第 29 卷 第 3 期
Vol. 29 No. 3

控 制 与 决 策
Control and Decision

2014 年 3 月
Mar. 2014

文章编号: 1001-0920 (2014) 03-0470-05 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2012.1549

一种改进的直觉模糊熵公理化定义和构造公式

高明美[1,2], 孙 涛[1], 朱建军[1]

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 211106；2. 青岛大学 数学科学学院，山东 青岛 266071)

摘 要: 针对现有的直觉模糊熵的公理化定义和构造公式未能全面体现直觉模糊集模糊性的缺陷进行分析, 提出一种改进的直觉模糊熵的公理化定义, 据此构造一个新的直觉模糊熵的计算公式, 并将该公式与现有直觉模糊熵公式进行比较. 算例分析表明, 所提出的熵公式能够更充分地反映直觉模糊集的不确定性和未知性程度.

关键词: 直觉模糊集；直觉模糊熵；隶属度；非隶属度；未知度

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A

Revised axiomatic definition and structural formula of intuitionistic fuzzy entropy

GAO Ming-mei[1,2], *SUN Tao*[1], *ZHU Jian-jun*[1]

(1．College of Economics and Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211106, China；2．College of Mathematics，Qingdao University，Qingdao 266071，China．Correspondent：GAO Ming-mei, E-mail：qdgaomingmei@126.com)

Abstract: In view of the axiomatic definitions and the structure formulas of intuitionistic fuzzy sets, the defects of current researches which failed to fully reflect the fuzziness of intuitionistic fuzzy sets are introduced detailed respectively. An revised axiomatic definition of intuitionistic entropy is presented and a corresponding formula is structured. Then the intuitionistic fuzzy entropy formulas proposed by former references are discussed and compared with the proposed formula. Example analysis indicates that the proposed entropy measure can fully demonstrate the fuzziness and intuitionism of intuitionistic fuzzy sets.

Key words: intuitionistic fuzzy set；intuitionistic fuzzy entropy；membership degree；non-membership degree；unknown degree

0 引 言

1856年, Clausius 首次提出了熵的概念, 并将其应用于热力学以度量物质系统中能量衰竭的程度. 之后, Shannon 将通信过程中信息源信号的不确定性称为信息熵, 并构造了对数函数形式的信息熵公式. 在此基础上, 熵又被引入到模糊数学中. 1965 年, Zadeh 首次引入了 Fuzzy 集 (FS), 之后, Fuzzy 集的一些推广形式相继出现, 如区间值模糊集 (IVFS)、直觉模糊集 (IFS) 和 Vague 集, 这 3 种推广形式在理论上是等价的[1]. 为了度量 Fuzzy 集偏离普通经典集的程度, 1968 年, Zadeh 提出了 Fuzzy 熵的概念; Luca 等引入公理体系来表述 Fuzzy 集的信息熵, 给出了 Fuzzy 熵的一个构造公式. 同样, 为了度量直觉模糊集的模糊程度, 1996 年, Burillo 等[2]首次提出了直觉模糊熵的概念, 并给出了公理化定义 (简称 B-B 公理化定义), 构造了满足公理条件的直觉模糊熵的计算公式. 此后, 直觉模糊熵的公理化定义及其构造公式作为直觉模糊集的重要理论引起了许多学者的兴趣. 2001 年, Szmidt 等[3]将信息熵定义扩展到直觉模糊环境, 提出了异于 B-B 公理化定义的 4 条约束条件来定义直觉模糊熵 (简称 S-K 公理化定义). 2006 年, Hung 等[4]从概率的角度, 依据“直觉模糊集的隶属度、非隶属度和未知度三元素之和恒为 1”, 将 3 者视为概率测度, 据此给出了全新的公理化定义 (简称 H-Y 公理化定义). 2009 年, Zhang 等[5]基于直觉模糊集之间的距离给出

收稿日期: 2012-10-17；**修回日期:** 2013-02-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71171112, 71171120, 71273148)；教育部人文社科基金项目(11YJA790133)；江苏省高校哲学社科基金重点项目(11ZDIXM051)；江苏省高校研究生培养创新基金项目(CXLX12_0178).

