

文章编号: 1001-0920(2013)09-1431-05

# 基于扩展 VIKOR 的不确定语言多属性群决策方法

索伟岚

(中国科学院 科技政策与管理科学研究所, 北京 100190)

**摘要:** 针对不确定语言多属性群决策问题, 提出了一种基于扩展多准则妥协优化解(VIKOR)的决策方法。该方法首先借鉴二元语义表示模型定义了不确定语言短语的运算规则及其距离公式, 并使用运算规则集结了专家给出的不确定语言评价信息; 然后结合属性的效益型和成本型特征分别定义了其正负理想点, 通过将 VIKOR 法扩展到不确定语言环境来获取方案的折衷排序结果; 最后, 通过算例分析表明了所提出方法的有效性和优越性。

**关键词:** 多属性群决策; 不确定语言短语; 扩展多准则妥协优化解; 二元语义表示模型

中图分类号: C934

文献标志码: A

## Method for uncertain linguistic multiple attribute group decision making based on extended VIKOR

SUO Wei-lan

(Institute of Policy and Management, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China. E-mail: suoweilan@casipm.ac.cn)

**Abstract:** In order to solve uncertain linguistic multiple attribute group decision making problems, a method based on extended VlseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje(VIKOR) is proposed. Firstly, the computation rules and distance formula of uncertain linguistic terms are defined according to the two-tuple linguistic representation model. By using these computation rules, uncertain linguistic evaluation information provided by experts can be aggregated. Then, the positive and negative points of attributes are defined in terms of their benefit and cost characteristics, respectively. Through extending the VIKOR method to uncertain linguistic environment, the compromise ranking result of alternatives can be determined. Finally, an example analysis is given to illustrate the validity and effectiveness of the proposed method.

**Key words:** multiple attribute group decision making; uncertain linguistic term; extended VIKOR; two-tuple linguistic representation model

## 0 引言

多属性群决策是由多个决策者参与、涉及多个属性的有限方案选择问题, 其在经济管理和社会生活中有着广泛的应用<sup>[1]</sup>。然而, 在诸如高新技术采纳、风险型能源项目选择等现实多属性群决策问题中, 由于所涉及决策问题的复杂性和决策环境的不确定性以及自身认知的有限性, 专家可能会给出不确定语言评价信息<sup>[2-4]</sup>。例如, 在风险型能源项目选择的多属性群决策问题中, 使用语言短语评价集合  $S = \{s_0 = \text{VP}(\text{很差}), s_1 = \text{P}(\text{差}), s_2 = \text{M}(\text{中等}), s_3 = \text{G}(\text{好}), s_4 = \text{VG}(\text{很好})\}$  来描述项目发展潜能。由于市场需求的不确定性, 专家可能认为该项目的发展潜能为“至少中等以上”。这种属性值为不确定语言短语的多属性群

决策问题被称为不确定语言多属性群决策问题<sup>[5]</sup>。

近年来, 不确定语言多属性群决策问题已引起一些学者的关注<sup>[4-8]</sup>。文献[4-7]针对属性权重或专家权重均为数值的不确定语言多属性群决策问题, 分别定义了不确定语言有序加权平均算子和不确定语言混合集结算子<sup>[4]</sup>、依赖型不确定语言有序加权几何算子<sup>[5]</sup>、引导式不确定语言有序加权几何算子和不确定语言加权几何算子<sup>[6]</sup>、不确定语言混合几何平均算子<sup>[7]</sup>, 并提出了基于所定义算子的决策方法; 文献[8]针对属性权重未知、专家权重为数值的不确定语言多属性群决策问题, 提出了基于理想点法的决策方法。上述方法的差异主要体现为信息集结方式和方案排序方式的不同。一类方法<sup>[4-7]</sup>是利用所定义的算

