

文章编号: 1001-0920(2013)08-1207-07

不确定飞行控制系统中断故障检测与分离

王 恒¹, 居鹤华¹, 王玉龙²

(1. 北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100124;
2. 江苏科技大学 电子信息学院, 江苏 镇江 212003)

摘 要: 研究不确定飞行控制系统执行器中断故障检测与分离问题, 同时设计了状态反馈控制器和检测器, 在保证闭环控制系统稳定的前提下, 通过设计的检测器对系统状态进行重组以产生残差进而检测执行器的中断故障. 此外, 通过设计一组分离器, 可以确定出执行器发生故障的位置. 最后, 通过研究一个飞行控制系统模型验证了所提出方法的有效性.

关键词: 执行器中断故障; 故障检测与分离; 线性矩阵不等式; 飞行控制系统
中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Actuator outage fault detection and isolation for uncertain flight control systems

WANG Heng¹, JU He-hua¹, WANG Yu-long²

(1. College of Electronic Information and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. School of Electronics and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China. Correspondent: WANG Heng, E-mail: wangheng19801980@126.com)

Abstract: This paper studies the fault detection and isolation problem for uncertain flight control systems with actuator outage faults, which has not been well investigated in the literature. A state feedback controller and a detection weighting matrix are designed simultaneously, through which the closed-loop system is stabilized for both fault-free and actuator outage cases, and the actuator outage faults can be detected through the residual signal generated by recombining system states with the detection weighting matrix. Additionally, a set of isolation weighting matrices are designed to identify the locations of the actuators that are of outage. A VTOL aircraft model is given to illustrate the effectiveness of the proposed methods.

Key words: actuator outage faults; fault detection and isolation; linear matrix inequalities; flight control systems

0 引 言

近年来, 故障检测和容错技术在飞行控制系统中得到了广泛应用, 如文献 [1] 和 [2] 分别给出了故障检测、分离及估计方法并应用于飞行控制系统; 文献 [3] 给出了基于故障诊断的容错控制方法并应用于飞行控制系统. 执行器是飞行控制系统非常重要的元器件, 因为它在飞行控制方面起着关键性的作用, 执行器故障的及时检测与分离可提高飞行控制系统的安全性, 在故障检测领域已有很多相关研究成果, 如基于观测器方法^[4-8]、奇异关系法^[9]、参数估计法^[10]、特征结构配置法^[11]等.

对于飞行控制系统而言, 飞行动力学系统的物理参数等往往存在不确定性. 这些不确定性会对残

差产生影响, 从而导致误报警, 致使故障检测效果变差. 已有的针对不确定系统的故障检测成果有: 文献 [12-13] 将残差输出设计成对范数有界型不确定性不敏感, 从而提高了故障检测效果; 文献 [14-15] 考虑了凸多胞不确定性对故障检测与分离效果的影响, 通过满足线性矩阵不等式条件设计了故障检测分离器.

本文重点考虑中断型故障的检测与分离方法, 通过满足稳态性能指标, 同时设计状态反馈控制器和检测器, 这种在系统有无故障时都能镇定系统的控制器称为可靠控制器^[16-17]. 另外, 通过重组系统状态可以得知残差输出检测故障是否发生. 设计一组故障分离器, 可同时得到一组残差输出, 每个残差对应一个执行器, 通过比较各个残差输出与相应阈值之间的关系,

收稿日期: 2012-04-23; 修回日期: 2012-10-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61004061, 61210306067, 60975065, 61004025, 61210306066).

作者简介: 王恒(1980—), 男, 讲师, 博士, 从事故障诊断、鲁棒控制的研究; 居鹤华(1969—), 男, 教授, 从事机器人控制与规划等研究.

可以确定出故障发生的位置,从而达到故障分离的目的.借助于广义KYP引理^[18],设计问题可以转化成解线性矩阵不等式问题.仿真结果验证了本文提出方法的有效性.

1 故障模型

考虑如下线性离散不确定系统模型:

$$x(t+1) = A(\alpha)x(t) + B(\alpha)u(t). \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 是系统状态, $u(t) \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入, $A(\alpha)$ 、 $B(\alpha)$ 是系统矩阵. 本文假定系统状态可测, 不确定参数 α 属于集合 Θ , 即

$$\Theta := \left\{ (\alpha_1, \dots, \alpha_s) : \sum_{l=1}^s \alpha_l = 1, \alpha_l \geq 0 \right\}.$$

矩阵 $A(\alpha)$ 和 $B(\alpha)$ 线性依赖于 α , 即

$$A(\alpha) = \sum_{l=1}^s \alpha_l A_l, \quad B(\alpha) = \sum_{l=1}^s \alpha_l B_l,$$

其中 A_l 和 B_l ($l = 1, 2, \dots, s$) 是多胞型矩阵顶点且已知.

控制输入 $u(t)$ 定义为

$$u(t) = r_0 - Kx(t). \quad (2)$$

其中: r_0 是非零有界参考输入, $\underline{r}_{0k} \leq r_{0k} \leq \bar{r}_{0k}$, r_{0k} 是 r_0 的第 k 个元素且满足 $1 \leq k \leq m$, $x(t)$ 是状态向量, $u(t)$ 是控制输入, K 是待确定的反馈增益. 从而得到闭环控制系统如图 1 所示.

