第 29 卷 第 3 期
Vol. 29 No. 3

控 制 与 决 策
Control and Decision

2014 年 3 月
Mar. 2014

文章编号: 1001-0920 (2014) 03-0481-06 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2012.1758

基于决策者信任度的风险型混合多属性群决策方法

文杏梓[1], 罗新星[1], 欧阳军林[2]

(1. 中南大学 商学院，长沙 410083；2. 东南大学 计算机学院，南京 210018)

摘 要: 考虑决策者对风险型混合多属性评价结果的信任程度不同, 提出基于前景理论和改进投影理论的群决策方法. 建立一个数组以描述在不同信任度下群决策专家的评价结果, 并将数组中混合数据类型转化为三角模糊数. 在考虑决策者信任度的前提下集结群信息、确定属性权重. 引入综合前景价值和考虑权重的投影相对接近度两种方法对方案进行排序. 最后通过实例表明了所提出方法的合理性和有效性.

关键词: 信任；前景理论；投影方法；风险型决策

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

Method of hybrid multi-attribute group decision-making with risk under decision-makers' confidence

WEN Xing-zi[1], *LUO Xin-xing*[1], *OUYANG Jun-lin*[2]

(1. School of Business，Central South University，Changsha 410083，China；2. School of Computer，Southeast University，Nanjing 210018，China．Correspondent：WEN Xing-zi，E-mail：wenxingzi1980@gmail.com)

Abstract: With respect to the different confidence on the decision result from the different decision-makers to the hybrid multi-attribute group decision-making under risk, two approaches to group decision-making based on prospect theory and improved projection theory are proposed. Firstly, an array is established to record the evaluation result from the group decision-makers. Mixed decision data in the array is changed into the triangular fuzzy number. Considering the confidence degree from single decision-maker to evaluation result, the group decision information is aggregated and the weights of attributes are calculated. Two methods are proposed to rank the alternatives, which are comprehensive prospect value from the prospect theory and relative closeness degree from the improved projection method. Finally, an application case is given to demonstrate the reasonability and effectiveness of the proposed approach.

Key words: confidence；prospect theory；projection method；risk decision

0 引 言

多属性群决策是与多个属性 (准则)、多个决策者有关的有限方案选择问题, 其属性值通常采用多种类型的数据表示, 如精确数、区间数、模糊数、语言变量、二元语义等. 此外, 由于决策环境的复杂性和不确定性, 决策方案的属性值及其权重也随之变化, 这类决策问题便是风险型混合多属性群决策问题[1]. 目前, 有关风险型混合多属性决策的研究相对较少. 文献 [1] 针对指标权重未知的区间概率风险型决策问题, 利用期望值将风险型决策转化为确定型决策, 通过熵权确定属性权重并根据投影理论对方案进行排序. 文献 [2] 针对风险型多属性群决策问题, 利用多元 Bayes 模型, 将群体对属性值的估计集结成单一分布, 并通过 Monte Carlo 模拟方法计算方案的排序. 文献 [3] 针对区间乘积模糊偏好关系的群决策问题, 通过计算区间群偏好关系及属性权重, 建立两个一致性准则实现群决策. 文献 [4] 针对属性值为不确定语言变量的决策问题, 通过期望值对方案排序, 并探讨了价值函数不同参数、不同决策参考点和不同权重函数对决策的影响. 上述研究是建立在决策者完全信任其评价值的基础上, 这与实际不符. 决策环境的复杂、不确定性, 使得决策者往往表现出有限理性及其风险偏好, 对他们描述、表达的评价信息不完全信任. 例如, 在确定某项目投资决策时, 不论是语言评价短语 (好), 精确数据结果 (投资收益率 10%), 还是区间数 (投资收

收稿日期: 2012-11-24；**修回日期:** 2013-03-20.

基金项目: 国家创新研究群体科学基金项目(70921001).

作者简介: 文杏梓(1980−), 女, 讲师, 博士生, 从事信息管理、不确定决策的研究；罗新星(1956−), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策理论与应用、信息系统与决策支持等研究.

益率 10% ~ 15%), 决策者对这些评价结果不可能是完全信任的, 但决策者可以近似确定有多大的把握确定该属性值, 因此有必要也必须探讨决策者对评估结果的信任问题.

决策者对评价结果的信任是建立在其自身专业知识、经验和信任证据的收集、存储的基础上, 通过考虑上下文环境来表述信任程度, 并在决策中考虑、计算信任度的一个综合过程. 近几年来, 信任问题已成为心理学、神经生理学、计算科学等领域的热点问题[5-7], 但还较少发现考虑决策者信任的多属性群决策方法的研究. 鉴于此, 针对风险型混合多属性群决策问题, 本文将单个决策者对评价结果的信任程度作为一个决策影响因素, 提出基于决策者信任度的群决策方法: 前景理论法和改进的投影方法, 并通过实例分析表明对决策者信任度的考虑更符合决策实际, 决策结果更加准确.

