文章编号: 1001-0920 (2014) 03-0572-05 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2012.1565

基于 Huber M 估计的鲁棒 Cubature 卡尔曼滤波算法

黄 玉[a,b], 武立华[a], 孙 枫[b]

(哈尔滨工程大学 a. 理学院，b. 自动化学院，哈尔滨 150001)

摘 要: Cubature 卡尔曼滤波器 (CKF) 在非高斯噪声或统计特性未知时滤波精度将会下降甚至发散, 为此提出了统计回归估计的鲁棒 CKF 算法. 推导出线性化近似回归和直接非线性回归的鲁棒 CKF 算法, 直接非线性回归克服了观测方程线性化近似带来的不足. 具有混合高斯噪声的仿真实例比较了 3 种 Cubature 卡尔曼滤波器的滤波性能, 结果表明这两种鲁棒 CKF 滤波精度及估计一致性明显优于 CKF, 直接非线性回归的 CKF 的鲁棒性更强, 滤波性能更好.

关键词: Cubature 卡尔曼滤波；非线性滤波；Huber M 估计；鲁棒性

中图分类号: TN911 **文献标志码:** A

Robust Cubature Kalman filter based on Huber M estimator

HUANG Yu[a,b], *WU Li-hua*[a], *SUN Feng*[b]

(a. College of Science，b. College of Automation，Harbin Engineering University，Harbin 150001，China. Correspondent：HUANG Yu；E-mail：huangyu_cge@china.com.cn)

Abstract: A class of robust Cubature Kalman filter(CKF) algorithm with statistical regression is proposed to solve the problem that the conventional CKF declines in accuracy and further diverges when the noise is not Gaussian noise or its prior statistic is unknown. Two kinds of robust CKFs with linear approximation regression or not are deduced and filtering steps are designed. The directly nonlinear regression overcomes the shortcoming of CKF with linear approximation of measurement align. Simulation example with a model of mixed Gaussian noise analyzes and contrasts the performances of filter with the three kinds of Cubature Kalman Filter. The results show that the two robust Cubature Kalman filters outbalance the conventional CKF in the accuracy and consistency of filtering, and the robust CKF without linear approximation owns stronger robustness and better performance compared with the other robust CKF.

Key words: Cubature Kalman filter；non-linear filter；Huber M estimation；robustness

0 引 言

Cubature 卡尔曼滤波 (CKF) 是根据贝叶斯估计理论及 Spherical-Radical Cubature 规则经过严格的数学推导得出的滤波算法, 权值永远为正, 其数值稳定性及滤波精度优于 UKF[1-2], 已广泛应用于导航定位领域[3-13]. 不足的是, CKF 要求噪声为统计特性已知的高斯分布, 否则滤波精度会明显下降. 在实际应用中, 受试验样本等各方面的限制, 噪声的先验统计未知或不准确, 或实际噪声统计特性受系统内外部不确定因素的影响而变化. Huber M 估计是经严格推导的广义极大似然估计, 同时 Huber 给出了应对高斯分布附近存在对称干扰问题的 Huber 方法[14-15]. Karlgaard 等[16] 从分开差分滤波的统计线性回归观点出发, 推导了基于 Huber 方法的鲁棒分开差分滤波. Wang 等[17] 研究了基于 Huber M 估计的 UKF 在视频相对导航中的应用. Lefebvre 等[18] 从统计线性回归的角度明确指出 Unscented 变换是在方差传递时考虑了线性化误差补偿的统计线性回归, 仅用回归得到的线性模型进行方差传递, 而不计线性化误差补偿, 这会低估传递误差, 影响滤波精度. 因此, Karlgaard 和 Wang 提出的基于统计线性化近似模型的鲁棒滤波方法损失了 Sigma 点卡尔曼滤波原有的精度.

本文利用 Huber M 估计对观测信息进行重新构建, 然后采用 CKF 的观测更新算法对非线性观测方程进行滤波, 无需对非线性观测方程进行线性化近似, 从而构成非线性鲁棒滤波算法. 该算法在鲁棒性、滤

收稿日期: 2012-10-19；**修回日期:** 2013-04-23.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(60834005)；国家自然科学基金青年科学基金项目(61004130)；中国博士后科学基金项目(2012M510925, 2013T60348, 2013M530145)；中央高校基本科研业务费项目.

