

串联电气设备支架隔震体系地震响应半解析法¹⁾

杜永峰²⁾ 刘彦辉 李 慧

(西部土木工程防震减灾教育部工程研究中心, 兰州理工大学防震减灾研究所, 兰州 730050)

摘要 通过并联橡胶隔震支座, 建立串联高架电气设备支架隔震体系及力学模型, 应用分布参数梁振动理论, 通过边界条件引入集中参数, 推导其频率方程, 并用数值方法求得频率及振型. 应用 Betti 定律, 推导具有集中分布参数柔性节点的多节电瓷型高压电气设备的正交条件, 得到广义质量及广义载荷. 将该串联隔震体系的非比例阻尼分解为比例阻尼部分和非比例阻尼部分, 应用 Hamilton 原理推导出非比例阻尼部分等效振型阻尼比, 实现串联电气设备支架隔震体系振动方程的解耦, 然后通过振型叠加法求得结构的地震响应. 最后应用该半解析法与有限元数值积分法对一 330 kV 电压互感器地震响应进行分析. 结果表明: 该隔震体系能显著减小电气设备的地震响应, 同时该半解析法求解的地震响应与有限元数值积分求解的结果相一致, 说明该隔震体系的有效性与该半解析方法求解非比例阻尼串联电气设备支架隔震体系地震响应的正确性.

关键词 高架电气设备, 柔性节点, 隔震, 非比例阻尼, 振型叠加法

中图分类号: TU352.1+2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2009)03-0440-09

引 言

高压电气设备是电力系统中的重要设备, 往往安装在独立悬臂支架上, 构成支架设备串联体系. 由于支架对地震波的放大作用, 而且设备的结构形式特殊, 阻尼也比较小, 设备中的瓷件属脆性材料, 塑性变形能力较差, 很容易在地震中发生共振, 成为电力系统中的抗震薄弱环节, 所以在近、现代地震中, 高压电气设备都有不同程度的损坏^[1~5]. 电力系统失效还会造成次生灾害, 1989 年 Oakland 地震后发生的大面积火灾, 正是由于停电导致供水系统瘫痪无法及时救火造成的^[6]. 因此, 为了减轻地震损失、提高电气设备的安全性而进行设备的减震控制是非常必要的.

日前, 常用的高压电气设备减震器有摩擦簧、摩擦摆系统^[7]和夹层橡胶隔震垫. 在国外, 摩擦摆系统已经成功应用于实际工程, 其原理是: 地震发生时, 地震动首先要克服摩擦摆系统的静摩擦作用, 使之运动起来, 而在运动中, 摩擦摆系统要克服动摩擦的作用. 在整个过程中, 摩擦摆系统始终耗散地震动输入设备中的能量, 从而达到减震的目的. 在国内应用最多的是夹层橡胶隔震垫, 但是在地震

作用下, 高压电气在隔震层产生较大的拉力, 而橡胶的受拉能力差, 容易被拉坏, 因此限制了隔震垫的应用. 为了克服受拉能力差的缺点, 姚德康研制了铝合金减震器, 并做了一些减震器性能试验, 这种减震器已经用于天津盘山电厂 550 kV 隔离开关等电气设备减震中, 但这种改进只是减小隔震垫橡胶的拉力, 而不能消除隔震垫橡胶的拉力. 此外, 为了减小电气设备的地震响应, 同时不让橡胶垫出现受拉状态, 还采用了基础隔震技术^[8], 在支架的底部设置一层梁板, 隔震垫设置在基础板与梁板之间, 但由于需要多设置一层梁板, 同时要求该层梁板具有很大的抗弯刚度, 所以将显著增加工程造价. 本文通过并联橡胶隔震支座, 用连接螺栓承受拉力, 使橡胶垫处于完全受拉状态, 从而克服夹层橡胶隔震垫的缺点. 串联隔震体系地震响应的求解主要采用有限元的方法^[9~14], 或者直接建立质点-弹簧体系力学模型进行计算^[15], 当采用上述两种方法进行分析时, 需要合理地确定有限单元的类型、数目和质点的数量, 它们直接影响到计算结果的正确性与计算速度. 应用分布参数梁振动理论, 通过引入集中参数边界条件, 推导其频率方程, 得到广义质量及广义载荷. 将该串联隔震体系的非比例阻尼分解

2007-12-28 收到第 1 稿, 2008-10-20 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金项目 (50778087), 兰州市科技攻关项目 (2005-2-20-2) 和中美地震合作基金 (C07-FJ32-04) 资助.

2) E-mail: dooyf@lut.cn

为比例阻尼部分和非比例阻尼部分，非比例阻尼部分由隔震支座的阻尼引起，应用 Hamilton 原理推导非比例阻尼部分等效振型阻尼比，实现非比例阻尼串联电气设备支架隔震体系振动方程的解耦，然后通过振型叠加方法求得结构的地震响应。本文工作为非比例阻尼串联隔震体系地震响应的求解提供新的途径。