1 预备知识

1.1 前景理论

Kahneman 等在前景理论中描述和解释了有限理性人的判断或决策行为, 从而发现了决策研究的行为模式. 前景理论[8]假设风险决策过程分为两个阶段: 1) 编辑阶段, 个体凭借“框架”、参照点等采集和处理信息; 2) 评价阶段, 由“价值函数”和“决策权重”共同确定前景价值, 即

$$V = \sum_{i=1}^{n} \pi(p_i)\nu(x_i). \tag{1}$$

其中: V 为前景价值; $\pi(p_i)$ 为决策权重, p_i 为判断概率, 是决策者判断给出的 n 个状态中第 i 个状态的概率, 现普遍采用 Wu 等[9]给出的权重函数

$$\pi(p_i) = \frac{p_i^r}{[p_i^r + (1-p_i)^r]^{\frac{1}{r}}}; \tag{2}$$

$\nu(x_i)$ 为价值函数, 是决策者主观感受形成的价值. Kahneman 等[8]给出的价值函数为

$$\nu(x_i) = \begin{cases} x_i^{\alpha},\ x_i \geqslant 0; \\ -\theta(-x_i)^{\beta},\ x_i < 0. \end{cases} \tag{3}$$

其中: x_i 为价值偏离某一参照点的大小, $x_i \geqslant 0$ 表示获得收益, $x_i < 0$ 表示遭受损失; 参数 α, β 分别表示收益和损失区域价值函数的凹凸程度, $\alpha, \beta < 1$ 表示敏感性递减; 系数 θ 为损失规避程度, $\theta > 1$ 表示损失厌恶.

1.2 模 糊 数

1.2.1 三角模糊数

定义 1 记 $A = [a^L, a^M, a^U]$ 为三角模糊数, 其隶属函数为

$$f_A(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a^L}{a^M-a^L},\ a^L \leqslant x < a^M; \\ 1,\ x = a^M; \\ \dfrac{a^U-x}{a^U-a^M},\ a^M < x \leqslant a^U; \\ 0,\ x < a^L \text{ or } x > a^u. \end{cases}$$

定义 2 对于效益型准则, 有

$$r_{ij}^p = \frac{a_{ij}^p - \min\limits_j(a_{ij}^L)}{\max\limits_j(a_{ij}^U) - \min\limits_j(a_{ij}^L)},\ p = L, M, U; \tag{4}$$

对于成本型准则, 有

$$r_{ij}^p = \frac{\max\limits_j(a_{ij}^U) - a_{ij}^p}{\max\limits_j(a_{ij}^U) - \min\limits_j(a_{ij}^L)},\ p = L, M, U. \tag{5}$$

若模糊决策矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times m}$ 是由三角模糊数 $a_{ij} = [a_{ij}^L, a_{ij}^M, a_{ij}^U]$ 组成的矩阵, 则通过式 (4) 和 (5) 转化为规范化矩阵 $R = (r_{ij})_{n\times m}$, $r_{ij} = [r_{ij}^L, r_{ij}^M, r_{ij}^U]$.

定义 3 两模糊数 A 与 B 的距离[10]为

$$d_\lambda(A, B) = \int_0^1 [(1-\lambda)(A_L^\alpha - B_L^\alpha) + \lambda(A_R^\alpha - B_R^\alpha)]\mathrm{d}a.$$

相应地, 若 $A = [a^L, a^M, a^U]$, $B = [b^L, b^M, b^U]$ 是两个三角模糊数, 则 A 与 B 的距离为

$$d_\lambda(A, B) = \frac{[(a^L + a^M) - (b^L + b^M)](1-\lambda)}{2} + \frac{[(a^M + a^U) - (b^M + b^U)]\lambda}{2}, \tag{6}$$

其中 $\lambda \in [0, 1]$ 表示决策者对风险的态度, $\lambda > 0.5$ 表示决策者追求风险, $\lambda < 0.5$ 表示决策者厌恶风险, $\lambda = 0.5$ 表示决策者是风险中性的.