作者简介: 黄玉(1976–), 男, 讲师, 博士, 从事地磁导航及仪器、非线性系统滤波等研究；孙枫(1944–), 男, 教授, 博士生导师, 从事导航、制导与控制等研究.

波精度及一致性等方面都明显优于传统CKF和基于统计线性化近似模型的CKF方法.

1 传统 CKF

状态空间形式的离散非线性系统为

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_k = F(\boldsymbol{x}_{k-1}) + \boldsymbol{w}_{k-1},\\ \boldsymbol{y}_k = H(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{v}_k.\end{cases} \tag{1}$$

式中: $\boldsymbol{x}_k \in \boldsymbol{R}^n$ 和 $\boldsymbol{y}_k \in \boldsymbol{R}^m$ 分别为状态向量和量测向量; $F(\cdot)$ 和 $H(\cdot)$ 为系统非线性状态函数和量测函数; 过程噪声 $\boldsymbol{w}_k$ 和量测噪声 $\boldsymbol{v}_k$ 为互不相关的高斯白噪声, 且均值和协方差矩阵分别为

$$\begin{cases}E[\boldsymbol{w}_k] = 0,\ E[\boldsymbol{w}_k\boldsymbol{w}_j^{\mathrm{T}}] = \boldsymbol{Q}\delta_{kj},\\ E[\boldsymbol{v}_k] = 0,\ E[\boldsymbol{v}_k\boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}] = \boldsymbol{R}\delta_{kj}.\end{cases} \tag{2}$$

其中 δ_{kj} 为 Kronecker-delta 函数.

基于非线性系统模型的CKF算法的具体流程分为时间更新阶段和量测更新阶段.

时间更新阶段有

$$\boldsymbol{P}_{k-1|k-1} = \boldsymbol{S}_{k-1|k-1}\boldsymbol{S}_{k-1|k-1}^{\mathrm{T}}, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{X}_{i,k-1|k-1} = \boldsymbol{S}_{k-1|k-1}\boldsymbol{\xi}_i + \hat{x}_{k-1|k-1}, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{X}_{i,k|k-1}^{*} = F(\boldsymbol{X}_{i,k-1|k-1}), \tag{5}$$

$$\hat{x}_{k|k-1} = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}\boldsymbol{X}_{i,k|k-1}^{*}, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1} = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}\boldsymbol{X}_{i,k|k-1}^{*}\boldsymbol{X}_{i,k|k-1}^{*\mathrm{T}} - \hat{x}_{k|k-1}\hat{x}_{k|k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{k-1}. \tag{7}$$

量测更新阶段有

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1} = \boldsymbol{S}_{k|k-1}\boldsymbol{S}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{X}_{i,k-1|k-1} = \boldsymbol{S}_{k|k-1}\boldsymbol{\xi}_i + \hat{x}_{k|k-1}, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{Y}_{i,k|k-1} = H(\boldsymbol{X}_{i,k|k-1}), \tag{10}$$

$$\hat{y}_{k|k-1} = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}\boldsymbol{Y}_{i,k|k-1}, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{P}_{yy,k|k-1} = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}\boldsymbol{Y}_{i,k|k-1}\boldsymbol{Y}_{i,k|k-1}^{\mathrm{T}} - \hat{x}_{k|k-1}\hat{y}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}, \tag{12}$$

$$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{P}_{xy,k|k-1}\boldsymbol{P}_{yy,k|k-1}^{-1}, \tag{13}$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k} + \boldsymbol{K}_k(\boldsymbol{y}_k - \hat{y}_{k|k-1}), \tag{14}$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k} = \boldsymbol{P}_{k-1|k} - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{P}_{yy,k|k-1}\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}}. \tag{15}$$

2 线性化近似回归估计的 HMCKF

将 Huber M 估计应用于传统 CKF 的观测更新, 得到基于非线性观测方程的统计线性回归近似鲁棒滤波, 定义为 HMCKF1.

