

文章编号 1004-924X(2013)02-0431-06

改进的非均匀有理 B 样条曲面片拼接算法

吴禄慎*, 高项清, 熊 辉, 陈华伟

(南昌大学 机电工程学院, 江西 南昌 330031)

摘要:研究了已网格化的曲面片之间的拼接技术并对现有的拼接算法进行了改进。首先,根据哈特利-贾德的弦长参数化算法求取非均匀有理 B 样条(NURBS)曲线上的节点向量,利用节点向量和曲线反求出控制顶点,并采用投影变换的方法求出权因子。其次,根据要求调整曲面片上的控制顶点,使曲面片之间达到 G^1 连续。最后,再对已拼接好的曲面片上的控制顶点进行整体修改,重新排列整张曲面片上的控制顶点,从而实现曲面片的无缝拼接。用专业的三维造型软件对拼接后合并的曲面片进行了测试,结果表明,该方法在保证曲面片之间 G^1 连续的情况下可使多块曲面片实现无缝拼接,无缝拼接试验中的平均误差为 0.0049° 。

关键词:非均匀有理 B 样条;曲面片;无缝拼接;曲面片算法

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20132102.0431

Improved curve surface seamless splicing based on NURBS

WU Lu-shen*, GAO Xiang-qing, XIONG Hui, CHEN Hua-wei

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

* Corresponding author, E-mail: wulushen@163.com

Abstract: This paper researched a splicing technology for gridded curve surfaces and improved the existing splice algorithms. On the basis of Hartley Judd chord length parameters, the joint vectors on Non-Uniform Rational B-spline(NURBS) curves were gotten. Then, joint vectors and curves were used to calculate control peaks with a reverse method and the projection transformation means was taken to obtain the weight factors. Furthermore, the control peaks on splicing surfaces were adjusted based on the requirements to allow the curve surfaces to reach G^1 continuity. Finally, control peaks on gridded curve surfaces were modified wholly and they were rearranged to splice the curve surfaces seamlessly. The curve surfaces after splicing were measured by a special 3D software, and the results show that the method can splice multiple surfaces into a whole under a condition of continuous G^1 , and the average error is 0.0049° in experiments.

Key words: Non-uniform Rational B-spline(NURBS); curve surface; seamless splice; curve surface algorithm

1 引言

逆向工程是将已有的产品或实物模型通过扫描仪转化为工程设计模型和概念模型,并在此基础上对模型进行解剖、消化、修改、再创造^[1]。随着设计模型复杂程度的逐步提高,单片曲面已经不能满足外形构造和设计的需求^[2]。因此,人们引入了几何连续性的概念,将外形复杂的曲面分解成若干个小的曲面片进行拟合,以便使外形整体光滑,而非均匀有理 B 样条(NURBS)曲面片的拟合造型过程便是其重要实现手段之一。

在国内,学者们已经对曲面片拼接做了很多研究,冀世军^[3]采用先确定一个面的控制顶点和权因子,调节另一个面的控制顶点和权因子来达到 G^1 光滑拼接。李英杰^[4]将待拼接曲面片控制顶点和权因子求出后,根据相应的条件使它们相等来达到 G^2 光滑拼接。于丕强^[5]等人给出了曲面片达到 G^1 拼接的本征方程,他认为这是 NURBS 曲面片的特有现象。上述的这些研究只局限于将控制顶点和权因子重合或将控制顶点和权因子共线这样的初级阶段,而没有达到真正意义上的曲面片拼接。即使控制顶点和权因子全部重新排列,拼接后的曲面片完全合并为一张曲面。本文在李英杰的研究基础之上先求出待拼接曲面片控制顶点和权因子,再根据权因子和控制顶点进行曲面片的拼接,最后合并成一张完整的曲面。

上述方法需要解决的一个重要难题就是 2 张曲面片拼接后在公共边界用哪种方法去重新定位曲面片,使得重新定位后的 2 张曲面片实现无缝拼接。本文提出了重新排列控制顶点和权因子的方法,有效地解决了 2 块曲面片拼接的问题,并通过自编软件在 VS2008 和 Opengl 三维环境中成功实现了无缝拼接。