1.2.2 直觉模糊集[11]

定义 4 设 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 是一个包含 n 个元素的有限集合, 且是直觉模糊集 A 中的元素, 有如下形式:

$$A = \{\langle x_j, \mu_A(x_j), \upsilon_A(x_j)\rangle | x_j \in X\}.$$

其中

$$\mu_A : X \mapsto [0, 1],\ x_j \in X \to \mu_A(x_j) \in [0, 1];$$

$$\upsilon_A : X \mapsto [0, 1],\ x_j \in X \to \upsilon_A(x_j) \in [0, 1].$$

满足对于 $\forall x_j \in X$, 有 $0 \leqslant \mu_A(x_j) + \upsilon_A(x_j) \leqslant 1$, 称 μ_A, υ_A 分别为直觉模糊集 A 的隶属函数、非隶属函数. 定义 $\pi_A(x_j) = 1 - \mu_A(x_j) - \upsilon_A(x_j)$ 为 x_j 相对于直觉模糊集 A 的模糊指数, 是 x_j 相对于 A 的未知信息的一种度量. $\pi_A(x_j)$ 值越大, 表明 x_j 相对于 A 的未知信息越多, 显然有 $0 \leqslant \pi_A(x_j) \leqslant 1$.

1.3 投影方法

投影决策方法将决策方案看作一个矢量, 从矢量的角度对决策进行探讨, 通过研究每个决策方案与理想方案之间的夹角对方案进行排序.

定义 5　设 $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$ 和 $\gamma=(\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_n)$ 是两个向量 (矢量), 定义[12]

$$Q(\alpha,\gamma)=\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\gamma_i\right)\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\gamma_i^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\gamma_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\gamma_i^2}} \tag{7}$$

为 α 在 γ 上的投影值. $Q(\alpha,\gamma)$ 值越大, 则 α 在 γ 上的投影越大, 向量 (矢量) α 与 γ 越接近.

2　决策方法与步骤

设某风险型混合多属性群决策问题, 有 m 个方案 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$, n 个决策属性 (或准则) $C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$, q 个决策者 $\mathrm{DM}=\{\mathrm{DM}_1,\mathrm{DM}_2,\cdots,\mathrm{DM}_q\}$ 参与决策. 用 5 元组 $E_{ij}^k=(l_{ij}^k,u_{ij}^k,e_{ij}^k,\omega_{ij}^k,i_{ij}^k)$ 描述决策者对方案的评估. 其中: l_{ij}^k、u_{ij}^k、e_{ij}^k 为决策者 DM_k 对于方案 A_i 属性 C_j 的最基本要求 (下限)、期望的最优状态 (上限) 和实际评价结果, 可以用准确数、三角模糊数、不确定语言短语表示; ω_{ij}^k、i_{ij}^k 为直觉模糊数, $\omega_{ij}^k=(\mu(\omega_{ij}^k),\ \upsilon(\omega_{ij}^k))$、$\mu(\omega_{ij}^k)$, $\upsilon(\omega_{ij}^k)$ 为决策者 DM_k 对于方案 A_i 属性 C_j 权重的隶属函数和非隶属函数, $i_{ij}^k=(\mu(i_{ij}^k),\ \upsilon(i_{ij}^k))$、$\mu(i_{ij}^k)$, $\upsilon(i_{ij}^k)$ 为决策者 DM_k 对于方案 A_i 属性 C_j 评价结果信任程度的隶属函数和非隶属函数.

本文要解决的多属性群决策问题是: 给定方案的评估结果 E_{ij}^k, 在考虑决策者对评估结果不完全信任和有限理性的情况下, 试确定方案的排序.

2.1　不同数据类型与三角模糊数的转换

不确定语言短语集 $S=\{s_0,s_1,\cdots,s_T\}$ (T 一般为偶数) 是由奇数个语言短语构成的有序集合, s_0 和 s_T 分别表示决策者使用语言变量时的下限和上限. 决策者可根据事先设定的有序语言短语集进行评估, 并依据相应规则转换成三角模糊数[13]. 如任一语言短语 s_i 可以通过如下转换关系用三角模糊数 $A_i=[a_i^L,a_i^M,a_i^U]$ 表示:

$$\begin{cases} a_0^L=a_0^M=0;\\ a_i^U=a_i^M+\dfrac{2}{3T+2},\ 0\leqslant i\leqslant T;\\ a_i^L=a_{i-1}^U,\ 1\leqslant i\leqslant T;\\ a_i^M=a_i^L+\dfrac{2}{3T+2},\ 1\leqslant i\leqslant T;\\ a_T^M=a_T^U=1. \end{cases} \tag{8}$$

任一实数 r 可以表示成相应三角模糊数 $[r,r,r]$ 形式.