k 时刻状态真值 $\boldsymbol{x}_k$ 及其预测值 $\hat{x}_{k|k-1}$ 的关系为

$$\boldsymbol{x}_k = \hat{x}_{k|k-1} + \delta\boldsymbol{x}_k. \tag{16}$$

其中: $\delta\boldsymbol{x}_k$ 为预测误差, 方差为 $\boldsymbol{P}_{k|k-1}$. 对观测方程进行线性化, 其斜率矩阵为

$$\boldsymbol{H}_k = [(\boldsymbol{P}_{k|k-1})^{-1}\boldsymbol{P}_{xy}]^{\mathrm{T}}. \tag{17}$$

对观测方程构造如下线性回归模型:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_k - h(\hat{x}_{k|k-1}) + \boldsymbol{H}_k\hat{x}_{k|k-1}\\ \hat{x}_{k|k-1}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_k\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_k\\ -\delta\boldsymbol{x}_k\end{bmatrix}. \tag{18}$$

令

$$\boldsymbol{D}_k = \begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_k & 0\\ 0 & \boldsymbol{P}_{k|k-1}\end{bmatrix}, \tag{19}$$

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{D}_k^{-1/2}\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_k - h(\hat{x}_{k|k-1}) + \boldsymbol{H}_k\hat{x}_{k|k-1}\\ \hat{x}_{k|k-1}\end{bmatrix}, \tag{20}$$

$$\boldsymbol{M}_k = \boldsymbol{D}_k^{-1/2}\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_k\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$\boldsymbol{\chi}_k = \boldsymbol{D}_k^{-1/2}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_k\\ -\delta\boldsymbol{x}_k\end{bmatrix}, \tag{22}$$

则有

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{M}_k\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{\chi}_k. \tag{23}$$

定义 Huber M 估计的代价函数为

$$J(\boldsymbol{x}_k) = \sum_{i=1}^{m+n}\rho(u_i). \tag{24}$$

其中: u_i 为残差向量 $\boldsymbol{u}$ 的第 i 个分量, $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{M}_k\boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{z}_k$; 函数 $\rho(u_i)$ 的表达式为

$$\rho(u_i) = \begin{cases}\frac{1}{2}u_i^2,\ |u_i| \leqslant \gamma;\\ \gamma|u_i| - \frac{1}{2}\gamma^2,\ |u_i| > \gamma.\end{cases} \tag{25}$$

γ 为一可调参数, 当 γ 取 1.345 时, 纯高斯分布条件下, 该方法的估计效率为基于 l_2 范数估计的 95%.

定义 $\varphi(u_i) = \partial\rho(u_i)/\partial u_i$, 令式 (24) 所示的代价函数最小, 则

$$\sum_{i=1}^{m+n}\varphi(u_i)\frac{\partial u_i}{\partial x_l} = 0,\ l = 1, 2, \cdots, n. \tag{26}$$

定义 $\psi(u_i) = \varphi(u_i)/u_i$, 则有

$$\psi(u_i) = \begin{cases}1,\ |u_i| \leqslant \gamma;\\ \frac{\gamma}{|u_i|},\ |u_i| > \gamma;\end{cases} \tag{27}$$

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathrm{diag}[\psi(u_i)]; \tag{28}$$

$$\boldsymbol{M}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{M}_k\boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{z}_k) = 0. \tag{29}$$

式 (29) 采用迭代法求解, 迭代公式为

$$\hat{x}_k^{(j+1)} = (\boldsymbol{M}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}^j\boldsymbol{M}_k)^{-1}\boldsymbol{M}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}^j\boldsymbol{z}_k, \tag{30}$$

j 表示迭代次数. 迭代结束后求得估值的方差为

$$\boldsymbol{P}_{k|k}=(\boldsymbol{M}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}M_k)^{-1}. \tag{31}$$

迭代一般进行一次, 初值取 $(\boldsymbol{M}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_k)^{-1}\boldsymbol{M}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_k$, 也可取观测更新后的估计值. 采用后者, 迭代性能略优于前者.

3 直接非线性回归估计的 HMCKF

将 Huber M 估计直接应用于非线性观测方程, 而不进行线性化近似, 设计基于 Huber M 估计且无须线性化近似的 Cabuture 卡尔曼滤波算法, 定义为 HMCKF2.

