

# Delaunay 三角形剖分约束下的图像配准算法

张东兴 祝明波 李相平 张 力

(海军航空工程学院电子信息工程系, 山东 烟台 264001)

**摘 要:** 针对一般的特征点匹配只考虑了特征点本身蕴含的信息, 容易发生误匹配的问题, 给出一种基于 Delaunay 三角形剖分(Delaunay Triangulation, DT)的图像匹配算法。该算法对参考图和感知图中可能的正确匹配点进行 DT 剖分, 对剖分所得三角网进行对比并找出一致的结构, 进而得到正确匹配点。实验结果表明该算法可以有效地抑制 SURF(Speed Up Robust Feature, SURF)中的错误匹配, 增强匹配可靠性, 与 RANSAC(Random Sample Consensus, RANSAC)法相比, 可以大幅缩短计算时间, 在基于点的图像匹配方面具有较高的应用价值。

**关键词:** Delaunay 三角形剖分; 随机抽样一致; 图像匹配; 可靠性; 计算时间

**中图分类号:** TP391    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1003-0530(2013)12-1644-06

## An image registration algorithm with the constraint of Delaunay triangulation

ZHANG Dong-xing ZHU Ming-bo LI Xiang-ping ZHANG Li

(Department of Electronic and Information engineering, NAAU, Yantai, Shandong, 264001, China)

**Abstract:** In traditional matching of feature points, only information about the characteristic themselves were considered. In order to overcome the problem of this, an image matching algorithm based on Delaunay triangulation is given. In the proposed algorithm, the candidate feature points are Delaunay triangulated. The triangulation networks are compared and the consistent structure is located. The consistent structure is corresponding to correct matching. The proposed algorithm can effectively eliminate wrong match points and enhance reliability. And compared to RANSAC (Random Sample Consensus, RANSAC), the proposed algorithm achieves a substantial reduction in computing time. The experiments show that the effectiveness and reliability of the proposed algorithm, which probably be with importance in application.

**Key words:** Delaunay triangulation; Random Sample Consensus; Image registration; Reliability; Computation time

## 1 引言

图像匹配是计算机视觉中的一项关键技术<sup>[1]</sup>。图像匹配指的是把两个不同的传感器对同一景物录取下来的两幅图像在空间上进行对准, 以确定出这两幅图像之间平移和旋转关系的过程<sup>[2-5]</sup>。建立点之间的对应关系是图像匹配的必要步骤, 但一般的特征点描述仅反映图像某区域的局部几何特征, 当图像有模糊、畸变和重复结构的情况下, 容易发

生误匹配<sup>[6]</sup>。单靠点和点之间的特征相似性来判断是否为对应点已经显得可靠性不够强。为了解决此问题, 一些学者考虑图像的全局信息来增强匹配的稳定性。RANSAC(Random Sample Consensus, 随机抽样一致)<sup>[7]</sup>是一种对全局数据进行鲁棒性参数估计的方法, 被用来提纯匹配点, 但该算法反复迭代, 不断测试, 耗时较多。文献[8]给出一种基于相似三角形方法的稳健性匹配算法, 该算法相对 RANSAC 法, 计算量较小, 能较好的提纯匹配点, 但

其在实际计算时,只考虑单个三角形,与其他特征点之间的联系较少。

本文给出一种基于 Delaunay 三角形剖分(下简称 DT 剖分)的图像匹配算法,该算法在一般的特征点匹配基础之上,对可能的正确匹配点进行三角形剖分,对剖分所得的三角网进行对比,找出两三角网中的一致性结构,进而找出正确的匹配点集。由于该算法考虑了所有特征点之间的位置关系,增强了匹配的可靠性,且不用对每个小三角形逐个进行相似性判断,因而提高了计算效率。

## 2 图像特征点的 DT 剖分及匹配

### 2.1 图像特征点的 DT 剖分

在代数拓扑学中,三角形剖分是一种最基本的研究方法。设图像中有  $n$  个离散点  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), 用线段将图像分成  $n$  个邻接的多边形, 满足:

(1) 每个多边形内有且仅有一个离散点;

(2) 图像上任一点  $(x, y)$  位于离散点  $(x_i, y_i)$  所在的多边形内,  $(x_j, y_j)$  为另一多边形内点, 则:

$$\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2} < \sqrt{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2} \quad (i \neq j);$$

