

# SAR 回波模拟中回波信号多普勒相位计算方法在 FPGA 上的实现

赵 红 徐寅晖 曾大治 王 惠 周 超

(北京理工大学信息与电子学院, 北京 100081)

**摘 要:** 多普勒相位作为被测目标信息获取的重要来源, 其计算精度成为基于 FPGA 实现合成孔径雷达实时回波模拟技术的关键要素。本文针对多普勒相位计算过程中存在的数值开方运算以及 FPGA 中专用开方器件的缺失性问题, 在保证原始数据的仿真精度以及满足大位宽数据的仿真需求基础上, 以 Xilinx Virtex6 sx315t 为硬件平台, 使用两种 FPGA 常用的近似方法——泰勒级数展开和 CORDIC 算法, 对于多普勒相位的定点求解进行了程序设计与实现, 并将仿真结果与 MATLAB 双精度理论数据进行对比, 验证了精度的有效性。

**关键词:** 合成孔径雷达; 回波模拟; 多普勒相位; 泰勒级数展开

**中图分类号:** TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2013)11-1533-07

## Implementation of Echo Signal Doppler Phase's Calculation Method in SAR Echo Simulation on FPGA

ZHAO Hong XU Yin-hui ZENG Da-zhi WANG Hui ZHOU Chao

(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

**Abstract:** As an important source to obtain the information included in measured targets, the calculation accuracy in the Doppler phase became the key element to achieve real-time Synthetic Aperture Radar echo simulation technology based on FPGA. In the process of Doppler phase calculation, against the issues on the numerical root operation and the missing of specific prescribing devices in FPGA, to guarantee the simulation accuracy in the original data and meet the simulation need in bit-wide data, this paper considered Xilinx Virtex6 sx315t as the hardware platform, and adopted two common approximation method on Doppler phase calculation——Taylor series expansion and CORDIC algorithm, then showed the corresponding program design and implementation for the Doppler phase fixed-point solving. In the meantime, this paper compared the simulation results from two methods with MATLAB double-precision theoretical data. Finally, the compared results proved the validity of accuracy in both Taylor series expansion and CORDIC algorithm.

**Key words:** Synthetic Aperture Radar; Echo simulation; Doppler phase; Taylor series expansion

### 1 引言

合成孔径雷达 (Synthetic Aperture Radar, 简称 SAR) 作为一种高分辨微波成像雷达<sup>[1]</sup>, 是地面信息获取的重要手段, 它在国土测量、军事等领域发挥着重要作用。为确保所设计的 SAR 系统能够满足

各个用户的具体需求, 原始数据仿真和成像处理以及图像指标的评估已经成为 SAR 系统研制前的必需步骤。除此之外, 在 SAR 实时成像系统研制以及地面处理的过程中, 我们同样需要大量的模拟回波数据<sup>[2]</sup>。因此, SAR 回波模拟技术能够为我们提供基本的研究手段和研究工具, 它在 SAR 的发展和应

用中,具有及其重要的作用。

作为雷达与目标相对运动的直观反映,多普勒相位是 SAR 回波模拟的原理依据,同样也是回波模拟精度的重要影响因素。在多普勒相位计算过程中存在数值开方运算,这使得其在 FPGA(现场可编程门阵列)实现中存在两种主要限制因素:其一,FPGA 硬件中不存在专门的开方器件;导致了开方运算在 FPGA 实现中的复杂性。其二,为了保证原始数据的仿真精度及适应大斜距数据的仿真,导致 SAR 回波模拟对 FPGA 定点运算中的斜距动态范围要求大<sup>[3]</sup>。