2.2　决策信息的去模糊及集结

假定决策者权重相同, 可以用 min 函数、max 函数集结方案属性下限、上限评价信息[14], 有

$$\bar{l}_{ij}=\min_{k=1}^{q}(l_{ij}^k),\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n; \tag{9}$$

$$\bar{u}_{ij}=\max_{k=1}^{q}(u_{ij}^k),\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n. \tag{10}$$

实现模糊集到精确值的转化方法很多, 如 BAD Distributions[15]、RAGE[16]、ACM[17]等, ACM 方法因其在反映模糊数的特性、传递、计算方面的优势获得了广泛的使用, 其表现形式为

$$F(p_{ij})=\frac{1}{2}\int_0^1(\inf_{x\in R}p_{ij}^a+\sup_{x\in R}p_{ij}^a)\mathrm{d}a. \tag{11}$$

则考虑群决策者信任度 i_{ij}^k 的评价信息的集结为

$$\bar{e}_{ij}=\frac{\sum_{k=1}^{q}e_{ij}^k\cdot F(i_{ij}^k)}{q}. \tag{12}$$

基于直觉模糊集的定义[11], 集结属性权重和决策者信任度的群信息, 有

$$\bar{\omega}_{ij}=(\min_{k=1}^{q}(\mu(\omega_{ij}^k)),\ \max_{k=1}^{q}(\upsilon(\omega_{ij}^k))), \tag{13}$$

$$\bar{i}_{ij}=(\min_{k=1}^{q}(\mu(i_{ij}^k)),\max_{k=1}^{q}(\upsilon(i_{ij}^k))). \tag{14}$$

2.3　参考方案的选取

决策时, 决策者更重视期望值与实际结果的差异, 而不是结果本身. 基于前景理论参照点的采集规则[8], 本文同时从“收益”和“损失”两个角度考虑决策, 选择负理想方案 B (决策者对方案属性的最低要求) 和正理想方案 G (决策者对属性的最高期望) 两个参照点, 则有

$$\begin{aligned}&B=\{B_1,B_2,\cdots,B_n\}=\\&\{\min_{1\leqslant i\leqslant m}(\bar{l}_{i1}),\min_{1\leqslant i\leqslant m}(\bar{l}_{i2}),\cdots,\min_{1\leqslant i\leqslant m}(\bar{l}_{in})\},\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}&G=\{G_1,G_2,\cdots,G_n\}=\\&\{\max_{1\leqslant i\leqslant m}(\bar{u}_{i1}),\max_{1\leqslant i\leqslant m}(\bar{u}_{i2}),\cdots,\max_{1\leqslant i\leqslant m}(\bar{u}_{in})\}.\end{aligned} \tag{16}$$

2.4　决策方案的价值函数

以负理想方案为参考点时, 方案 A_i 优于负理想方案, 决策者面临收益、厌恶风险, 则有 $\lambda<0.5$. 以正理想方案为参考点时, 方案 A_i 劣于正理想方案, 决策者面临损失、追求风险, 此时 $\lambda>0.5$. 所以方案 A_i 到负、正理想方案的距离分别为

$$\begin{aligned}&d_{\lambda<0.5}(A_i,B)=\\&\{d(\bar{e}_{i1},B_1),d(\bar{e}_{i2},B_1),\cdots,d(\bar{e}_{in},B_n)\},\\&d_{\lambda>0.5}(A_i,G)=\\&\{d(\bar{e}_{i1},G_1),d(\bar{e}_{i2},G_1),\cdots,d(\bar{e}_{in},G_n)\}.\end{aligned}$$

则由式 (3), 方案 A_i 的价值函数分别为

$$\nu_i^+(d_{\lambda<0.5}(A_i,B))=(d_{\lambda<0.5}(\bar{e}_{ij},B_j))^{\alpha}, \tag{17}$$

$$\nu_i^-(d_{\lambda>0.5}(A_i,G))=-\theta(-d_{\lambda>0.5}(\bar{e}_{ij},G_j))^{\beta}. \tag{18}$$

2.5 决策方案属性权重的确定

传统方案的属性权重是根据属性的权重信息(如权重的表达形式、权重是否全部或部分已知、权重的范围等)并借助相应方法确定的, 但忽视了决策者是否信任权重信息的问题, 结合属性权重值 ω_{ij}^k 和单个决策者对其信任度 i_{ij}^k, 采用基于直觉模糊集的优化模型[11]建立目标函数

$$\min\Big\{Az_i^l=\sum_{j=1}^n\mu(i_{ij}^k)\cdot\omega_{ij}\Big\};$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\omega_{ij}^l\leqslant\omega_{ij}\leqslant\omega_{ij}^u,\ j=1,2,\cdots,n;\\ \displaystyle\sum_{j=1}^n\omega_{ij}=1.\end{cases}\tag{19}$$

$$\max\Big\{Az_i^u=\sum_{j=1}^n(1-\upsilon(i_{ij}^k))\cdot\omega_{ij}\Big\};$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\omega_{ij}^l\leqslant\omega_{ij}\leqslant\omega_{ij}^u,\ j=1,2,\cdots,n;\\ \displaystyle\sum_{j=1}^n\omega_{ij}=1.\end{cases}\tag{20}$$