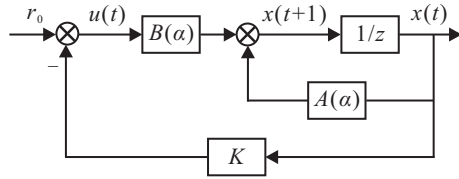


图 1 不确定伺服控制系统结构图

首先考虑中断故障模型. 令 $u_F(t)$ 表示控制器发生故障时的控制输入, 执行器故障模型建模如下:

$$u_F(t) = F_i u(t), \quad i = 0, 1, \dots, q, q \leq 2^m - 2, \quad (3)$$

其中 F_i ($i = 0, 1, \dots, q, q \leq 2^m - 2$) 满足

$$F_i \in \Omega := \{ F_i = \text{diag}[F_{i_1} \quad F_{i_2} \quad \dots \quad F_{i_m}], \\ F_{i_k} = 0 \text{ or } 1, k = 1, 2, \dots, m \}. \quad (4)$$

很明显, 当 $F_{i_k} = 0$ ($1 \leq k \leq m$) 时, 故障模型 (3) 对应的第 k 个执行器发生了中断故障; $F_{i_k} = 1$ 表示第 k 个执行器正常. 不失一般性, 假定 $F_0 = I$, 即 $i = 0$ 表示所有执行器均无故障的情况, $u_F(t) = u(t)$.

注 1 需要指出的是, 在式 (3) 中 $q \leq 2^m - 2$, 同一时刻, 至少有一个执行器是正常的. 在文献 [1-3] 中, 执行器故障都被建模成一个非零函数加到系统输入通道中, 这些故障模型非常经典, 能够描述一大类故障. 然而, 这种建模方法不能很好地描述本文考虑的

执行器中断故障.

2 故障检测器与分离器设计

为了检测并分离故障, 本文设计了 $m+1$ 个加权矩阵, m 是输出变量的维数, 其中 1 个加权矩阵用来生成检测残差, 另外 m 个加权矩阵用来产生分离残差信号.

2.1 故障检测方案

2.1.1 问题描述

考虑图 1 所示的线性控制系统模型, 结合式 (1)~(3), 闭环系统状态方程可以表示为

$$x(t+1) = \bar{A}_{F_i}(\alpha)x(t) + B(\alpha)F_i r_0. \quad (5)$$

其中: $\bar{A}_{F_i}(\alpha) = A(\alpha) - B(\alpha)F_i K$, $i = 0, 1, \dots, q$, $q \leq 2^m - 2$.

对式 (5) 作 z 变换, 可得

$$x(z) = (zI - \bar{A}_{F_i}(\alpha))^{-1} \frac{z}{z-1} B(\alpha)F_i r_0.$$

应用终值定理, 可得状态稳定值如下:

$$x(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)(zI - \bar{A}_{F_i}(\alpha))^{-1} \frac{z}{z-1} B(\alpha)F_i r_0 = (I - \bar{A}_{F_i}(\alpha))^{-1} B(\alpha)F_i r_0.$$

通过设计加权矩阵 $V \in \mathbf{R}^n$, 可得残差信号

$$r(t) = Vx(t), \quad (6)$$

残差的稳态输出 $r(\infty)$ 为

$$|r(\infty)| = |Vx(\infty)| = |V(I - \bar{A}_{F_i}(\alpha))^{-1} B(\alpha)F_i r_0|, \quad (7)$$

其中 $|r(\infty)|$ 表示 $r(\infty)$ 的绝对值.

令 $G_{rF_i}(e^{j\theta}) = V(I - \bar{A}_{F_i}(\alpha))^{-1} B(\alpha)F_i r_0$, 可见, $G_{rF_i}(e^{j\theta})$ 表示了式 (5) 的传递函数矩阵, 此时频率为零, 即

$$G_{rF_i}(e^{j\theta}) = V(e^{j\theta}I - \bar{A}_{F_i}(\alpha))^{-1} B(\alpha)F_i r_0, \quad \theta = 0. \quad (8)$$

特别地, $i = 0$ 表示执行器没有故障的情况, 即

$$G_{rF_0}(e^{j\theta}) = V(e^{j\theta}I - \bar{A}_{F_0}(\alpha))^{-1} B(\alpha)r_0, \quad (9)$$

其中 $\bar{A}_{F_0}(\alpha) = A(\alpha) - B(\alpha)K$.

为检测执行器中断故障, 需满足

$$|r(\infty)|_{\text{normal}} \ll |r_i(\infty)|_{\text{faulty}}, \quad i = 1, 2, \dots, q. \quad (10)$$

其中: $|r(\infty)|_{\text{normal}}$ 表示无故障情况下的残差稳态输出, $|r_i(\infty)|_{\text{faulty}}$ 表示第 i 个故障模态下的残差稳态输出.

为了满足式 (10), 需要满足下面性能指标:

$$\sigma_{\max}(G_{rF_0}(e^{j\theta})) < \beta, \quad \theta = 0; \quad (11)$$

$$\sigma_{\min}(G_{rF_i}(e^{j\theta})) > \beta_f, \quad \theta = 0, \quad i = 1, 2, \dots, q. \quad (12)$$

其中 $G_{rF_i}(e^{j\theta})$ 和 $G_{rF_0}(e^{j\theta})$ 在式 (8) 和 (9) 中定义.

结合式 (5) 和 (6), 可得如下状态空间方程:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \bar{A}_{F_i}(\alpha)x(t) + B(\alpha)F_i r_0, \\ r(t) &= Vx(t), \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\bar{A}_{F_i}(\alpha) = A(\alpha) - B(\alpha)F_i K$.

