

文章编号: 1001-0920(2013)03-0379-06

多操纵面飞机全局集合稳定非线性自适应动态控制分配

李恒¹, 张友安^{1,2}, 孙富春², 李卫红³

(1. 海军航空工程学院 控制工程系, 山东烟台 264001; 2. 清华大学 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084; 3. 中国人民解放军第92730部队, 海南三亚 572016)

摘要: 针对多操纵面飞机具有冗余操纵面的特点, 考虑包含操纵面偏转角的位置约束和速率约束以及未知有界参数时的非线性控制分配问题, 设计一种由上层虚拟控制律和自适应控制分配更新律组成的非线性角速度跟踪控制器. 当系统满足充分激励条件时, 基于集合稳定性理论, 分别证明了上层虚拟控制子系统、控制分配子系统和整个闭环系统的全局一致渐近稳定性. 对某多操纵面飞机的仿真结果验证了所提出方法的有效性, 并且该方法能使参数估计收敛至真实值.

关键词: 多操纵面; 非线性控制分配; 集合稳定性; 自适应控制分配; 动态控制分配

中图分类号: V249.1

文献标志码: A

Global set-stable nonlinear adaptive dynamic control allocation for aircraft with multiple control effectors

LI Heng¹, ZHANG You-an^{1,2}, SUN Fu-chun², LI Wei-hong³

(1. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China; 2. State Key Lab of Intelligent Technology and System, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 3. The 92730th Unit of PLA, Sanya 572016, China. Correspondent: LI Heng, E-mail: pla.henrylee@gmail.com)

Abstract: For the aircraft with redundant multiple control effectors, a nonlinear controller is designed, which is composed of a virtual control law and a dynamic control allocation with unknown bounded parameters and effector constraints. Based on the set stability theory in the sense of Lyapunov stability, global asymptotic stabilities of upper control subsystem, dynamic control allocation subsystem and overall closed-loop system are proved respectively. Simulation results show the effectiveness of the proposed method, and the estimations of unknown parameters converge to the actual values.

Key words: multiple control effectors; nonlinear control allocation; set stability; adaptive control allocation; dynamic control allocation

0 引言

现代先进飞机通常采用具有控制冗余的多操纵面布局. 如何充分利用操纵面之间的控制冗余, 实现操纵面最优控制需要采用控制分配技术^[1]. 目前, 控制分配方法主要有直接分配法^[2]、广义逆法^[3]、串接链法^[4]、线性规划法^[5]、二次规划法^[6-7]、动态分配法^[8]和多目标非线性规划法^[9]等. 上述方法将控制分配问题转化为静态优化问题, 并没有考虑执行器的动态以及采用控制分配后闭环系统的稳定性问题. 事实上, 当操纵面执行器的动态不能忽略时, 闭环系统的稳定性将会减弱, 甚至变为不稳定^[10]. 目前, 考虑执行器动态的非线性控制分配问题的研究文献较少,

文献[8, 11]将执行器建模为线性时变动力学系统, 采用模型预测控制理论实现动态控制分配; 文献[11]分析了模型预测动态控制分配的系统稳定性问题; 文献[13]将执行器建模为包含未知参数的一阶系统, 利用控制李雅普诺夫方法设计了基于优化的动态非线性分配方法, 该方法保证了闭环系统的稳定性, 但并没有考虑执行器的位置和速率约束问题.

本文考虑执行器的位置和速率约束, 将执行器动态看成是一阶环节, 当系统含有未知有界参数时, 对执行器的建模误差可通过未知参数来体现. 通过对系统模型的处理, 含有执行器动态的系统可描述为一个虚拟控制子系统和控制分配子系统级联的形式. 基于

收稿日期: 2011-11-23; 修回日期: 2012-06-19.

基金项目: 国家863计划项目(2007AA705205).

作者简介: 李恒(1982-), 男, 讲师, 博士, 从事飞行器控制系统设计与仿真的研究; 张友安(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器先进控制与制导的研究.

优化方法,分别设计虚拟控制律和动态自适应控制分配律,并采用集合稳定性理论证明了控制子系统、控制分配子系统以及整个闭环系统的稳定性.最后,给出仿真实例验证本文方法的有效性.

1 预备知识与问题描述

1.1 预备知识

在设计控制律和控制分配律之前,首先给出一些关于集合稳定性的定义和引理^[14].考虑如下系统:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)). \quad (1)$$

其中: $t \in \mathbf{R}_{\geq 0}$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{f}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 为连续函数.

定义 1 设集合 Ω 为 \mathbf{R}^n 的一个非空子集,则 \mathbf{R}^n 中任意一点 \mathbf{x} 到集合 Ω 的距离为

$$\|\mathbf{x}\|_{\Omega} = \inf\{d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{y} \in \Omega\},$$

其中 $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$.

定义 2 设系统(1)的解存在的最大时间间隔为 $(0, T_{\max}(\mathbf{x}_0))$,若对于任意 \mathbf{x}_0 , $T_{\max}(\mathbf{x}_0) = +\infty$,则系统(1)是前向完备的.