1 串联电气设备支架隔震体系自振特性分析

具有集中分布参数柔性节点的串联多节电瓷型高压电气设备支架隔震体系计算力学模型如图 1。高压电气构件由瓷套管连接，图 1 中 m_i, J_i 分别为高压电气设备第 i 个电气构件的质量与转动惯量， $\bar{m}_i, E_i I_i$ 和 l_i 分别为高压电气设备第 i 个瓷套管的线质量、弯曲刚度和长度， K_{11}, C 分别为隔震层的等效水平刚度和等效阻尼系数，其中 K_{11} 为 $(K^1 + 4K^2)$ ， K^1, K^2 分别为上隔震垫与下隔震垫的水平刚度， K_{i2}, K_{i1} 分别为高压电气设备第 i 个电气构件与上下瓷套管连接处的弯曲刚度，其计算公式见文献 [2]， $\bar{m}_1, E_1 I_1$ 分别为支架的线质量及弯曲刚度；由于瓷套管及支架的长细比较大，可不考虑剪切变形和转动惯量的影响，局部坐标系为 $x_1 o_1 y_1$ ，第 i 个分布

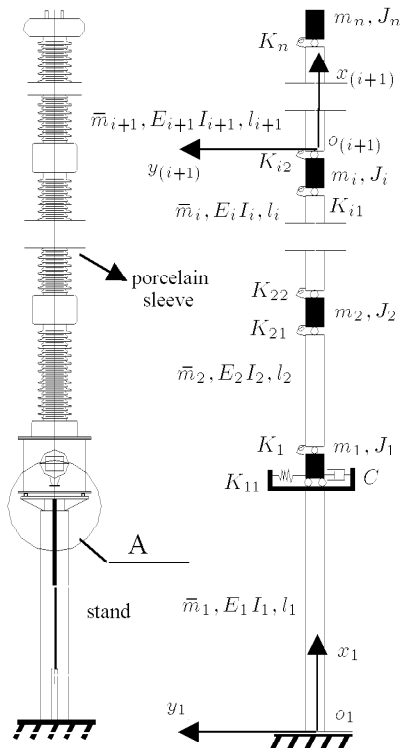


图 1 串联隔震体系模型

Fig.1 Model of serially isolated system

参数体系的局部坐标系为 $x_i o_i y_i$ ，整体坐标系为 $x o y$ ；设整个集中分布参数体系横向位移为 $v(x, t)$ 表示为

$$v(x, t) = \phi(x)Y(t) \quad (1)$$

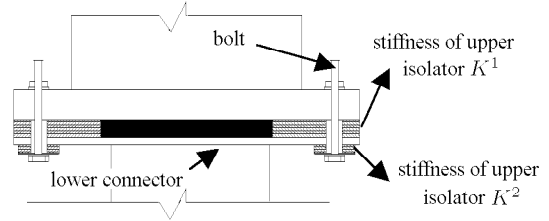


图 2 节点 A 详图

Fig.2 Detailing of joint A

由于整个集中分布参数体系形状函数 $\phi(x)$ 为分段函数，设第 i 个分布参数体系形状函数为 $\phi_i(x)$ ，则第 i 个分布参数体系横向位移为

$$v_i(x_i, t) = \phi_i(x_i)Y(t) \quad (2)$$

式中 x_i 为局部坐标系中的坐标，第 i 个分布参数体系自由振动方程为

$$E_i I_i \frac{\partial^4 v_i(x_i, t)}{\partial x_i^4} + \bar{m}_i \frac{\partial v_i^2(x_i, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

将式 (2) 代入式 (3)，通过变量的分离可解得

$$Y(t) = \frac{\dot{Y}(0)}{\omega} \sin \omega t + Y(0) \cos \omega t \quad (4)$$

$$\phi_i(x) = A_{i1} \sin a_i x_i + A_{i2} \cos a_i x_i + A_{i3} \sinh a_i x_i + A_{i4} \cosh a_i x_i \quad (5)$$

$$a_i^4 = \frac{\omega^2 \bar{m}_i}{E_i I_i} \quad (6)$$

式 (4) 中 \dot{Y} 表示对时间 t 求导， ω 为整个集中分布参数体系的自振频率，式 (5) 中 4 个常数 A_{in} 决定梁振动的形状和振幅，通过分布参数体系边界条件的引入进行求解。

在 $x_1 = 0$ 处

$$\phi_1(0)Y(t) = 0 \quad (7)$$

$$E_1 I_1 \phi_1''(0) = 0 \quad (8)$$

在 $x_1 = l_1$ 处

$$E_1 I_1 \phi_1''(l_1) - \omega^2 \phi_1'(l_1) J_1 = E_2 I_2 \phi_2''(0) \quad (9)$$

$$E_1 I_1 \phi_1'''(l_1) = E_2 I_2 \phi_2'''(0) - \omega^2 \phi_2(0) m_1 \quad (10)$$

$$\phi_1'(l_1) = \phi_2'(0) - \frac{E_2 I_2 \phi_2''(0)}{K_1} \quad (11)$$

$$\phi_1(l_1) - \frac{E_1 I_1 \phi_1'''(l_1)}{K_{11}} = \phi_2(0) \tag{12}$$

在 $x_i = l_i$ 处

$$E_i I_i \phi_i''(l_i) - w^2 \left[\frac{\phi_i'(l_i) + E_i I_i \phi_i''(l_i)}{K_{i1}} \right] J_i = E_{(i+1)} I_{(i+1)} \phi_{(i+1)}''(0) \tag{13}$$

$$E_i I_i \phi_i'''(l_i) + w^2 \phi_i(l_i) m_i = E_{(i+1)} I_{(i+1)} \phi_{(i+1)}'''(0) \tag{14}$$

$$\phi_i'(l_i) + \frac{E_i I_i \phi_i''(0)}{K_{i1}} = \phi_{(i+1)}'(0) - \frac{E_{(i+1)} I_i \phi_{(i+1)}''(0)}{K_{i2}} \tag{15}$$

$$\phi_i(l_i) = \phi_{(i+1)}(0) \tag{16}$$

在 $x_n = l_n$ 处

$$E_n I_n \phi_n'''(l_n) + \omega^2 \phi_n(l_n) m_n = 0 \tag{17}$$

$$\omega^2 [\phi_n'(l_n) + \frac{E_n I_n \phi_n''(l_n)}{K_n}] J_n = E_n I_n \phi_n''(l_n) \tag{18}$$