由式(19)和(20)可知, 属性最优权重值满足

$$\max\Big\{Az_i=\frac{\displaystyle\sum_{k=1}^q\sum_{j=1}^n[1-\upsilon(i_{ij}^k)-\mu(i_{ij}^k)]\cdot\omega_{ij}}{q}\Big\};$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\omega_{ij}^l\leqslant\omega_{ij}\leqslant\omega_{ij}^u,\ j=1,2,\cdots,n;\\ \displaystyle\sum_{j=1}^n\omega_{ij}=1.\end{cases}\tag{21}$$

其中

$$\omega_{ij}^l=\min(\mu(\omega_{ij}^1),\mu(\omega_{ij}^2),\cdots,\mu(\omega_{ij}^q)),$$

$$\omega_{ij}^u=\max((1-\upsilon(\omega_{ij}^1)),(1-\upsilon(\omega_{ij}^2)),\cdots,(1-\upsilon(\omega_{ij}^q)))$$

满足式(19)～(21).

2.6 决策方案的具体步骤

2.6.1 前景理论方法

Step 1: 根据式(8)将 E_{ij}^k 中不同数据类型表示的决策信息 l_{ij}^k, u_{ij}^k, e_{ij}^k 转化成相应的三角模糊数.

Step 2: 根据式(9)～(14), 对群决策信息集结、去模糊, 得到 $\bar{E}_{ij}=(\bar{l}_{ij},\bar{u}_{ij},\bar{e}_{ij},\bar{\omega}_{ij},\bar{i}_{ij})$.

Step 3: 由式(4)和(5)对上述决策信息 $\bar{E}_{ij}$ 归一化, 得到 $\tilde{E}_{ij}=(\tilde{l}_{ij},\tilde{u}_{ij},\tilde{e}_{ij},\tilde{\omega}_{ij},\tilde{i}_{ij})$.

Step 4: 由式(15)和(16), 确定决策方案的正理想方案(G)和负理想方案(B).

Step 5: 根据式(6), 确定方案到正、负理想方案的距离, 并由式(17)和(18)确定各方案的价值函数(ν^+,ν^-). 其中: $\alpha=\beta=0.88$, $\theta=2.25$[18].

Step 6: 根据式(21), 计算考虑决策者信任度的方案属性最优权重值 ω_{ij}^*.

Step 7: 根据式(1), 得到方案 A_i 的综合前景价值 V_{A_i}, 对方案进行排序并择优.

2.6.2 改进的投影方法

Step 1～Step 4 与前景理论方法的 Step 1～Step 4 相同.

Step 5: 与前景理论方法的 Step 6 相同.

Step 6: 计算方案评价值 $\tilde{e}_{ij}$ 到负、正理想方案的投影值. 式(7)没有考虑向量(矢量)中元素的相对重要性, 本文结合方案属性的权重 ω_{ij}^* 计算投影值为

$$Q_i^-(\tilde{e}_{ij},B)=\frac{\displaystyle\sum_{j=1}^n\omega_{ij}^*[\tilde{e}_{ij}^LB_j^L+\tilde{e}_{ij}^MB_j^M+\tilde{e}_{ij}^UB_j^U]}{\sqrt{\displaystyle\sum_{j=1}^n\omega_{ij}^{*2}[(B_j^L)^2+(B_j^M)^2+(B_j^U)^2]}},\tag{22}$$

$$Q_i^+(\tilde{e}_{ij},G)=\frac{\displaystyle\sum_{j=1}^n\omega_{ij}^*[\tilde{e}_{ij}^LG_j^L+\tilde{e}_{ij}^MG_j^M+\tilde{e}_{ij}^UG_j^U]}{\sqrt{\displaystyle\sum_{j=1}^n\omega_{ij}^{*2}[(G_j^L)^2+(G_j^M)^2+(G_j^U)^2]}}.\tag{23}$$

Step 7: 计算方案 A_i 的相对接近度 RD_i, 有

$$\mathrm{RD}_i=\frac{Q_i^+(\tilde{e}_{ij},G)}{Q_i^+(\tilde{e}_{ij},G)+Q_i^-(\tilde{e}_{ij},B)}.\tag{24}$$

相对接近度越大, 方案越优.

