

文章编号 1004-924X(2013)05-1116-06

相移干涉测量中相移误差的自修正

赵智亮^{1,2*}, 夏伯才³, 陈立华¹, 张志华², 郑万国¹

(1. 成都精密光学工程研究中心, 四川 成都 610041;

2. 成都太科光电技术有限责任公司, 四川 成都 610041;

3. 中国工程物理研究院 工学院, 四川 绵阳 621900)

摘要: 分析了相移干涉测量过程中相移误差产生的原因, 研究了基于迭代最小二乘算法的相移误差修正法, 实现了任意两幅干涉图间相对移相量的计算和自适应校正。基于光、机、电、算四系统, 实现任意步长的 3 幅以上干涉图像的采集, 用迭代最小二乘法计算任意两幅干涉图间的相对移相量, 然后将其闭环反馈至硬件相移系统, 自动修正相移步长为给定量的特征相移值, 从而完成干涉仪相移误差的自修正。构建了相移误差自校正系统, 通过实际干涉测量验证了算法的正确性和相移误差自修正系统的可行性。结果表明, 自适应修正后相移量相对误差 < 5%, 面形 RMS 测量重复性 < $\lambda/1\,000$, 实现了高精度、高效率的相移误差自适应修正。

关 键 词: 相移干涉测量; 相移量计算; 相移误差; 误差自修正

中图分类号: TH744.3 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20132105.1116

Self-correction of phase step error in phase shifting interferometric measurement

ZHAO Zhi-liang^{1,2*}, XIA Bo-cai³, CHEN Li-hua¹, ZHANG Zhi-hua², ZHENG Wan-guo¹

(1. Chengdu Fine Optics Engineering Research Center, Chengdu 610041, China;

2. Chengdu TECHO Photo-electricity Co., Ltd., Chengdu 610041, China;

3. Institute of Technology, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

* Corresponding author, E-mail: zzl_caep@163.com

Abstract: The reasons for the phase shifting errors in a phase shifting interferometric measurement were analyzed, and a method to correct the phase shifting errors was researched based on the least square method. The calculation and correction for the relative phase step amount between arbitrary two interferograms were implemented. With the combination of optical, mechanical, electrical and calculating subsystems, more than three step interferometric images with arbitrary intervals were achieved. Then, the iterative least-square algorithm was used to calculate the relative phase step amount between arbitrary two interferograms. The phase shift error was feedbacked to the hardware system and the phase step interval was corrected in self-adaption until the phase step interval was equal to the characteristic value of the phase shift. A phase shift error correction system based on iterative least-square algorithm was constructed to achieve phase step error self-correction on a phase shifting interferometry. The real measurement of optical surface was conducted to verify the correction of

收稿日期: 2012-12-13; 修订日期: 2013-01-14.

基金项目: 科技型中小企业技术创新基金支持项目(No. 10C26225123005)

algorithm and the feasibility of phase step error self-correction system. The results show that the relative phase step error is less than 5%, and the root mean square error(RMS) for measurement repeatability of the optical surface is less than $\lambda/1\,000$ with the help of the proposed phase step self-correction process.

Key words: phase shifting interferometry; phase step calculation; phase shift error; error self-correction

1 引言

从 20 世纪 60 年代,采用干涉仪测量高精度表面面形的相移解相算法诞生以来,实现相移过程的硬件系统也随之发展起来。现在通用的实现相移的方法主要有机械式和波长调谐式两种。这两种相移方式都存在相移误差,而且不仅在系统建设初期存在初始相移误差,在系统工作一段时间后还会由于硬件老化产生相移误差。因此,要用相移解相来实现高精度的表面面形复原,就必须构造出高精度的相移误差修正系统来实现精确相移。

为克服相移机构产生的误差,国内外研究人员提出了大量的相移标定算法^[1-7]。在这些算法中,迭代最小二乘算法的研究最为广泛。Okada 等人^[9]在 Greivenkamp^[8]的研究基础上,首先提出用迭代求解近似线性方程组来确定相移量和相位分布。Lassahn 等人^[10], Han 和 Kim^[11], 以及 Wei 等人^[12]也提出过类似的算法。上述所有迭代算法的实现均需要大量(通常大于 15 幅)的干涉图。而在实际应用中,干涉图数量通常为 5~7 幅,这会使算法产生很大的误差,从而限制了这些算法的应用。