式 (7)~(18) 中的右上标 “ n ” 表示对 x 的导数。

$$D_{(i+1)2} = \begin{bmatrix} 0 & E_{(i+1)} I_{(i+1)} a_{(i+1)}^2 & 0 & -E_{(i+1)} I_{(i+1)} a_{(i+1)}^2 \\ E_{(i+1)} I_{(i+1)} a_{(i+1)}^3 & 0 & -E_{(i+1)} I_{(i+1)} a_{(i+1)}^3 & 0 \\ -a_{(i+1)} & -\frac{E_{(i+1)} I_{(i+1)} a_{(i+1)}^2}{k_{i2}} & -a_{(i+1)} & \frac{E_{(i+1)} I_{(i+1)} a_{(i+1)}^2}{k_{i2}} \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

将形状函数式 (5) 和它的导数代入式 (7)~(18) 可得

$$\begin{bmatrix} D_{11} & \mathbf{0} & \cdots & 0 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ D_{21} & D_{22} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_{31} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & D_{(i+1)1} & D_{(i+1)2} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & D_{n1} & D_{n2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & D_{(n+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} = 0 \tag{19}$$

式中

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{(i+1)1} = [D_{(i+1)11} \quad D_{(i+1)12}], \quad D_{21} = [D_{211} \quad D_{212}]$$

$$D_{(i+1)11} =$$

$$\begin{bmatrix} -E_i I_i a_i^2 \sin l_i a_i - w^2 J_i \left(a_i \cos l_i a_i - \frac{E_i I_i a_i^2 \sin l_i a_i}{K_{i1}} \right) & -E_i I_i a_i^2 \cos l_i a_i - w^2 J_i \left(a_i \sin l_i a_i - \frac{E_i I_i a_i^2 \cos l_i a_i}{K_{i1}} \right) \\ -E_i I_i a_i^3 \cos l_i a_i + w^2 m_i \sin l_i a_i & E_i I_i a_i^3 \sin l_i a_i + w^2 m_i \cos l_i a_i \\ a_i \cos l_i a_i - \frac{E_i I_i a_i^2 \sin l_i a_i}{K_{i1}} & -a_i \sin l_i a_i - \frac{E_i I_i a_i^2 \cos l_i a_i}{K_{i1}} \\ \sinh l_i a_i & \cosh l_i a_i \end{bmatrix}$$

$$D_{(n+1)} = [D_{(n+1)1} \quad D_{(n+1)2}]$$

$$D_{(i+1)12} =$$

$$\begin{bmatrix} E_i I_i a_i^2 \sinh l_i a_i - w^2 J_i \left(a_i \cosh l_i a_i + \frac{E_i I_i a_i^2 \sinh l_i a_i}{K_{i1}} \right) & E_i I_i a_i^2 \cosh l_i a_i - w^2 J_i \left(a_i \sinh l_i a_i + \frac{E_i I_i a_i^2 \cosh l_i a_i}{K_{i1}} \right) \\ E_i I_i a_i^3 \cosh l_i a_i + w^2 m_i \sinh l_i a_i & E_i I_i a_i^3 \sinh l_i a_i + w^2 m_i \cosh l_i a_i \\ a_i \cosh l_i a_i + \frac{E_i I_i a_i^2 \sinh l_i a_i}{K_{i1}} & a_i \sinh l_i a_i + \frac{E_i I_i a_i^2 \cosh l_i a_i}{K_{i1}} \\ \sinh l_i a_i & \cosh l_i a_i \end{bmatrix}$$

$$A_i = \{A_{i1} \ A_{i2} \ A_{i3} \ A_{i4}\}^T$$

$$D_{211} = \begin{bmatrix} -E_1 I_1 a_1^2 \sin l_1 a_1 - w^2 a_1 J_1 \cos l_1 a_1 & -E_1 I_1 a_1^2 \cos l_1 a_1 + w^2 a_1 J_1 \sin l_1 a_1 \\ -E_1 I_1 a_1^3 \cos l_1 a_1 & E_1 I_1 a_1^3 \sin l_1 a_1 \\ a_1 \cos l_1 a_1 & -a_1 \sin l_1 a_1 \\ \sin l_1 a_1 + \frac{E_1 I_1 a_1^3 \cos l_1 a_1}{K_{11}} & \cos l_1 a_1 - \frac{E_1 I_1 a_1^3 \sin l_1 a_1}{K_{11}} \end{bmatrix}$$