对观测方程构造如下非线性回归模型:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_k\\ \hat{x}_{k|k-1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}H(\boldsymbol{x}_k)\\ \boldsymbol{x}_k\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_k\\ -\delta\boldsymbol{x}_k\end{bmatrix}, \tag{32}$$

令

$$\boldsymbol{z}'_k=\boldsymbol{D}_k^{-1/2}\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_k\\ \hat{x}_{k|k-1}\end{bmatrix}, \tag{33}$$

$$G(\boldsymbol{x}_k)=\boldsymbol{D}_k^{-1/2}\begin{bmatrix}H(\boldsymbol{x}_k)\\ \boldsymbol{x}_k\end{bmatrix}, \tag{34}$$

则有

$$\boldsymbol{z}'_k=G(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{\chi}_k. \tag{35}$$

构造 Huber M 估计的代价函数为

$$J'(\boldsymbol{x}_k)=\sum_{i=1}^{m+n}\rho(u'_i), \tag{36}$$

其中 u'_i 为残差向量 $\boldsymbol{u}'$ 的第 i 个分量, $\boldsymbol{u}'=G(\boldsymbol{x}_k)-\boldsymbol{z}'_k$. 最小化代价函数并根据观测方程推导出关于状态量 $\boldsymbol{x}_k$ 的方程组, 求解方程组得到状态的估计.

构造矩阵 Ψ', 根据矩阵 Ψ' 的残差加权平方和作用对方差阵进行重构. 定义修正后的方差阵为

$$\tilde{D}_k=\boldsymbol{D}_k^{1/2}\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{D}_k^{1/2})^{\mathrm{T}}, \tag{37}$$

由修正后的方差阵求得状态误差协方差.

相比于 HMCKF1, HMCKF2 没有对观测方程进行线性化近似, 保持了 Cabuture 变换在方差传递中的原有精度.

4 仿真分析

选取经济领域广泛使用的单变量非平稳增长模型, 其离散方程为

$$\begin{cases}x_{k+1}=\dfrac{1}{2}x_k+\dfrac{25x_k}{1+x_k^2}+8\cos(1.2k)+w_k,\\ y_{k+1}=\dfrac{x_{k+1}^2}{20}+v_{k+1},\ k=1,2,\cdots,N.\end{cases} \tag{38}$$

其中: 系统噪声 $w_k\sim N(0,1)$; 状态初始真值 $x_0=0.1$, 状态初始估值为 0, 方差为 1; 仿真时间 $N=500$; Monte Carlo 仿真次数 $M=50$; 混合高斯分布的观测噪声概率密度表达式为 $p_x(x_k)=(1-\alpha)N(0,\sigma_1)+\alpha N(0,\sigma_2)$, α 为混合百分比.

令 β 为 σ_2 与 σ_1 之比, 用于表征混合高斯分布偏离正态高斯分布的程度. 为表征算法的性能, 定义第 t 次实验的时域均方误差

$$S_T(t)=\overline{(x_k(t)-\hat{x}_{k|k}(t))^2},$$

总仿真次数内第 k 时刻的均方估计误差为

$$S_M(k)=\overline{(x_k(t)-\hat{x}_{k|k}(t))^2},$$

总仿真次数内第 k 时刻的平均估计标准误差为

$$S_D(t)=\overline{P_{k|k}(t)},$$

总的滤波均方误差为

$$S_A=\overline{S_T(t)},$$

估计值与估计方差的一致性比率为

$$R_a=n_a[(S_M-S_D)<0]/N,$$

n_a 为满足条件的次数.