收稿日期: 2012-05-28; 修回日期: 2012-10-22。

基金项目: 中国博士后科学基金面上项目(20110490608)。

作者简介: 索伟岚(1982-), 女, 助理研究员, 从事管理决策分析方法的研究。

子集结不确定语言评价矩阵，并将其转化为具有可能度信息的决策矩阵，再以该矩阵行和的大小确定方案排序；另一类方法<sup>[8]</sup>则是直接将不确定语言评价矩阵集结为具有可能度信息的决策矩阵，并利用理想点法确定方案排序。需要指出的是，将不确定语言评价信息转化或直接集结为可能度信息容易造成信息损失；而以可能度矩阵行和确定方案排序的方式未考虑属性的效益或成本型特征，会导致决策结果的偏差，理想点法则存在无法反映方案与正负理想解实际接近程度的不足。因此，需要研究新的决策方法解决不确定语言多属性群决策问题。

多准则妥协优化解(VIKOR)法是基于折衷优化思想提出的排序方法<sup>[9]</sup>，其克服了文献[4-8]方法中方案排序方式的局限，并具有同时考虑群体效用最大化和个体遗憾最小化以及融入决策者主观偏好的优点，有助于保证决策结果的合理性<sup>[10-11]</sup>。目前已有学者关注了VIKOR法的扩展与应用研究，分别将其扩展到区间数<sup>[12-13]</sup>、三角模糊数<sup>[14-15]</sup>、数值、模糊数和区间数<sup>[16]</sup>、二元语义<sup>[17]</sup>、广义区间梯形模糊数<sup>[18]</sup>等不同形式的评价信息环境，解决了供应商选择、风险评估等问题，但尚无将VIKOR法扩展到不确定语言环境的研究。针对属性和专家权重均为语言短语的不确定语言多属性群决策问题，本文使用所定义的运算规则集结不确定语言评价信息，并将VIKOR法扩展到不确定语言环境来确定方案排序。

## 1 预备知识

### 1.1 二元语义表示模型

$S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$  是奇数个元素构成的语言短语集合，其满足如下性质<sup>[19]</sup>：1) 有序性。当  $i \geq j$  时，有 “ $s_i \geq s_j$ ”，其中 “ $\geq$ ” 表示好于或等于；2) 存在逆算子 neg。当  $j = g - i$  时，有  $\text{neg}(s_i) = s_j$ ， $g + 1$  表示集合  $S$  中元素的个数；3) 极大化和极小化运算。当  $s_i \geq s_j$  时，有  $\max\{s_i, s_j\} = s_i$ ,  $\min\{s_i, s_j\} = s_j$ 。

基于符号转移概念提出的二元语义表示模型将语言评价信息转化为语言短语和符号转移值组成的二元组<sup>[19]</sup>。若  $s_i$  为一个语言短语，且  $s_i \in S$ ，则将  $s_i$  转化为二元语义的函数  $\theta$  被定义为<sup>[19]</sup>

$$\theta : S \rightarrow S \times [-0.5, 0.5], \quad (1a)$$

$$\theta(s_i) = (s_i, 0), \quad s_i \in S. \quad (1b)$$

若实数  $\beta \in [0, g]$  为语言短语集结运算的结果， $(s_i, \alpha_i)$  为与  $\beta$  相应的二元语义，则其可由如下函数  $\Delta$  得到<sup>[19]</sup>：

$$\Delta : [0, g] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5], \quad (2a)$$

$$\Delta(\beta) = (s_i, \alpha_i) =$$

$$\begin{cases} s_i, & i = \text{round}(\beta); \\ \alpha_i = \beta - i, & \alpha_i \in [-0.5, 0.5]. \end{cases} \quad (2b)$$

式(2b)中：round 为“四舍五入”取整运算， $s_i$  为  $S$  中第  $i$  个元素，符号转移值  $\alpha_i$  表示  $s_i$  与  $\beta$  的偏差。

若  $(s_i, \alpha_i)$  是一个二元语义， $\alpha_i \in [-0.5, 0.5]$ ，则将其转化为数值  $\beta \in [0, g]$  的逆函数  $\Delta^{-1}$  被定义为<sup>[19]</sup>

$$\Delta^{-1} : S \times [-0.5, 0.5] \rightarrow [0, g], \quad (3a)$$

$$\Delta^{-1} : (s_i, \alpha_i) = i + \alpha_i = \beta. \quad (3b)$$

若  $(r_1, \alpha_1), (r_2, \alpha_2), \dots, (r_n, \alpha_n)$  是一组待集结的二元语义，而  $W = ((w_1, \alpha'_1), (w_2, \alpha'_2), \dots, (w_n, \alpha'_n))$  为对应的二元语义形式的权重向量，则二元语义加权平均算子被定义为<sup>[19]</sup>

$$(r, \alpha) = \Delta\left(\frac{\sum_{i=1}^n [\Delta^{-1}(w_i, \alpha'_i) \times \Delta^{-1}(r_i, \alpha_i)]}{\sum_{i=1}^n (\Delta^{-1}(w_i, \alpha'_i))}\right). \quad (4)$$