2 曲面片及边界曲线上节点向量、控制点和权因子的求取

2.1 边界曲线上节点矢量的求取

对给定的控制顶点 d_i , 欲求出 B 样条曲线上的节点矢量,目前常用的方法有里森费尔德方法和哈特利—贾德方法。里森费尔德方法是把控制

多边形近似看作样条曲线的外接多边形,使得曲线的分段连接点和控制多边形的控制顶点对应起来,然后使其展直,并规范化,得到节点矢量的参数序列。这种方法有一个明显的缺点,因为阶次为偶数的计算方法跟为奇数的计算方法不一样,计算节点矢量时必须弄清楚样条曲线的阶次是偶数还是奇数。人们大多数都采用哈特利—贾德的弦长参数法^[6]。该方法考虑到 K 次 B 样条曲线要插入一个节点,无论这个节点是单节点还是重节点,都必须是 K 重的。理论上说,相邻分段连接点的参数值之差与相邻顶点之间的距离成正比,但实际上确有相当的偏差。而一个明显的替代就是采用控制多边形相应 K 条边的和,再予以规范化。

2.1.1 令控制多边形的各边长依次为:

$$l_i = |d_i - d_{i-1}| (i=1, 2, \dots, n), \quad (1)$$

总的边长为:

$$L = \sum_{i=1}^n l_i. \quad (2)$$

2.1.2 B 样条曲线上的 $n-k$ 个分段连接点对应于控制多边形上的 $n-k$ 条边的中点。然后将其展直后,规范化,如图 1 所示。

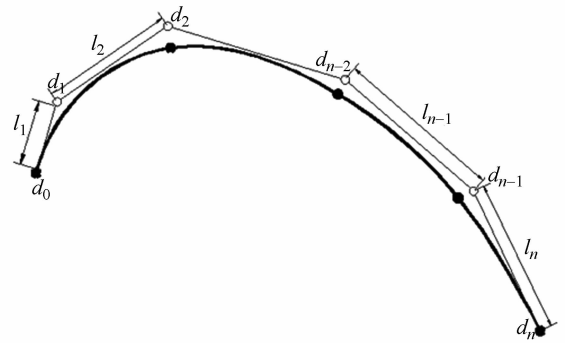


图 1 B 样条曲线分段连接点与控制多边形(三次)

Fig. 1 Relationship between connecting points of B-spline curve and control polygon (three times)

这种方法定义域节点的长度可按下式计算:

$$u_i - u_{i-1} = \frac{\sum_{j=i-k}^{i-1} l_j}{\sum_{s=k+1}^{n+1} l_j \sum_{j=s-k}^{s-1} l_j}, \quad (3)$$

于是可得节点值:

$$u_k = 0, \quad (4)$$

$$u_i = \sum_{j=k+1}^i (u_j - u_{j-1}), i = k + 1, k + 2, \dots, n, (5)$$

$$u_{n+1} = 1. (6)$$

2.2 控制顶点的求取

控制顶点一般通过反求的形式求解, 即通过一条 K 次 B 样条曲线的一组数据点 $q_i (i = 0, 2, \dots, m)$, 反算出 B 样条曲线的控制顶点。反算过程一般要求首末 2 个端点与首末数据点一致, 使曲线的分段点分别与分段曲线内的节点一一对应, 也就是每个控制点有一个控制顶点。因此一条 B 样条曲线实际上是由一组控制顶点和一组节点矢量来确定的。并且控制点数目要比数据点数目多出 $k-1$ 个, 共有 $m+k$ 个未知顶点。控制顶点的反求可由下列步骤完成^[7]。