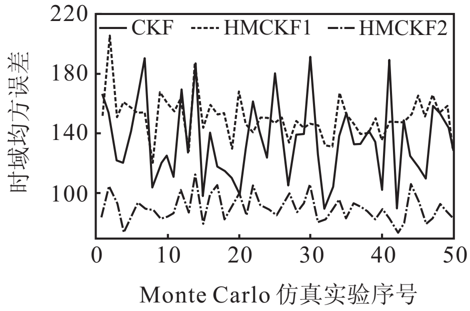

图 1 3 种滤波算法时域均方误差

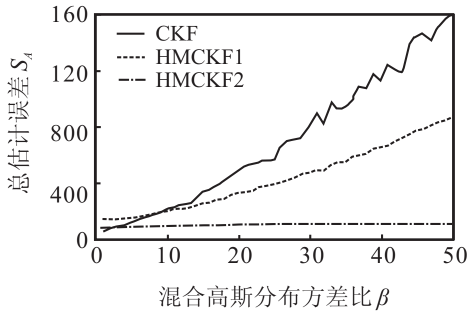

图 2 不同方差比下 3 种滤波估计误差

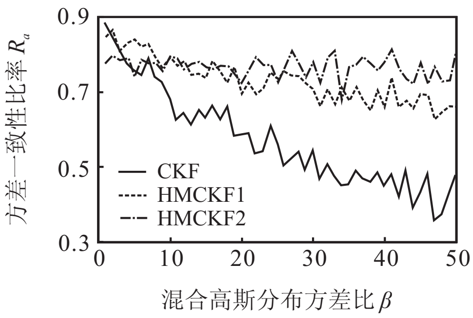

图 3 不同方差比下 3 种滤波方差一致性比率

图 1 为在 $\alpha=0.5$ 和 $\beta=10$ 时 CKF、HMCKF1 和 HMCKF2 算法的时域均方误差 S_T 变化曲线. 图 2 为由两种高斯分布构成的混合高斯分布在方差比 β 不同的情况下, CKF、HMCKF1 和 HMCKF2 算法

的估计误差S_A变化曲线($\alpha = 0.5$). 图3为在不同方差比β情况下, 所有滤波时刻CKF、HMCKF1和HMCKF2算法的估计值与估计方差一致性比率的变化曲线($\alpha = 0.5$).

对比图1、图2和图3中不同滤波算法的仿真结果可知, 方差比β较小时HMCKF1算法的滤波精度低于CKF算法; 方差比β在10附近时, HMCKF1算法的滤波精度与CKF算法相当; 而方差比β较大时, HMCKF1算法的滤波精度高于CKF算法. 这是因为HMCKF1算法在每个滤波时刻进行完整的CKF算法估计后, 又进行一次基于Huber方法的线性近似回归估计. 这一线性近似回归估计可减小观测噪声与假设分布之间的偏差对滤波精度的影响, 但线性化近似方法也会对滤波结果产生污染, 带来额外的估计误差. 当分布偏差较小时, HMCKF1算法中的线性化近似方法对滤波精度的降低作用大于其对滤波精度的提升作用, HMCKF1算法滤波精度低于CKF算法. 反之, 在分布偏差较大时HMCKF1算法滤波精度高于CKF算法.

由图1、图2和图3中仿真结果还可以看出: 方差比β较小时HMCKF2算法的滤波精度与CKF算法相当, 但当方差比β较大时HMCKF2算法的滤波精度明显高于CKF算法和HMCKF1算法; HMCKF2算法的滤波精度受方差比β影响很小, 而CKF算法和HCKF1算法的滤波精度都随β的增大而明显降低. 这是因为, HMCKF2算法只存在对滤波精度的提升作用, 抑制观测噪声分布偏差对滤波精度的不利影响, 而不存在线性化近似产生的额外估计误差. 方差比β较小时, 3种滤波算法的一致性比率相差不大; 当方差比β较大时, HMCKF1和HMCKF2算法的估计一致性都明显好于CKF算法. HMCKF2算法的估计一致性比率几乎不随β的增大而降低, HMCKF1和CKF算法的估计一致性比率都随β的增大而降低, 但HMCKF1算法的估计一致性比率降低不大.

因此, HMCKF1和HMCKF2算法在滤波精度和估计一致性方面都好于CKF算法, 但HMCKF1算法在这两方面滤波性能上都比HMCKF2算法差, 说明HMCKF1算法具有一定的鲁棒性, 而HMCKF2算法的鲁棒性较强, 具有良好的滤波性能.

5　结　论

传统的CKF滤波算法假设系统过程噪声和观测噪声均为方差已知的高斯白噪声序列, 在实际系统中这种噪声统计特性及相关性的假设有时不能满足. 基于Huber M估计原理推导了线性化近似回归估计和直接非线性回归的鲁棒CKF滤波算法, 设计了这2种滤波算法步骤. 仿真分析并比较了CKF、HMCKF1和HMCKF2这3种算法在滤波精度、估计一致性等方面的性能. 结果表明, 在观测噪声偏离假设分布时, HMCKF1和HMCKF2算法的滤波精度和估计一致性都明显优于CKF算法, 且HMCKF2算法更佳, 具有较强的鲁棒性.