因此,本文针对 SAR 回波模拟中回波信号多普勒相位在 FPGA 实现中存在的限制,采用泰勒级数展开和 CORDIC 算法两种常用方法对其进行实现与仿真。

## 2 SAR 回波模拟信号中的多普勒相位

SAR 的空间几何关系如图 1,其中 SAR 飞行路径的地面航迹方向称为方位方向,与其垂直的方向称为距离方向<sup>[4]</sup>。

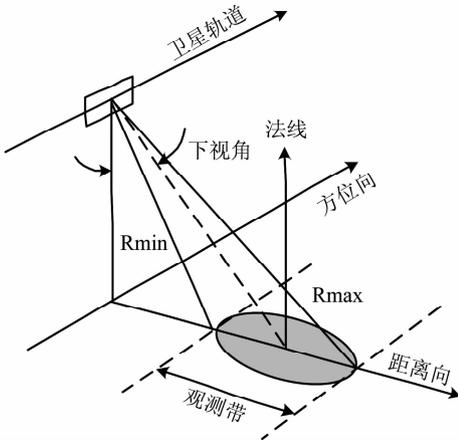


图 1 SAR 的空间几何关系

Fig. 1 Geometric relationship of SAR

SAR 在运动过程中,以特定的脉冲重复周期(Pulse Repetition Time,简称 PRT)发射并接收脉冲串,雷达天线波束照射到地面以后,照射区域内的各个点目标(又被称作散射元)对入射波进行后向散射。发射信号经过目标和天线方向图的调制,成为携带目标信息和环境信息的 SAR 回波。

SAR 的发射脉冲串一般为线性调频(chirp)信

号,设定 SAR 的发射脉冲串:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p(t - nT_{prt}) \quad (1)$$

式中, $T_{prt}$ 为脉冲重复周期 PRT, $p(t)$ 为发射脉冲

$$p(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \cos(2\pi f_c t + \pi k_r t^2) \quad (2)$$

式中, $f_c$ 为雷达载频; $T_p$ 为发射脉冲宽度; $k_r$ 为线性调频斜率,并且  $k_r = B/T_p$ , $B$ 为发射信号带宽; $\text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right)$ 是定义在区间 $(-T_p/2, T_p/2)$ 上的矩形窗函数:

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) = \begin{cases} 1 & -\frac{T_p}{2} \leq t \leq \frac{T_p}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

设定地面上的某一散射点与雷达天线相位中心的斜距为  $R(t)$ ,那么该散射点的回波信号<sup>[5]</sup>

$$s_r(t) = A(t) f[t - 2R(t)/c] \\ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A(t) p[t - nT_{prt} - 2R(t)/c] \quad (4)$$

式中, $c$ 为光速, $A(t)$ 表示回波信号的幅值增益。雷达回波信号由雷达接收机通过下变频、中频放大、单边带滤波器以及正交相干解调一系列步骤后输出的复信号:

$$s_r'(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A \text{rect}\left[\frac{t - nT_{prt} - 2R(t)/c}{T_p}\right] \\ \exp\left\{-j4\pi f_c \frac{R(t)}{c} + j\pi k_r \left[t - nT_{prt} - \frac{T_p}{2} - 2R(t)/c\right]^2\right\} \quad (5)$$

由式(5),点目标回波信号由雷达与目标相对运动引起并产生的多普勒相位项  $\exp(-j4\pi f_c R(t)/c)$  以及发射基带信号的延迟项  $\exp\left[j\pi k_r \left(t - nT_{prt} - \frac{T_p}{2} - 2R(t)/c\right)^2\right]$  构成<sup>[6]</sup>。

$t$ 时刻由雷达与目标相对运动而产生的多普勒相位:

$$\varphi_d(t) = -j4\pi f_c R(t)/c \quad (6)$$

对于给定载频的雷达回波信号,其多普勒相位由场景目标点到 SAR 平台的斜距  $R(t)$  决定。假设  $t$ 时刻 SAR 平台坐标 $(x_t, y_t, z_t)$ ,目标点坐标 $(X_p, Y_p, Z_p)$ ,则

$$R_t = R(t) = \sqrt{(X_p - x_t)^2 + (Y_p - y_t)^2 + (Z_p - z_t)^2} \quad (7)$$

本文中,设定场景点到雷达的最小斜距  $R_{\min}$  = 1.112912323232697e6, 最大斜距  $R_{\max}$  = 1.156804426271820e6, SAR 回波模拟中主要仿真参数如下表:

表 1 SAR 回波模拟的主要仿真参数

Tab.1 Main parameters of SAR Echo Simulation

分辨率 (m)	脉宽 (us)	带宽 (MHz)	采样率 (MHz)	PRF (Hz)	雷达运行 速度(m/s)	波段 C
5	30	60	93.75	1932	7500	C