$$D_{212} = \begin{bmatrix} E_1 I_1 a_1^2 \sinh l_1 a_1 - w^2 a_1 J_1 \cosh l_1 a_1 & E_1 I_1 a_1^2 \cosh l_1 a_1 - w^2 a_1 J_1 \sinh l_1 a_1 \\ E_1 I_1 a_1^3 \cosh l_1 a_1 & E_1 I_1 a_1^3 \sinh l_1 a_1 \\ a_1 \cosh l_1 a_1 & a_1 \sinh l_1 a_1 \\ \sinh l_1 a_1 - \frac{E_1 I_1 a_1^3 \cosh l_1 a_1}{K_{11}} & \cosh l_1 a_1 - \frac{E_1 I_1 a_1^3 \sinh l_1 a_1}{K_{11}} \end{bmatrix}$$

$$D_{22} = \begin{bmatrix} 0 & E_2 I_2 a_2^2 & 0 & -E_2 I_2 a_2^2 \\ E_2 I_2 a_2^3 & w^2 m_1 & -E_2 I_2 a_2^3 & w^2 m_1 \\ -a_2 & -\frac{E_2 I_2 a_2^2}{k_1} & -a_2 & \frac{E_2 I_2 a_2^2}{k_1} \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D_{(n+1)2} = \begin{bmatrix} \omega^2 \left(a_n \cosh a_n l_n + \frac{E_n I_n a_n^2 \sinh a_n l_n}{K_n} \right) J_n - & \omega^2 \left(a_n \sinh a_n l_n + \frac{E_n I_n a_n^2 \cosh a_n l_n}{K_n} \right) J_n - \\ E_n I_n a_n^2 \sinh a_n l_n & E_n I_n a_n^2 \cosh a_n l_n \\ E_n I_n a_n^3 \cosh a_n l_n + \omega^2 m_n \sinh a_n l_n & E_n I_n a_n^3 \sinh a_n l_n + \omega^2 m_n \cosh a_n l_n \end{bmatrix}$$

$$D_{(n+1)1} = \begin{bmatrix} \omega^2 \left(a_n \cos a_n l_n - \frac{E_n I_n a_n^2 \sin a_n l_n}{K_n} \right) J_n + & \omega^2 \left(-a_n \sin a_n l_n - \frac{E_n I_n a_n^2 \cos a_n l_n}{K_n} \right) J_n + \\ E_n I_n a_n^2 \sin a_n l_n & E_n I_n a_n^2 \cos a_n l_n \\ -E_n I_n a_n^3 \cos a_n l_n + \omega^2 m_n \sin a_n l_n & E_n I_n a_n^3 \sin a_n l_n + \omega^2 m_n \cos a_n l_n \end{bmatrix}$$

为了使系数不全为零, 方阵的行列式必须为零, 即可得到体系的频率方程, 用数值的方法求出 ω 之后, 代入式 (19), 即可解出系数 A_i , 从而得到与 ω 相对应的形状函数 $\phi(x)$.

2 振型正交条件

对集中分布参数体系第 m 和第 r 个不同振型模式应用 Betti 定律, 由第 m 振型的惯性力在第 r 个振型模式上做的功等于第 r 振型的惯性力在第 m 个

振型模式上做的功, 可得到振型必须满足的正交条件

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \phi_{im}(x_i) \bar{m}_i \phi_{ir}(x_i) dx + \phi_{2m}(0) m_1 \phi_{2r}(0) + \sum_{i=2}^n \phi_{im}(l_i) m_i \phi_{ir}(l_i) + \phi'_{1m}(l_1) J_1 \phi'_{1r}(l_1) + \\ & \sum_{i=2}^{n-1} \left[\phi'_{im}(l_i) + \frac{E_i I_i \phi''_{im}(l_i)}{K_{i1}} \right] J_i \left[\phi'_{ir}(l_i) + \frac{E_i I_i \phi''_{ir}(l_i)}{K_{i1}} \right] + \\ & \left[\phi'_{nm}(l_n) + \frac{E_n I_n \phi''_{nm}(l_n)}{K_n} \right] J_n \left[\phi'_{nr}(l_n) + \frac{E_n I_n \phi''_{nr}(l_n)}{K_n} \right] = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

对于集中分布参数体系, 由分布参数自由振动方程和集中参数的振动方程可得到第 2 个正交条件

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \phi_{im}(x_i) \frac{E_r I_r \phi''''_{ir}(x_i)}{\omega_r^2} dx + \phi_{2m}(0) \frac{E_2 I_2 \phi''''_{2r}(0) - E_1 I_1 \phi''''_{1r}(l_1)}{\omega_r^2} - \phi_{nm}(l_n) \frac{E_n I_n \phi''''_{nr}(l_n)}{\omega_r^2} + \\ & \phi'_{1m}(l_1) \frac{E_1 I_1 \phi''_{1r}(l_1) - E_2 I_2 \phi''_{2r}(0)}{\omega_r^2} + \sum_{i=2}^{n-1} \phi_{im}(l_i) \frac{E_{(i+1)} I_{(i+1)} \phi''_{(i+1)r}(0) - E_i I_i \phi''_{ir}(l_i)}{\omega_r^2} + \\ & \left[\phi'_{nm}(l_n) + \frac{E_n I_n \phi''_{nm}(l_n)}{K_n} \right] \frac{E_n I_n \phi''_{nr}(l_n)}{\omega_r^2} + \sum_{i=2}^{n-1} \left[\phi'_{im}(l_i) + \frac{E_i I_i \phi''_{im}(l_i)}{K_{i1}} \right] \cdot \\ & \frac{E_i I_i \phi''_{ir}(l_i) - E_{(i+1)} I_{(i+1)} \phi''_{(i+1)r}(0)}{\omega_r^2} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

式 (20) 与式 (21) 中, ϕ_{im} 为第 i 个分布参数体系第 m 个形状函数.