参考文献(References)

[1] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.

[2] 孙枫, 唐李军. Cubature卡尔曼滤波与Unscented卡尔曼滤波估计精度比较[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 303-308.
(Sun F, Tang L J. Estimation precision comparison of Cubature Kalman filter and Unscented Kalman filter[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 303-308.)

[3] Kumar Pakki, Bharani Chandra, Da-Wei Gu, et al. Cubature information filter and its applications[C]. 2011 American Control Conf. San Francisco: IEEE, 2011: 3609-3614.

[4] Ienkaran Arasaratnam, Simon Haykin, Thomas R Hurd. Cubature Kalman filtering for continuous-discrete systems: Theory and simulations[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(10): 4977-4993.

[5] Kumar Pakki, Bharani Chandra, Da-Wei Gu, et al. Cubature Kalman filter based localization and mapping[C]. The 18th IFAC World Congress. Milano: IEEE, 2011: 2121-2125.

[6] 郝燕玲, 杨峻巍, 陈亮, 等. 基于NPF-CKF的捷联惯导系统动基座初始对准技术[J]. 中国惯性技术学报, 2011, 19(6): 654-658.
(Hao Y L, Yang J W, Chen L, et al. Initial alignment of SINS on dynamic base based on NPF-CKF[J]. J of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(6): 654-658.)

[7] 穆静, 蔡远利. 迭代容积卡尔曼滤波算法及其应用[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(7): 1454-1457.
(Mu J, Cai Y L. Iterated cubature Kalman filter and its application[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(7): 1454-1457.)

[8] 孙枫, 唐李军. 基于CKF的SINS大方位失准角初始对准[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(2): 327-333.
(Sun F, Tang L J. Initial alignment of large azimuth misalignment in SINS based on CKF[J]. Chinese J of Scientific Instrument, 2012, 33(2): 327-333.)

[9] Sun Feng, Tang Lijun. Augmented and Non-augmented Cubature Kalman filter[J]. J of Information and Computational Science, 2012, 9(2): 437-450.

[10] 郝燕玲, 杨峻巍, 陈亮, 等. 基于SRCKF的水下航行器动基座初始对准技术[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版,

2012, 40(2): 123-127.
(Hao Y L, Yang J W, Chen L, et al. Initial alignment method of the dynamic base for unerwater vehicles using SRCKF[J]. J of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science Edition, 2012, 40(2): 123-127.)

[11] Li Wenling, Jia Yingmin. Location of mobile station with maneuvers using an IMM-based Cubature Kalman filter[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2012, 59(11): 4338-4348.

[12] Martin Havlicek, Karl J Friston, Jiri Jan, et al. Dynamic modeling of neuronal responses in fMRI using cubature Kalman filtering[J]. Neuroimage, 2011, 56(4): 2109-2128.

[13] 刘江, 蔡伯根, 唐涛, 等. 基于CKF的GNSS/INS列车组合定位鲁棒滤波算法[J]. 交通运输工程学报, 2010, 10(5): 102-107.
(Liu J, Cai B G, Tang T, et al. CKF-based robust filtering algorithm for GNSS/INS integrated train positioning[J]. J of Traffic and Trans Engineering, 2010, 10(5): 102-107.)

[14] 常国宾, 许江宁, 常路宾, 等. 一种新的鲁棒非线性卡尔曼滤波[J]. 南京航空航天大学学报, 2011, 43(6): 754-759.
(Chang G B, Xu J N, Chang L B, et al. New kind of robust nonlinear Kalman filter[J]. J of Nanjing University of Aeronautics Astronautics, 2011, 43(6): 754-759.)

[15] Huber P J. Robust estimation of a location parameter[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1964, 35(2): 73-101.

[16] Karlgaard C D, Schaub H. Huber-based divided difference filtering[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30(3): 885-891.

[17] Wang X, Cui N, Guo J. Huber-based unscented filtering and its application to vision-based relative navigation[J]. IET Radar Sonar Navigation, 2010, 4(1): 134-141.

[18] Lefebvre T, Bruyninckx H, de Schutter J. Comment on “A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators”[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(8): 1406-1409.

(责任编辑: 孙艺红)