在本文中,要求斜距的近似误差最大为 1/8 波长,由表格 1 可见,目标点到 SAR 平台的斜距量级为  $10^6$ , 动态范围很大;由于 FPGA 内部没有专用开方器件,使得多普勒相位运算过程复杂、速度低,在此使用泰勒级数展开与 CORDIC 算法。

### 3 基于泰勒级数展开的多普勒相位计算方法

泰勒级数是幂级数的一种,如果有了某一函数的幂级数展开式,则我们就可用它进行近似计算,即在展开式有效的区间范围上,我们可按照已知精确度要求,利用这个幂级数展开式将该函数值近似地计算出来。

如果  $f(s)$  在  $s_0$  的某邻域内具有各阶导数: $f'(s), f''(s), \dots, f^{(n)}(s), \dots$ , 则函数  $f(s)$  存在泰勒级数<sup>[7]</sup>:

$$f(s) = f(s_0) + f'(s_0)(s-s_0) + \frac{f''(s_0)}{2!}(s-s_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(s_0)}{n!}(s-s_0)^n + \dots \quad (8)$$

为应用泰勒级数公式,对斜距  $R_t$  进行公式转化

$$R_t = R_{\min} \sqrt{1 + \frac{R_t^2 - R_{\min}^2}{R_{\min}^2}} \quad (9)$$

式中  $R_{\min}$  为场景目标点与 SAR 平台的最小斜距。令

$$s = \frac{R_t^2 - R_{\min}^2}{R_{\min}^2}, \text{ 则}$$

$$R_t = R_{\min} \sqrt{1+s} \quad (10)$$

对应  $f(s) = \sqrt{1+s}$  在  $s_0 = 0$  处的展开式

$$f(s) = \sqrt{1+s} = 1 + \frac{1}{2}s - \frac{1}{2 \cdot 4}s^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}s^3 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}s^4 + L \quad (11)$$

$L$  为其他多项式,在此对(10)式进行  $s=0$ , 即  $R_t = R_{\min}$  处,泰勒级数展开:

$$R_t = R_{\min} \cdot \sqrt{1+s} \approx R_{\min} \cdot \left( 1 + \frac{1}{2}s - \frac{1}{2 \cdot 4}s^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}s^3 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}s^4 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}s^5 + L \right)$$

对  $R_t$  进行泰勒级数展开后,展开式中均为  $s$  的整数次方,由此解决了 FPGA 中的开方运算问题。由于本文要求斜距误差不超过 1/8 波长,且泰勒级数展开式的计算误差由展开式的最高次项决定,因此,在设计中需要根据误差大小反推泰勒级数展开的最高阶次。

$$s_{\max} = \frac{R_{\max}^2 - R_{\min}^2}{R_{\min}^2} \quad (1)$$

$$R_{\min} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} s_{\max}^5 < \lambda/8 \quad (2) \quad (12)$$

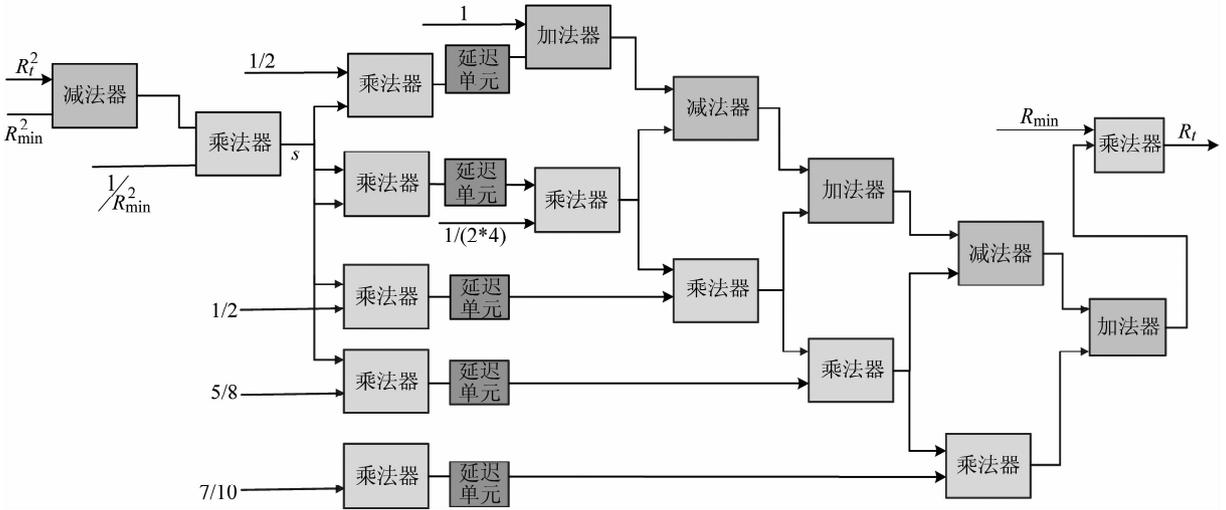
$$R_{\min} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} s_{\max}^4 > \lambda/8 \quad (3)$$