定义 3 若系统(1)是前向完备的,并且对任意的 $\mathbf{x}_0 \in \Omega$,当 $t > t_0$ 时,有 $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0) \in \Omega$,则非空闭集 $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ 为系统(1)的前向不变集.

引理 1 设系统(1)是前向完备的, $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ 是系统(1)的非空前向不变闭集,若存在光滑函数 $V(\mathbf{x}): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_{\geq 0}$ 满足:

$$1) \exists \alpha_1, \alpha_2 \in K_{\infty}, \text{ s.t. } \forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, \text{ 有}$$

$$\alpha_1(\|\mathbf{x}\|_{\Omega}) \leq V(\mathbf{x}) \leq \alpha_2(\|\mathbf{x}\|_{\Omega});$$

$$2) \text{ 存在连续半正定函数 } \alpha_3, \text{ s.t. } \forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, \text{ 有}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \leq -\alpha_3(\|\mathbf{x}\|_{\Omega}).$$

则系统(1)是关于集合 Ω 全局一致稳定的.进一步地,若 α_3 为连续正定函数,则系统是关于集合 Ω 全局一致渐近稳定的.

1.2 问题描述

忽略飞机操纵面偏转产生的气动力,考虑含有未知参数的多操纵面飞机非线性动力学方程

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}). \quad (2)$$

其中: 状态 $\mathbf{x} = [p, q, r]^T$ 为可测量角速度变量; 控制 $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ 为操纵面偏转角, $m > 3$ 为操纵面个数;

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} (c_1 x_3 + c_2 x_1) x_2 \\ c_3 x_1 x_3 - c_6 (x_1^2 - x_3^2) \\ (c_8 x_1 - c_2 x_3) x_2 \end{bmatrix}$$

为已知非线性函数;

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_3 & 0 & c_4 \\ 0 & c_7 & 0 \\ c_4 & 0 & c_9 \end{bmatrix}$$

为常数正定矩阵, c_1, c_2, \dots, c_9 为转动惯量系数,其具体表达式见文献[15]; $\boldsymbol{\theta} \in \mathbf{R}^3$ 为未知有界参数,表示由于操纵面的损伤或故障引起的转动力矩不确定程度; $\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \boldsymbol{\tau}_{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\boldsymbol{\theta}$ 为三轴非线性力矩向量, $\boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \in \mathbf{R}^3$ 为与 $\boldsymbol{\theta}$ 无关的转动力矩, $\boldsymbol{\tau}_{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为与 $\boldsymbol{\theta}$ 有关的转动力矩.

考虑操纵面执行器具有一阶动态特性,即

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{K}_u(\mathbf{u}_c - \mathbf{u}). \quad (3)$$

其中: $\mathbf{u}_c = [u_{1c}, u_{2c}, \dots, u_{mc}]^T$ 为操纵面执行器偏转角指令; $\mathbf{K}_u = \text{diag}([K_{u_1}, K_{u_2}, \dots, K_{u_m}])$, K_{ui} ($i = 1, 2, \dots, m$) 为第 i 个操纵面的带宽.

操纵面位置和速率约束为

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{\max}, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\rho}_{\min} \leq \dot{\mathbf{u}} \leq \boldsymbol{\rho}_{\max}. \quad (5)$$

其中: \mathbf{u}_{\min} 和 \mathbf{u}_{\max} 分别为操纵面的最小和最大偏转角; $\boldsymbol{\rho}_{\min}$ 和 $\boldsymbol{\rho}_{\max}$ 分别为操纵面的最小和最大偏转角速率.

对未知有界参数 $\boldsymbol{\theta}$, 采用间接自适应方法来进行估计,令 $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}$ 分别为 $\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}$ 的估计值,式(2)的估计模型为

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_x(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \hat{\boldsymbol{\theta}}), \quad (6)$$

其中 \mathbf{A}_x 为正定对角矩阵.

定义估计误差 $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}$, 则

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = -\mathbf{A}_x \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}_{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \quad (7)$$

于是式(2)可写成

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} = & \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}_d + \mathbf{C}[\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c, \hat{\boldsymbol{\theta}}) - \boldsymbol{\tau}_d] + \\ & \mathbf{C}[\boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)] + \\ & \mathbf{C}[\boldsymbol{\tau}_{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau}_{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)]\hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}_{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\tilde{\boldsymbol{\theta}}. \end{aligned} \quad (8)$$

由式(3)可知, \mathbf{u} 全局渐近稳定趋近于 \mathbf{u}_c , 故当采用控制分配方法时,式(8)控制器的设计可分如下两步进行:

Step 1: 视期望转矩 $\boldsymbol{\tau}_d$ 为虚拟控制,设计控制律,使上层控制子系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}_d \quad (9)$$

全局渐近稳定跟踪期望轨迹 $\mathbf{x}_d(t)$;

Step 2: 设计自适应控制分配律,在满足位置约束和速率约束的条件下,寻求使某种性能指标最小的控制 \mathbf{u}_c , 满足

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c, \hat{\boldsymbol{\theta}}) - \boldsymbol{\tau}_d = 0, \quad (10)$$

并且使估计误差 $\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ 全局渐近趋近于零.