本文的故障检测问题可以描述如下:

考虑闭环系统 (13), 同时设计状态反馈控制器 K 和加权矩阵 V , 使得闭环系统 (13) 对于 $i = 0, 1, \dots, q$, $q \leq 2^m - 2$ 情况下均稳定, 在执行器中断故障发生时给出报警. 具体地, 需要同时设计 K 和 V 使得闭环系统 (13) 稳定且满足式 (11) 和 (12).

注 2 条件 (11) 的作用是无故障时, 用来极小化残差输出幅值; 条件 (12) 的作用是无故障时, 用来极大化残差的输出, 从而可以通过观察残差输出的幅值大小与阈值之间的关系确定有无故障发生.

2.1.2 预备知识

下面给出后面需要用到的广义 KYP 引理^[18]和 Finsler 引理.

引理 1 (广义 KYP 引理) 给定系统矩阵 (A, B, C, D) 和对称矩阵 Π , 下面两个条件等价:

1) 有限频不等式

$$[G(e^{j\theta}) \ I] \Pi \begin{bmatrix} G(e^{j\theta})^T \\ I \end{bmatrix} < 0, \forall |\theta| \leq \vartheta, \quad (14)$$

其中 $G(e^{j\theta}) = C(e^{j\theta}I - A)^{-1}B + D$;

2) 存在矩阵变量 P 和 Q , 满足 $Q > 0$ 和

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} A & I \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -P & Q \\ Q & P - 2 \cos \vartheta Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & I \\ C & 0 \end{bmatrix}^T + \\ &\begin{bmatrix} B & 0 \\ D & I \end{bmatrix} \Pi \begin{bmatrix} B & 0 \\ D & I \end{bmatrix}^T < 0. \end{aligned} \quad (15)$$

引理 2 (Finsler 引理) 令 $Q \in \mathbf{R}^n$ 且 $U \in \mathbf{R}^{n \times m}$, U^\perp 是任意矩阵且满足 $U^\perp U = 0$. 下面两个条件等价:

1) $U^\perp Q U^{\perp T} < 0$;

2) $\exists Y \in \mathbf{R}^{m \times n} : Q + UY + Y^T U^T < 0$.

2.1.3 线性矩阵不等式条件

考虑无故障模型 (13), 下面的定理 1 将给出条件 (11) 的充分条件.

定理 1 考虑无故障时的系统模型 (13), 即 $i = 0$, 矩阵 $\bar{A}_{r_{F_0}}(\alpha) \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B(\alpha) \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $r_0 \in \mathbf{R}^{m \times 1}$, $V \in \mathbf{R}^{1 \times n}$, 对称矩阵 $\Pi_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\beta^2 \end{bmatrix}$ 给定. 则不等式条件

$$\sigma_{\max}(G_{r_{F_0}}(e^{j\theta})) < \beta, \theta = 0 \quad (16)$$

成立的充分条件是存在 Hermitian 矩阵 P_{1l} 和 Q_{1l} , 满

足 $Q_{1l} > 0, r_0 \in \{r_0, \bar{r}_0\}$ 以及

$$\begin{bmatrix} -P_{1l} & -H_1^T & \Phi_{1l} & 0 \\ * & 1 - H_2 - H_2^T & \Phi_{2l} & -H_4 \\ * & * & \Phi_{3l} & B_l r_0 H_4 + L^T \\ * & * & * & -\beta^2 \end{bmatrix} < 0. \quad (17)$$

其中: $l = 1, 2, \dots, s$, 且

$$\Phi_{1l} = Q_{1l} - X + (B_l r_0 H_1)^T,$$

$$\Phi_{2l} = -H_3 + (B_l r_0 H_2)^T,$$

$$\Phi_{3l} = P_{1l} - 2Q_{1l} + A_l X + B_l r_0 H_3 -$$

$$B_l Y + (A_l X + B_l r_0 H_3 - B_l Y)^T,$$

变量 $Y = KX, L = VX$, 矩阵 $H_1 \sim H_4$ 的维数分别为 $1 \times n, 1 \times 1, 1 \times n, 1 \times 1$.

证明 考虑无故障时的系统模型 (13), $i = 0$, 给定 $\Pi_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\beta^2 \end{bmatrix}$. 令 $\vartheta = 0$, 应用引理 1, 可知条件 (14) 成为

$$G_{r_{F_0}}(e^{j\theta})G_{r_{F_0}}(e^{j\theta})^T < \beta^2, \forall \theta = 0, \quad (18)$$

且等价于 (16). 因此, 可知条件 (16) 等价于

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \bar{A}_{r_{F_0}}(\alpha) & I \\ V & 0 \end{bmatrix} \Xi_1(\alpha) \begin{bmatrix} \bar{A}_{r_{F_0}}(\alpha) & I \\ V & 0 \end{bmatrix}^T + \\ &\begin{bmatrix} B(\alpha)F_i r_0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \Pi_1 \begin{bmatrix} B(\alpha)F_i r_0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T < 0, \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$\Xi_1(\alpha) = \begin{bmatrix} -P_1(\alpha) & Q_1(\alpha) \\ Q_1(\alpha) & P_1(\alpha) - 2Q_1(\alpha) \end{bmatrix}.$$

注意到式 (19) 可以写成

$$[\mathcal{M}_1(\alpha) \ I] T \begin{bmatrix} \Xi_1(\alpha) & 0 \\ 0 & \Pi_1 \end{bmatrix} T^T [\mathcal{M}_1(\alpha) \ I]^T < 0, \quad (20)$$