其中： $r \in S, \alpha \in [-0.5, 0.5]$ 。

### 1.2 不确定语言短语

**定义 1**<sup>[2]</sup> 若  $\hat{s} = [s^L, s^U]$ ，其中  $s^L$  和  $s^U$  分别表示上下限， $s^L, s^U \in S$  且  $s^U \geq s^L$ ，则称  $\hat{s}$  为不确定语言短语。

特别地，当  $s^L = s^U$  时，不确定语言短语  $\hat{s}$  退化为一个语言短语。反之，一个语言短语  $s_i$  也可以表示为不确定语言短语  $[s_i, s_i]$ 。

**定义 2** 若  $[s^L, s^U]$  为一个不确定语言短语，则其对应的二元语义可由如下函数得到：

$$\theta : S \rightarrow S \times [-0.5, 0.5], \quad (5a)$$

$$\theta([s^L, s^U]) = [(s^L, 0), (s^U, 0)], \quad s^L, s^U \in S. \quad (5b)$$

**定义 3** 若  $[s_1^L, s_1^U], [s_2^L, s_2^U], \dots, [s_n^L, s_n^U]$  是一组待集结的不确定语言短语，其对应的二元语义分别为  $[(s_1^L, 0), (s_1^U, 0)], [(s_2^L, 0), (s_2^U, 0)], \dots, [(s_n^L, 0), (s_n^U, 0)]$ ，而  $W = ((w_1, \alpha'_1), (w_2, \alpha'_2), \dots, (w_n, \alpha'_n))$  为对应的二元语义形式的权重向量，则不确定语言短语的二元语义加权平均算子被定义为

$$\begin{aligned} & [(s^L, \alpha^L), (s^U, \alpha^U)] = \\ & \Delta\left(\frac{\sum_{i=1}^n [\Delta^{-1}(w_i, \alpha'_i) \times \Delta^{-1}(s_i^L, 0)]}{\sum_{i=1}^n \Delta^{-1}(w_i, \alpha'_i)}, \right. \\ & \quad \left. \frac{\sum_{i=1}^n [\Delta^{-1}(w_i, \alpha'_i) \times \Delta^{-1}(s_i^U, 0)]}{\sum_{i=1}^n \Delta^{-1}(w_i, \alpha'_i)}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

其中： $s^L, s^U \in S; \alpha^L, \alpha^U \in [-0.5, 0.5]$ 。

**定义4** 假设  $\hat{s}_1 = [s_1^L, s_1^U]$  和  $\hat{s}_2 = [s_2^L, s_2^U]$  为任意两个不确定语言短语, 其对应二元语义分别为  $[(s_1^L, 0), (s_1^U, 0)]$  和  $[(s_2^L, 0), (s_2^U, 0)]$ , 将1-范数  $\|\hat{s}_1 - \hat{s}_2\|$  定义为不确定语言短语  $\hat{s}_1$  和  $\hat{s}_2$  的“距离”, 则有

$$\begin{aligned} \|\hat{s}_1 - \hat{s}_2\| &= |\Delta^{-1}(s_1^L, 0) - \Delta^{-1}(s_2^L, 0)| + \\ &\quad |\Delta^{-1}(s_1^U, 0) - \Delta^{-1}(s_2^U, 0)|. \end{aligned} \quad (7)$$

显然,  $\|\hat{s}_1 - \hat{s}_2\|$  越大, 不确定语言短语  $\hat{s}_1$  和  $\hat{s}_2$  相离程度越大. 特别地, 当  $\|\hat{s}_1 - \hat{s}_2\| = 0$  时, 有  $\hat{s}_1 = \hat{s}_2$ , 即不确定语言短语  $\hat{s}_1$  与  $\hat{s}_2$  相等.