(3) 若  $(x, y)$  位于离散点  $(x_i, y_i)$  与离散点  $(x_j, y_j)$  所在的两多边形的公共边上, 则:

$$\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2} = \sqrt{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2} \quad (i \neq j);$$

则称这些多边形为泰森(Thicssen)多边形。用线段连接两相邻多边形内的离散点而生成的三角网为 Delaunay 三角网<sup>[9]</sup>, 该过程即 DT 剖分。数学家 Delaunay 证明: 存在且仅存在一种剖分, 能使所有三角形的最小内角之和(或平均最小内角)最大<sup>[10]</sup>, 因此, DT 剖分能够尽可能地避免狭长三角形的出现。DT 剖分具有平均最小内角最大(平均形态比最大)的性质, 故被认为是给定点集的最佳三角剖分<sup>[11-13]</sup>。DT 剖分的唯一性<sup>[14]</sup>排除了歧义剖分的可能。图像特征点的 DT 剖分对图像平移、尺度和旋转变换具有不变性<sup>[15]</sup>, 且有易于构建与稳健<sup>[16-17]</sup>的优点, 使得 DT 剖分能够精确、合理地衡量点集之间的近似程度<sup>[18]</sup>。由代数拓扑学可知: 任何平面有限点集都存在三角形剖分。

DT 剖分虽然是唯一的, 但却有多种途径来实现三角剖分。主要的 DT 剖分算法有: 分治法、逐点插入法和三角网生长法。三角网生长法在 80 年代中

期后的文献已经很少见。分治法需要递归执行, 占有内存较大。逐点插入法实现简单、占用内存少, 本文使用逐点插入法对两幅图像的特征点集进行 DT 剖分。逐点插值法原理是: 先根据特征点建立一个三角形或多边形, 把平面上所有特征点包围起来, 然后把特征点逐个插入到这个大三角形或多边形中, 并对插入后点后的三角网进行局部优化, 以确保完成 DT 剖分。

### 2.2 结合 DT 剖分的特征点匹配

不失一般性, 本文算法以 SURF(Speed Up Robust Feature)特征点<sup>[19]</sup>为例, 原 SURF 算法会出现一定数量的错误匹配, 本文通过 DT 剖分来引入特征点之间的相互位置关系以增强匹配的可靠性, 该算法也适用于其他的特征点匹配。

在 SURF 算法中, 通过特征检测可以分别从参考图提取含有  $r$  个点的特征点集  $R$ , 从感知图中提取含有  $s$  个点的特征点集  $S$ , 特征点之间的相似性是通过特征描述子之间的欧式距离来度量的, 距离越小越相似。任给  $R_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{i64}) \in R$ ,  $S_j = (s_{j1}, s_{j2}, \dots, s_{j64}) \in S$ , 则有:

$$d(R_i, S_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^{64} (r_{ik} - s_{jk})^2} \quad (1)$$

固定  $R_i$ , 若某一  $S_j \in S$ , 使得对任一  $S_n \in S$ , 都有  $d(R_i, S_j) \leq d(R_i, S_n)$ , 则认为特征点  $R_i$  和  $S_j$  是匹配的, 即正确匹配满足下面条件:

$$d(R_i, S_j) = \min_{j=1}^{\max(S)} [d(R_i, S_j)] \quad (2)$$

$\max(S)$  表示  $S$  的元素个数, 当  $i$  变化时(2)式中的最小距离也是不同的, 对这些最小距离由小到大进行排序:

$$D = \text{sort}_{i=1}^r \{ \min_{j=1}^s [d(R_i, S_j)] \} \quad (3)$$

$D$  是排序后序列。将这些最小距离, 对  $i$  和  $j$  都从小到大进行排序。也即, 对  $R_i$  而言, 求  $S$  中与  $R_i$  距离最小的特征点, 当  $i$  变化时, 则可以从  $S$  中找到其他的与  $R_i$  距离最小的点, 再对这些最小距离进行排序, 经如此处理后, 正确匹配点基准图和感知图的序号是一致的, 一般只取前  $n$  个最小距离对应的点为匹配点。