通过上述步骤得出操纵面偏转指令 \mathbf{u}_c 后,还需要进一步考察整个闭环系统的稳定性.

2 控制器设计

2.1 虚拟控制律设计

假设 1 $f(x), \tau(x, u), x_d(t)$ 有界, 并且至少 2 阶连续可微.

假设 2 在控制约束 (4) 和 (5) 的条件下, 虚拟控制 τ_d 是可达的, 即满足式 (10) 的 u 和 u_c 存在.

定义集合 $\Omega_1 = \{x \in R^3 | x = x_d(t), \dot{x} = \dot{x}_d(t)\}$, 下面设计控制律 τ_d , 使得系统 (9) 的状态 x 是关于 Ω_1 全局一致渐近稳定的.

取李雅普诺夫函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \|x - x_d\|^2 = \frac{1}{2} \|x\|_{\Omega_1}^2, \quad (11)$$

对其沿式 (9) 求关于时间的导数, 有

$$\dot{V}_1|_{(9)} = (x - x_d)^T [f(x) + C\tau_d - \dot{x}_d]. \quad (12)$$

取虚拟控制律

$$\tau_d = C^{-1} [\dot{x}_d - K(x - x_d) - f(x)], \quad (13)$$

其中 K 为 3×3 维常数正定对角矩阵.

将式 (13) 代入 (12) 有

$$\dot{V}_1|_{(9)} = -(x - x_d)^T K(x - x_d) \leq -2\bar{\lambda}_{\min}(K)V_1. \quad (14)$$

其中: $\bar{\lambda}_{\min}(\cdot), \bar{\lambda}_{\max}(\cdot)$ 分别为“ \cdot ”的最小和最大特征值.

定理 1 (控制子系统稳定性) 在假设 1 和假设 2 的条件下, 若取虚拟控制律 (13), 则系统 (9) 的状态 x 是关于集合 Ω_1 全局一致渐近稳定的, 即 x 全局一致渐近稳定跟踪期望轨迹 $x_d(t)$.

证明 系统 (9) 的完备性显然. 由于 Ω_1 为闭集, 依据引理 1, 只需证明 Ω_1 的不变性. 假设 t_1 时刻, x 到达 Ω_1 , 此时, $x(t_1) = x_d(t_1)$. 由式 (11) 和 (14) 可知, 当 $t \geq t_1$ 时, $V_1(t) \equiv V_1(t_1) = 0, x(t) \equiv x_d(t)$, 故 Ω_1 为系统 (9) 的不变集. 令

$$\alpha_1(\|x\|_{\Omega_1}) = \|x\|_{\Omega_1}^2/4, \alpha_2(\|x\|_{\Omega_1}) = \|x\|_{\Omega_1}^2,$$

$$\alpha_3(\|x\|_{\Omega_1}) = \bar{\lambda}_{\min}(K) \|x\|_{\Omega_1}^2,$$

于是有

$$\alpha_1(\|x\|_{\Omega_1}) \leq V_1 \leq \alpha_2(\|x\|_{\Omega_1}), \dot{V}_1|_{(9)} \leq -\alpha_3(\|x\|_{\Omega_1}),$$

再由引理 1 可知, x 是关于 Ω_1 全局一致渐近稳定的. \square

2.2 自适应控制分配律设计

考虑操纵面的位置和速率约束, 控制分配问题可描述为

$$\begin{aligned} \min_u \quad & J(u, u_c); \\ \text{s.t.} \quad & \tau_d = \tau, u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \\ & \rho_{\min} \leq \dot{u} \leq \rho_{\max}. \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $J(u, u_c)$ 为性能指标函数.

定义罚函数

$$\Delta_1(u) = [\delta_1(u_1), \delta_1(u_2), \dots, \delta_1(u_m)]^T,$$

$$\Delta_2(u, u_c) =$$

$$[\delta_2(u_1, u_{1c}), \delta_2(u_2, u_{2c}), \dots, \delta_m(u_m, u_{mc})]^T.$$

其中

$$\delta_1(u_i) = \min\{(u_i - u_{i\min})^3, 0, (u_{i\max} - u_i)^3\},$$

$$\delta_2(u_i, u_{ic}) = \min\{(\dot{u}_i - \rho_{i\min})^3, 0, (\rho_{i\max} - \dot{u}_i)^3\}.$$

取性能指标函数

$$\begin{aligned} J(u, u_c) = & \frac{1}{2} u^T \Gamma_1 u + \frac{1}{2} \Delta_1(u)^T \Gamma_2 \Delta_1(u) + \\ & \frac{1}{2} (u_c - u)^T K_u \Gamma_3 K_u (u_c - u) + \\ & \frac{1}{2} \Delta_2(u_c, u)^T \Gamma_4 \Delta_2(u_c, u). \end{aligned} \quad (16)$$

其中: $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ 为 $m \times m$ 维常数正定对角阵.