## 2 决策方法

针对属性和专家权重均为语言短语的不确定语言多属性群决策问题, 首先给出问题描述, 然后给出求解该问题的决策方法的原理与步骤.

### 2.1 问题描述

假设方案集合  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ ,  $m \geq 2$ , 语言短语评价集合  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ , 属性集合  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ ,  $n \geq 2$ , 属性权重向量  $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ , 其中  $w_j$  为属性  $C_j$  的权重, 且  $w_j \in S$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ; 专家集合  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_d\}$ , 专家权重向量  $V = (v_1, v_2, \dots, v_d)$ , 其中  $v_k$  为专家  $E_k$  的权重, 且  $v_k \in S$ ,  $k = 1, 2, \dots, d$ . 在不确定语言多属性群决策问题中, 属性分为效益型和成本型两类, 前者的属性值越大越好, 而后者的属性值越小越好. 记  $Q_b$  和  $Q_c$  分别为效益型和成本型属性的下标集合, 且满足  $Q_b \cup Q_c = \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $Q_b \cap Q_c = \emptyset$ . 记  $\hat{X}_k = [\hat{x}_{kij}]_{m \times n}$  为专家  $E_k$  依据方案集合  $A$  在属性集合  $C$  的表现给出的不确定语言评价矩阵,  $k = 1, 2, \dots, d$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

本文要解决的不确定语言多属性群决策问题是根据属性权重  $w_j$ 、专家权重  $v_k$  和不确定语言评价矩阵  $\hat{X}_k = [\hat{x}_{kij}]_{m \times n}$ , 如何对方案排序.

### 2.2 决策方法的原理与步骤

首先, 根据式(1)和(5)分别将属性权重  $w_j$ 、专家权重  $v_k$  和不确定语言评价矩阵  $\hat{X}_k = [\hat{x}_{kij}]_{m \times n}$  转化为二元语义形式的  $\tilde{w}_j$ 、 $\tilde{v}_k$  和  $\tilde{X}_k = [\tilde{x}_{kij}]_{m \times n}$ , 其中  $\tilde{w}_j = (w_j, 0)$ ,  $\tilde{v}_k = (v_k, 0)$ ,  $\tilde{x}_{kij} = [(x_{kij}^L, 0), (x_{kij}^U, 0)]$ ,  $k = 1, 2, \dots, d$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

其次, 根据定义3给出的算子将二元语义形式的专家权重  $\tilde{v}_k$  和评价矩阵  $\tilde{X}_k = [\tilde{x}_{kij}]_{m \times n}$  集结为群评价矩阵  $\tilde{X} = [\tilde{x}_{ij}]_{m \times n}$ , 其计算公式为

$$\tilde{x}_{ij} = [(x_{ij}^L, \alpha_{ij}^L), (x_{ij}^U, \alpha_{ij}^U)] =$$

$$\frac{\sum_{k=1}^d [\Delta^{-1}(v_k, 0) \times \Delta^{-1}(x_{kij}^L, 0)]}{\sum_{k=1}^d \Delta^{-1}(v_k, 0)},$$

$$\frac{\sum_{k=1}^d [\Delta^{-1}(v_k, 0) \times \Delta^{-1}(x_{kij}^U, 0)]}{\sum_{k=1}^d \Delta^{-1}(v_k, 0)}. \quad (8)$$

其中:  $x_{ij}^L, x_{ij}^U \in S$ ,  $\alpha_{ij}^L, \alpha_{ij}^U \in [-0.5, 0.5]$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