但这种基于点之间相似性的匹配仅仅考虑了一对特征点蕴含的信息, 在实际应用中往往会出现错误匹配, 这就需要考虑特征点之间的相对位置关系以增强匹配的可靠性。本文基于此种考虑, 在 SURF 算法匹配的基础上, 对可能的正确匹配特征

点进行 DT 剖分,对所得三角网进行对比,找出两个三角网的一致结构进而找到正确匹配点。

设基准图和感知图中的特征点经过 DT 剖分后分别得到三角网 A 和 B,A、B 分别包含  $m$  和  $n$  个三角形,将这  $m$  和  $n$  个三角形分别矩阵存入  $A_i$  和  $B_i$ ,则有:

$$A_i = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$A_i$  和  $B_i$  的每个行向量都表征一个三角形,其元素值是 SURF 特征点的序号,在 SURF 算法中,正确匹配点经过(3)式的排序,其序号一致的。若要找图像特征点 DT 剖分后的两三角网中的一致三角形,则须计算  $A_i$  和  $B_i$  的行向量的交集。在 Matlab 中可以用 `intersect` 指令来求两矩阵相同的行。具体用法是:

$$C = \text{intersect}(A_i, B_i, 'rows') \quad (5)$$

该运算要求  $A_i$  和  $B_i$  为相同的列数的矩阵, $C$  为  $A_i$  和  $B_i$  元素相同的行。在实际操作中我们发现直接按照(5)式取交集会漏掉一些表征同一个三角形,但元素的顺序不同的向量。比如: $A_i$  的第  $i$  个行向量为  $A_{ii} = [a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}]$ ,  $B_i$  的第  $j$  个行向量为  $B_{ij} = [b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}]$ ,若出现类似  $a_{i1} = b_{j1}, a_{i2} = b_{j3}, a_{i3} = b_{j2}$  的情况,直接取行向量的交集的话,则会认为  $A_{ii}$  和  $B_{ij}$  是不同的。若用循环移位的方法对行向量元素进行比较,则算法设计较麻烦,本文采用将  $A_i$  和  $B_i$  的每个行向量进行从小到大排序的方法,排序后的向量组成了新的矩阵  $A'_i$  和  $B'_i$ :

$$A'_i = \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a'_{m1} & a'_{m2} & a'_{m3} \end{bmatrix}, \quad B'_i = \begin{bmatrix} b'_{11} & b'_{12} & b'_{13} \\ b'_{21} & b'_{22} & b'_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b'_{n1} & b'_{n2} & b'_{n3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中:对  $A'_i$  的任一行向量  $A'_{ii}$  有  $a'_{i1} < a'_{i2} < a'_{i3}$ ,对  $B'_i$  的任一行向量  $B'_{ij}$  有  $b'_{j1} < b'_{j2} < b'_{j3}$ ,对  $A'_i$  和  $B'_i$  取行向量的交集,可以简捷有效的得到两图像特征点 DT 剖分的一致结构。考虑到 DT 剖分和取一致结构都是对两图的所有特征点进行处理,另外 DT 剖分后的三角形之间还有公共边的关联性,因此本文算法是一种基于全局信息的稳健性匹配算法。

### 3 实验

为验证本文算法的有效性,使用华盛顿大学的 Ground truth 图像库和美国南加州大学的 USI-SIPI 图像库中的图像进行实验,一组航空图像的匹配结果如图 1 所示。

在处理器为 Pentium 双核 2.00GHz,内存为 1.99GB 的配置的电脑上,运行软件是 MATLAB R2010a 的实验条件下得到实验数据如表 1、图 1 和图 2 所示。本文将 SURF、RANSAC 法和本文算法从所用时间和错误匹配点剔除两个方面进行对比。

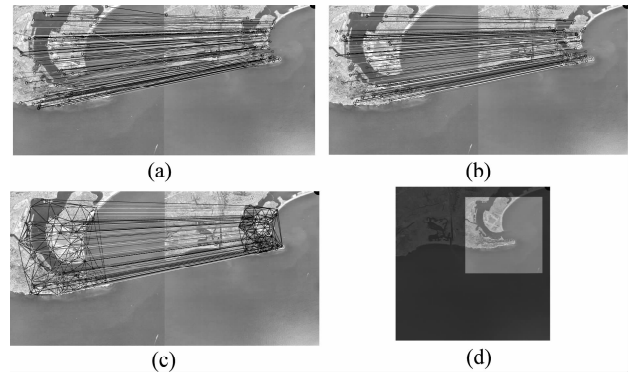


图 1 几种算法的匹配效果

(a) ~ (c) 分别采用 SURF、RANSAC 和 DT 剖分法, (d) 是用 DT 剖分法配准后的图像

Fig. 1 Matching results of three algorithms.