其中 $\mathcal{M}_1(\alpha) = \begin{bmatrix} \bar{A}_{r_{F_0}}(\alpha) & B(\alpha)F_i r_0 \\ V & 0 \end{bmatrix}$, 且 T 是置换矩阵, 使得

$$[N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] T = [N_1 \ N_3 \ N_2 \ N_4]. \quad (21)$$

应用引理 2, 可知式 (20) 等价于

$$T \begin{bmatrix} \Xi_1(\alpha) & 0 \\ 0 & \Pi_1 \end{bmatrix} T^T + \text{He} \left(\begin{bmatrix} -I \\ \mathcal{M}_1(\alpha) \end{bmatrix} \mathcal{X} \right) < 0, \quad (22)$$

其中 \mathcal{X} 是适维矩阵.

令 $\mathcal{C} = [I \ 0]$, $\mathcal{M}_1(\alpha)$ 可表示为

$$\mathcal{M}_1(\alpha) = \mathcal{A}(\alpha) + \mathcal{B}(\alpha)K\mathcal{C} =$$

$$\begin{bmatrix} A(\alpha) & B(\alpha)F_i r_0 \\ V & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B(\alpha)F_i \\ 0 \end{bmatrix} K [I \ 0]. \quad (23)$$

取 $\mathcal{X} = \mathcal{C}^\dagger X R_1 + (I - \mathcal{C}^\dagger \mathcal{C})H$. 其中: $\det(X) \neq 0, X \in \mathbf{R}^{n \times n}, H \in \mathbf{R}^{1 \times (n+2)}$. 则式 (22) 变成

$$T \begin{bmatrix} \Xi_1(\alpha) & 0 \\ 0 & \Pi_1 \end{bmatrix} T^T + \text{He} \begin{bmatrix} -\mathcal{X} \\ \mathcal{A}(\alpha)\mathcal{X} + \mathcal{B}(\alpha)YR_1 \end{bmatrix} < 0, \quad (24)$$

其中 $Y = KX$.

因为 $\mathcal{C} = [I \ 0]$, $\mathcal{C}^\dagger = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$, 可得

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} XR_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} H.$$

取 $H = \begin{bmatrix} H' \\ H'' \end{bmatrix}$, 可得 $\mathcal{X} = \begin{bmatrix} XR_1 \\ H'' \end{bmatrix}$. 则式 (24) 变成

$$T \begin{bmatrix} \Xi_1(\alpha) & 0 \\ 0 & \Pi_1 \end{bmatrix} T^T + \text{He} \left(\mathcal{L} \begin{bmatrix} XR_1 \\ H'' \\ YR_1 \end{bmatrix} \right) < 0, \quad (25)$$

其中

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} -I & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ A(\alpha) & B(\alpha)r_0 & -B(\alpha) \\ V & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

取 $R_1 = [0 \ 0 \ I \ 0]$, 令 $H'' := [H_1 \ H_2 \ H_3 \ H_4] \in \mathbf{R}^{1 \times (n+2)}$, 经过一些矩阵变化, 式 (25) 变成

$$\begin{bmatrix} -P_1(\alpha) & -H_1^T & Q_1(\alpha) - X + (B(\alpha)r_0H_1)^T \\ * & 1 - H_2 - H_2^T & -H_3 + (B(\alpha)r_0H_2)^T \\ * & * & \Phi(\alpha) \\ * & * & * \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -H_4 \\ B(\alpha)r_0H_4 + L^T \\ -\beta^2 \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha) &= P_1(\alpha) - 2Q_1(\alpha) + A(\alpha)X + \\ & B(\alpha)r_0H_3 - B(\alpha)Y + \\ & (A(\alpha)X + B(\alpha)r_0H_3 - B(\alpha)Y)^T. \end{aligned}$$

因为不等式 (17) 线性依赖于 A_l 、 B_l 、 P_{1l} 、 Q_{1l} , 用 α_l 乘以式 (17) 中的每个不等式, 并从 $l = 1, 2, \dots, s$ 求和可得式 (26), 其中

$$P_1(\alpha) = \sum_{l=1}^s \alpha_l P_{1l}, \quad Q_1(\alpha) = \sum_{l=1}^s \alpha_l Q_{1l},$$

因此, 式 (17) 是 (26) 的充分条件.

另外, 因为不等式 (17) 线性依赖于 r_0 , 可以仅考虑 r_0 的上下界, 可知当 $l = 1, 2, \dots, s$, $r_0 \in \{\underline{r}_0, \bar{r}_0\}$ 时, 条件 (16) 成立的充分条件是 (17) 成立. \square

考虑闭环系统模型 (13), $i = 1, 2, \dots, q$, 下面的推论将给出性能指标 (12) 的充分条件.