作者简介: 高明美(1977−), 女, 讲师, 博士生, 从事模糊集理论及应用、不确定决策分析的研究；孙涛(1959−), 男, 教授, 博士生导师, 从事环境治理、公司理财等研究.

了一种新的直觉模糊熵公理化定义 (简称 Zhang 公理化定义). 文献 [2-5] 的直觉模糊熵的公理化定义未能全面体现直觉模糊集的模糊性, 尤其在约束直觉模糊熵最值的充要条件上不符合实际, 未能客观地刻画出直觉模糊集最大或最小模糊程度.

本文针对直觉模糊熵公理化定义[2-5]的缺陷进行了详细分析, 提出一种改进的直觉模糊熵公理化定义, 规范了直觉模糊熵最值的充要条件, 并基于改进的公理化定义构造出一个新的直觉模糊熵的计算公式. 该直觉模糊熵公式既能反映直觉模糊集的隶属度与非隶属度之间的距离, 又充分考虑了隶属度与非隶属度相等时, 犹豫度对直觉模糊熵的贡献, 从不同侧面刻画了直觉模糊集的不确定性和未知性, 能够更全面地度量直觉模糊集的模糊程度.

1　现有直觉模糊熵公理化定义的缺陷

直觉模糊集的模糊性来自于直觉模糊集本身的不确定性和未知性两方面, 直觉模糊熵是对直觉模糊集模糊程度的度量, 直觉模糊熵的构造公式需建立在直觉模糊熵公理化定义的基础之上, 因此如何合理地定义直觉模糊熵是首要任务.

H-Y 公理化定义[4]仅因为直觉模糊集的隶属度、非隶属度、犹豫度之和恒为 1 而将 3 者视为概率测度, 这一出发点有些欠妥, 毕竟不能简单地将隶属度、非隶属度、未知度 3 要素等同于事件发生的概率. 在刻画直觉模糊熵取得最大值的充要条件方面, Zhang 公理化定义认为“当且仅当隶属度和非隶属度均为 0.5 时, 直觉模糊熵取得最大值”, 这显然是由 Zadeh 的 Fuzzy 熵公理化定义平行推广所得. 实际上, 不能视直觉模糊熵为 Fuzzy 熵的简单照搬, 因为 Fuzzy 集是用单值隶属度表述的, 当隶属度为 0.5 时, 元素与集合的关系最模糊, 其 Fuzzy 熵达到最大值, 符合实际情况. 而直觉模糊集有两个参数隶属度和非隶属度, 当隶属度和非隶属度均为 0.5 时, 虽然此时隶属度和非隶属度即支持度和反对度势均力敌, 令人难以作出决策, 但隶属度、非隶属度的信息是已知的, 相对于隶属度和非隶属度均为 0 时对信息一无所知的状态下所包含的信息量要更多, 故约束“当且仅当隶属度和非隶属度均为 0.5 时, 直觉模糊熵取得最大值”是不符合实际的. 同样, S-K 公理化定义的约束 (P2)“当且仅当隶属度和非隶属度相等时, 直觉模糊熵达到最大值”也是不合实际的, 这是因为虽然当隶属度和非隶属度相等且不等于 0 时, 支持度和反对度的信息是已知的, 相对于支持度和反对度均为零时人们对信息一无所知的情况, 上述条件包含的信息量要多一些, 但该约束忽视了未知度对直觉模糊熵的贡献, 当隶属度和非隶属度同时增大时, 未知度减小, 其熵将相应减小, 故 S-K 公理化定义中的约束 (P2) 与直觉相矛盾. 相对应的, B-B 公理化定义的约束条件 (IP2) 在刻画直觉模糊熵取最大值的充要条件上, 认为当且仅当元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度均为 0 时, 人们对于元素 x 与集合 A 关系的信息一无所知, 直觉模糊熵值此时最大, 这一约束条件符合实际. 在刻画直觉模糊熵取得最小值的充要条件上, S-K 公理化定义的约束 (P1)“当且仅当集合 A 是分明集时, 即元素 x 要么完全属于 A, 要么完全不属于 A, 不存在任何模糊性, 直觉模糊熵此时达到最小值”是合理的. B-B 公理化定义的约束 (IP1) “当且仅当 A 为经典模糊集即 Fuzzy 集时, 熵达到最小值”忽视了 Fuzzy 集本身存在的模糊性, 且约束 (IP1) 暗含了只要集合 A, B 为 Fuzzy 集, 则集合 A, B 的熵值相等, 忽视了直觉模糊集支持度和反对度之间的差异对熵的贡献. 在比较两个直觉模糊集合熵的大小时, 公理化定义[2-5]均给出了熵 A 不大于熵 B 的充分条件, 但各不相同.