3 算例分析

某上市公司进行项目投资, 组成由3个决策者 $\mathrm{DM}=\{\mathrm{DM}_1,\mathrm{DM}_2,\mathrm{DM}_3\}$ 构成的评估小组, 分别对3个备选项目 $A=\{A_1,A_2,A_3\}$ 的属性 $C=\{C_1,C_2,C_3\}$ 进行评估. 其中: C_1 社会效益和 C_2 生态效益分别用非常差(EB)、很差(VB)、差(B)、一般(M)、好(G)、很好(VG)和非常好(EG)7种语言评价短语表示, C_3 经济效益用精确值或三角模糊数表示. 决策者以5元组 $E_{ij}^k=(l_{ij}^k,u_{ij}^k,e_{ij}^k,\omega_{ij}^k,i_{ij}^k)$ 的形式, 分别给出决策者 DM_k 对于项目 A_i 属性 C_j 的最低可接受结果、最期望结果、属性的实际评估结果、属性权重的直觉模糊集描述和对评价结果信任程度的直接模糊描述. 3位决策者给出的评估信息如表1所示, 试确定项目排序并择优.

方法1 利用前景理论求解.

Step 1～Step 3: 将表1中 l_{ij}^k, u_{ij}^k, e_{ij}^k 表示的混合数据类型转化为相应的三角模糊数, 其中 $T=6$. 将群决策信息分别集结、去模糊和归一化, 得到 $\tilde{E}_{ij}=(\tilde{l}_{ij},\tilde{u}_{ij},\tilde{e}_{ij},\tilde{\omega}_{ij},\tilde{i}_{ij})$, 具体结果如表2所示.

Step 4: 确定项目的负理想方案 $B=\{(0.2,0.3,0.4),(0.2,0.3,0.4),(0,0,0)\}$; 正理想方案 $G=\{(0.9,1,1),(0.9,1,1),(1,1,1)\}$.

表 1　备选项目的属性值

A_i	C_j	E_{ij}^1	E_{ij}^2	E_{ij}^3
A_1	C_1	M, EG, G, [0.25, 0.40], [0.90, 0.05]	G, EG, VG, [0.35, 0.40], [0.80, 0.10]	G, EG, VG, [0.30, 0.45], [0.90, 0.05]
	C_2	G, EG, G, [0.35, 0.45], [0.85, 0.05]	G, EG, VG, [0.30, 0.50], [0.85, 0.10]	M, EG, G, [0.30, 0.50], [0.85, 0.10]
	C_3	(4, 6, 8), (8, 10, 10), (6, 8, 10) [0.25, 0.40], [0.90, 0.05]	(5, 5, 5), (10, 10, 10), (7, 8, 9) [0.30, 0.40], [0.90, 0.10]	(6, 6, 6), (10, 10, 10), (6, 8, 9) [0.35, 0.40], [0.90, 0.05]
A_2	C_1	M, EG, G, [0.25, 0.45], [0.90, 0.05]	M, EG, VG, [0.25, 0.40], [0.90, 0.05]	B, EG, EG, [0.35, 0.40], [0.80, 0.05]
	C_2	B, EG, VG, [0.25, 0.45], [0.85, 0.10]	M, EG, EG, [0.35, 0.35], [0.80, 0.15]	M, EG, M, [0.35, 0.45], [0.82, 0.10]
	C_3	(4, 5, 6), (10, 10, 10), (7, 7, 7) [0.20, 0.50], [0.86, 0.05]	(4, 4, 4), (10, 10, 10), (8, 9, 10) [0.30, 0.50], [0.75, 0.20]	(4, 5, 6), (10, 10, 10), (7, 8, 9) [0.35, 0.40], [0.75, 0.10]
A_3	C_1	M, EG, G, [0.25, 0.4], [0.75, 0.12]	M, EG, VG, [0.30, 0.40], [0.85, 0.10]	B, EG, VG, [0.30, 0.45], [0.82, 0.10]
	C_2	B, EG, VG, [0.35, 0.40], [0.90, 0.10]	M, EG, VG, [0.30, 0.40], [0.90, 0.05]	M, EG, EG, [0.35, 0.50], [0.75, 0.15]
	C_3	(4, 4, 4), (8, 9, 10), (9, 10, 10) [0.25, 0.50], [0.88, 0.10]	(4, 4, 4), (9, 10, 10), (9, 10, 10) [0.30, 0.45], [0.80, 0.10]	(5, 5, 5), (10, 10, 10), (8, 9, 10) [0.20, 0.50], [0.80, 0.15]