对约束优化问题 (15), 采用拉格朗日松弛法求最优解, 取拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(x, x_d, \dot{x}_d, u, u_c, \lambda, \hat{\theta}) = \\ J(u, u_c) + [\tau_d - \tau(x, u_c, \hat{\theta})]^T \lambda, \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\lambda \in R^3$ 为松弛变量.

定义最优集

$$\Omega_2 = \left\{ (u_c, \lambda, \tilde{x}, \tilde{\theta}) \in R^{m+9} \mid \left(\left(\frac{\partial L}{\partial u_c} \right)^T, \left(\frac{\partial L}{\partial \lambda} \right)^T, \tilde{x}^T, \tilde{\theta}^T \right)^T = 0 \right\}.$$

下面设计控制分配律, 使得 $(u_c, \lambda, \tilde{x}, \tilde{\theta})$ 是关于 Ω_2 全局一致稳定的.

假设 3 对于任意 $x \in R^3, (u_c, \lambda) \in R^{m+3}$, 存在常数 $k_2 \geq k_1 > 0$, 满足

$$k_1 I \leq \frac{\partial^2 L}{\partial u_c^2} \leq k_2 I.$$

假设 4 对于任意 $x \in R^3, u_c \in R^m$, 存在常数 $\rho_2 \geq \rho_1 > 0$, 满足 $\rho_1 I \leq \frac{\partial \tau}{\partial u_c} \left(\frac{\partial \tau}{\partial u_c} \right)^T \leq \rho_2 I$.

取李雅普诺夫型函数 $V_2(x, x_d, \dot{x}_d, u, u_c, \lambda, \tilde{x}, \tilde{\theta})$ 为

$$\begin{aligned} V_2 = & \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial L}{\partial u_c} \right)^T \left(\frac{\partial L}{\partial u_c} \right) + \left(\frac{\partial L}{\partial \lambda} \right)^T \left(\frac{\partial L}{\partial \lambda} \right) \right] + \\ & \frac{1}{2} \tilde{x}^T \Gamma_x \tilde{x} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma_\theta \tilde{\theta}, \end{aligned} \quad (18)$$

其中 Γ_x 和 Γ_θ 为正定对角阵.

对式 (18) 求关于时间的导数, 并考虑到 $\dot{\hat{\theta}} = \hat{\theta} - \dot{\hat{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}}$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \alpha_{u\theta}^T (H_{u\theta} [\dot{u}_c, \dot{\lambda}]^T + \xi_{u\theta}) - \tilde{x}^T \Gamma_x A_x \tilde{x} + \\ & \tilde{\theta}^T (\tau_\theta^T(x, u) C(\Gamma_x \tilde{x} + \beta_{u\theta}^T \alpha_{u\theta}) - \Gamma_\theta \dot{\hat{\theta}}). \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$\alpha_{u\theta} = \left[\frac{\partial L_{u\theta}}{\partial x_c}, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \lambda} \right]^T, \beta_{u\theta} = \left[\frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial x \partial u}, \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial x \partial \lambda} \right]^T,$$

$$\mathbf{H}_{u\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \mathbf{x}_c^2} & \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \lambda \partial \mathbf{x}_c} \\ \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \mathbf{x}_c \partial \lambda} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\xi}_{u\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \mathbf{u} \partial \mathbf{u}_c} & \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}_c} & \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \mathbf{x}_d \partial \mathbf{x}_c} & \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \dot{\mathbf{x}}_d \partial \mathbf{x}_c} \\ \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \mathbf{u} \partial \lambda} & \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \mathbf{x} \partial \lambda} & \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \mathbf{x}_d \partial \lambda} & \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \dot{\mathbf{x}}_d \partial \lambda} \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_u(\mathbf{u}_c - \mathbf{u}) \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\hat{\boldsymbol{\theta}} \\ \dot{\mathbf{x}}_d \\ \ddot{\mathbf{x}}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}} \partial \mathbf{u}} \\ \frac{\partial^2 L_{u\theta}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}} \partial \lambda} \end{bmatrix} \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}.$$

由假设3和假设4, 并采用文献[13]的方法可知 $\mathbf{H}_{u\theta}$ 可逆, 取控制分配更新律

$$[\mathbf{u}_c^T \quad \dot{\lambda}^T]^T = -\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{H}_{u\theta} \boldsymbol{\alpha}_{u\theta} - \mathbf{H}_{u\theta}^{-1} \boldsymbol{\xi}_{u\theta}, \quad (20)$$

其中 $\boldsymbol{\Gamma}$ 为 $(m+3) \times (m+3)$ 维正定矩阵. 自适应更新律为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \boldsymbol{\Gamma}_{u\theta}^{-1} \boldsymbol{\tau}_\theta^T(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \mathbf{C}(\boldsymbol{\Gamma}_x \tilde{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\beta}_{u\theta}^T \boldsymbol{\alpha}_{u\theta}), \quad (21)$$