在最大  $s$  处,4 阶多项式(3)式误差超出要求,故不满足精度要求,并且 5 阶多项式方可以满足精度要求,因此泰勒级数展开式的最高阶次不得小于 5 阶。综合考虑系统资源消耗以及设计复杂性,在此取 5 阶泰勒级数进行展开,设计框图如图 2。

图中,输入信号为  $R_t^2, R_{\min}^2, R_{\min}$ , 以及一些常量,然后输入信号经过 FPGA 中的乘法器,加减器,以及一些延迟寄存器,按照泰勒级数展开公式,分别得到一次多项式,二次多项式……直到五次多项式,最终按相应的加减法组合起来,得到输出斜距  $R_t$ , 其乘以波长系数  $4\pi/\lambda$  于是得到多普勒相位。

### 4 基于 CORDIC 算法的多普勒相位计算方法

由于 Xilinx 的 CORDIC IP 核对输入输出位宽的限制要求,对于斜距计算的通用方法来说,使其变得不可取。因此我们采用结合了 IP 核思想的 CORDIC 算法,CORDIC 算法是一种数值型逼真计算方法,其 FPGA 实现模块主要由各级寄存器、移位器、符号标志寄存器以及加法器组成,它在硬件电路实现上只用了位移操作和加/减操作,这大大节约了 FPGA 资源。



由上图,输入信号  $x_0, y_0$  通过一系列移位操作与加减法操作最终得到  $x_n$ , 即  $\text{sqrt}1$ , 同样可求出  $\text{sqrt}2$  即斜距值, 最后斜距乘以波长系数  $4\pi/\lambda$  即可得到多普勒相位。

### 5 仿真实验与性能分析

本文以 Xilinx Virtex6 sx315t 为硬件平台,对两种多普勒相位计算方法进行了仿真实验与性能分析。

泰勒级数展开与 CORDIC 算法的斜距误差仿真结果如下图 4:

由图 4 可知,泰勒级数展开法产生的斜距误差范围为  $(-0.0059, 0.0046)$ , CORDIC 算法产生的斜距误差保持在  $1.5e-003$  以内,均在  $1/8$  波长之内,满足精度要求。

根据  $\varphi_d(t) = -j4\pi f_c R(t)/c$  可求得目标点的多普勒相位变化,两种方法与理论计算值的对比图如下图 5:

最后,对雷达回波信号进行脉冲压缩,得到仿真结果图,脉压结果与理论值的 3dB 宽度相差不到一个采样点,满足分辨精度,如下图 6:

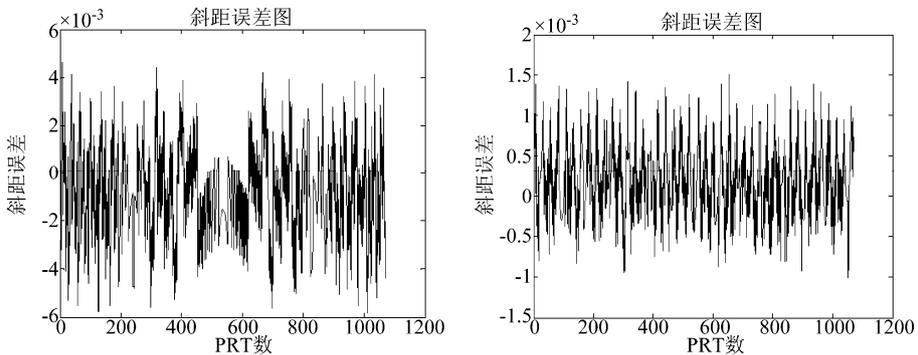


图 4 斜距误差仿真结果图(左为泰勒级数展开法,右为 CORDIC 算法)