推论 1 考虑系统 (13) 的第 i 个故障模式, 取实

矩阵 $\bar{A}_{rF_i}(\alpha) \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B(\alpha) \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $r_0 \in \mathbf{R}^{m \times 1}$, $V \in \mathbf{R}^{1 \times n}$, 对称矩阵 $\Pi_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \beta_f^2 \end{bmatrix}$. 不等式条件

$$\sigma_{\min}(G_{rF_i}(e^{j\theta})) > \beta_f, \quad \theta = 0, \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (27)$$

成立的充分条件是存在 Hermitian 矩阵 P_{2l} 和 Q_{2l} , 满足 $Q_{2l} > 0$, $r_0 \in \{\underline{r}_0, \bar{r}_0\}$ 且

$$\begin{bmatrix} -P_{2l} - X - X^T & -H_{a_i}^T \\ * & -1 - H_{b_i} - H_{b_i}^T \\ * & * \\ * & * \\ \Psi_{1l} & X\varphi + L^T \\ \Psi_{2l} & -H_{d_i} \\ \Psi_{3l} & \Psi_{4l} \\ * & \beta_f^2 - L\varphi - (L\varphi)^T \end{bmatrix} < 0. \quad (28)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, q$, $l = 1, 2, \dots, s$, $Y = KX$, $L = VX$, 且

$$\Psi_{1l} = Q_{2l} - X + (A_l X + B_l F_i r_0 H_{a_i} - B_l F_i Y)^T,$$

$$\Psi_{2l} = -H_{c_i} + (B_l F_i r_0 H_{b_i})^T,$$

$$\begin{aligned} \Psi_{3l} &= P_{2l} - 2Q_{2l} + A_l X + B_l F_i r_0 H_{c_i} - B_l F_i Y + \\ & (A_l X + B_l F_i r_0 H_{c_i} - B_l F_i Y)^T, \end{aligned}$$

$$\Psi_{4l} = -A_l X \varphi + B_l F_i r_0 H_{d_i} + B_l F_i Y \varphi + L^T,$$

H_{a_i} 、 H_{b_i} 、 H_{c_i} 、 H_{d_i} 的维数分别为 $1 \times n$, 1×1 , $1 \times n$, 1×1 , $\varphi \in \mathbf{R}^{n \times 1}$.

证明 给定 $R_2 = [I \ 0 \ I \ \varphi]$, 证明步骤类似于定理 1. \square

下面的引理将给出保证闭环系统稳定的不等式条件.

引理 3 闭环系统 (13) 在有故障和无故障情况下均稳定的充分条件是存在对称矩阵变量 P_{s_i} ($i = 0, 1, \dots, q$) 和矩阵变量 X 、 Y , 使得下面线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} P_{s_i} & A_l X - B_l F_i Y \\ * & X + X^T - P_{s_i} \end{bmatrix} > 0. \quad (29)$$

其中: $Y = KX$, $l = 1, 2, \dots, s$, $i = 0, 1, \dots, q$.

证明 由文献 [19] 的定理 3, 结论显然成立. \square

下面的定理将给出本文故障检测问题的设计条件.

定理 2 考虑开环系统 (1), 存在状态反馈控制器 K 和矩阵 V , 使得闭环系统 (13) 在有故障和无故障情况下均稳定, 且在执行器发生中断故障时可以通过观测残差 $r(t)$ 大小来检测的充分条件是存在线性矩阵不等式条件 (17), (28) 和 (29) 且同时成立.

证明 结合定理 1、推论 1 和引理 3, 结论显然成立. \square

至此, 状态反馈控制器 K 和矩阵 V 可通过下面优化问题求解:

$$\begin{aligned} & \max \beta_f; \\ & \text{s.t. 式(17), (28), (29).} \end{aligned} \quad (30)$$

2.1.4 故障检测阈值设计

本节设计故障检测阈值. 由于残差 $r(t)$ 的维数是 1×1 , 对于无故障时模型 (13), $r(t)$ 的稳态值满足

$$|r(t)| \leq \sigma_{\max}(G_{rF_0}(e^{j0})),$$

其中

$$G_{rF_0}(e^{j0}) = V(I - (A(\alpha) - B(\alpha)K))^{-1}B(\alpha)r_0,$$

且 $|r(t)|$ 表示 $r(t)$ 的绝对值. 定义阈值 r_{th} 为

$$r_{th} := \sup |r(t)| = \sigma_{\max}(G_{rF_0}(e^{j0})), \quad (31)$$

故障的发生可由下面逻辑关系判断:

$$\begin{cases} |r(t)|_{\text{steady}} \leq r_{th}, \text{ Normal;} \\ |r(t)|_{\text{steady}} > r_{th}, \text{ Faulty.} \end{cases} \quad (32)$$

其中 $|r(t)|_{\text{steady}}$ 表示残差输出稳态值.

2.2 故障分离方案

在检测出执行器发生中断时, 另外一个任务是确定出故障位置, 下面给出故障分离方案. 设计 m 个加权矩阵 V_k 和 m 个状态反馈控制器 K_k , $k = 1, 2, \dots, m$, 可得残差 $r_k(t) = V_k x(t)$, $k = 1, 2, \dots, m$, 每个残差对应一个执行器.

考虑如下闭环系统:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \bar{A}_{F_i}(\alpha)x(t) + B(\alpha)F_i r_0, \\ r(t) &= V_k x(t). \end{aligned} \quad (33)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, q$, $\bar{A}_{F_i}(\alpha) = A(\alpha) - B(\alpha)F_i K_k$.

为便于描述故障分离问题, 需要给出下面假设.

假设 1 假设在所有 q 个故障模态 ($i = 1, 2, \dots, q$) 中, 对于模态 $i = k_1, k_2, \dots, k_\ell$, 第 k 个执行器没有发生故障; 否则, 第 k 个执行器发生中断故障.

