbf{d}_1^j \\ \bar{\mathbf{A}} \mathbf{F}_N \mathbf{d}_2^j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{n}}^j \\ \bar{\mathbf{n}}^{j+1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中， $\begin{bmatrix} \mathbf{z}^j \\ \mathbf{z}^{j+1} \end{bmatrix} = \mathbf{U}^H \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \mathbf{r}^j \\ \mathbf{F}_N \mathbf{P}(\mathbf{r}^{j+1})^* \end{bmatrix}$ ， $\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{n}}^j \\ \bar{\mathbf{n}}^{j+1} \end{bmatrix} = \mathbf{U}^H \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \bar{\mathbf{n}}^j \\ \mathbf{F}_N \mathbf{P}(\bar{\mathbf{n}}^{j+1})^* \end{bmatrix} \sim CN(0, \gamma^2 \cdot \sigma_{\text{R}}^2 \cdot \sigma_{\text{RD}}^2 + \sigma_{\text{D}}^2)$ 。由式

(22)可见，D-STBC-SC-FDE 系统获得了二阶空间分集，并在频率域实现了输入输出解耦，使得频率域均衡检测更加方便，两组发送数据块  $\mathbf{d}_1^j$  和  $\mathbf{d}_2^j$  可分别独立检测。采用分组 MMSE 均衡，得

$$\mathbf{d}_1^j = \mathbf{F}_N^H \left( \bar{\mathbf{A}}^H \bar{\mathbf{A}} + \frac{1}{\text{SNR}} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \bar{\mathbf{A}}^H \mathbf{z}^j \quad (23)$$

$$\mathbf{d}_2^j = \mathbf{F}_N^H \left( \bar{\mathbf{A}}^H \bar{\mathbf{A}} + \frac{1}{\text{SNR}} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \bar{\mathbf{A}}^H \mathbf{z}^{j+1} \quad (24)$$

进一步可得原始发送符号为  $\mathbf{x}_i^j = \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{d}_i^j$ ， $i=1,2$ 。

### 5 仿真与结果

按照第 2 节描述的系统模型构建一个包含 3 个终端的单中继放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 网络对本文建议的信道估计与均衡算法进行 Monte Carlo 仿真验证。假设信道 S→R、S→D 和 R→D 都是频率选择性的 Rayleigh 衰落信道，它们在每一个传输块内都是平稳的、非相关的，所有抽头都是独立同分布 (i.i.d) 的复高斯过程，且信道参数在 2 个连续发送数据块时间内不变。信源符号采用 QPSK 调制信号，训练序列采用 Chu 序列。

假设信道 S→R、S→D 和 R→D 的阶数  $L_{\text{SR}} = L_{\text{SD}} = L_{\text{RD}} = 3$ ，都具有均匀分布的时延功率

谱，且  $\sum_{l=0}^{L_i} \sigma_i^2(l) = 1$ ， $i$  分别表示 SR、SD 和 RD。用归一化均方误差  $\text{NMSE} = \|\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\|^2 / \|\mathbf{h}\|^2$  来衡量系统的信道估计性能。

仿真时，取训练序列数据块长度  $N = 128$ ，中继端信噪比  $\text{SNR}_r = E_{\text{SR}} / \sigma_{\text{R}}^2$  分别为 25dB 和 10dB，图 2 为系统信道估计的 NMSE 随目的端信噪比  $\text{SNR}_d = E_{\text{SD}} / (\gamma^2 \cdot \sigma_{\text{R}}^2 \cdot \sigma_{\text{RD}}^2 + \sigma_{\text{D}}^2)$  的变化曲线，这里假定直接信道 S→D 和中继级联信道 S→R→D 的发送功率一致，即  $E_{\text{RD}} = E_{\text{SD}}$ 。由图 2 可见，中继级联信道 S→R→D 的估计误差要大于 S→D 信道，原因是中继信道存在噪声传播；信道 S→R→D 和 S→D 的估计性能在  $\text{SNR}_r$  较小时会很差，表明信道估计性能会受 S→R 信道条件的影响，只有在信道 S→R 条件较好时，系统才能有比较满意地估计性能。