再次, 确定属性的正负理想点向量  $\tilde{x}^+ = (\tilde{x}_1^+, \tilde{x}_2^+, \dots, \tilde{x}_n^+)$  和  $\tilde{x}^- = (\tilde{x}_1^-, \tilde{x}_2^-, \dots, \tilde{x}_n^-)$ . 记  $\tilde{x}_j^+$  和  $\tilde{x}_j^-$  为属性  $C_j$  的正负理想点, 其定义分别为

$$\begin{aligned} \tilde{x}_j^+ &= \\ &\begin{cases} [\max_{1 \leq i \leq m} \{(x_{ij}^L, \alpha_{ij}^L)\}, \max_{1 \leq i \leq m} \{(x_{ij}^U, \alpha_{ij}^U)\}], & j \in Q_b; \\ [\min_{1 \leq i \leq m} \{(x_{ij}^L, \alpha_{ij}^L)\}, \min_{1 \leq i \leq m} \{(x_{ij}^U, \alpha_{ij}^U)\}], & j \in Q_c. \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_j^- &= \\ &\begin{cases} [\min_{1 \leq i \leq m} \{(x_{ij}^L, \alpha_{ij}^L)\}, \min_{1 \leq i \leq m} \{(x_{ij}^U, \alpha_{ij}^U)\}], & j \in Q_b; \\ [\max_{1 \leq i \leq m} \{(x_{ij}^L, \alpha_{ij}^L)\}, \max_{1 \leq i \leq m} \{(x_{ij}^U, \alpha_{ij}^U)\}], & j \in Q_c. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

不失一般性, 这里假设属性  $C_j$  的正负理想点之间的“距离”不为0, 即  $\|\tilde{x}_j^+ - \tilde{x}_j^-\| \neq 0$ .

进一步地, 将VIKOR法<sup>[9]</sup>扩展到不确定语言环境, 结合定义4分别给出方案  $A_i$  的群体效用值  $u_i$  和个体遗憾值  $r_i$  的计算公式, 有

$$u_i = \frac{\sum_{j=1}^n [\Delta^{-1}(w_j, 0) \times b_{ij}]}{\sum_{j=1}^n (\Delta^{-1}(w_j, 0))}, \quad (11)$$

$$r_i = \frac{\max_{1 \leq j \leq n} \{\Delta^{-1}(w_j, 0) \times b_{ij}\}}{\sum_{j=1}^n (\Delta^{-1}(w_j, 0))}. \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} b_{ij} &= \frac{\|\tilde{x}_j^+ - \tilde{x}_{ij}\|}{\|\tilde{x}_j^+ - \tilde{x}_j^-\|} = \\ &\quad \{|\Delta^{-1}(x_j^{L+}, \alpha_j^{L+}) - \Delta^{-1}(x_{ij}^L, \alpha_{ij}^L)| + \\ &\quad |\Delta^{-1}(x_j^{U+}, \alpha_j^{U+}) - \Delta^{-1}(x_{ij}^U, \alpha_{ij}^U)|\}/ \\ &\quad \{|\Delta^{-1}(x_j^{L+}, \alpha_j^{L+}) - \Delta^{-1}(x_j^{L-}, \alpha_j^{L-})| + \\ &\quad |\Delta^{-1}(x_j^{U+}, \alpha_j^{U+}) - \Delta^{-1}(x_j^{U-}, \alpha_j^{U-})|\}, \\ &\quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (13)$$

在此基础上, 确定各方案的折衷排序值

$$h_i = \frac{\epsilon(u_i - u^+)}{u^- - u^+} + \frac{(1-\epsilon)(r_i - r^+)}{r^- - r^+}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (14)$$

其中:  $u^+ = \min_{1 \leq i \leq m} \{u_i\}$ ,  $u^- = \max_{1 \leq i \leq m} \{u_i\}$ ,  $r^+ = \min_{1 \leq i \leq m} \{r_i\}$ ,  $r^- = \max_{1 \leq i \leq m} \{r_i\}$ ,  $\epsilon$  为反映决策者主观偏好的决策机制系数,  $\epsilon \in [0, 1]$ .  $\epsilon > 0.5$ 、 $\epsilon < 0.5$ 、 $\epsilon = 0.5$  分别表示根据决策者主观偏好的最大化群体效用机制、最小化个体遗憾机制、协商共识机制进行决策. 决策机制系数取值的不同会导致方案折衷排序值的变化, 从而获得不同的决策结果. 不失一般性, 这里假设  $u^- - u^+$  和  $r^- - r^+$  均不为 0.

最后, 按照  $h_i$  从小到大的顺序对方案进行折衷排序, 进而选择出最优方案.