表 2　方案信息的集结及归一化结果

A_i	C_j	$\tilde{l}_{ij}$	$\tilde{u}_{ij}$	$\tilde{e}_{ij}$	$\tilde{\omega}_{ij}$	$\tilde{i}_{ij}$
A_1	C_1	(0.4, 0.5, 0.6)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.658 3, 0.748 3, 0.838 3)	(0.25, 0.40)	(0.80, 0.05)
	C_2	(0.4, 0.5, 0.6)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.530 0, 0.618 3, 0.706 7)	(0.30, 0.45)	(0.85, 0.05)
	C_3	(0, 0, 0)	(1.0, 1.0, 1.0)	(0.300 0, 0.600 0, 0.640 0)	(0.25, 0.40)	(0.90, 0.05)
A_2	C_1	(0.2, 0.3, 0.4)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.548 3, 0.639 2, 0.730 0)	(0.25, 0.40)	(0.80, 0.05)
	C_2	(0.2, 0.3, 0.4)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.595 5, 0.680 8, 0.738 7)	(0.25, 0.35)	(0.80, 0.05)
	C_3	(0, 0, 0)	(1.0, 1.0, 1.0)	(0.358 3, 0.447 3, 0.536 1)	(0.20, 0.40)	(0.75, 0.10)
A_3	C_1	(0.2, 0.3, 0.4)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.625 7, 0.710 7, 0.795 7)	(0.25, 0.40)	(0.75, 0.10)
	C_2	(0.2, 0.3, 0.4)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.726 7, 0.814 2, 0.875 0)	(0.30, 0.40)	(0.75, 0.05)
	C_3	(0, 0, 0)	(1.0, 1.0, 1.0)	(0.570 0, 0.712 5, 0.758 3)	(0.20, 0.45)	(0.80, 0.10)

表 3　算例结果及其比较

方法条件	前景理论			投影方法		
	不考虑信任	考虑信任	偏差 Δ	不考虑信任	考虑信任	偏差 Δ
A_1	−0.213 3	−0.420 2	0.206 9	0.536 3	0.534 4	0.001 9
A_2	0.150 9	−0.533 3	0.684 2	0.537 8	0.528 1	0.009 7
A_3	0.518 4	−0.089 9	0.608 3	0.556 9	0.541 5	0.015 4
排序	A_3, A_2, A_1	A_3, A_1, A_2	–	A_3, A_2, A_1	A_3, A_1, A_2	–

Step 5: 确定项目到负理想方案、正理想方案的距离, 由此计算项目的正负前景价值, 有

$$\nu^+ = \begin{bmatrix} 0.495\,5 & 0.367\,6 & 0.544\,3 \\ 0.388\,0 & 0.424\,6 & 0.475\,3 \\ 0.459\,9 & 0.555\,5 & 0.702\,5 \end{bmatrix},$$

$$\nu^- = \begin{bmatrix} -0.581\,0 & -0.882\,4 & -1.035\,5 \\ -0.833\,7 & -0.767\,6 & -1.278\,6 \\ -0.673\,2 & -0.449\,0 & -0.741\,8 \end{bmatrix}.$$

Step 6: 计算项目属性最优权重向量, 有

$$\omega_1^* = (0.25, 0.45, 0.30),\ \omega_2^* = (0.45, 0.35, 0.20),$$
$$\omega_3^* = (0.50, 0.30, 0.20).$$

Step 7: 计算项目的综合前景价值, 有

$$V_{A_1} = -0.420\,2,\ V_{A_2} = -0.533\,3,\ V_{A_3} = -0.089\,9.$$

可见, $V_{A_3} > V_{A_1} > V_{A_2}$, 最优项目为 A_3.

方法 2　利用改进的投影方法求解.

Step 1 ∼ Step 4 同方法 1 的 Step 1 ∼ Step 4.

Step 5: 同方法 1 的 Step 6.

Step 6: 计算备选项目到正、负理想方案的投影值 $Q_1^+ = 1.804\,5$, $Q_2^+ = 1.761\,9$, $Q_3^+ = 2.069\,3$, $Q_1^- = 1.572\,4$, $Q_2^- = 1.574\,7$, $Q_3^- = 1.752\,2$.

Step 7: 计算项目的相对接近度, 有

$$\mathrm{RD}_1 = 0.534\,4,\ \mathrm{RD}_2 = 0.528\,1,\ \mathrm{RD}_3 = 0.541\,5.$$

可见, $\mathrm{RD}_3 > \mathrm{RD}_1 > \mathrm{RD}_2$, 最佳投资项目为 A_3.

上述两种方法得到的结论完全一致. 作为对比, 在不考虑决策者信任度对评价结果影响的前提下, 仍然利用前景理论[4]和投影方法[1]对上述算例进行分析, 结果如表 3 所示.