为了确定第 k 个分离矩阵 V_k 和相应的控制器 K_k , 需要同时满足如下条件:

$$\sigma_{\max}(G_{r_k F_i}(e^{j\theta})) < \gamma_1, \theta = 0, i = 0, k_1, \dots, k_\ell; \quad (34)$$

$$\sigma_{\min}(G_{r_k F_i}(e^{j\theta})) > \gamma_2, \theta = 0, i \neq 0, k_1, \dots, k_\ell. \quad (35)$$

其中

$$\begin{aligned} & G_{r_k F_0}(e^{j\theta}) = \\ & V_k(e^{j\theta}I - (A(\alpha) - B(\alpha)K_k))^{-1}B(\alpha)r_0, \\ & G_{r_k F_i}(e^{j\theta}) = \\ & V_k(e^{j\theta}I - (A(\alpha) - B(\alpha)F_i K_k))^{-1}B(\alpha)F_i r_0. \end{aligned}$$

注 3 条件 (34) 保证在第 k 个执行器无故障发

生时, 极小化第 k 个残差输出幅值; 条件 (35) 保证在第 k 个执行器发生中断故障时, 极大化第 k 个残差输出幅值.

下面的定理 3 将给出性能指标 (34) 和 (35) 的线性矩阵不等式条件.

定理 3 考虑闭环系统模型 (33), 下面条件:

$$\sigma_{\max}(G_{r_k F_i}(e^{j\theta})) < \gamma_1, \theta = 0, i = 0, k_1, \dots, k_\ell; \quad (36)$$

$$\sigma_{\min}(G_{r_k F_i}(e^{j\theta})) > \gamma_2, \theta = 0, i \neq 0, k_1, \dots, k_\ell \quad (37)$$

成立的充分条件是存在 Hermitian 矩阵 P_{3_l} 、 P_{4_l} 、 Q_{3_l} 和 Q_{4_l} , 使得 $Q_{3_l} > 0$, $Q_{4_l} > 0$, $r_0 \in \{r_0, \bar{r}_0\}$ 以及

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -P_{3_l} & -H_{1_i}^T & Q_{3_l} - X_k + (B_l F_i r_0 H_{1_i})^T \\ * & 1 - H_{2_i} - H_{2_i}^T & -H_{3_i} + (B_l F_i r_0 H_{2_i})^T \\ * & * & \Phi_l \\ * & * & * \end{bmatrix} \rightarrow \\ & \left. \begin{matrix} 0 \\ -H_{4_i} \\ B_l F_i r_0 H_{4_i} + L_k^T \\ -\gamma_1^2 \end{matrix} \right\} < 0, \\ & i = 0, k_1, \dots, k_\ell, l = 1, 2, \dots, s; \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -P_{4_l} - X_k - X_k^T & -H_{a_i}^T \\ * & -1 - H_{b_i} - H_{b_i}^T \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix} \rightarrow \\ & \left. \begin{matrix} \Psi_{1_l} & X_k \varphi + L_k^T \\ \Psi_{2_l} & -H_{d_i} \\ \Psi_{3_l} & \Psi_{4_l} \\ * & \gamma_2^2 - L_k \varphi - (L_k \varphi)^T \end{matrix} \right\} < 0, \\ & i \neq 0, k_1, \dots, k_\ell, l = 1, 2, \dots, s. \end{aligned} \quad (39)$$

其中

$$\begin{aligned} & Y_k = K_k X_k, L_k = V_k X_k, \\ & \Phi_l = P_{3_l} - 2Q_{3_l} + A_l X_k + B_l F_i r_0 H_{3_i} - \\ & \quad B_l F_i Y_k + (A_l X_k + B_l F_i r_0 H_{3_i} - B_l F_i Y_k)^T, \\ & \Psi_{1_l} = Q_{4_l} - X_k + (A_l X_k + B_l F_i r_0 H_{a_i} - \\ & \quad B_l F_i Y_k)^T, \\ & \Psi_{2_l} = -H_{c_i} + (B_l F_i r_0 H_{b_i})^T, \\ & \Psi_{3_l} = P_{4_l} - 2Q_{4_l} + A_l X_k + B_l F_i r_0 H_{c_i} - \\ & \quad B_l F_i Y_k + (A_l X_k + B_l F_i r_0 H_{c_i} - B_l F_i Y_k)^T, \\ & \Psi_{4_l} = -A_l X_k \varphi + B_l F_i r_0 H_{d_i} + B_l F_i Y_k \varphi + L_k^T. \end{aligned}$$

矩阵变量 $H_{1_i}(H_{a_i})$, $H_{2_i}(H_{b_i})$, $H_{3_i}(H_{c_i})$, $H_{4_i}(H_{d_i})$ 的维数分别是 $1 \times n$, 1×1 , $1 \times n$, 1×1 , 且 $\varphi \in \mathbf{R}^{n \times 1}$.

给定 γ_1 , 求解如下优化问题:

$$\begin{aligned} \max \quad & \gamma_2; \\ \text{s.t.} \quad & \text{式(38), (39)}. \end{aligned} \quad (40)$$

可得第 k 个分离矩阵 V_k 和第 k 个控制器 K_k 分别为

$$V_k = L_k X_k^{-1}, K_k = Y_k X_k^{-1}. \quad (41)$$

显然, 所有 m 个分离矩阵 V_k 和控制器 K_k ($k = 1, 2, \dots, m$) 可由类似方法求出.

注 4 故障分离方案仅在检测出故障后触发, 此时, 通过把控制器和分离矩阵对切换至 K_k, V_k , 且从 $k = 1, 2, \dots, m$ 逐个切换, 当出现残差超过阈值时, 表示对应的执行器发生故障.