将式(20)和(21)代入(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -\boldsymbol{\alpha}_{u\theta}^T \mathbf{H}_{u\theta} \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{H}_{u\theta} \boldsymbol{\alpha}_{u\theta} - \tilde{\mathbf{x}}^T \boldsymbol{\Gamma}_x \mathbf{A}_x \tilde{\mathbf{x}} \leq \\ & -\bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{H}_{u\theta} \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{H}_{u\theta}) \boldsymbol{\alpha}_{u\theta}^T \boldsymbol{\alpha}_{u\theta} - \tilde{\mathbf{x}}^T \boldsymbol{\Gamma}_x \mathbf{A}_x \tilde{\mathbf{x}}. \end{aligned} \quad (22)$$

定理2 (分配子系统稳定性) 在假设3和假设4的条件下, 式(7), (19)和(20)组成的控制分配子系统状态 $(\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 是关于集合 Ω_2 全局一致稳定的, 并且 $(\tilde{\mathbf{x}}, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \mathbf{u}_c}, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \lambda})$ 趋近于零.

证明 定义

$$G(\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \left(\frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \mathbf{u}_c}, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}} \right) : \Omega_2 \rightarrow \{0\},$$

则 G 连续, 由于 G 的值域 $I(G) = \{0\}$ 为闭集, 故其定义域 Ω_2 也为闭集.

假设在 t_2 时刻, $(\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 到达集合 Ω_2 , 此时, $\boldsymbol{\alpha}_{u\theta}(t_2) = 0, \tilde{\mathbf{x}}(t_2) = 0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t_2) = 0$, 于是, 由式(7), (19)~(21)可知, 当 $t \geq t_2$ 时, $(\dot{\mathbf{u}}_c, \dot{\lambda}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}) \equiv 0$, 故 Ω_2 为分配子系统的前向不变集. 参考文献[13]中的方法可知, 存在 $\gamma_2 \geq \gamma_1 > 0$ 满足

$$\gamma_1^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}\|_{\Omega_{u_c\lambda}}^2 \leq \boldsymbol{\alpha}_{u\theta}^T \boldsymbol{\alpha}_{u\theta} \leq \gamma_2^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}\|_{\Omega_{u_c\lambda}}^2, \quad (23)$$

其中

$$\Omega_{u_c\lambda} \triangleq \left\{ (\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}) \in R^{m+3} \mid \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \mathbf{u}_c} = 0, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \lambda} = 0 \right\}.$$

于是, 由式(22)可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\gamma_1^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}\|_{\Omega_{u_c\lambda}}^2 + \bar{\lambda}_{\min}(\boldsymbol{\Gamma}_x) \|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 + \\ \bar{\lambda}_{\min}(\boldsymbol{\Gamma}_\theta) \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2) \leq V_2 \leq \\ \frac{1}{2}(\gamma_2^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}\|_{\Omega_{u_c\lambda}}^2 + \bar{\lambda}_{\max}(\boldsymbol{\Gamma}_x) \|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 + \\ \bar{\lambda}_{\max}(\boldsymbol{\Gamma}_\theta) \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2). \end{aligned}$$

令

$$\gamma_3 = \min\{\gamma_1, \sqrt{\bar{\lambda}_{\min}(\boldsymbol{\Gamma}_x)}, \sqrt{\bar{\lambda}_{\min}(\boldsymbol{\Gamma}_\theta)}\},$$

$$\gamma_4 = \max\{\gamma_2, \sqrt{\bar{\lambda}_{\max}(\boldsymbol{\Gamma}_x)}, \sqrt{\bar{\lambda}_{\max}(\boldsymbol{\Gamma}_\theta)}\},$$

则有

$$\frac{1}{2} \gamma_3^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_{\Omega_2}^2 \leq V_2 \leq \frac{1}{2} (\gamma_4^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_{\Omega_2}^2).$$

由式(22)和(23)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{H}_{u\theta} \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{H}_{u\theta}) \gamma_1^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}\|_{\Omega_{u_c\lambda}}^2 - \\ & \bar{\lambda}_{\min}(\boldsymbol{\Gamma}_x \mathbf{A}_x) \|\tilde{\mathbf{x}}\|^2. \end{aligned} \quad (24)$$

令

$$\alpha_4(\|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_{\Omega_2}) = \frac{1}{2} \gamma_3^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_{\Omega_2}^2,$$

$$\alpha_5(\|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_{\Omega_2}) = \frac{1}{2} \gamma_4^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_{\Omega_2}^2,$$

$$\alpha_6(\|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_{\Omega_2}) = \bar{\lambda}_1 \gamma_1^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}\|_{\Omega_{u_c\lambda}}^2 + \bar{\lambda}_2 \|\tilde{\mathbf{x}}\|^2.$$

其中: $\bar{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{H}_{u\theta} \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{H}_{u\theta}), \bar{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_{\min}(\boldsymbol{\Gamma}_x \mathbf{A}_x)$.

由于 $\alpha_6(\|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_{\Omega_2})$ 为半正定函数, 由引理1可知, $(\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 是关于 Ω_2 全局一致稳定的.