综观直觉模糊熵的公理化定义, 各公理化定义给出的约束条件还存有缺陷, 如何规范直觉模糊熵的公理化定义、完备约束条件以准确度量直觉模糊集的模糊程度仍没有统一.

直觉模糊熵计算公式是在满足直觉模糊熵公理化定义的各约束条件的基础上构造的. 基于 Zhang 公理化定义, Farhadinia[6]利用区间值模糊集之间的距离构造出区间值模糊熵新的计算公式. 基于 B-B 公理化定义, Burillo 等[2]将直觉模糊集转化为 Fuzzy 集, 在 Fuzzy 熵的基础上构造了 4 个直觉模糊熵的计算公式. 张英俊等[7]借助 Burillo 等的工作定义了区间直觉模糊熵. 基于 S-K 公理化定义, Xia 等[8] 和 Li 等[9]从不同视角提出了形式各异的直觉模糊熵公式; Zhang 等[10-11]研究了直觉模糊集的熵和相似度之间的关系, 并提出了直觉模糊熵新的计算公式; 魏翠萍等[1]、Ye[12]、王坚强等[13]构造了三角函数形式的直觉模糊熵不同的计算公式; Sun 等[14]将 Ye[12]的直觉模糊熵公式进行了精简; Khaleie 等[15]将 Ye[12]的直觉模糊熵作为熵权应用到群决策模型中; 彭祖明[16]虽在 S-K 公理化定义的基础上增加了约束条件, 提出新的 ,Vague 熵构造公式, 但因保留其约束条件 (P2), 故当隶属度和非隶属度相等时, 忽视了未知度对熵的贡献. 综上, 文献 [1-3, 5-6, 8-13] 提出的直觉模糊熵的计算公式, 因其建立在公理化定义[2-5]的基础上, 不可避免地存在直觉模糊熵公理化定义的缺陷. 因此, 有必要对直觉模糊熵的公理化定义 (直观约束条件) 重新定义. 鉴于此, 本文考虑到隶属度、非隶属度、未知度 3 个相互作用因素的内部关系, 完善直觉约束条件, 改进了直觉模糊熵的公理化定义, 并据此提出一个新

的直觉模糊熵的构造公式, 给出直觉模糊熵的最小下界, 并通过算例验证了新的构造公式的有效性和合理性.

2 改进的直觉模糊熵公理化定义

Atanassov 于 1986 年将 Fuzzy 集推广为直觉模糊集 (IFS), 定义如下.

定义 1 (直觉模糊集)[1-4] 设 X 为给定的论域, $A = \{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x)\rangle | x \in X\}$ 称为 X 上的直觉模糊集 (IFS $s(X)$), 其中 $\mu_A : X \to [0,1]$, $\nu_A : X \to [0,1]$, 且满足 $0 \leqslant \mu_A(x) + \nu_A(x) \leqslant 1$, $\forall x \in X$, μ_A 和 ν_A 分别为 X 中元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度.

称 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ 为 x 属于 A 的犹豫度 (未知度). 对于任意 $A, B \in$ IFS $s(X)$, $\forall x \in X$, 有:

1) $A \leqslant B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leqslant \mu_B(x),\ \nu_A(x) \geqslant \nu_B(x)$;

2) $A \preceq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leqslant \mu_B(x),\ \nu_A(x) \leqslant \nu_B(x)$;

3) $A = B \Leftrightarrow A \leqslant B,\ B \leqslant A$;

4) $A^C = \{\langle x, \nu_A(x), \mu_A(x)\rangle | x \in X\}$.

2.1 改进的直觉模糊熵的公理化定义

为了完善直觉模糊熵公理化定义的约束条件, 提出如下改进的直觉模糊熵公理化定义.