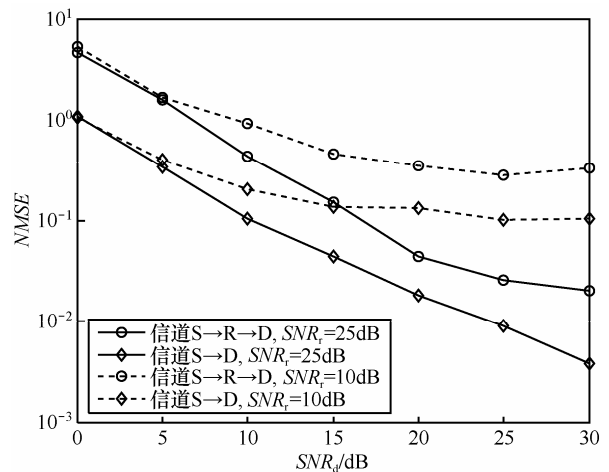


图 2 D-STBC-SC-FDE 系统信道估计的 NMSE 曲线 ( $E_{\text{RD}}=E_{\text{SD}}$ )

当直接信道 S→D 和中继级联信道 S→R→D 的平均可用发送功率不一致时，即  $E_{\text{RD}} \neq E_{\text{SD}}$ ，放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 系统信道估计的 NMSE 曲线如图 3 所示，这里训练序列数据块长度仍然是  $N = 128$ ， $\text{SNR}_r = 25\text{dB}$ ， $E_{\text{RD}} = nE_{\text{SD}}$ ， $n$  分别取 0.1、1 和 10。由图 3 可见，在同样的功率配置下，中继级联信道 S→R→D 的估计误差要大于 S→D 信道，当功率配置变化时，比如  $n$  越大，中继级联信道 S→R→D 的估计误差越小，而信道 S→D 的估计误差越大（低  $\text{SNR}_d$  时误差基本一致）。这表明信道 S→R→D 和 S→D 对功率分配的要求是矛盾的，实际应用中要综合考虑。

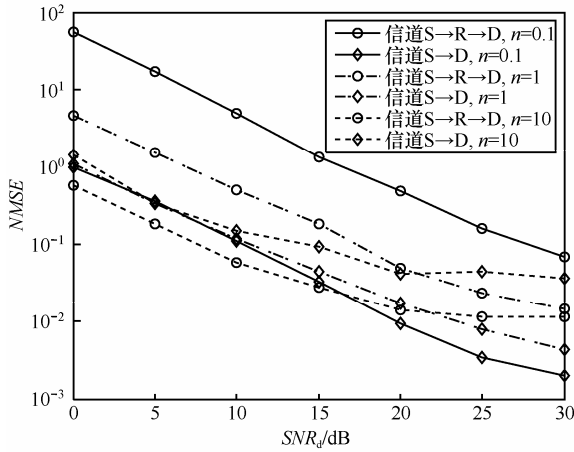


图 3 D-STBC-SC-FDE 系统信道估计的 NMSE 曲线 ( $E_{RD}=nE_{SD}$ )

为了验证本文提出的信道估计与均衡的综合效果，采用误符号率 (SER) 来衡量放大转发协作 D-STBC- SC-FDE 系统的均衡性能。仿真时，取发送数据块有用信息符号的长度  $M = 122$ ，CP 长度  $l = 6$ ， $SNR_r = 25\text{dB}$ ， $E_{SR} = E_{SD}$ 。图 4 为连续 2 个发送数据块长度内 100 次 Monte Carlo 仿真的 SER 曲线。由图可见，分别利用估计信道和理想信道进行频率域 MMSE 均衡，SER 曲线之间还有一定的误差，实际应用中，若要进一步减小 SER，可使用判决反馈均衡或迭代均衡方法。