3 地震作用下串联隔震体系的振型叠加法

地震作用下, 由第 i 个分布参数体系有阻尼影响的运动方程, 并引用正交关系式 (20) 和式 (21) 可得到正规坐标方程

$$\begin{aligned} & M_m \ddot{Y}_m(t) + (a_0 M_m + a_1 \omega_m^2 M_m) \dot{Y}_m(t) + \\ & \sum_{j=1}^{\infty} \dot{Y}_j(t) \phi_{2m}(0) C [\phi_{2j}(0) - \phi_{1j}(l_1)] + \\ & \omega_m^2 Y_m(t) = P_m(t) \end{aligned} \quad (22)$$

式中

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\bar{m}_i(x)}{c_i(x)} = \frac{J_i(l_i)}{c_{J_i}(l_i)}, \quad a_1 = \frac{E_i(x)}{c_{s_i}(x)} \\ M_m &= \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \bar{m}_i [\phi_{im}(x_i)]^2 dx + m_1 [\phi_{2m}(0)]^2 + \\ & \sum_{i=2}^n m_i [\phi_{im}(l_i)]^2 + \\ & J_n \left[\phi'_{nm}(l_n) + \frac{E_n I_n \phi''_{nm}(l_n)}{K_n} \right]^2 + \\ & \sum_{i=2}^{n-1} J_i \left[\phi'_{im}(l_i) + \frac{E_i I_i \phi''_{im}(l_i)}{K_{i1}} \right]^2 + J_1 [\phi'_{1m}(l_1)]^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_m(t) &= - \left\{ \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \bar{m}_i \phi_{im}(x_i) dx + \right. \\ & m_1 \phi_{2m}(0) + J_1 \phi'_{1m}(l_1) + \\ & \sum_{i=2}^n m_i \phi_{im}(l_i) + J_n \left[\phi'_{nm}(l_n) + \frac{E_n I_n \phi''_{nm}(l_n)}{K_n} \right] + \\ & \left. \sum_{i=2}^{n-1} J_i \left[\phi'_{im}(l_i) + \frac{E_i I_i \phi''_{im}(l_i)}{K_{i1}} \right] \right\} \ddot{u}_g(t) \end{aligned}$$

$c_i(x)$, $c_{J_i}(l_i)$ 和 $c_{s_i}(x)$ 分别为平动速度、转动速度和应变速度的阻尼系数, $(a_0 M_m + a_1 \omega_m^2 M_m)$ 为非比例阻尼串联设备支架隔震体系的第 m 振型比例阻尼部分, $\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \dot{Y}_j(t) \phi_{2m}(0) C [\phi_{2j}(0) - \phi_{1j}(l_1)] \right\}$ 为非

比例阻尼串联设备支架隔震体系的第 m 振型非比例阻尼部分, 为了分析非比例阻尼非比例部分对第 m 振型的影响, 可以假定系统的比例阻尼部分的阻尼为零及忽略振型间的交叉阻尼, 在第 m 振型上应用 Hamilton 原理

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} dt = 0 \quad (23)$$

式中, T 为体系的动能, V 为体系的弹性势能, W_{nc} 为隔震层阻尼力所作的功

$$W_{nc} = \int_{Y_m(0)}^{Y_m(t)} C \dot{Y}_m(t) dY_m(t) \quad (24)$$

将体系的动能、弹性势能及 W_{nc} 代入方程 (23) 得

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \dot{Y}_m(t) \delta \dot{Y}_m(t) M_m dt - \int_{t_1}^{t_2} \delta \dot{Y}_m(t) P_m(t) dt + \\ & \int_{t_1}^{t_2} \delta \left[\int_{Y_m(0)}^{Y_m(t)} [\phi_{2m}(0) - \phi_{1m}(l_1)]^2 \cdot \right. \\ & \left. C \dot{Y}_m(t) dY_m(t) \right] dt - \\ & \int_{t_1}^{t_2} Y_m(t) \delta Y_m(t) \omega_m^2 M_m dt = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

由上式可得

$$\begin{aligned} M_m \ddot{Y}_m(t) + C[\phi_{2m}(0) - \phi_{1m}(l_1)]^2 \dot{Y}_m(t) + \\ \omega_m^2 Y_m(t) = P_m(t) \end{aligned} \quad (26)$$

比较式 (22) 与式 (26) 可知

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{\infty} \dot{Y}_j(t) \phi_{2m}(0) C[\phi_{2j}(0) - \phi_{1j}(l_1)] = \\ [\phi_{2m}(0) - \phi_{1m}(l_1)]^2 C \dot{Y}_m(t) \end{aligned} \quad (27)$$

将式 (27) 代入式 (22) 可得到标准单自由度体系方程

$$\ddot{Y}_m(t) + 2(\xi_m + \xi'_m) \omega_m \dot{Y}_m(t) + \omega_m^2 Y_m(t) = \frac{P_m(t)}{M_m} \quad (28)$$