综上, 基于扩展 VIKOR 的不确定语言多属性群决策方法的计算步骤描述如下:

Step 1: 根据式(1)和(5)分别将属性权重  $w_j$ 、专家权重  $v_k$  和不确定语言评价矩阵  $\hat{X}_k = [\hat{x}_{kij}]_{m \times n}$  转化为二元语义形式;

Step 2: 根据式(8)得到群评价矩阵  $\tilde{X} = [\tilde{x}_{ij}]_{m \times n}$ ;

Step 3: 根据式(9)和(10)分别确定属性的正负理想点向量;

Step 4: 根据式(11)~(13)分别计算各方案的群体效用值  $u_i$  和个体遗憾值  $r_i$ ;

Step 5: 根据式(14)计算各方案的折衷排序值  $h_i$ , 据此进行方案折衷排序并选择出最优方案.

### 3 算例分析

KK 公司为一家风险投资公司, 现拟开展可再生能源项目的投资. 备选的 4 个投资方案为聚光太阳能发电项目 ( $A_1$ )、微型水利发电项目 ( $A_2$ )、生物质能供暖项目 ( $A_3$ ) 和风电基地项目 ( $A_4$ ), 公司决策者邀请了来自能源管理、资本运作、风险管理等领域的 3 位专家参与投资方案的遴选. 在遴选过程中考虑了以下 4 个属性: 1) 技术性能 ( $C_1$ ), 即项目所依托技术的成熟程度, 为效益型属性; 2) 市场潜力 ( $C_2$ ), 即项目预期经济效益和社会效益的显著性, 为效益型属性; 3) 政策环境 ( $C_3$ ), 即该项目与当前国家政策的契合度, 为效益型属性; 4) 投资风险 ( $C_4$ ), 即项目投资的不确定性, 为成本型属性. 采用的语言短语评价集合为  $S = \{s_0 = \text{DL}(\text{极低}), s_1 = \text{VL}(\text{很低}), s_2 = \text{L}(\text{低}), s_3 = \text{M}(\text{中等}), s_4 = \text{H}(\text{高}), s_5 = \text{VH}(\text{很高}), s_6 = \text{DH}(\text{极高})\}$ , 决策者给出了属性和专家的权重向量, 分别为  $W = (\text{VH}, \text{DH}, \text{H}, \text{VH})$  和  $V = (\text{VH}, \text{DH}, \text{VH})$ .

首先, 通过发放调查问卷获取了 3 位专家针对方案集合  $A$  在属性集合  $C$  的表现给出的不确定语言评

价矩阵, 即

$$\hat{X}_1 =$$

$$\begin{bmatrix} \text{H} & \text{H} & [\text{H}, \text{VH}] & [\text{VL}, \text{L}] \\ [\text{VH}, \text{DH}] & [\text{H}, \text{VH}] & [\text{M}, \text{H}] & [\text{L}, \text{M}] \\ [\text{M}, \text{H}] & [\text{VH}, \text{DH}] & [\text{VH}, \text{DH}] & [\text{M}, \text{H}] \\ [\text{H}, \text{VH}] & [\text{M}, \text{H}] & [\text{M}, \text{H}] & [\text{DL}, \text{VL}] \end{bmatrix},$$

$$\hat{X}_2 = \begin{bmatrix} [\text{H}, \text{VH}] & [\text{H}, \text{VH}] & [\text{H}, \text{VH}] & [\text{VL}, \text{L}] \\ \text{VH} & \text{VH} & [\text{M}, \text{H}] & \text{M} \\ \text{H} & \text{VH} & \text{VH} & [\text{M}, \text{H}] \\ [\text{H}, \text{VH}] & \text{H} & [\text{M}, \text{H}] & [\text{VL}, \text{L}] \end{bmatrix},$$

$$\hat{X}_3 = \begin{bmatrix} \text{VH} & \text{H} & \text{H} & \text{L} \\ [\text{VH}, \text{DH}] & [\text{H}, \text{VH}] & [\text{M}, \text{H}] & \text{L} \\ [\text{M}, \text{VH}] & \text{VH} & \text{VH} & [\text{M}, \text{H}] \\ [\text{H}, \text{VH}] & [\text{H}, \text{VH}] & [\text{M}, \text{H}] & [\text{VL}, \text{L}] \end{bmatrix}.$$