为了克服上述问题,Zhang 等人^[13-14]提出用迭代最小二乘法计算干涉图相移量。采用该算法计算时每步的相移可以是随机的,且只需要不少于 3 幅具有不同相移量的干涉图就可以精确地提取相位信息。在此基础上,本文结合光、机、电、算子系统组成的干涉测试硬件共同构成了相移误差自适应修正系统,并将该系统应用在某干涉仪产品上。实验和对比国外同类产品的结果表明,本文构建的相移误差自适应修正系统及产品实现了高精度、高效率的相移误差自适应修正。

2 干涉图相位计算

本文采用迭代最小二乘法快速而精确地计算相移量和相位分布,每步的相移是随机的,且只需要不少于 3 幅干涉图便可提取相位信息。

2.1 确定相位

干涉图的强度分布可以表达为:

$$I_{ij}^t = A_{ij} + B_{ij} \cos(\Phi_j + \delta_i), \quad (1)$$

其中:上标 t 表示理论值,下标第 i 幅相移后的图像($i=1, 2, \dots, M$),而 j 表示每幅干涉图中所对应的三维像素位置($j=1, 2, \dots, N$); A_{ij} 为背景或平均强度, B_{ij} 为调制度, Φ_j 为相位信息, δ_i 为 M ($M \geq 3$)幅干涉图中每幅的相移量, N 为每幅干涉图中的总像素。

假设每幅干涉图的背景强度和调制度不变,则有 $A_{1j} = A_{2j} = \dots = A_{Mj}$, $B_{1j} = B_{2j} = \dots = B_{Mj}$ 。定义 $a_j = A_{ij}$, $b_j = B_{ij} \cos \Phi_j$, $c_j = B_{ij} \sin \Phi_j$, 式(1)可改写成:

$$I_{ij}^t = a_j + b_j \cos \delta_i + c_j \sin \delta_i. \quad (2)$$

如果 δ_i 未知,则总计有 $3N$ 个未知量和 MN 个方程,可以用超定最小二乘法求解。由式(1)和式(2)描述的所有干涉图中累计的最小二乘误差 S_j 为:

$$S_j = \sum_{i=1}^M (I_{ij}^t - I_{ij})^2 = \sum_{i=1}^M (a_j + b_j \cos \delta_i + c_j \sin \delta_i - I_{ij})^2, \quad (3)$$

式中: I_{ij} 为实验测得的干涉图强度值。

对于未知量 δ_i ,最小二乘判据要求:

$$\partial S_j / \partial a_j = 0, \partial S_j / \partial b_j = 0, \partial S_j / \partial c_j = 0. \quad (4)$$

得到:

$$\{\mathbf{X}_j\} = [\mathbf{A}]^{-1} \{\mathbf{B}_j\}. \quad (5)$$

这里:

$$\{\mathbf{X}_j\} = \{a_j, b_j, c_j\}^\top, \quad (6)$$

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} M & \sum_{i=1}^M \cos \delta_i & \sum_{i=1}^M \sin \delta_i \\ \sum_{i=1}^M \cos \delta_i & \sum_{i=1}^M \cos^2 \delta_i & \sum_{i=1}^M \cos \delta_i \sin \delta_i \\ \sum_{i=1}^M \sin \delta_i & \sum_{i=1}^M \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum_{i=1}^M \sin^2 \delta_i \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\{\mathbf{B}_j\} = \left\{ \sum_{i=1}^M I_{ij} \quad \sum_{i=1}^M I_{ij} \cos \delta_i \quad \sum_{i=1}^M I_{ij} \sin \delta_i \right\}^T. \quad (8)$$

式(5)只需要 3 个不同的相移,即可以保证矩阵 $[\mathbf{A}]$ 满秩。由式(5)~式(8)求出未知量 a_j , b_j 和 c_j 。则相位为:

$$\varphi_j = \tan^{-1}(-c_j/b_j). \quad (9)$$

2.2 确定相移量

假设背景强度和调制度不随像素变化,有 $A_{i1}=A_{i2}=\dots=A_{iN}$ 以及 $B_{i1}=B_{i2}=\dots=B_{iN}$ 。对每一幅干涉图,定义 $a_j'=A_{ij}$, $b_j'=B_{ij} \cos \delta_i$, $c_j'=B_{ij} \sin \delta_i$, 将式(1)改写成:

$$I_{ij}' = a_j' + b_j' \cos \varphi_j + c_j' \sin \varphi_j. \quad (10)$$

已从步骤 2.1 中得到 φ_j , 则有 $3M$ 个未知量和 MN 个方程。对于第 i 幅干涉图所有像素的总误差 S'_j 为:

$$S'_j = \sum_{j=1}^N (I_{ij}' - I_{ij})^2 = \sum_{j=1}^N (a_j' + b_j' \cos \varphi_j + c_j' \sin \varphi_j - I_{ij})^2. \quad (11)$$