式中 ξ_m 为第 m 振型非比例阻尼中比例阻尼部分的阻尼比, 为

$$\xi_m = \frac{a_0}{2\omega_m} + \frac{a_1 \omega_n}{2} \quad (29)$$

ξ'_m 为第 m 振型非比例阻尼中比例阻尼部分的等效阻尼比, 为

$$\xi'_m = \frac{C[\phi_{2m}(0) - \phi_{1m}(l_1)]^2}{2\omega_n M_m} \quad (30)$$

解出标准单自由度体系动力响应之后, 即可得到整个体系的动力响应, 由于高阶振型对结构响应的贡献很小, 因此用前几阶振型响应的叠加即能得到精确的结构响应。

4 算例与结果分析

为了验证本算法求解集中分布参数非比例阻尼串联电气设备支架隔震体系地震响应的正确性, 以作者设计过的一隔震的 330 kV 电压互感器为对象, 分别采用本文半解析法 (SAM) 与有限元软件 SAP2000 数值积分法 (FEM) 对其地震响应进行求解。该变电站附近区域历史上曾发生过较强烈的地震, 近期地

质构造运动仍强烈, 为主要活动构造体系之一, 设防烈度为 8 度 (0.30 g), 场地类别为 II 类, 设计分组为第 1 组, 场地特征周期取 $T_g = 0.35$ s。地震波选取 El-Centro 波取加速度峰值为: 多遇 110.0 cm/s^2 , 罕遇 510.0 cm/s^2 。该 330 kV 电压互感器由 3 节瓷套管及 4 个高压电气构件组成, 各瓷套管高度为 1100 mm, 外径 300 mm, 内径 160 mm, 弹性模量 70 GPa, 质量密度 2370 kg/m^3 , 支架为 2500 mm 高的 $250 \times 6 \text{ mm}$ 的钢管, 隔震垫水平刚度为 500000 N/m , 阻尼系数 $9450 \text{ N}\cdot\text{m/s}$, 串联隔震体系其它参数见表 1, 阻尼比为 0.02。下连接板螺栓孔直径为 $(d+45) \text{ mm}$, d 为螺栓直径, 45 mm 为连接板扩孔大小。

表 1 串联隔震体系参数

Table 1 Parameters of serially isolated system

i	$m_i /$ kg	$J_i /$ (kg·m)	$K_{i1} /$ ($10^4 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$)	$K_{i2} /$ ($10^4 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$)
1	550	84		250
2	180	12	220	220
3	180	12	220	220
4	120	10	140	

串联隔震体系与普通串联体系自振周期、前 3 阶振型图计算结果见表 2, 图 3 和图 4。从表 2 可以看出: 结构的自振周期本文算法与有限元软件 SAP2000 计算结果基本一致; 但有一些差别, 这主要是由于本文半解析法在求解频率时未考虑瓷套管的剪切变形和转动惯量而引起的。从普通体系与隔震体系的自振周期可以看出: 未采取隔震时, 体系的自振周期与场地特征周期较接近, 体系很容易发生共振; 而采取隔震以后, 体系自振周期有所增大, 降低了体系共振的可能性。图 3 和图 4 为本文算法计算的串联隔震体系与普通串联体系前 3 阶振型图。从振型图可以看出, 结构的变形主要集中在隔震层, 这样可以减小地震能量向上部结构传递, 而且由于隔震层阻尼较大, 可以有效地吸收地震的能量。

表 2 体系自振周期 / (s)

Table 2 Natural period of system / (s)

Vibration mode		1	2	3	4
ordinary system	SAM	0.543 1	0.139 0	0.055 9	0.031 8
	FEM	0.553 6	0.141 8	0.056 7	0.032 1
isolated system	SAM	0.612 4	0.208 9	0.066 2	0.034 4
	FEM	0.622 7	0.211 9	0.067 0	0.034 7

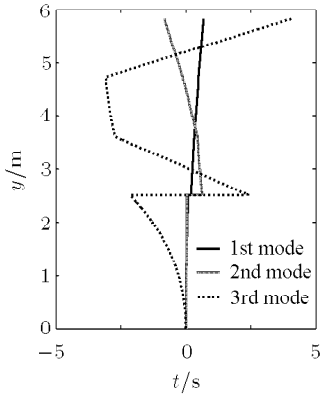


图 3 隔震体系振型图

Fig.3 Serially isolated structure

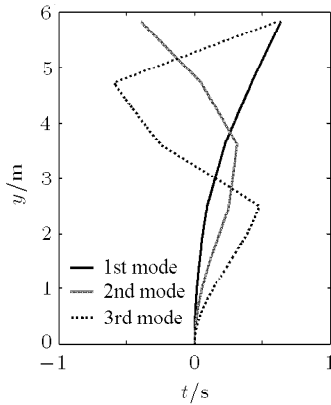
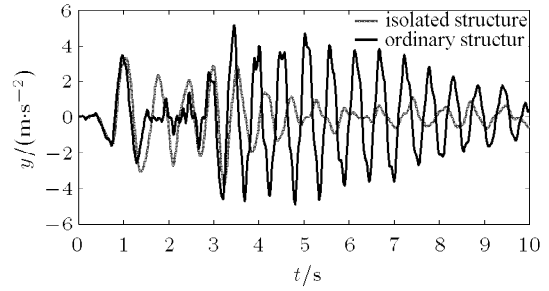