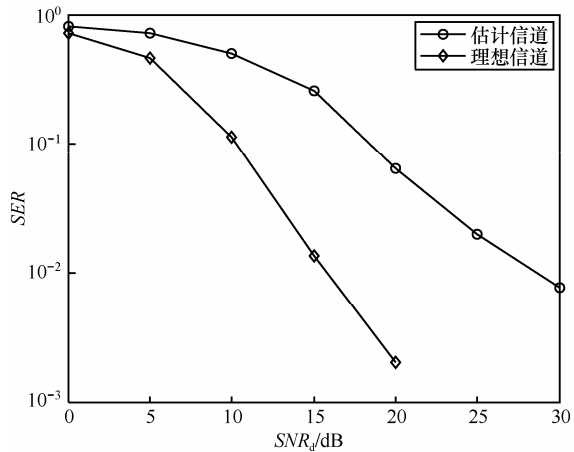


图 4 D-STBC-SC-FDE 系统的 SER 曲线 ( $E_{RD}=E_{SD}$ )

如同信道估计时那样，当平均可用发送功率不一致，即  $E_{RD} \neq E_{SD}$  时，不同的功率分配方案，会有不同的 SER 曲线，如图 5 所示。图 5 对应的仿真参数为： $M = 122$ ， $l = 6$ ， $SNR_r = 25\text{dB}$ ， $E_{RD} = nE_{SD}$ ， $n = 0.1, 1, 10$ 。由图 5 可以看出，在信噪比  $SNR_d \leq 20\text{dB}$ ， $n$  越大，SER 越小，若  $SNR_d \geq 25\text{dB}$ ， $n$  越大，SER 越大。结合图 3 所

示的信道估计性能，即  $n$  越大，中继级联信道  $S \rightarrow R \rightarrow D$  的估计误差越小，而信道  $S \rightarrow D$  的估计误差越大，图 5 实际上表明，中继级联信道  $S \rightarrow R \rightarrow D$  的衰落性能对 D-STBC-SC-FDE 系统信道估计与均衡的综合效果起主导作用。

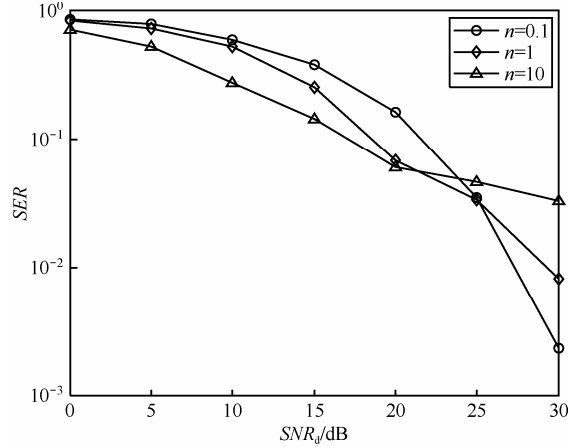


图 5 D-STBC-SC-FDE 系统的 SER 曲线 ( $E_{RD}=nE_{SD}$ )

### 6 结束语

本文研究了单中继网络放大转发协作 D-STBC-SC-FDE 系统的频率域信道估计与均衡算法，针对准平稳的频率选择性衰落信道，给出了一种基于训练的最小二乘估计算法，该算法在 Chu 序列的辅助下，可同时估计直接信道  $S \rightarrow D$  和中继级联信道  $S \rightarrow R \rightarrow D$ ，且具有最小均方误差。Monte Carlo 仿真验证了算法的正确性和性能，结果表明，中继级联信道  $S \rightarrow R \rightarrow D$  的衰落性能对 D-STBC- SC-FDE 系统信道估计与均衡的综合效果起主导作用，实际应用中要综合考虑信道的衰落特性对源端的发送功率进行合理分配。

### 参考文献:

- [1] PANCALDI F, VITETTA G, KALBASI R. Single-carrier frequency domain equalization[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(5): 37-56.
- [2] ZHOU S, GIANNAKIS B. Single-carrier space-time block-coded transmissions over frequency-selective fading channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(1): 164-179.
- [3] NABAR R, BOLCSKEI H, KNEUBUHLER F. Fading relay channels: performance limits and space-time signal design[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2004, 22(6): 1099-1109.
- [4] MHEIDAT H, UYSAL M, AL-DHAHIR N. Equalization techniques for distributed space-time block codes with amplify-and-forward relaying[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(5): 1839-1852.

(下转第 110 页)