定义 2 实值函数 E : IFSs$(X) \to [0,1]$ 称为直觉模糊熵, 若满足如下公理化要求:

IFS 1) $E(A) = 0 \Leftrightarrow A$ 是分明集;

IFS 2) $E(A) = 1 \Leftrightarrow \mu_A(x) = \nu_A(x) = 0, \forall x \in X$;

IFS 3 $E(A) = E(A^c)$;

IFS 4) 如果集合 A 是 B 的锐化集合, 则 $E(A) \leqslant E(B)$;

IFS 5) 当 $\pi_A(x) = \pi_B(x)$ 时, $|\mu_A(x) - \nu_A(x)| \leqslant |\mu_B(x) - \nu_B(x)|, \forall x \in X$, 或者当 $|\mu_A(x) - \nu_A(x)| = |\mu_B(x) - \nu_B(x)|$ 时, $\pi_A(x) \geqslant \pi_B(x)$, 则 $E(A) \geqslant E(B)$.

改进的直觉模糊熵公理化定义的优势分析: IFS 1) 和 IFS 2) 统一了直觉模糊熵取得最值的充要条件; IFS 4) 表明若集合 A 是 B 的锐化集合, 则 A 的模糊性相对 B 要小, 故熵 A 不大于熵 B 是符合实际的; IFS 5) 表明当犹豫度相等时, $|\mu_A(x) - \nu_A(x)|$ 越小, 元素 x 与集合 A 之间关系的不确定性越大, 此时直觉模糊熵越大, 或者当 $|\mu_A(x) - \nu_A(x)|$ 相等时, 犹豫度越大, 表明人们对元素 x 与集合 A 之间关系的认识越模糊, 此时直觉模糊熵越大. 同时, 此约束反映了影响直觉模糊熵大小的隶属度、非隶属度、犹豫度之间的关系, 体现了当隶属度与非隶属度相等时犹豫度对直觉模糊熵的贡献.

2.2 一个新的直觉模糊熵公式

如前文所述, 直觉模糊集的模糊性来自于两方面, 一方面是直觉模糊集本身的不确定性, 另一方面是未知性, 故直觉模糊熵的构造公式既要体现模糊集的不确定性, 又要体现直觉模糊集的未知性. 基于改进的直觉模糊熵的公理化定义 2, 给出新的直觉模糊熵计算公式. 对于任意直觉模糊集 $A \in$ IFS $s(X)$, 定义

$$E(A) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 + \pi_A^2(x_i)}{2}. \quad (1)$$

其中: $|\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2$ 刻画了隶属度与非隶属度之间的绝对差距导致的直觉模糊集不确定性的程度差异, 犹豫度平方项 $\pi_A^2(x_i)$ 突出了隶属度和非隶属相等时未知度对直觉模糊熵的贡献. 以上两项从不同侧面刻画了直觉模糊集模糊性的两方面, 即不确定性和未知性, 更全面地度量了直觉模糊集的模糊程度.

定理 1 式 (1) 定义的 $E(A)$ 是一个直觉模糊熵.

证 明 只要证明式 (1) 满足定义 2 的 IFS 1)～IFS 5) 即可.

1) 要求 IFS 1). 若 A 是分明集, 即 $A = \{\langle x, 1, 0\rangle | x \in X\}$ 或 $A = \{\langle x, 0, 1\rangle | x \in X\}$, 则

$$E(A) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1 - |1-0|^2 + (1-1-0)^2}{2} = 0.$$

反之, 若 $E(A) = 0$, 则 $1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 + \pi_A^2(x_i) = 0$, 由此得到

$$1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 = 0,\ \pi_A^2(x_i) = 0,$$

从而有

$$A = \{\langle x, 1, 0\rangle | x \in X\} \text{ 或 } A = \{\langle x, 0, 1\rangle | x \in X\}.$$

2) 要求 IFS 2). 存在

$$E(A) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 + \pi_A^2(x_i)}{2} = 1 \Leftrightarrow$$

$$1 + |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 = \pi_A^2(x_i) \Leftrightarrow$$

$$1 + |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 = 1 \text{ 且 } \pi_A^2(x_i) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\mu_A(x) = \nu_A(x) = 0,\ \forall x \in X.$$

3) 要求 IFS 3). 证明过程略.