图 4 普通体系振型图

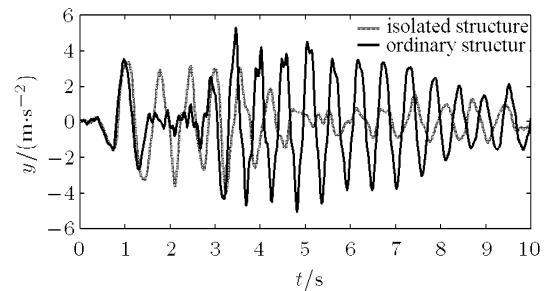
Fig.4 Ordinary serial structure

图 5(a) 与 (b) 分别为小震时 El-Centro 波作用下, 采用本文算法得到的前 4 阶振型响应的叠加和有限元法计算的高压电气设备顶部的绝对加速度时程曲线. 由图 5 可知: 本文算法求解的结构响应与有限元法的结果基本吻合, 说明本文半解析法的正确性; 同时可以看出该串联隔震体系能够明显减小设备顶部的加速度响应, 而且在时程曲线的尾部响应衰减得较快. 地震作用下, 瓷套管一般从设备底部断裂, 因此定义隔震体系的减震效率为隔震后设备瓷套管底部弯矩响应最大值与隔震前瓷套管底部弯矩响应最大值之比. 本算法计算出隔震体系的减震效率为 0.84, El-Centro 波作用下, 隔震体系与非隔震体系瓷套管底部弯矩时程曲线如图 6. 由图 6 可知: 隔震体系不仅能减小结构危险截面的最大应力, 而且还可以减小危险截面处较大循环应力引起设备破坏的概率. 图 7 为隔震垫恢复力与隔震层上下相对位移的时程曲线, 从该图可以看出: 隔震垫有一定的耗能能力, 耗散地震向设备传递的能量, 保护



(a) 本文半解析法

(a) Semi-analytical solution



(b) 有限元数值积分法

(b) Numerical integration solution of FEM

图 5 电气顶部绝对加速度对加速度

Fig.5 Absolute acceleration response at the roof of structure

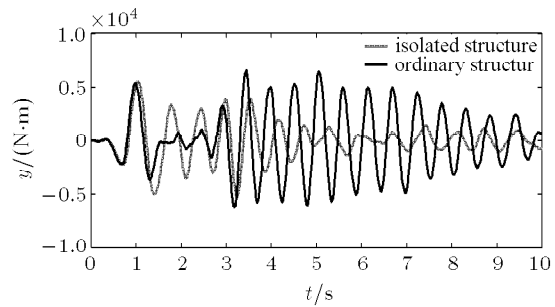


图 6 瓷套管底部弯矩响应

Fig.6 Moment at the root of porcelain sleeve

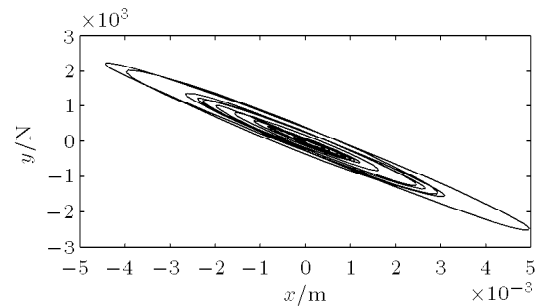


图 7 隔震垫恢复力与隔震层相对位移时程

Fig.7 Diagram of restoring force versus relative displacement

电气设备. 大震 El-Centro 波作用下, 隔震层顶部相对底部的最大位移为 ± 21 mm, 满足设计的下连接板扩孔尺寸 45 mm.

5 结 论

(1) 通过并联橡胶隔震支座, 可以实现对高架高压电气的隔震, 分析表明: 该隔震方法可以用于串联电气设备支架隔震体系, 对该类型体系有明显的减震作用, 可以减小电气的加速度响应和危险截面处的应力.

(2) 针对该串联高架电气设备支架隔震体系, 推导了解地震响应的半解析法, 分析结果表明: 该半解析方法求解的地震响应与有限元数值积分法计算结果基本一致, 由于该半解析法只需求解结构的前几阶振型即可得到结构的地震响应, 从而可以减小计算工作量.

(3) 通过应用 Hamilton 原理推导出非比例阻尼串联电气设备支架隔震体系非比例阻尼部分等效振型阻尼比, 计算出的地震响应与有限元数值积分法计算结果基本一致, 说明该方法可以实现非比例阻尼集中分布参数体系振型的解耦.

参 考 文 献

- 1 赵成刚, 冯启民. 生命线地震工程. 北京: 地震出版社, 1994 (Zhao Chenggang, Feng Qimin. Lifeline Earthquake Engineering. Beijing: Earthquake Publishing House, 1994 (in Chinese))
- 2 GB50260-96. 电力抗震设计规范. 北京: 中国计划出版社, 1996 (GB50260-96. Code for Design of Seismic of Electrical Installations. Beijing: China Planning Press, 1996 (in Chinese))
- 3 李亚琦, 李小军, 刘锡荟. 电力系统抗震研究概况. 世界地震工程, 2002, 18(04): 79~84 (Li Yaqi, Li Xiaojun, Liu Xihui. A summary on the seismic analysis in the electrical system. *World Earthquake Engineering*, 2002, 18(04): 79~84 (in Chinese))
- 4 张润升. 以科技为先导推动企业发展. 内蒙古电力, 1996, 6: 2~3 (Zhang Runsheng. Promoting the development of enterprises based on science and technology. *Inner Mongolia Electric Power*, 1996, 6: 2~3 (in Chinese))
- 5 非明伦, 周光全. 盐津 5.1 级地震现场调查与烈度分布. 地震研究, 2006, 29(4): 412~417 (Fei Minglun, Zhou Guangquan.