然后, 根据式(1)和(5)分别将属性权重  $w_j$ 、专家权重  $v_k$  和不确定语言评价矩阵  $\hat{X}_k = [\hat{x}_{kij}]_{m \times n}$  转化为二元语义形式, 并根据式(8)得到群评价矩阵  $\tilde{X} = [\tilde{x}_{ij}]_{m \times n}$ , 即

$$\tilde{X} =$$

$$\begin{bmatrix} [(H, 0.27), (VH, -0.33)] & [(H, 0), (H, 0.40)] \\ [(VH, -0.27), (DH, -0.40)] & [(H, 0.40), (VH, 0)] \\ [(M, 0.40), (H, 0.27)] & [(VH, 0), (VH, 0.33)] \\ [(H, 0), (VH, 0)] & [(H, -0.33), (H, 0.27)] \\ [(H, 0), (VH, -0.27)] & [(VL, 0.27), (L, 0)] \\ \leftarrow [(M, 0), (H, 0)] & [(L, 0.40), (M, -0.27)] \\ [(VH, 0), (VH, 0.33)] & [(M, 0), (H, 0)] \\ [(M, 0), (H, 0)] & [(VL, -0.33), (L, -0.33)] \end{bmatrix}.$$

进一步地, 根据式(9)和(10)分别确定属性的正负理想点向量如下:

$$\tilde{x}^+ =$$

$$([(VH, -0.27), (DH, -0.40)], [(VH, 0), (VH, 0.33)], [(VH, 0), (VH, 0.33)], [(VL, -0.33), (L, -0.33)]),$$

$$\tilde{x}^- =$$

$$([(M, 0.40), (H, 0.27)], [(H, -0.33), (H, 0.27)], [(M, 0), (H, 0)], [(M, 0), (H, 0)]);$$

并根据式(11)~(13)分别计算各方案的群体效用值和个体遗憾值, 即  $u_1 = 0.45$ ,  $u_2 = 0.43$ ,  $u_3 = 0.50$ ,  $u_4 = 0.54$ ,  $r_1 = 0.17$ ,  $r_2 = 0.20$ ,  $r_3 = 0.25$ ,  $r_4 = 0.22$ . 根据式(14)计算各方案的折衷排序值  $h_i$ , 当  $\epsilon$  取不同值时获得不同的排序结果, 如表 1 所示. 例如, 根据决策者主观偏好的协商共识机制进行决策(即  $\epsilon = 0.5$ )时, 方案折衷排序结果为  $A_1 \succ A_2 \succ A_4 \succ A_3$ , 则  $A_1$  为最优方案.

为进行对比分析, 使用文献[4-5,17]的方法对上述算例进行求解, 得到了不同的排序结果。文献[4-5]的方法均得到唯一排序结果, 即  $A_3 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_4$ , 而本文方法能够根据决策者主观偏好的变化确定不同的排序结果, 更符合决策过程的现实环境; 文献[17]的方法融入了决策者的主观偏好, 得到的排序结果分别为  $A_2 \succ A_3 \succ A_1 \succ A_4$  和  $A_3 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_4$ , 但其未考虑属性的效益或成本型特征, 容易导致决策结果出现偏差。算例中投资风险( $C_4$ )为成本型属性, 方案在该属性的评价值越小越好, 忽略该属性特征而直接与其他属性评价值集结将影响决策结果的合理性, 相比而言本文所提出方法更具科学性。

表1  $\epsilon$  不同取值对应的各方案折衷排序值  $h_i$  及排序结果

$\epsilon$ 值	各方案折衷排序值 $h_i$	排序结果
0	$h_1=0, h_2=0.34, h_3=1, h_4=0.55$	$A_1 \succ A_2 \succ A_4 \succ A_3$
0.2	$h_1=0.03, h_2=0.27, h_3=0.92, h_4=0.64$	$A_1 \succ A_2 \succ A_4 \succ A_3$
0.4	$h_1=0.06, h_2=0.20, h_3=0.85, h_4=0.73$	$A_1 \succ A_2 \succ A_4 \succ A_3$
0.5	$h_1=0.08, h_2=0.17, h_3=0.81, h_4=0.77$	$A_1 \succ A_2 \succ A_4 \succ A_3$
0.6	$h_1=0.10, h_2=0.14, h_3=0.77, h_4=0.82$	$A_1 \succ A_2 \succ A_4 \succ A_3$
0.8	$h_1=0.13, h_2=0.07, h_3=0.69, h_4=0.91$	$A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_4$
1.0	$h_1=0.16, h_2=0, h_3=0.62, h_4=1$	$A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_4$