4) 要求 IFS 4). 考虑函数

$$g(x,y) = \frac{1 - (x-y)^2 + (1-x-y)^2}{2},$$

其中 $x, y \in [0,1]$, $0 \leqslant x + y \leqslant 1$, 则有 $\partial g(x,y)/\partial x = 2y - 1$, 令 $\partial g(x,y)/\partial x = 0$, 得到 $y = 0.5$. 当 $y \geqslant 0.5$ 时, $\partial g(x,y)/\partial x \geqslant 0$, $g(x,y)$ 关于 x 递增; 当 $y \leqslant 0.5$ 时, $\partial g(x,y)/\partial x \leqslant 0$, $g(x,y)$ 关于 x 递减. 因为 $0 \leqslant x + y \leqslant 1$, 所以当 $x \leqslant y$ 时, $\partial g(x,y)/\partial x \geqslant 0$, $g(x,y)$ 关于 x 递增; 当 $x \geqslant y$ 时, $\partial g(x,y)/\partial x \leqslant 0$, $g(x,y)$ 关于 x 递减. 类似地, 当 $x \leqslant y$ 时, $\partial g(x,y)/\partial y \leqslant 0$; 当 $x \geqslant y$ 时, $\partial g(x,y)/\partial y \geqslant 0$.

考虑直觉模糊集 $A, B(A \leqslant B)$, 假设将有限论域 X 分成互不相交的两部分 X_1 和 X_2, $X_1 \bigcup X_2 = X$. 进一步假设对于所有的元素 $x_i \in X$, 或者

$$x_i \in X_1,$$

$$X_1 = \{x_i | \mu_A(x_i) \leqslant \mu_B(x_i) \leqslant \nu_B(x_i) \leqslant \nu_A(x_i)\},$$

或者

$$x_i \in X_2,$$

$$X_2 = \{x_i | \mu_A(x_i) \geqslant \mu_B(x_i) \geqslant \nu_B(x_i) \geqslant \nu_A(x_i)\}.$$

由 $g(x, y)$ 的单调性和式 (1), 可得到当 $A \leqslant B$ 时, $E(A) \leqslant E(B)$.

5) 要求 IFS 5). 当 $\pi_A(x) = \pi_B(x)$ 时, 因为

$$|\mu_A(x) - \nu_A(x)| \leqslant |\mu_B(x) - \nu_B(x)|, \ \forall x \in X,$$

所以有

$$\frac{1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 + \pi_A^2(x_i)}{2} \geqslant \frac{1 - |\mu_B(x_i) - \nu_B(x_i)|^2 + \pi_B^2(x_i)}{2}.$$

从而 $E(A) \geqslant E(B)$. 当

$$|\mu_A(x) - \nu_A(x)| = |\mu_B(x) - \nu_B(x)|$$

且 $\pi_A(x) \geqslant \pi_B(x)$ 时, 有

$$\frac{1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 + \pi_A^2(x_i)}{2} \geqslant \frac{1 - |\mu_B(x_i) - \nu_B(x_i)|^2 + \pi_B^2(x_i)}{2},$$

从而有 $E(A) \geqslant E(B)$. □

性质 1 (最小下界公式)　存在

$$E(A) \geqslant \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \pi_A(x_i). \tag{2}$$

证明　因为 $0 \leqslant \mu_A(x), \ \nu_A(x) \leqslant 1$, 所以有

$$(\mu_A(x_i) + \nu_A(x_i))^2 \geqslant |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2,$$

$$(1 - \pi_A(x_i))^2 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 \geqslant 0.$$

从而有

$$1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2 + \pi_A^2(x_i) \geqslant 2\pi_A(x_i),$$

$$\frac{1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)| + \pi_A^2(x_i)}{2} \geqslant \pi_A(x_i),$$

故

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)| + \pi_A^2(x_i)}{2} \geqslant \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \pi_A(x_i).$$

□

2.3　与现有直觉模糊熵公式的比较

下面将直觉模糊熵的计算公式 (1) 与现有直觉模糊熵的计算公式进行比较.