对已知 φ_j , 最小二乘判据为:

$$\partial S'_j / \partial a_j = 0, \partial S'_j / \partial b_j = 0, \partial S'_j / \partial c_j = 0. \quad (12)$$

得到:

$$\{\mathbf{X}'_j\} = [\mathbf{A}']^{-1} \{\mathbf{B}'_j\}, \quad (13)$$

其中:

$$\{\mathbf{X}'_j\} = \{a'_j, b'_j, c'_j\}^T, \quad (14)$$

$$[\mathbf{A}'] = \begin{bmatrix} N & \sum_{j=1}^N \cos \varphi_j & \sum_{j=1}^N \sin \varphi_j \\ \sum_{j=1}^N \cos \varphi_j & \sum_{j=1}^N \cos^2 \varphi_j & \sum_{j=1}^N \cos \varphi_j \sin \varphi_j \\ \sum_{j=1}^N \sin \varphi_j & \sum_{j=1}^N \sin \varphi_j \cos \varphi_j & \sum_{j=1}^N I_{ij} \sin^2 \varphi_j \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\{\mathbf{B}'_j\} = \left\{ \sum_{j=1}^N I_{ij}, \sum_{j=1}^N I_{ij} \cos \varphi_j, \sum_{j=1}^N I_{ij} \sin \varphi_j \right\}^T. \quad (16)$$

求解式(12)~(15)得到 a'_j , b'_j 和 c'_j , 每幅干涉图的相移量为:

$$\delta_i = \tan^{-1}(-c'_j/b'_j). \quad (17)$$

重复步骤 2.1 和步骤 2.2 直到相移量的值收敛:

$$|(\delta_i^k - \delta_i^{k-1}) - (\delta_i^{k-1} - \delta_i^{k-2})| < \epsilon, \quad (18)$$

其中: k 为迭代步数, ϵ 为预先定义的收敛精度, 比如 10^{-4} 。满足收敛判据时, 再从步骤 2.1 中确定相位。

3 相位自修正

为便于解相计算出被测面形, 解相需要的条纹信息都采用特定相位差下的条纹图。如四步解相采用的相位差为 $\pi/2$, 七步解相采用的相位差为 $\pi/3$ 。采用迭代最小二乘拟合方法计算两步相移之间的相位差, 再根据计算结果对相移器驱动量进行修正。修正后重复计算相移相位差, 直到计算的相位差相对需要的相位差(如 $\pi/2$ 或 $\pi/3$)误差在设定的允许误差内。记录下此时每步相移的修正电压作为系统解相计算时每步的相移驱动电压。相移干涉测量中的相移误差自适应修正系统如图 1 所示。

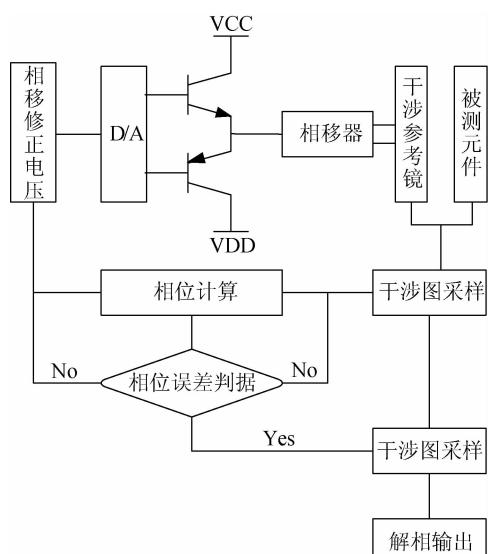


图 1 相移误差自适应修正系统组成示意图

Fig. 1 Schematic diagram of self-correction of phase step error

如图所示,系统由干涉测量部分、采样与相位计算部分、相移电压修正部分和误差判别与解相输出 4 部分组成,形成了集成光、机、电、算 4 个系统的闭环自适应相位修正系统。相位自修正时,首先采集不少于 3 幅干涉图,利用迭代最小二乘法来计算各干涉图间的移相量;判断相对移相量是否等于 π/n ($n=2$ 或 3),如果偏离 π/n ,则根据移相量偏离 π/n 的程度得到修正相移器的驱动电压;然后将修正电压加到相移器上重新采集干涉图,并对采集后的干涉图进行同样的操作,直到计算的相位差相对需要的相位差 π/n 的误差在允许的误差范围内,系统相位自适应修正完成。