## 4 结 论

本文针对属性权重和专家权重为语言短语的不确定语言多属性群决策问题, 给出了一种基于扩展VIKOR的决策方法。在信息集结方面, 该方法使用基于二元语义表示模型的不确定语言短语运算规则集结专家评价信息, 使得集结结果与语言短语评价集合始终保持对应关系, 并有效避免了信息损失; 在方案排序方面, 该方法结合属性的效益或成本型特征定义了其正负理想点, 并将VIKOR法扩展到不确定语言环境, 重新定义了方案群体效应值和个体遗憾值的计算公式, 通过最大化群体效用和最小化个体遗憾确定了方案的折衷排序, 而且排序过程中还融入了决策者的主观偏好, 更利于保证决策结果的合理性。本文方法具有良好的应用价值, 为求解不确定语言多属性群决策问题提供了一种新的途径。

## 参考文献(References)

- [1] Hwang C L, Yoon K. Multiple attribute decision making[M]. New York: Springer-Verlag, 1981.
- [2] Suo W L, Feng B, Fan Z P. Extension of the DEMATEL method in an uncertain linguistic environment[J]. Soft Computing: A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications, 2012, 16(3): 471-483.
- [3] Fan Z P, Liu Y. A method for group decision-making based on multi-granularity uncertain linguistic information[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(5): 4000-4008.
- [4] Xu Z S. Uncertain linguistic aggregation operators based approach to multiple attribute group decision making under uncertain linguistic environment[J]. Information Sciences, 2004, 168(1/2/3/4): 171-184.
- [5] 卫贵武. 基于依赖型算子的不确定语言多属性群决策法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(4): 764-769.  
(Wei G W. Method of uncertain linguistic multiple attribute group decision making based on dependent aggregation operators[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(4): 764-769.)
- [6] Xu Z S. An approach based on uncertain LOWA and induced uncertain LOWG operators to group decision making with uncertain multiplicative linguistic preference relations[J]. Decision Support Systems, 2006, 41(2): 488-499.
- [7] Wei G W. Uncertain linguistic hybrid geometric mean operator and its application to group decision making under uncertain linguistic environment[J]. Int J of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2009, 17(2): 251-267.
- [8] 张尧, 樊治平. 权重信息不完全的不确定语言多属性群决策方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2010, 31(4): 597-600.  
(Zhang Y, Fan Z P. Method for uncertain linguistic multiple attribute group decision making with incomplete attribute weights[J]. J of Northeastern University: Natural Science, 2010, 31(4): 597-600.)
- [9] Opricovic S. Multicriteria optimization of civil engineering systems[D]. Belgrade: Faculty of Civil Engineering, 1998.
- [10] Opricovic S, Tzeng G H. Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS [J]. European J of Operational Research, 2004, 156(2): 445-455.
- [11] Opricovic S, Tzeng G H. Extended VIKOR method in comparison with outranking methods[J]. European J of Operational Research, 2007, 178(2): 514-529.
- [12] Sayadi M K, Heydari M, Shahanghi K. Extension of VIKOR method for decision making problem with interval numbers[J]. Applied Mathematical Modelling, 2009, 33(5): 2257-2262.
- [13] 苏志欣, 王理, 夏国平. 区间数动态多属性决策的VIKOR扩展方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(6): 836-840.  
(Su Z X, Wang L, Xia G P. Extended VIKOR method for dynamic multi-attribute decision making with interval numbers[J]. Control and Decision, 2010, 25(6): 836-840.)
- [14] Sanaye A, Mousavi S F, Yazdankhah A. Group decision making process for supplier selection with VIKOR under fuzzy environment[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(1): 24-30.

(下转第1440页)