下面证明 $(\tilde{\mathbf{x}}, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \mathbf{u}_c}, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \lambda})$ 的收敛性. 定义

$$\Phi = \left\| \left(\tilde{\mathbf{x}}(s), \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \mathbf{u}_c}(s), \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \lambda}(s) \right) \right\|^2 : R^{3+m+3} \rightarrow R,$$

则 Φ 是一致连续的. 考虑到

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Phi(s) ds &\leq \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (\|\tilde{\mathbf{x}}(s)\|^2 + \gamma_2^2 \|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}\|_{\Omega_{u_c\lambda}}^2) ds &\leq \\ \gamma \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \alpha_6(\|\mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_{\Omega_2}) ds &\leq \\ -\gamma \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{V}_2 ds &\leq \gamma V_0 < \infty, \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\gamma = \max\left\{ \frac{\gamma_2^2}{\bar{\lambda}_1 \gamma_1^2}, \frac{1}{\bar{\lambda}_2} \right\}.$$

由Barbalat引理可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t) = 0$, 故当 $t \rightarrow \infty$ 时,

$$\left(\tilde{\mathbf{x}}, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \mathbf{u}_c}, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \lambda} \right) \rightarrow 0. \quad \square$$

注1 上述自适应控制分配律和参数更新律保证了控制分配子系统是关于集合 Ω_2 全局一致稳定的, 但不能保证 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 收敛至 $\boldsymbol{\theta}$, 若使其收敛至 $\boldsymbol{\theta}$, 需要 $\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 满足充分激励条件. 当充分激励条件满足时, $\hat{\boldsymbol{\theta}} \rightarrow \boldsymbol{\theta}$, 分配子系统是关于 Ω_2 全局一致渐近稳定的, 其证明过程可参考文献[13].

2.3 闭环系统稳定性

下面验证由式(2), (3), (7), (20)和(21)组成的整个闭环系统的稳定性. 定义集合

$$\Omega = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) \in R^{3+m+3+3+3} \mid \right.$$

$$\left. \mathbf{x} = \mathbf{x}_d, \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_d, \left(\frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \mathbf{x}_c}, \frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}} \right) = 0 \right\},$$

则下述定理成立.

定理3 (闭环系统稳定性) 在假设1~假设4和

充分激励的条件下,由式(2),(3),(7),(20)和(21)组成的闭环系统状态 $(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 是关于集合 Ω 全局一致渐近稳定的。

证明 取李雅普诺夫函数

$$V(\mathbf{x}, \mathbf{x}_d, \dot{\mathbf{x}}_d, \mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = V_1 + V_2, \quad (26)$$

对其沿式(2)求关于时间的导数,则有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1|_{(2)} + \dot{V}_2 = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)^T (\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d) + \dot{V}_2 = \\ & \dot{V}_2 + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)^T \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}_d - \dot{\mathbf{x}}_d + \\ & \mathbf{C}[\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) - \boldsymbol{\tau}_d] + \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u})\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \\ & \mathbf{C}(\boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)) + \mathbf{C}(\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c))\tilde{\boldsymbol{\theta}} \}. \end{aligned} \quad (27)$$

因为 $\boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, $\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 一致连续,所以存在 $M_0 > 0$, $M_\theta > 0$ 满足

$$\|\boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)\| \leq M_0 \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_c\|,$$

$$\|\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)\| \leq M_\theta \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_c\|.$$

考虑到 $\frac{\partial L_{u\theta}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{\tau}_d - \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c, \hat{\boldsymbol{\theta}})$ 及三角不等式,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -2[\bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{K}) - (\|\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)\| + 1)\|\mathbf{C}\|/2]V_1 - \\ & [\bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{H}_{u\theta}\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{H}_{u\theta}) - \|\mathbf{C}\|/2]\boldsymbol{\alpha}_{u\theta}^T \boldsymbol{\alpha}_{u\theta} - \\ & \frac{1}{\bar{\lambda}_{\max}(\boldsymbol{\Gamma}_\theta)} \|\mathbf{C}\| \|\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)\| \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma}_\theta \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \\ & 2\|\mathbf{C}\| \|\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)\| \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 - \bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{A}_x) \tilde{\mathbf{x}}^T \boldsymbol{\Gamma}_x \tilde{\mathbf{x}} + \\ & \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_d\| \|\mathbf{C}\| (M_0 + M_\theta \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|) \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_c\|. \end{aligned} \quad (28)$$

令 $\eta = \min\{k_1, k_2, k_3, k_4\}$, 其中

$$k_1 = \bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{K}) - (\|\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)\| + 1)\|\mathbf{C}\|/2,$$

$$k_2 = \bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{H}_{u\theta}\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{H}_{u\theta}) - \|\mathbf{C}\|/2,$$

$$k_3 = \frac{1}{\bar{\lambda}_{\max}(\boldsymbol{\Gamma}_\theta)} \|\mathbf{C}\| \|\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)\|,$$

$$k_4 = \bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{A}_x).$$

于是,式(28)可写成

$$\dot{V} \leq -2\eta V + \mu, \quad (29)$$

其中

$$\mu \triangleq 2\|\mathbf{C}\| \|\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)\| \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 +$$