例 1　设直觉模糊集

$$A_1 = \{\langle x_i, 0.4, 0.1 \rangle | x_i \in X\},$$

$$A_2 = \{\langle x_i, 0.3, 0.6 \rangle | x_i \in X\},$$

$$A_3 = \{\langle x_i, 0.1, 0.6 \rangle | x_i \in X\},$$

$$A_4 = \{\langle x_i, 0.2, 0.7 \rangle | x_i \in X\}.$$

利用式 (1) 可得 $E(A_1) = 0.58$, $E(A_2) = 0.46$, $E(A_3) = 0.42$, $E(A_4) = 0.38$, 故 $E(A_1) > E(A_2) > E(A_3) > E(A_4)$. 结果表明, 未知度相同时, 隶属度和非隶属度的距离越接近, 直觉模糊熵就越大, 如 $E(A_2) > E(A_4)$; 或者在隶属度与非隶属度的距离相同时, 未知度越大, 直觉模糊熵越大, 如 $E(A_1) > E(A_2)$, $E(A_3) > E(A_4)$, 这符合实际. 利用文献 [8,12, 14-15] 中的直觉模糊熵公式, 得到 $E(A_1) = E(A_2) > E(A_3) = E(A_4)$, 不符合实际; 利用文献 [16] 的直觉模糊熵公式, 得到 $E(A_1) > E(A_4) > E(A_3) > E(A_2)$, 也不符合实际. 因此, 式 (1) 相对更充分地反映了直觉模糊集的不确定性和未知性. 虽然利用文献 [1, 3, 13] 提出的直觉模糊熵公式也能得到与式 (1) 相同的排序结果, 但是当隶属度与非隶属度相等时没有考虑未知度的影响, 如下例所示.

例 2　设直觉模糊集

$$A_1 = \{\langle x_i, 0.5, 0.5 \rangle | x_i \in X\},$$

$$A_2 = \{\langle x_i, 0.4, 0.4 \rangle | x_i \in X\},$$

$$A_3 = \{\langle x_i, 0.1, 0.1 \rangle | x_i \in X\},$$

$$A_4 = \{\langle x_i, 0, 0 \rangle | x_i \in X\}.$$

若利用文献 [1, 3, 8-15] 的直觉模糊熵公式计算, 可得 $E(A_i) = 1, \ i = 1, 2, 3, 4$. 可以看出, 在隶属度和非隶属度相等的情况下, 文献 [1, 3, 8-15] 中的直觉模糊熵值均为最大值 1, 忽视了未知度对直觉模糊熵的贡献, 与直觉不符. 利用式 (1) 可得 $E(A_1) = 0.5$, $E(A_2) = 0.52$, $E(A_3) = 0.82$, $E(A_4) = 1$, 从而得到 $E(A_1) < E(A_2) < E(A_3) < E(A_4)$, 符合实际.

通过例 1 和例 2 可以看出, 式 (1) 在构造模糊熵时全面考虑了直觉模糊集的不确定性和未知性, 既刻画了隶属度与非隶属度相等时未知度 (犹豫度) 对模糊熵的贡献问题, 又反映了未知度相等时隶属度与非隶属度 (支持与反对) 的力量对比, 从而表明了式 (1) 的全面性和合理性.

直觉模糊熵在模糊模式识别、医疗诊断、不确定性决策问题有广泛的应用. 如在直觉模糊多属性 (目标、准则、指标) 决策中, 要考虑每个属性的相对重要程度, 最直接和简便的方法是给各属性赋予权重. 当属性值用直觉模糊数表示时, 利用直觉模糊熵公式 (1) 计算权重能够更准确更客观地反映属性的重要程度. 在直觉模糊决策中, 将直觉模糊熵公式 (1) 应用到记分函数中, 可以进一步提高支持程度的分辨能力.

科学技术的发展、知识经济和信息网络时代的到来,对于不确定性问题的研究提出了越来越高的要求[17],直觉模糊熵是直觉模糊集(数)不确定性的理想度量,从这个角度看,直觉模糊熵在直觉模糊理论界必然具有广阔的应用前景.