Fig. 4 Simulation results of slant range error (left: Taylor series expansion, right: CORDIC algorithm)

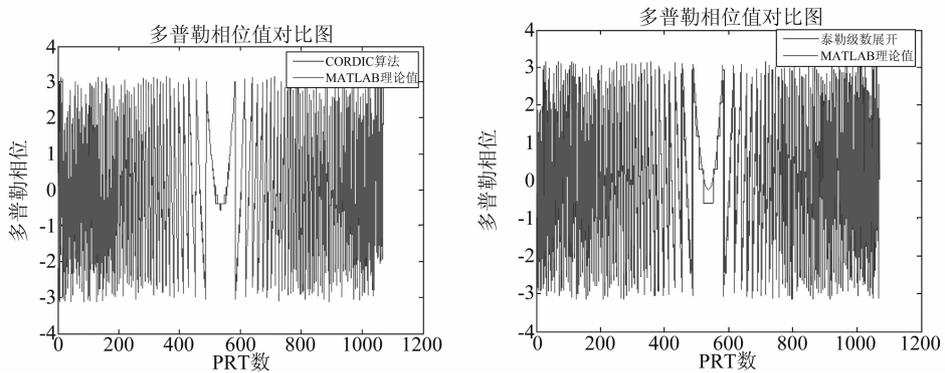


图 5 多普勒相位对比图(左为泰勒级数展开法,右为 CORDIC 算法)

Fig. 5 Compared results of phase (left: Taylor series expansion, right: CORDIC algorithm)

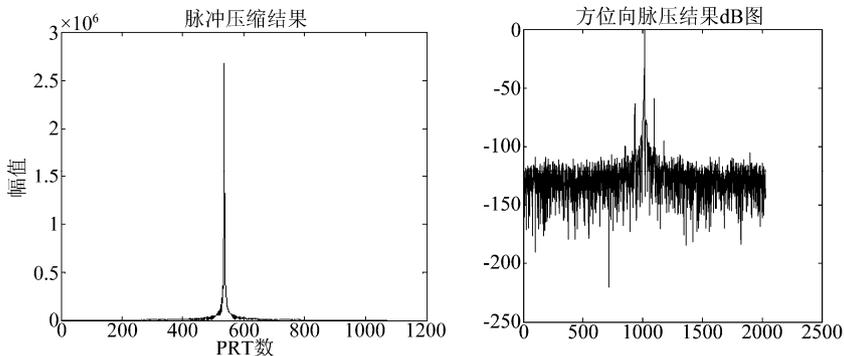


图 6 脉冲压缩仿真图(左为泰勒级数展开法,右为 CORDIC 算法)

Fig. 6 Result of pulse compress (left: Taylor series expansion, right: CORDIC algorithm)

两种方法的性能分析包括资源消耗, FPGA 时序约束, 以及斜距误差对脉压精度的影响。资源消耗如下:

表2 资源消耗比较表

Tab.2 Comparison about resource consumption

资源类别		Slices	DSP48s
资源总量		49200	1344
泰勒级数展开法	利用量	770	57
	利用率	1%	4%
CORDIC 算法	利用量	612	8
	利用率	1%	1%

由上表知, 较泰勒级数展开法, CORDIC 算法能够节省更多的资源, 甚至在乘法器资源上是泰勒级数展开法的四分之一。

在 FPGA 时序约束上, CORDIC 算法最高能达到 110MHz, 泰勒级数展开法略高些: 150MHz。

斜距误差对脉压精度的影响如下:

表3 脉压精度比较表

Tab.3 Comparison about accuracy of pulse compress

采样频率(MHz)		93.75
带宽(MHz)		60
3dB 宽度(米)	泰勒级数展开法	3.2912
	CORDIC 算法	3.31648
	理论值	4.43