2.3 故障分离方案阈值设计

为了确定故障位置, 需要预先设计 m 个阈值 J_k , $k = 1, 2, \dots, m$. 不失一般性, 考虑第 k 个故障模式, 闭环系统可以表示为

$$\begin{aligned} x(t+1) &= (A(\alpha) - B(\alpha)F_i K_k)x(t) + \\ & \quad B(\alpha)F_i r_0, \\ r_k(t) &= V_k x(t). \end{aligned} \quad (42)$$

根据假设 1, 第 k 个执行器在 $i = k_1, k_2, \dots, k_\ell$ 时无故障. 由定理 3, $r_k(t)$ 的稳态值满足

$$|r_k(t)| \leq \max_{i=0, k_1, \dots, k_\ell} \sigma_{\max}(G_{r_k F_i}(e^{j0})),$$

其中

$$\begin{aligned} G_{r_k F_i}(e^{j0}) &= \\ & V_k (I - (A(\alpha) - B(\alpha)F_i K_k))^{-1} B(\alpha)F_i r_0. \end{aligned}$$

因此, 可定义第 k 个故障分离阈值

$$\begin{aligned} J_k &:= \max_i |r_k(t)| = \max_i \sigma_{\max}(G_{r_k F_i}(e^{j0})), \\ & \quad \forall i = 0, k_1, \dots, k_\ell. \end{aligned} \quad (43)$$

通过比较第 k 个故障分离残差 $r_k(t)$ 与第 k 个故障分离阈值 J_k 的大小, 可由下面逻辑判断第 k 个执行器是否发生中断故障:

$$\begin{cases} |r_k(t)|_{\text{steady}} \leq J_k, & \text{Normal;} \\ |r_k(t)|_{\text{steady}} > J_k, & \text{Faulty.} \end{cases} \quad (44)$$

其中 $|r_k(t)|_{\text{steady}}$ 表示第 k 个故障分离残差的稳态值.

类似于式 (44), 通过比较 m 个残差输出 r_k ($k = 1, 2, \dots, m$) 与相应的阈值 J_k ($k = 1, 2, \dots, m$) 的大小关系, 可以确定相应的执行器有无故障发生.

3 仿真例子

考虑下面的 VTOL 飞机模型^[20]. 首先采用零阶保持器法离散化该连续系统, 得到离散系统模型为

$$x(t+1) = A(\alpha)x(t) + Bu(t). \quad (45)$$

其中: 采样周期 $T_0 = 0.5$ s, $A(\alpha) = \alpha A_1 + (1 - \alpha)A_2$, 而

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 1.0179 & 0.0084 & -0.0459 & -0.2503 \\ 0.0120 & 0.5813 & -0.3898 & -1.6663 \\ 0.0466 & 0.1274 & 0.8230 & 0.4803 \\ 0.0118 & 0.0358 & 0.4433 & 1.1361 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 1.0179 & 0.0084 & -0.0459 & -0.2503 \\ 0.0120 & 0.5813 & -0.3898 & -1.6663 \\ 0.0466 & 0.0174 & 0.8230 & 0.4803 \\ 0.0118 & 0.0358 & 0.4433 & 1.1361 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0.2709 & 0.0376 \\ 1.7629 & -3.2664 \\ -2.3151 & 1.7210 \\ -0.6083 & 0.4660 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (46)$$

注意到该开环系统不稳定, 设计状态反馈控制器镇定系统 $u(t) = r_0 - Kx(t)$, 其中 r_0 表示参考输入, 这里给定为 $[0.6 \ 0.6]^T$. 状态反馈控制器 K 和矩阵 V 通过解优化问题 (30) 确定如下:

$$K = \begin{bmatrix} 0.1424 & 0.0066 & -0.4435 & -0.4298 \\ -0.1303 & -0.0174 & 0.3026 & 0.4739 \end{bmatrix},$$

$$V = [0.8560 \ 0.3605 \ -1.9178 \ -1.2263].$$

因此, 可得残差输入

$$r(k) = [0.8560 \ 0.3605 \ -1.9178 \ -1.2263]x(k). \quad (47)$$

给定 $\beta = 0.6$, 可得 $\beta_f = 2.6659$.

当执行器 1 在 $t = 50$ s 发生中断故障时, 即 $F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 残差输出如图 2 所示, 其中采用 $|r(t)|$ 代替 $r(t)$. 当执行器 2 在 $t = 50$ s 发生中断故障时, 即 $F_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 残差输出如图 3 所示.

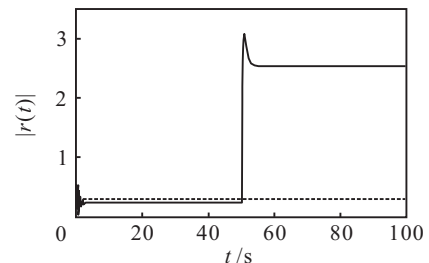


图 2 执行器 1 发生中断时, 残差输出 $|r(t)|$

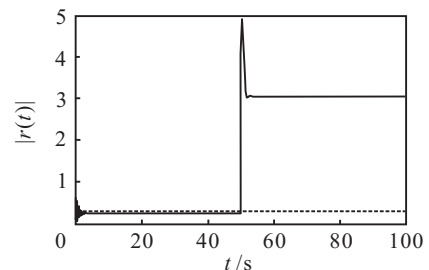


图 3 执行器 2 发生中断时, 残差输出 $|r(t)|$

在设计完状态反馈控制器 K 和矩阵 V 后, 按照本文提出的阈值设计方法 (31), 可得阈值 $r_{th} = 0.4102$. 由图 2 和图 3 可见, 当执行器 1 或执行器 2 发生故障时, 可以通过逻辑规则 (32) 判断出在 $t = 50$ s 时有故障发生, 并给出报警.