4 实验结果

本文提出的相移误差自适应修正方法,在成都太科光电技术有限责任公司自主研制的 $\varphi 600$ mm 大口径双端口数字平面干涉仪(见图 2)上进行了实验验证。



图 2 $\varphi 600$ mm 大口径双端口数字平面干涉仪

Fig. 2 $\varphi 600$ mm digital laser interferometer

实验采用 7 步相移,设每步之间的相移量为 $\pi/3$,相位差允许误差为 $\pi/50$,即式(17)中的收敛判据 ϵ 为 10^{-4} 。通过计算得到的每一步相移量及自适应修正后的相移误差如表 1 所示。从计算结果可以看出,每步相移的相位差误差均小于 5%。图 3 为采用相移修正后 7 步相移的每步条纹图。

表 1 自适应修正后的相位误差

Tab. 1 Phase step errors after self-correction

序号	相位/rad			相位/(°)		
	计算值	修正值	标准值	修正值	标准值	误差值
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0	0.000
2	1.045	1.045	1.047	59.874	60	-0.126
3	2.116	2.116	2.034	121.223	120	1.223
4	3.117	3.117	3.142	178.616	180	-1.384
5	4.240	4.240	4.189	242.931	240	2.931
6	5.268	5.268	5.236	301.838	300	1.838
7	0.042	6.325	6.283	362.387	360	2.387

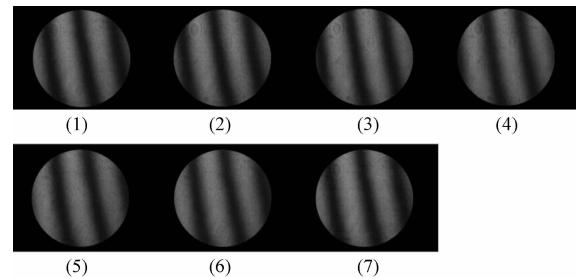


图 3 相移修正后每步干涉条纹图

Fig. 3 Fringe drawings after phase self-correction

图 4 列出了采用本文提出的相移误差自适应修正方法修正相移驱动量后,在腔长 1 m 时 $\varphi 600$ mm 口径平面干涉仪空腔一组 16 次共 10 组的重复测试结果。结果表明, $\varphi 600$ mm 口径平面干涉仪空腔 RMS 重复性 $<\lambda/1\,000$ 。

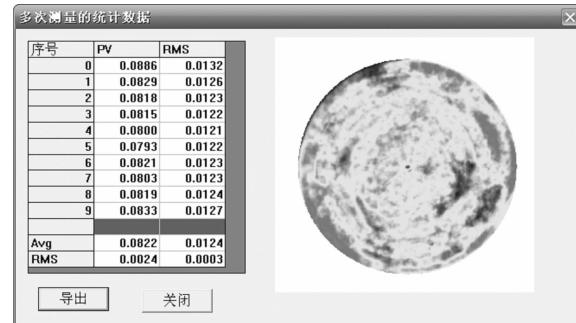


图 4 $\varphi 600$ mm 干涉仪空腔 RMS 重复性测试结果

Fig. 4 RMS testing results of $\varphi 600$ mm interferometer

采用 $\varphi 320$ mm 微晶玻璃样片,在具有相移误差自适应修正功能的太科公司研制 $\varphi 600$ mm 干涉仪和中物院激光聚变研究中心 ZYGO24 英吋的干涉仪上,分别检测反射面形,检测结果如图 5 和图 6 所示。对比图 5 和图 6 可知,本文修正算

法下的干涉测试系统精度与国外同类产品相当。

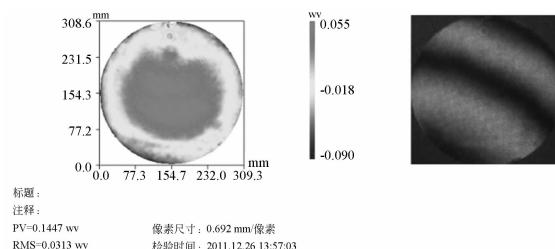


图 6 $\varphi 320\text{ mm}$ 微晶太科干涉仪检测结果

Fig. 6 Result of $\varphi 320\text{ mm}$ surface tested with Taike interferometer