通过 2.1 介绍的求解方法可以求出 K 次 B 样条曲线的节点矢量值。

反算 B 样条插值曲线的控制顶点。用于插

值的 $m+1$ 个数据点 $q_i (i = 0, 1, \dots, m)$ 的三次 B 样条插值曲线方程可写成如下形式:

$$p(u) = \sum_{j=0}^n d_j N_{j,3}(u) = \sum_{j=3}^i d_j N_{j,3}(u) (7)$$

$$u \in [u_i, u_{i+1}] \subset [u_3, u_{n+1}]$$

将定义域 $u \in [u_i, u_{i+1}] \subset [u_3, u_{n+1}]$ 内的节点值代入上述方程中, 应满足插值条件:

$$p(u_i) = \sum_{j=i-3}^i d_j N_{j,3}(u_i) = q_{m+n-3}, i = 3, 4, \dots, n, (8)$$

$$p(u_{n+1}) = \sum_{j=n-3}^n d_j N_{j,3}(u_{n+1}) = q_m. (9)$$

上式共含有 $m+1 = n-1$ 个方程。对于三次 B 样条曲线来说首末数据点一致 (即 $q_0 = q_m$), 方程数减少一个, 剩下 $m = n-2$ 个。因此要求解出这 $n-2$ 个未知控制顶点。上述线性方程组可改写成如下的矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} N_{1,3}(U_3) & N_{2,3}(U_3) & & N_{0,3}(U_3) \\ N_{1,3}(U_4) & N_{2,3}(U_4) & N_{3,3}(U_4) & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & N_{n-4,3}(U_n) & N_{n-3,3}(U_n) & N_{n-2,3}(U_n) \\ N_{n-1,3}(U_{n+1}) & & N_{n-3,3}(U_{n+1}) & N_{n-2,3}(U_{n+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{n-3} \\ d_{n-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{n-4} \\ q_{n-3} \end{bmatrix}, (10)$$

对上述方程组求解, 即可求出全部未知控制顶点。该控制顶点的实际效果图如图 2 所示。

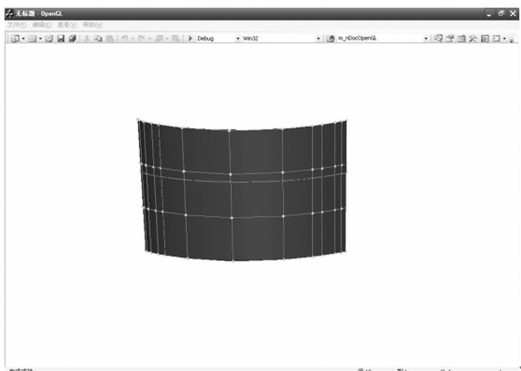


图 2 单片曲面片控制顶点的求取

Fig. 2 Calculation of control peaks for single curve surface

2.3 权因子的求取

权因子是 NURBS 曲面的特有性质, 也是由 B 样条曲线曲面过渡到 NURBS 曲面增加的唯一变

量, 由 K 次 NURBS 曲线方程表示的有理形式为:

$$p(u) = \frac{\sum_{j=0}^n \omega_j d_j N_{j,k}(u)}{\sum_{j=0}^n \omega_j N_{j,k}(u)}, (11)$$

上式中有理基函数为:

$$R_{i,k}(u) = \frac{\omega_j N_{j,k}(u)}{\sum_{j=0}^n \omega_j N_{j,k}(u)}, (12)$$

因此, 等价的有理基函数可以表示为:

$$p(u) = \sum_{j=0}^n d_j R_{j,k}(u). (13)$$

由上式可知, 当所有控制顶点、权因子及节点向量保持不变时, 改变 ω_i , NURBS 曲线上每一点在空间移动的轨迹是通过控制顶点 d_i 的一条直线, 如图 3 所示。