3 结 论

本文针对现有文献的直觉模糊熵公理化定义和在此基础上构造的计算公式未能全面刻画直觉模糊集模糊程度的缺陷进行了详细的分析,提出一种改进的直觉模糊熵的公理化定义;并基于此构造了直觉模糊熵的一种新的计算公式.算例分析表明,新构造的计算公式有效且可行.直觉模糊熵是一个既简单又复杂的工具,对于其公理化定义的界定、计算公式的构造仍有许多具有挑战性的问题,如何合理地规范直觉模糊熵的公理化定义使之更符合实际直觉以及建立标准统一的直觉模糊熵公理体系是下一步的研究方向.在规范的直觉模糊熵公理化定义下,如何构造合理有效的直觉模糊熵计算公式,或各种形式的熵的计算公式能否化为统一的表达式也是今后的研究难点.

参考文献(References)

[1] 魏翠萍, 高志海, 郭婷婷. 一个基于三角函数的直觉模糊熵公式[J]. 控制与决策, 2012, 27(4): 571-574.
(Wei C P, Gao Z H, Guo T T. An intuitionistic fuzzy entropy measure based on trigonometric function[J]. Control and Decision, 2012, 27(4): 571-574.)

[2] Burillo P, Bustince H. Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(3): 305-316.

[3] Szmidt E, Kacprzyk J. Entropy for intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118(3): 467-477.

[4] Hung W L, Yang M S. Fuzzy entropy on intuitionistic fuzzy sets[J]. Int J of Intelligent Systems, 2006, 21(4): 443-451.

[5] Zhang H Y, Zhang W X, Mei C L. Entropy of interval-valued fuzzy sets based on distance and its relationship with similarity measure[J]. Knowledge-based Systems, 2009, 22(6): 449-454.

[6] Farhadinia B. A theoretical development on the entropy of interval-valued fuzzy sets based on the intuitionistic distance and its relationship with similarity measure[J]. Knowledge-based Systems, 2013, 26(1): 79-84.

[7] 张英俊, 马培军, 苏小红, 等. 属性权重不确定条件下的区间直觉模糊多属性决策[J]. 自动化学报, 2012, 38(2): 220-228.
(Zhang Y J, Ma P J, Su X H, et al. Multi-attribute decision making with uncertain attribute weight information in the framework of interval-valued intuitionistic fuzzy set[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(2): 220-228.)

[8] Xia M M, Xu Z S. Entropy/cross entropy based group decision making under intuitionistic fuzzy environment[J]. Information Fusion, 2012, 13(1): 31-47.

[9] Li J Q, Deng G N, Li H X, et al. The relationship between similarity measure and entropy of intuitionistic fuzzy sets[J]. Information Sciences, 2012, 188(1): 314-321.

[10] Zhang Q S, Liu F C, Wu L H, et al. Information entropy, similarity measure and inclusion measure of intuitionistic fuzzy sets[J]. Communications in Computer and Information Science, 2012, 307(1): 392-398.

[11] Zhang Q S, Liu F C, Wu L H. Entropy, similarity measure and inclusion measure of intuitionistic fuzzy sets and their relationships[J]. Int J of Computational Intelligence Systems, 2012, 3(3): 519-529.

[12] Ye J. Two effective measures of intuitionistic fuzzy entropy[J]. Computing, 2010, 87(1/2): 55-62.

[13] 王坚强, 王佩. 基于直觉模糊熵的直觉语言多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(11): 1694-1698.
(Wang J Q, Wang P. Intuitionistic linguistic fuzzy multi-criteria decision-making method based on intuitionistic fuzzy entropy[J]. Control and Decision, 2012, 27(11): 1694-1698.)

[14] Sun M, Liu J. New entropy and similarity measures for interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. J of Information & Computational Science, 2012, 18(9): 5799-5806.

[15] Khaleie S, Fasanghari M. An intuitionistic fuzzy group decision making method using entropy and association coefficient[J]. Soft Computing, 2012, 16(7): 1197-1211.

[16] 彭祖明. Vague集模糊熵的一个新模型[J]. 西南师范大学学报: 自然科学版, 2012, 37(10): 13-17.
(Peng Z M. On a new model of vague set's fuzzy entropy[J]. J of Southwest China Normal University: Natural Science Edition, 2012, 37(10): 13-17.)

[17] 邱菀华. 管理决策熵学及其应用[M]. 北京: 中国电力出版社, 2010: 158-159.
(Qiu W H. Entropy of management decision making and its application[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2011: 158-159.)

(责任编辑: 郑晓蕾)