由表 3 可知, 在考虑决策者信任度下, 无论是前景理论还是投影方法所获得的评价结果值均小于不考虑信任度的相应结果值. 这是因为在不考虑决策者对评价结果的信任度时, 决策者对其评价信息是完全确定的, 评价结果是最完美也是最理想的. 但是, 信任削弱了完全理性条件下的决策结果, 并可能与之产生比较大的偏差 (如本例中前景理论的方法能使评价结果最大产生 0.684 2 的偏差值). 同时, 基于信任度的排序结果与不考虑信任度的排序结果也不完全一致, 这些均表明了信任对于决策结果的重要影响.

4 结 论

本文是在考虑决策者信任度的基础上, 研究具有模糊不确定风险型混合多属性群决策方法. 首先, 给出一个5元组描述方案评价信息, 并按一定的转换规则, 将混合评价信息转换成三角模糊数, 对其去模糊、集结及归一化; 然后, 在考虑单个决策者对评价结果信任度的基础上, 通过优化模型确定方案属性的权重值, 验证了在评价者不同信任度影响下不同方案的相同属性权重值可能不同, 基于上述权重值, 通过前景理论和改进的投影方法对方案进行排序; 最后, 通过具体算例演示上述两种方法, 表明了该方法的可行性和有效性, 并通过不考虑决策者信任度的对比研究进一步证实了决策者信任对于评价结果的影响以及考虑信任的合理性和必要性.

参考文献(References)

[1] 刘培德, 王娅姿. 一种属性权重未知的区间概率风险型混合多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(2): 276-280.
(Liu P D, Wang Y Z. Method of hybrid multi-attribute decision-making with risk of interval probability under attribute weight unknown[J]. Control and Decision, 2012, 27(2): 276-280.)

[2] 毕文杰, 陈晓红. 基于Bayes理论与Monte Carlo模拟的风险型多属性群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(5): 971-975.
(Bi W J, Chen X H. Risky multicriteria group decision approach based on Bayesian theory and Monte Carlo simulation[J]. System Engineering and Electronics, 2010, 32(5): 971-975.)

[3] Xu Gai-li, Liu Fang. An approach to group decision making based on interval multiplicative and fuzzy preference relations by using projection[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(6): 3929-3943.

[4] 刘培德. 一种基于前景理论的不确定语言变量风险型多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2011, 26(6): 893-897.
(Liu P D. Method for multi-attribute decision-making under risk with the uncertain linguistic variables based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2011, 26(6): 893-897.)

[5] Wim D N. Bias and conflict: A case for logical intuitions[J]. Perspectives on Psychological Science, 2012, 7(1): 28-38.

[6] Yau S S, Yin Y. Qos-based service ranking and selection for service-based systems[C]. 2011 IEEE Int Conf on Services Computing(SCC). Washington: IEEE, 2011: 56-63.

[7] Andrea I, Mario P, Edmund T, et al. Confidence-related decision making[J]. J of Neurophysiology, 2010, 104(1): 539-547.

[8] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Economica, 1979, 47(2): 263-291.

[9] Wu G, Gonzalez R. Curvature of the Probability weighting function[J]. Management Science, 1996, 42(12): 1676-1690.

[10] 王坚强. 信息不完全的Fuzzy群体多准则决策的规划方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(11): 1604-1609.
(Wang J Q. Programming method of fuzzy group multiple criteria decision making with incomplete information[J]. System Engineering and Electronics, 2004, 26(11): 1604-1609.)

[11] Atanassov K T. Two theorems for intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 110(2): 267-269.

[12] Xu Z S. Projection method for uncertain multi-attribute decision making with preference information on alternatives[J]. Int J of Information Technology and Decision Making, 2004, 3(3): 429-434.

[13] Gülçin B, Gizem Ç. A new incomplete preference relations based approach to quality function deployment[J]. Information Science, 2012, 206(5): 30-41.

[14] Guang Q Z, Jie L. An integrated group decision-making method dealing with fuzzy preference for alternatives and individual judgements for selection criteria[J]. Group Decision and Negotiation, 2003, 12(6): 501-515.

[15] Dmitar P F, Ronald Y. A generalized defuzzification method via BAD distributions[J]. Int J of Intelligent Systems, 1991, 6(7): 687-697.

[16] Ronald R Y, Dimitar P F. Essentials of fuzzy modeling and control[M]. New York: John Wiley & Sons, 1994: 145-189.

[17] Philippe F, Marc R. Ranking and defuzzification methods based on area compensation[J]. Fuzzy Sets Systems, 1996, 82(3): 319-330.

[18] Richard H T, Amos T, Daniel K, et al. The effect of myopia and loss aversion on risk taking: An experimental test[J]. The Quarterly J of Economics, 1997, 112(2): 647-661.

(责任编辑: 郑晓蕾)