如果权因子增加, ω_i 增大时, 图 3 所示的角度 β 随之增加, 则曲线靠近控制顶点; 如 ω_i 减小, 则曲线远离控制顶点。

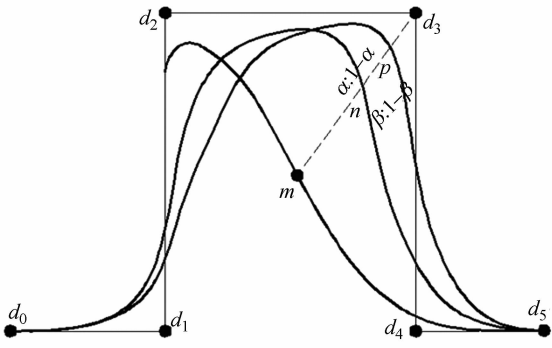


图 3 权因子 w_i 的几何意义

Fig. 3 Geometrical significance of weight factor w_i

3 曲面片的拼接

求出待拼接的 2 块曲面片的控制顶点和权因子后,接下来进行曲面片拼接,使得 2 块面片达到 G^1 连续,如图 4 所示,令待拼接处 2 排的控制顶点和权因子相等^[8]。即 A, B 2 块曲面片控制顶点 5, 6, 7, 8 和 e, f, g, h 相等。这样 2 块曲面片在相交线处就可达到 G^1 连续,实际效果图如图 5 所示。

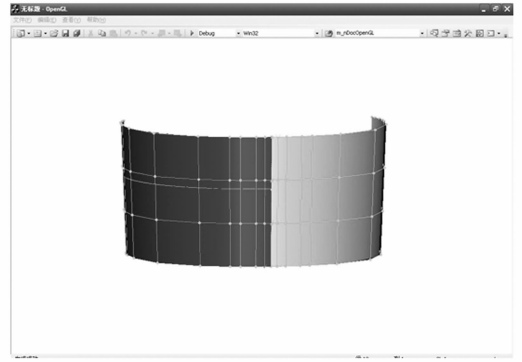


图 5 2 块曲面片待拼接实际效果图

Fig. 5 Actual effect diagram of two curve surfaces to be spliced

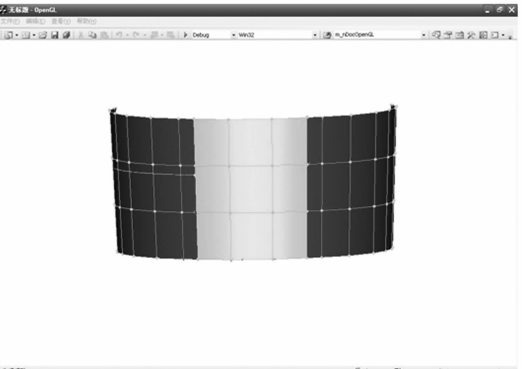


图 6 2 块曲面片拼接后的效果图

Fig. 6 Renderings of two curve surfaces after splicing

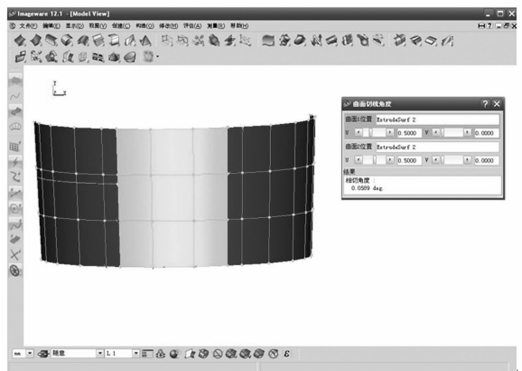


图 7 2 块曲面片拼接处相切角度误差值

Fig. 7 Tangent angle error at two curve surface splicing

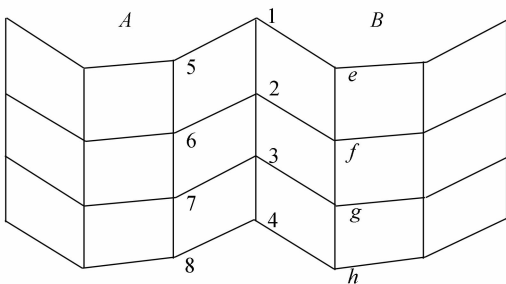


图 4 2 块曲面片控制顶点拼接示意图

Fig. 4 Schematic diagram of splicing for control vertices in two curve surfaces

图 6 是通过 VS2008 和 Opengl 成功编译后的曲面片拼接实际效果图。结果表明拼接完全成功。

进一步对曲面片拼接做连续性处理,将已经拼接好的图片放到专业软件 imageware 中,曲面片之间的连接效果如图 7 所示。取 V 方向等于 0, 曲面 1 和曲面 2 在 U 方向上分别取 30%, 50% 和 70% 的位置,在此处置处相切角度误差如下:

表 1 曲面片相切处的相切角度误差

Tab.1 Tangent angle error analysis at curve surfaces

U 方向		相切角度 /(°)	平均角度 误差/(°)
曲面 1	曲面 2		
0.3	0.3	0.061 1	
0.5	0.5	0.058 9	0.059 1
0.8	0.8	0.057 2	

4 曲面片拼接后的处理

上述的 2 块曲面片拼接实际上是将 2 块拼接的曲面片变成了 3 块,中间的那一块是 2 块曲面片拼接处,是由各自待拼接的控制顶点组成的。目前很多论文中曲面片的拼接结果都是如上所示,这些曲面片尽管达到了 G^1 连续,但并不是真正意义上的拼接,而是拼凑在一起的,每张曲面都可以自由活动^[9]。本文使得曲面片达到了真正的 G^1 拼接,即使拼接后的曲面权因子和控制顶点重新排列,使得拼接后的 3 张曲面达到无缝拼接,连成一体。具体步骤如下:

在 VS08 和 Opengl 中编程,将拼接后的 3 张曲面的所有控制顶点用一个数组储存起来。

对这些控制顶点数组重新排列,通过整合控制顶点使得它们完全拼接成一张完整的曲面片。图 8 为控制顶点全部重新排列的效果图。这样每个曲面片都不能单独移动,而是整体运动,由此,曲面片达到无缝拼接。

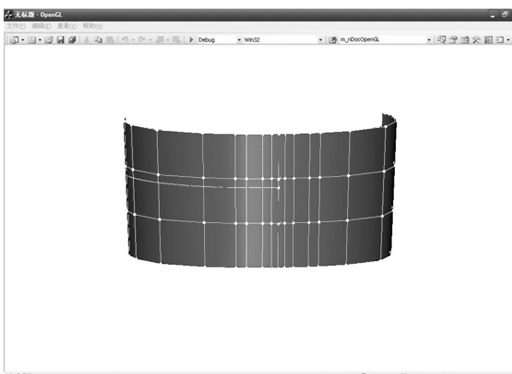


图 8 重新排列控制顶点后融合在一起的曲面片

Fig.8 Two curve surfaces after realigning control peak

同样对曲面片连接后做连续性处理。导入到专业软件 imageware 中,如图 9 所示。

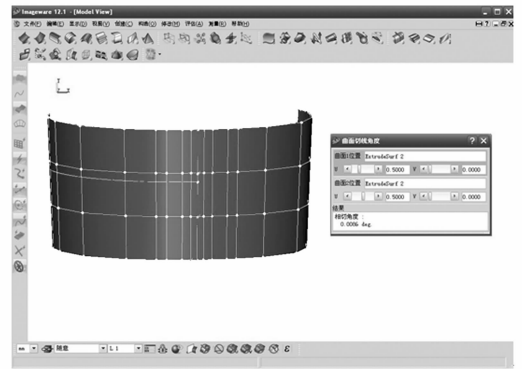


图 9 2 块曲面经过无缝拼接后相切角度误差值

Fig.9 Tangent angle error of two curve surfaces after seamless splicing

同样取 V 方向等于 0,曲面 1 和曲面 2 在 U 方向上分别取 30%,50%和 70%的位置,在此位置处相切角度误差如下:

表 2 无缝拼接后曲面相切处的相切角度误差

Tab.2 Tangent angle error analysis at curve surface after seamless splicing

U 方向		相切角度 /(°)	平均角度 误差/(°)
曲面 1	曲面 2		
0.3	0.3	0.001 7	
0.5	0.5	0.008 6	0.004 9
0.8	0.8	0.004 4	