(a) ~ (c) Matching results using SURF, RANSAC and respectively. (d) Image after registration

表 1 三种算法的实验数据

Tab. 1 Experimental data of three algorithms

所用图片	算法	正确匹配点	存在/剔除错误点	用时(s)
Aerials	SURF	176	4/0	20.61
	RANSAC	165	0/15	120.20
	DT 剖分	152	0/28	22.67
Cambridge	SURF	35	3/0	20.73
	RANSAC	20	0/15	100.43
	DT 剖分	32	0/3	22.30
Greenland	SURF	64	6/0	13.57
	RANSAC	45	0/25	70.03
	DT 剖分	51	0/19	14.69

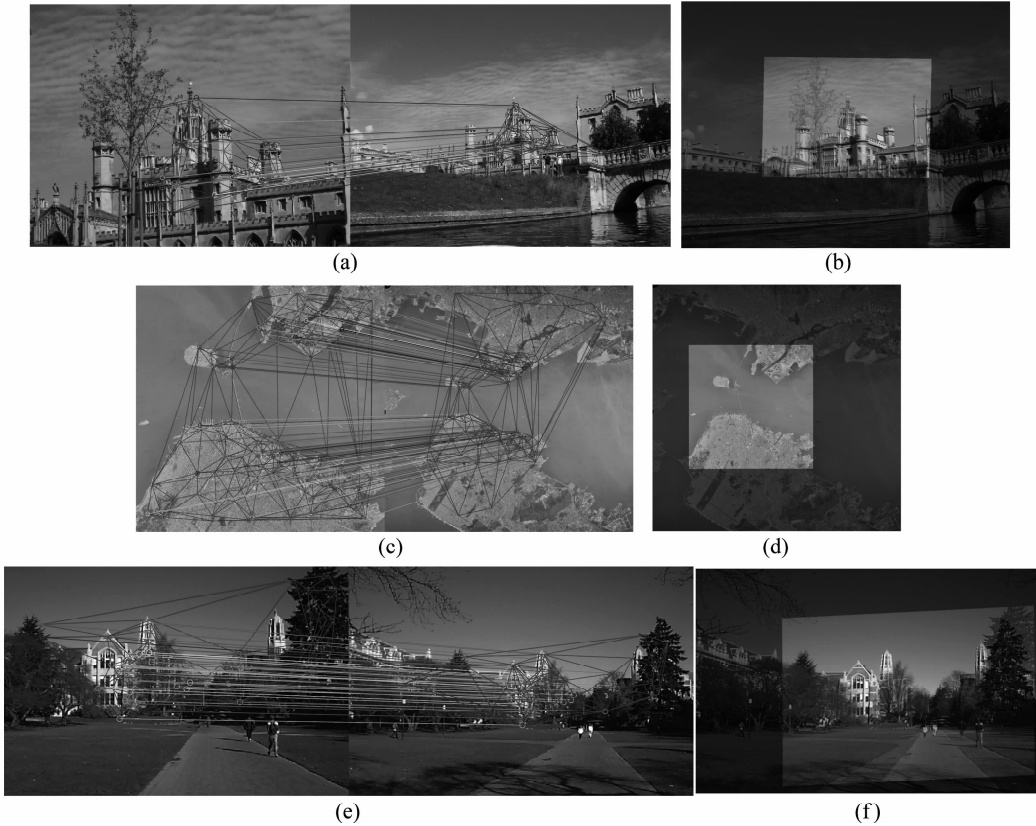


图 2 几组采用 DT 剖分法匹配及配准后的图像

Fig. 2 Several groups of images after matching and registration using DT method

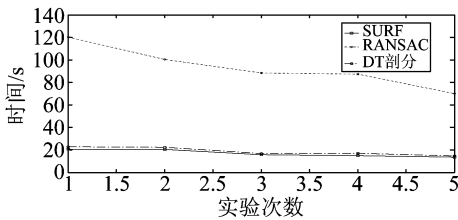


图 3 三种算法计算时间

Fig. 3 Computation time of three algorithms

从图 2 中可以看出,采用 DT 剖分进行匹配和配准的效果较好,基本没有误配,配准精度较高。对实验结果有如下分析:

1、在计算时间方面,从表 1 和图 3 来看, RANSAC 最慢,计算时间是其他两种算法的 4 倍以上, SURF 最快、本文算法计算时间比 SURF 稍有增加。RANSAC 法把可能的正确匹配点分为内点 (Inlier) 和外点 (Outlier), 利用所有的内点来估计目标函数的参数,要求得最优解需要不断地迭代

和反复测试,因此计算量较大,耗时较多。本文算法对参考图和感知图中的 SURF 特征点进行 DT 剖分,再对剖分后的两个三角网进行对比并找出具有一致性的结构进而得到可靠性更强的正确匹配点,增加的计算量不大,耗时比 SURF 略有增加。

2、从匹配的可靠性来看, SURF 往往出现错误匹配点,直接用来进行配准会出现较大的误差。图 1(a) 中 SURF 匹配出现 4 组误配, (b) 和 (c) 分别采用 RANSAC 和 DT 剖分,都完全剔除了误配,但采用 DT 剖分的时间大幅降低,用时只有 RANSAC 法的六分之一左右。RANSAC 法和本文算法都能较好地剔除错误匹配点。RANSAC 法和 DT 剖分都是基于特征点的全局信息来求得正确匹配点, RANSAC 法是对特征点进行迭代求解目标函数的参数,本文算法是通过 DT 剖分建立特征点之间关联,增强匹配的可靠性。

## 4 结束语

当图像有模糊、畸变和重复结构的情况下,容易发生误匹配,RANSAC法是一种稳健的参数估计方法,可以有效地抑制错误匹配,增强匹配的可靠性,但该方法反复迭代,计算量大,计算用时较多。本文给出一种基于DT剖分的图像匹配算法,该算法在原有特征点匹配的基础之上,对可能的正确匹配点进行DT剖分,并对三角网进行对比找出一致的结构,进而找到正确匹配点。本文对SURF、RANSAC和DT剖分三种算法进行了对比实验,结果表明RANSAC和DT剖分方法都可以较好地抑制错误匹配点,但相对RANSAC法,本文方法计算时间大幅缩短。