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_d\| \|\mathbf{C}\| (M_0 + M_\theta \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|) \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_c\|.$$

若取

$$\bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{K}) > (\|\boldsymbol{\tau}_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c)\| + 1)\|\mathbf{C}\|/2,$$

$$\bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{H}_{u\theta}\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{H}_{u\theta}) > \|\mathbf{C}\|/2,$$

则 $\eta > 0$. 因为系统满足充分激励条件,所以当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| \rightarrow 0$. 考虑到 $\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_c\| \rightarrow 0$, 其余各项均有界,故当 $t \rightarrow \infty$ 时, $V \rightarrow 0$, 于是 $(\mathbf{x}, \mathbf{u}_c, \boldsymbol{\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 渐近趋近于集合 Ω , 结合虚拟控制子系统和分配子系统的全局一致渐近稳定性可知,闭环系统是关于 Ω 全局一致渐近稳定的。□

3 仿真算例

下面以某型具有 $m = 6$ 个操纵面的无尾飞翼布局飞机为仿真对象,对飞机在高度 $H = 16000$ m, 马赫数 $Ma = 0.6$, 质量 $M = 6900$ kg时的某配平状态点进行仿真。

仿真初始条件为

$$\mathbf{x}(0) = \boldsymbol{\lambda}(0) = \hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{0}_{3 \times 1},$$

$$\mathbf{u}(0) = [0, 0, 0, 0, -2.77^\circ, -2.77^\circ]^T,$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = [1, 1, 1]^T.$$

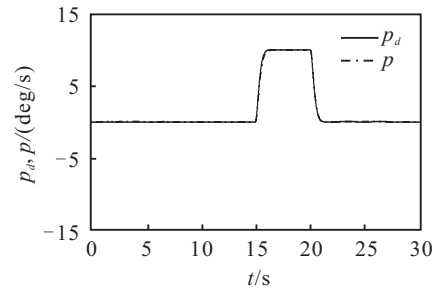
由于飞机操纵面的故障或损伤等因素,仿真中假设未知参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的真实值为 $\boldsymbol{\theta} = [0.9, 0.8, 0.7]^T$. 控制器增益为 $\mathbf{K} = 5\mathbf{I}_3$, $\boldsymbol{\Gamma} = 5\mathbf{I}_9$, $\boldsymbol{\Gamma}_1 = \boldsymbol{\Gamma}_2 = 10^{-3}\mathbf{I}_3$, $\boldsymbol{\Gamma}_3 = \boldsymbol{\Gamma}_4 = 10^3\mathbf{I}_3$, $\boldsymbol{\Gamma}_\theta = \text{diag}([7, 30, 20]) \times 10^8$, $\boldsymbol{\Gamma}_x = \mathbf{I}_3$.

飞机操纵面参数为 $K_u = 17$, $u_{i \min} = -15^\circ$, $u_{i \max} = 15^\circ$, $\rho_{i \min} = -150^\circ/\text{s}$, $\rho_{i \max} = 150^\circ/\text{s}$, $i = 1, 2, \dots, 6$.

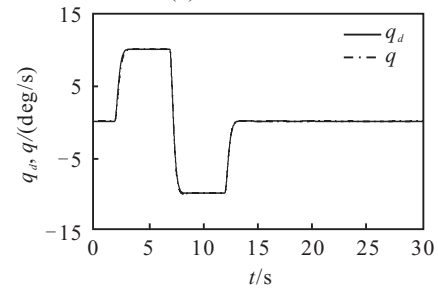
期望轨迹 $\mathbf{x}_d(t)$ 及其一阶、二阶导数通过对参考输入 $\mathbf{x}_c(t)$ 进行二阶滤波得到,滤波器传递函数为

$$x_{id}(s)/x_{ic}(s) = \omega_i^2 / (s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2), \quad i = 1, 2, 3,$$

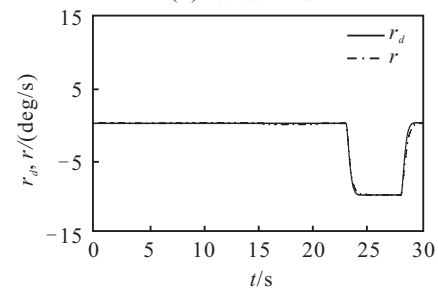
其中: $\omega_i = 5$ 为自然频率, $\xi_i = 0.8$ 为阻尼系数. 仿真结果如图1~图3所示。