由此可见,相比于之前的拼接,曲面片拼接处的光顺性变好了,相切角度变小了,平均角度误差也变小了。

5 结 论

本文采用重新调整控制顶点的方法,加深并拓展了曲面片的 G^1 连续,使连接在一起的曲面片完全合并成一块,从而为后续处理打下了良好基础。采用该方法经过 VS2008 在 Opengl 三维环境中成功实现了曲面片的无缝拼接,并对拼接后合并的曲面片用专业的三维造型软件进行了测试,结果表明,该方法在保证达到 G^1 连续的基础上使曲面片很好地融合为一张,即达到了曲面片的无缝拼接。

参考文献:

- [1] 王宵,刘会霞,梁佳洪. 逆向工程技术及其应用[M]. 北京:化学工业出版社,2004.
WANG X, LIU H X, LIANG J H. *Reverse Engineering Technology and Application* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2004. (in Chinese)
- [2] 周西军,杨海成. NURBS 曲面 G1 光滑拼接算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1996, 8(3): 227-228.
ZHOU X J, YANG H CH. G1 continuity algorithms between adjacent NURBS patches [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 1996, 8(3): 227-228. (in Chinese)
- [3] 冀世军. 反求工程的 NURBS 曲面拼接与拟合技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2008, 58-66.
JI SH J. *Research on the Key Techniques of NURBS Surface Merging and Fitting in Reverse Engineering* [D]. Harbin: Harbin Industrial University, 2008, 58-66. (in Chinese)
- [4] 李英杰. NURBS 曲面构造、拼接及光顺的研究与实现[D]. 西安:西安理工大学, 2010, 33-45.
LI Y J. *Study and Realization on Construction, Fairing and Smooth Joining between Adjacent of the NURBS Surface* [D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2010, 33-45. (in Chinese)
- [5] 于丕强,施锡泉. 双三次 NURBS 曲面的 G1 连续性条件[J]. 大连理工大学学报, 2004, 44(3): 330-333.
YU P Q, SHI X Q. G1 continuous conditions for bicubic NURBS surfaces [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2004, 44(3): 330-333. (in Chinese)
- [6] HARTLEY D J, JUDD C J. Parameterization of Bezier-type B-spline curves and surfaces [J]. *Computer-Aided Design*, 1978, 10(1): 130-134.
- [7] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条[M]. 北京:高等教育出版社, 2001.
SHI F ZH. *Computer-Aided Geometric Design and Non-Uniform Rational B-Spline* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001. (in Chinese)
- [8] CHENG SH H, ZHANG L T, ZHOU Y W, et al.. Intersection point G1 continuity of three patches of adjacent cubic NURBS surface [J]. *International Conference on Computer Application and System Modeling*, 2010, 2(4): 72-76.
- [9] 陈亚文,李际军. 一种可参数化可调的 NURBS 曲面 G2 光滑拼接算法[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(15): 168-170.
CHEN Y W, LI J J. Algorithm of G2 blending NURBS surfaces based on adjustable parameters [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2011, 47(15): 168-170. (in Chinese)

作者简介:



吴禄慎(1953—),男,江西乐平人,硕士,教授,博士生导师,1978年于北京航空航天大学获得学士学位,1990年于清华大学获得硕士学位,主要从事面外“Moire”法、三维光学图像测量与逆向工程的研究。E-mail: wulushen@163.com



高项清(1986—),男,江西南昌人,硕士研究生,主要从事机电一体化系统设计和实验。E-mail: gaogaoxiangq@163.com



熊辉(1987—),男,江西宜春人,硕士研究生,主要研究方向为光机电一体化技术,计算机测控技术与逆向工程。E-mail: xionghui_ncu@163.com



陈华伟(1977—),男,南昌大学讲师、博士后,研究方向为数字化设计与制造技术,图像处理与逆向工程。E-mail: chwei0130@126.com