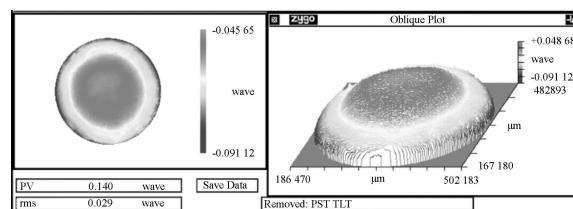


图 7 $\varphi 320\text{ mm}$ 微晶 ZYGO 干涉仪检测结果

Fig. 7 Result of $\varphi 320\text{ mm}$ surface tested with ZYGO interferometer

5 结 论

本文在分析相移干涉测量过程中相移误差产生原因的基础上,研究了基于迭代最小二乘算法的相移误差修正算法,实现了任意两幅干涉图间相对移相量的计算。采用基于迭代最小二乘算法相移误差修正算法结合光、机、电、算四系统,实现了相移干涉测量过程中相移误差的自修正。通过实际干涉测量实验,验证了修正算法的正确性和自修正系统的可行性。结果表明,自修正后相移相对误差 $<5\%$,解相计算系统光学面形 RMS 的测量重复性 $<\lambda/1000$ 。最后进行了 $\varphi 320\text{ mm}$ 微晶玻璃片反射面形检测实验,以对比该系统与 ZYGO24 英吋干涉仪的检测效果。对比测试结果表明,本文提出的基于相移误差自修正的干涉测试系统的精度与国外同类产品相当。

参 考 文 献:

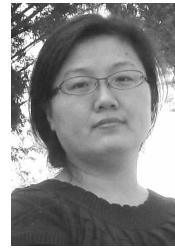
- [1] CHENG Y Y, WYANT J C. Phase-shifter calibration in phase-shifting interferometry [J]. *App. Opt.*, 1985, 24: 3049-3052.
- [2] HARIHARAN P, OREB B F, EIJIU T. Digital phase-shifting interferometer: a simple error-compensating phase calculation algorithm [J]. *App. Opt.*, 1987, 26: 2504-2506.
- [3] WIZINOWICH P L. Phase-shifting interferometry in the presence of vibration: a new algorithm and system [J]. *App. Opt.*, 1990, 29: 3271-3279.
- [4] LARKIN K G, OREB B F. Design and assessment of symmetrical phase-shifting algorithms [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1992, A9: 1740-1748.
- [5] GREIVENKAMP J E, BRUNING J H. "Phase Shifting Interferometry" in *Optical Shop Testing* [M]. 2nd ed. D. Malacara, ed, 1992: 522-524.
- [6] LIU X J, CAO Y SH. Accurate phase recovery algorithm in lateral shearing interferometry [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2004, 12(5): 471-479.
- [7] 王孝坤,王丽辉,张学军. 子孔径拼接干涉法检测非球面 [J]. 光学 精密工程, 2007, 15(2): 192-198.
- [8] WANG X K, WANG L H, ZHANG X J. Testing asphere by subaperture stitching interferometric method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(2): 192-198. (in Chinese)
- [9] GREIVENKAMP J. Generalized data reduction for heterodyne interferometry [J]. *Optical Engineering*, 1984, 23: 350-352.
- [10] OKADA K, SATO A, TSUJIUCHI J. Simultaneous calculation of phase distribution and scanning phase shift in phase shifting interferometry [J]. *Optics Communication*, 1991, 84, 3-4 (7) : 118-124.
- [11] LASSAHN G, LASSAHN J K, TAYLOR P, et al.. Multiphase fringe analysis with unknown phase shifts [J]. *Optical Engineering*, 1994, 33 (6): 2039-2044.
- [12] KIM S W, KANG M G, HAN G S. Accelerated phase-measuring algorithm of least squares for phase-shifting interferometry [J]. *Optical Engineering*, 1994, 36(11): 3101-3106.
- [13] WEI C, CHEN M, WANG Z. General phase-stepping algorithm with automatic calibration of phase steps [J]. *Optical Engineering*, 1999, 38(8): 1357-1360.

- [13] WANG ZH Y, HAN B T. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms [J]. *Optics Letters*, 2004, 29(7): 1671-1673.
- [14] WANG ZH Y, HAN B T. Advanced iterative algorithm for randomly phase-shifted interferograms with intra- and inter-frame intensity variations [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2007(2): 274-280.

作者简介:



赵智亮(1974—),男,河北遵化人,博士,副研究员,2007年于中国科学院上海光学精密机械研究所获得博士学位,现为成都太科光电技术有限责任公司总经理,主要从事光学检测与高功率激光的研究。E-mail: zzl_caep@163.com



陈立华(1973—),女,黑龙江五常人,硕士,副研究员,2008年于四川大学获得硕士学位,主要从事高功率激光方向的研究与管理工作。E-mail: zzl_caep@163.com



夏伯才(1965—),男,四川仁寿人,博士,教授,2003年于重庆大学获得博士学位,主要从事人工智能算法的研究。E-mail: bcxia@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)