(a) 滚转角速度



(b) 俯仰角速度



(c) 偏航角速度

图1 角速度跟踪曲线

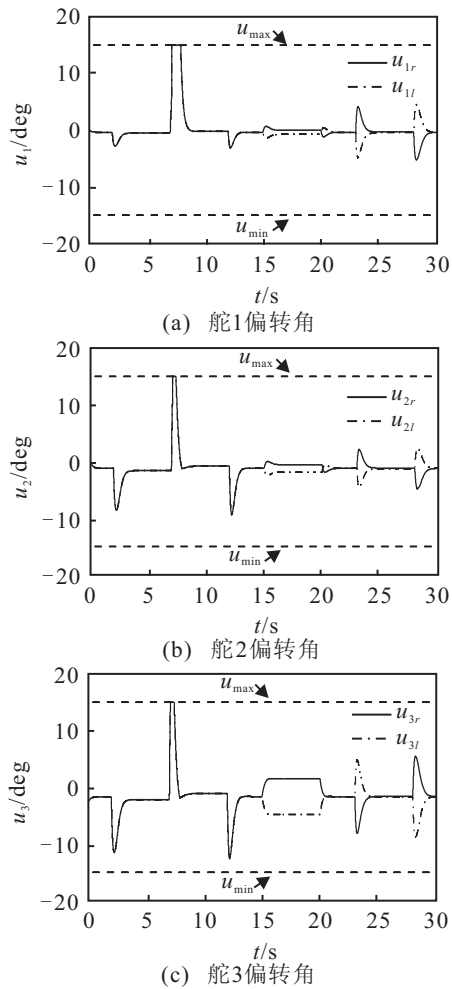
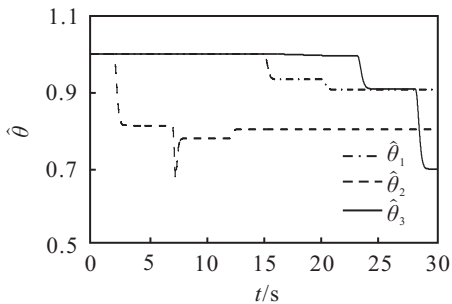


图 2 偏转角曲线

图 3 参数 θ 估计曲线

由仿真结果可知,本文所设计的控制律和控制分配律能使多操纵面飞机的角速度 p, q, r 很好地跟踪期望轨迹. 当系统满足充分激励条件时,参数估计趋近于其真实值.

4 结 论

考虑包含操纵面偏转角的位置约束和速率约束以及未知有界参数时的非线性控制分配问题,本文设计了一种由上层虚拟控制律和控制分配更新律组成的非线性角速度跟踪控制器. 基于集合稳定性理论,分别证明了上层虚拟控制子系统的全局一致渐近稳定性以及控制分配子系统的全局一致稳定性. 当系统满足充分激励条件时,进一步证明了控制分配子系统和整个闭环系统的全局一致渐近稳定性. 对某型多操

纵面飞机的仿真结果表明该方法能较好地跟踪指令信号,并能使未知参数的估计收敛至真实值.

参考文献(References)

- [1] Liao F, Lum K Y, Wang J L, et al. Constrained nonlinear finite-time control allocation[C]. Proc of the 2007 American Control Conf. New York: IEE, 2007: 3801-3806.
- [2] Durham W C. Constrained control allocation[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1993, 16(4): 717-725.
- [3] Raney D L, Montgomery R C, Green L L. Flight control using distributed shape-change effector arrays[C]. 41st AIAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf and Exhibit. Atlanta: AIAA, 2000: 1-12.
- [4] Buffington J M, Enns D F. Lyapunov stability analysis of daisy chain control allocation[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(6): 1226-1230.
- [5] Langari R, Krishnakumar K, Gundy-Burlet K. Neural network based modeling and analysis of LP control surface allocation[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf and Exhibit. Austin: AIAA, 2003: 1-8.
- [6] Simmons A T. Control allocation techniques using existing and novel QP algorithms[D]. Auburn: Graduate Faculty, Auburn University, 2003.
- [7] Johansen T A, Fossen T I, Berge S P. Constrained nonlinear control allocation with singularity avoidance using sequential QP[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2004, 12(1): 211-216.
- [8] Luo Y, Serrani A, Yurkovich S, et al. Model predictive dynamic control allocation scheme for re-entry vehicles[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30 (1): 100-113.
- [9] 杨恩泉, 高金源, 李卫琪. 多目标非线性控制分配方法研究[J]. 航空学报, 2008, 29(4): 995-1001.
(Yang E Q, Gao J Y, Li W Q. Research on multi-object nonlinear control allocation method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(4): 995-1001.)
- [10] Oppenheimer M, Doman D. A method for compensation of interactions between second-order actuators and control allocators[C]. Proc of the IEEE Aerospace Conf. Big Sky: IEEE, 2005: 1-8.
- [11] Luo Y, Serrani A, Yurkovich S, et al. Model predictive dynamic control allocation with actuator dynamics[C]. Proc of American Control Conf. Boston: IEEE, 2004: 1695-1700.
- [12] Vermillion C, Sun J, Butts K. Model predictive control allocation for overactuated systems — Stability and performance[C]. Proc of the 46th IEEE Conf on Decision and Control. New Orleans: IEEE, 2007: 1251-1256.

(下转第390页)