为确定出故障位置, 在本例中, 需要设计 2 个矩阵 $V_k (k = 1, 2)$ 和 2 个控制器 $K_i (i = 1, 2)$. 首先通过解优化问题 (40), 可得 K_1 和 V_1 为

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.1401 & 0.0185 & -0.5663 & -0.5694 \\ -0.0094 & 0.0700 & 0.2014 & 0.6056 \end{bmatrix},$$

$$V_1 = [0.1323 \ 0.0419 \ -0.5939 \ -0.5820],$$

于是残差 1 为

$$r_1(t) = [0.1323 \ 0.0419 \ -0.5939 \ -0.5820]x(t). \quad (48)$$

给定 $\gamma_1 = 0.6$, 可解得 $\gamma_2 = 2.2383$.

按照式 (43), 阈值设计为 $J_1 = 0.5868$. 由图 4 可见, 当执行器 1 发生故障时, 残差 r_1 大于阈值 J_1 , 可以判断执行器 1 发生故障; 而残差 r_2 小于阈值 J_1 , 则表明执行器 2 没有发生故障.

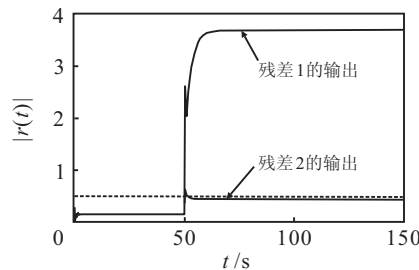


图 4 执行器 1 发生中断时, 残差 1 和残差 2 的输出

同理, 可得

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.0066 & -0.0510 & -0.1566 & -0.4413 \\ -0.2191 & -0.0662 & 0.6006 & 0.7476 \end{bmatrix},$$

$$V_2 = [0.1974 \ 0.1051 \ -0.5754 \ -0.5481],$$

于是残差 2 为

$$r_2(t) = [0.1974 \ 0.1051 \ -0.5754 \ -0.5481]x(t). \quad (49)$$

给定 $\gamma_1 = 0.6$, 可得 $\gamma_2 = 3.6554$.

设计阈值为 $J_2 = 0.5418$, 由图 5 可见, 当执行器 2 发生故障时, 残差 2 的输出大于阈值, 而残差 1 的输出

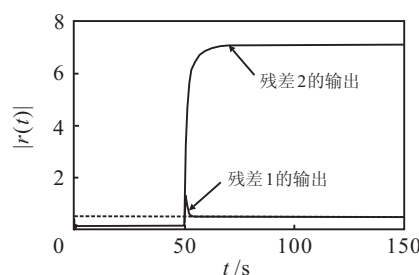


图 5 执行器 2 发生中断时, 残差 1 和残差 2 的输出

小于阈值, 所以可知执行器 2 发生了故障.

由上可以看出, 只需观察残差输出的稳态值与相应的阈值大小即可判断对应的执行器是否发生故障.

4 结 论

本文研究了不确定飞行控制系统的故障检测与分离问题, 通过同时设计状态反馈控制器和检测矩阵, 在镇定闭环系统的同时可以检测执行器中断故障; 同时, 通过设计一组分离矩阵, 可以进一步确定发生故障的执行器位置. 将闭环系统建模成多模态的形式, 即无故障模态和故障模态, 故障模态包括了所有可能的执行器中断情况. 仿真例子验证了本文提出方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Jiang B, Zhang K, Shi P. Integrated fault estimation and accommodation design for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems with actuator faults[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2011, 19(2): 291-304.
- [2] Meskin N, Khorasani K. Fault detection and isolation of actuator faults in spacecraft formation flight[C]. Proc of the 45th IEEE Conf on Decision & Control. San Diego, 2006: 1159-1165.
- [3] 张柯, 姜斌. 基于故障诊断观测器的输出反馈容错控制设计[J]. 自动化学报, 2010, 36(2): 274-281. (Zhang K, Jiang B. Fault diagnosis observer-based output feedback fault tolerant control design[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(2): 274-281.)
- [4] Basseville M. On-board component fault detection and isolation using the statistical local approach[J]. Automatica, 1998, 34(11): 1391-1415.
- [5] 王红茹, 王常虹, 高会军. 时滞离散马尔可夫跳跃系统的棒故障检测[J]. 控制与决策, 2006, 21(7): 796-800. (Wang H R, Wang C H, Gao H J. Robust fault detection for discrete-time Markovian jump systems with time-delays[J]. Control and Decision, 2006, 21(7): 796-800.)
- [6] Wang H, Yang G H. Integrated fault detection and control for LPV systems[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2008, 19(3): 341-363.
- [7] Wang H, Yang G H. A finite frequency domain approach to fault detection for linear discrete-time systems[J]. Int J of Control, 2008, 81(7): 1162-1171.
- [8] 丁强, 钟麦英. 一类线性 Markov 跳跃区间时滞系统的鲁棒 H_∞ 故障检测滤波器设计[J]. 控制与决策, 2011, 26(5): 712-716. (Ding Q, Zhong M Y. Design of robust H_∞ fault detection filter for a class of linear Markovian jump systems with interval time-delay[J]. Control and Decision, 2011, 26(5): 712-716.)