- Yanjin, Yunnan, M_S 5.1 earthquake damage survey in field and intensity distribution. *Journal of Seismological Research*, 2006, 29(4): 412~417 (in Chinese))
- 6 Shinozuka M, Rose A, Eguchi RT. Engineering and Socioeconomic Impacts of Earthquakes: An Analysis of Electricity Lifeline Disruptions in the New Madrid Area, MCEER. 1998
- 7 Ersoy S, Saadeghvaziri MA, Gee YL, et al. Analytical and experimental seismic studies of transformer isolated with friction pendulum system and design aspects. *Earthquake Spectra*, 2001, 17(4): 569~595
- 8 韩军科, 朱全军, 杨风利等. 基底隔震技术在高压电气设备中的应用. 电网技术, 2007, 31(s2): 69~71 (Han Junke, Zhu Quanjun, Yang Fengli, et al. Application of base isolation in high voltage electrical equipment. *Power System Technology*, 2007, 31(s2): 69~71 (in Chinese))
- 9 Whittaker AS, Fenves GL, Gilani ASJ. Seismic evaluation and analysis of high-voltage substation disconnect switches. *Engineering Structures*, 2007, 29(12): 3538~3549
- 10 Carlo Camensig, Luca Bresesti, Stefano Clementelb, et al. Seismic risk evaluation for high voltage air insulated substations. *Reliability Engineering & System Safety*, 1997, 55(2): 179~191
- 11 杨亚弟, 张其浩. 具有柔性结点的有限元法及其应用. 工程力学, 1988, (3): 87~94 (Yang Yadi, Zhang Qihao. The FEM with flexible nodel point and its application. *Engineering Mechanics*, 1988, (3): 87~94 (in Chinese))
- 12 张伯艳, 方诗圣, 范知好. 高压电气设备的抗震计算. 中国电力, 2001, 34 (1): 44~47 (Zhang Boyan, Fang Shisheng, Fan Zhihao. The aseismatic calculation of the high voltage electricity equipment. *Electric Power*, 2001, 34(1): 44~47 (in Chinese))
- 13 江建华, 廖松涛, 李杰. 高压电气设备的抗震可靠度分析. 工程抗震, 2004, 25(4): 37~42 (Jiang Jianhua, Liao Songtao, Li Jie. Seismic reliability analysis for high voltage electrical installations. *Earthquake Resistant Engineering*, 2004, 25(4): 37~42 (in Chinese))
- 14 李晓玉, 陈淮, 李天. 高压电气设备动态特性分析. 郑州工业大学学报, 1999, 20 (2): 61~63 (Li Xiaoyu, Chen Huai, Li Tian. Study on natural frequencies of high-voltage electrical equipment. *Journal of Zhengzhou University of Technology*, 1999, 20 (2): 61~63 (in Chinese))
- 15 李晓玉, 陈淮, 吴勘. 高压电气设备地震时程响应分析. 郑州工业大学学报, 2002, 23(4): 72~75 (Li Xiaoyu, Chen Huai, Wu Kan. Study on earthquake responses of high-voltage electrical equipment. *Journal of Zhengzhou University of Technology*, 2002, 23(4): 72~75 (in Chinese))

(责任编辑: 何漫丽)

SEMI-ANALYTICAL SOLUTION OF SEISMIC RESPONSE OF SERIALLY ISOLATED EQUIPMENT AND SUPPORTER¹⁾

Du Yongfeng²⁾ Liu Yanhui Li Hui

(Northwest Center for Disaster Mitigation in Civil Engineering, Ministry of Education, Institute of Earthquake Protection and Disaster Mitigation, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China)

Abstract Serially isolated system of electrical equipment and supporter is presented by in-parallel laminated rubber support and the mechanical model of this system is developed. Based on the vibration theory of beam with distributed parameters and the boundary conditions of concentrated parameters, the frequency equation of this serially isolated system is derived, and the frequencies and mode shapes are obtained by the numerical method. According to the Betti law, the orthogonal conditions of modes of this serially isolated system with concentrated and distributed parameters are deduced and the generalized mass and stiffness can be obtained. By decomposing the non-proportional damping of serially isolated system to the parts of proportional damping and non-proportional damping, the damping ratio of the non-proportional damping in the equivalent mode is derived by Hamilton principle. Therefore the vibration equation of the non-proportional damping of the isolated system is decoupled, and the responses of structure under earthquake excitation can be solved by the mode superposition method. A seismic response case of the 330 kV voltage transformer is analyzed by the semi-analytical solution and numerical integration solution of FEM, suggesting that the serially isolated system has an obvious function of shock absorption. In addition, the system responses obtained with the two methods are basically consistent to indicate the effectiveness of this serially isolated system and the correctness of this semi-analytical solution.

Key words high-place electrical equipment, flexible node, isolation, non-proportional damping, mode superposition method

Received 28 December 2007, revised 20 October 2008.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (50778087), Science and Technology Key Projects of Lanzhou (2005-2-20-2), Sino-US Cooperation in the Earthquake Fund (C07-FJ32-04).

2) E-mail: dooyf@lut.cn