显然, 在脉压精度上, 两种方法均能满足精度要求, 且泰勒级数展开法分辨率略高些。

## 6 结论

本文针对 SAR 回波模拟中回波信号多普勒相位在 FPGA 实现中存在的主要限制因素: FPGA 硬件中不存在专门的开方器件; SAR 回波模拟对 FPGA 定点运算中的斜距动态范围要求大。采用了两种常用的近似计算方法: 泰勒级数展开以及 CORDIC 算法。并对其进行 FPGA 仿真与验证, 两种方法不仅很好的解决了斜距开方运算, 仿真

结果同时证明了其精度有效性, 并在 FPGA 资源消耗, 时序约束, 以及脉压精度上作出了具体评估与比较, 在 SAR 回波模拟中具有良好的应用前景。

## 参考文献

- [1] 王国喜. 星载 SAR 距离-多普勒算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学(电子与信息技术研究院), 2007. Wang Guoxi. SPACEBORNE SAR IMAGING USING RANGE-DOPPLER ALGORITHM[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology (School of Electronics and Information Technology), 2007. (in Chinese)
- [2] 陈超, 戎建刚. 一种新的 SAR 面目标回波模拟快速算法[J]. 航天电子对抗, 2008, 24(5): 26-54. Chen Chao, Rong Jianguang. A new facet object echo simulation fast algorithm for SAR [J]. Aerospace Electron Countermeasures, 2008, 24(5): 26-54. (in Chinese)
- [3] 冯道旺, 周一宇, 李宗华. 相参脉冲序列多普勒变化率的一种快速高精度测量方法[J]. 信号处理, 2004, 20(1): 40-43. Feng Daowang, Zhou Yiyu, Li Zonghua. A Fast and Accurate Estimator for Doppler Rate-of-Change with the Coherent Pulse Train [J]. Signal Processing, 2004, 20(1): 40-43. (in Chinese)
- [4] 袁孝康. 星载合成孔径雷达导论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 58-78. Yuan Xiaokang. Introduce to the Spaceborne Synthetic Aperture Radar [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003: 58-78. (in Chinese)
- [5] 张顺生. 合成孔径雷达自然场景回波仿真技术研究[D]. 北京: 北京理工大学(信号与信息处理), 2007. Zhang Shunsheng. Research on Echo Simulation Technology of Synthetic Aperture Radar in Natural Scenes [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology (Signal and Information Processing), 2007. (in Chinese)
- [6] 杨志强. 基于 DDS 的 SAR 点目标回波模拟源的设计与实现[J]. 电子器件, 2007, 30(4): 1299-1302. Yang Zhiqiang. Design and Realization of SAR Point Target Echo Simulator Based on DDS [J]. Chinese Journal Of Electron Device, 2007, 30(4): 1299-1302. (in Chinese)

nese)

- [7] 同济大学应用数学系. 高等数学[M]. 北京:高等教育出版社,2002:215-216.

Application Math of Tong Ji University. Advanced Math [M]. Beijing: Advanced Education Press, 2002: 215-216. (in Chinese)

- [8] 龚小年,张兴敢. CORDIC 算法和 FPGA 在线性脉冲数字压缩系统中的应用[J]. 华东交通大学学报,2005, 22(2):111-114.

Gong Xiaonian, Zhang Xinggan. Application of CORDIC Algorithm and FPGA in Digital Pulse Compression System of LFM Signal[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2005, 22(2):111-114. (in Chinese)

#### 作者简介



**赵红** 女,1988年12月生,河北衡水人,北京理工大学在校硕士研究生,主要研究方向为雷达信号仿真。

E-mail: xuanning521@126.com



**徐寅晖** 男,1986年2月生,山东青岛人,北京理工大学在校博士研究生,研究方向为雷达信号仿真。

E-mail: xuyinhui@bit.edu.cn



**曾大治** 男,1977年7月生,北京人,北京理工大学博士、副研究员,主要研究方向为信号与信息处理。

E-mail: dazhi@bit.edu.cn



**王惠** 女,1989年6月生,山东临沂人,北京理工大学在校硕士研究生,研究方向为雷达信号处理算法与技术研究。

E-mail: wanghui.0709@163.com



**周超** 男,1990年11月生,河北保定人,北京理工大学在校硕士研究生,研究方向为雷达信号仿真。

E-mail: 422856664@qq.com