### 参考文献

- [1] 刘建军,夏胜平,郁文贤. 基于SIFT特征的两阶段procrustes迭代匹配算法[J]. 信号处理, 2010, 26(6): 854-858.  
LIU J. J., XIA S. P., YU W. X. A Two Stage Iterative Procrustes Matching Algorithm Based on SIFT Feature[J]. Signal Processing, 2010, 26(6): 854-858. (in Chinese)
- [2] 孙仲康,沈振康. 数字图像处理及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社,1986:233-235;307-309.  
SUN Z. k., SHEN Z. k. Digital Image Processing and Its Applications [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1986:233-235;307-309. (in Chinese)
- [3] 贺柏根,朱明. 改进的抗全仿射尺度不变特征变换图像匹配算法[J]. 光学精密工程, 2011, 19(10): 2472-2477.  
HE B. G., ZHU M. Improved fully affine invariant SIFT-based image matching algorithm[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(10): 2472-2477. (in Chinese)
- [4] 邱建国,张建国,李凯. 基于Harris与Sift算法的图像匹配方法[J]. 测试技术学报,2009,23(3):271-274.  
QIU J. G., ZHANG J. G., LI K. An Images Matching Method Base on Harris and Sift Algorithm[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2009, 23(3): 271-274. (in Chinese)
- [5] 李壮,雷志辉,于起峰. 基于梯度径向夹角直方图的异源图像匹配[J]. 测绘学报,2011,40(3):318-325.  
LI Z., LEI Z. H., YU Q. F. Matching Multi sensor Images Based on Gradient Radius Angle Pyramid Histogram [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2011, 40(3): 318-325. (in Chinese)
- [6] WU L. Z., NIU Y. F. et al. Robust Feature Point Matching Based on Local Feature Groups(LFGs) and Relative Spatial Configuration[J]. Journal of Computational Information Systems 2011, 9(7): 3235-3244.
- [7] M. Fischler, R. Bolles. Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography [J]. Graphics and Image Processing, June, 1981, 24(6):381-395.
- [8] 张东兴,祝明波等. 基于相似三角形的SIFT错误匹配点剔除算法研究[J]. 计算机工程与科学,2012,34(4):66-70.  
ZHANG D. X., ZHU M. B. et al. Research on wrong match pairs elimination based on similar triangles in the SIFT algorithm [J]. Computer engineering & science, 2012, 34(4):66-70. (in Chinese)
- [9] 邓峰森,王炳锡. 基于特征点的抗几何失真数字图像水印[J]. 信号处理,2005,21(1):12-16.  
DENG F. S., WANG B. X. Robust Digital Image Watermarking Using Feature Point Against Geometrical Attacks [J]. Signal Processing, 2005, 21(1): 12-16. (in Chinese)
- [10] 张辉,王建国. 基于目标检测的SAR图像匹配算法[J]. 电子与信息学报,2008,30(12):2818-2821.  
ZHANG H., WANG J. G. A SAR Image Matching Algorithm Based on Target Detection[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(12): 2818-2821. (in Chinese)
- [11] Miles R E. Solution to Problem 67215(Probability Distribution of a Network of Triangles). S IAM,1969(11): 399-402.
- [12] Sibson R. Locally Equiangular Triangulations. Computer Journal, 1978, 21(3): 243-245.
- [13] Lingas A. The Greedy and Delaunay Triangulations are not Bad in the Average Case. Information Processing Letters

ters, 1986(22): 25-31.

[14] Tsai V J D. Delaunay Triangulations in TIN Creation: an Overview and a Linear-time Algorithm. *Int. J. of GIS*, 1993, 7(6): 501-524.

[15] 李贛华, 周东祥等. 基于 Dlaunay 三角化的有效角点匹配算法[J]. *信号处理*, 2007, 23(5): 695-698.

Li G. H., ZHOU D. X. et al. Effective coner matching based on Delaunay triangulation[J]. *SIGNAL PROCESSING*, 2007, 23(5): 695-698. (in Chinese)

[16] Tuceryan M., Chorzempa T.. Relative sensitivity of a family of closest point graphs in computer vision application. *Pattern Recognition*, 1991, (25): 361-373.

[17] 李志林, 朱庆. 数字高程模型[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2000.

LI Z. L., ZHU Q., digital elevation model[M]. Wuhan: Wuhan University of Science and Technology of Surveying and Mapping Press, 2000. (in Chinese)

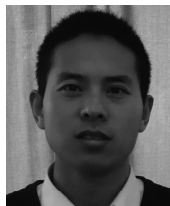
[18] 马小虎. 一种基于图的平面点集 Delaunay 三角剖分算法[J]. *中国图象图形学报*, 1997, 2(1), 7-10.

MA X. H.. A Graph-Based Algorithm for Generating the Delaunay Triangulation of a Planar Point Set[J]. *Journal of Image and Graphics*, 1997, 2(1), 7-10. (in Chinese)

[19] Bay, H., Tuetelaars, T., van Gool, L.: SURF: Speeded up robust features. In: *Proc. European Conf. Com-*

*puter Vision* (2006). Also in *Comput. Vis. Image Underst.* 110, 346-359(2006).

### 作者简介



**张东兴** 男, 1981 年生, 山东菏泽人, 博士生, 研究方向为 SAR 成像技术和 SAR 图像处理。

E-mail: zdxciuhua@sina.cn



**祝明波** 男, 1971 年生, 山东青州人, 博士(国防科学技术大学), 副教授, 研究方向为 SAR 成像制导技术。

E-mail: 15314486867@126.com



**李相平** 男, 1963 年生, 山东邹平人, 硕士(海军航空工程学院), 教授, 博导, 研究方向为精确制导技术。

E-mail: lxp401@163.com



**张 力** 男, 1971 年生, 吉林松原人, 硕士(海军航空工程学院), 副教授, 研究方向为精确制导技术。

E-mail: erliww@163.com