

文章编号: 1001-0920(2013)10-1502-05

两机无等待流水车间调度问题的性质

陈可嘉, 王 潇

(福州大学 管理学院, 福州 350108)

摘 要: 针对两机无等待流水车间调度问题, 提出目标函数最大完工时间最小化的快速算法, 并给出算法的复杂度. 分析两机无等待流水车间调度问题的排列排序性质, 证明了两机无等待流水车间调度问题的可行解只存在于排列排序中, 排列排序的最优解一定是两机无等待流水车间调度问题的最优解. 最后研究了同时包含普通工件和无等待工件的两机流水车间调度问题的复杂性, 为进一步研究两机无等待流水车间调度问题提供了理论依据.

关键词: 两机流水车间调度; 无等待; 目标函数; 排列排序; 复杂性

中图分类号: N945

文献标志码: A

Properties of two-machine no-wait flowshop scheduling problems

CHEN Ke-jia, WANG Xiao

(School of Management, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China. Correspondent: CHEN Ke-jia, E-mail: kjchen@fzu.edu.cn)

Abstract: In the two-machine no-wait flowshop scheduling problem, a quick algorithm for makespan minimization and its complexity are presented. The properties of the permutation schedule in the two-machine no-wait flowshop are analyzed. It is proved that the feasible solutions of the two-machine no-wait flowshop scheduling problem must exist in the permutation schedules, and the optimal solution of the two-machine no-wait flowshop scheduling problem can be found in permutation schedules. Finally, the complexity of the two-machine flowshop scheduling problem with both regular jobs and no-wait jobs is studied, and provide the theoretical base for further exploring the two machine no-wait flowshop scheduling problem.

Key words: two-machine flowshop scheduling; no-wait; objective function; permutation schedule; complexity

0 引 言

无等待流水车间调度问题是工业生产中常见的一种调度问题. 一类无等待问题出现在产品中间性质不稳定的生产活动中, 要求工件在加工过程中不能等待, 就钢铁生产而言, 在生产过程中不仅要考虑铁水流动的及时性, 对实时操作也有高度的要求, 融化的铁水必须在冷却之前进行一系列连续的操作. 另一类无等待问题是一些生产管理方式的要求, 这些生产管理方式可以提供高度同步的制造系统, 采用加工中工件不允许等待的方式, 以便消除在制品库存, 降低成本. 无等待问题广泛存在于各工业领域, 因此, 也得到了研究人员越来越多的关注, 其中仅有两台机器的情况是最基本的一类问题. 为了更好地分析两机无等待流水车间调度问题的实用意义, 探索其求解方法, 需要对其基本性质进行研究.

对于一般的流水车间调度问题, 当机器数为 2 时,

Johnson 提出了基于排列排序的多项式最优算法. 当两机流水车间调度问题受到某些特殊约束时, 便会出现等待时间受限和无等待的调度问题. 文献 [1-3] 对等待时间受限的两机流水车间调度问题的性质和算法进行了研究. 对于两机无等待流水车间调度问题, 近年来也受到了广泛关注. 文献 [4] 针对机器具有不可用时间间隔的两机无等待流水车间调度问题, 给出了近似多项式算法. 文献 [5] 讨论了以最小化最大延误为目标函数, 调整和移除时间可分离的两机无等待流水车间调度问题的最优解条件. 文献 [6] 研究了目标函数为最小化最大延误的两机无等待流水车间调度问题, 采用分枝定界法进行了求解, 并说明了两种可以使用 EDD 调度规则进行求解的特殊情况. 文献 [7] 对调整和移除时间可分离的两机无等待流水车间调度问题进行了研究, 提出了目标函数为总流程时间最小化的启发式算法. 文献 [8] 讨论了目标函数为

收稿日期: 2012-06-20; 修回日期: 2013-01-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70901021); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-11-0903).

作者简介: 陈可嘉(1978—), 男, 副教授, 博士, 从事工业工程、系统工程等研究; 王潇(1988—), 女, 硕士生, 从事工业工程、系统工程的研究.

最小化最大延迟,且工件可以被分成不同类别的两机无等待流水车间调度问题,设计了找到该问题近优解的启发式算法.文献[9]针对工件可以进行批处理的两机无等待流水车间调度问题进行了研究,证明了该问题是 NP 难的.文献[10]分析了工件可以进行批处理且有一个单服务器的两机无等待流水车间调度问题,给出了分枝定界算法和启发式算法.文献[11]应用遗传算法对两台批处理机器的无等待流水车间调度问题进行了求解.文献[12]在两机无等待流水车间调度问题中,考虑了机器具有不可用时间间隔同时工件具有不同释放时间的情况,分析了分枝定界法上界和下界.文献[13]证明了两机无等待混合流水车间调度问题是 NP 难的,给出了最坏性能比为 5/3 的多项式时间近似算法.

从已有文献来看,大部分研究集中于两机无等待流水车间调度问题的算法构造,对两机无等待流水车间调度问题基本性质的研究还不够充分.文献[5,7]分别针对目标函数为最大延迟最小化和总流程时间最小化的两机无等待流水车间调度问题,给出了优化性质,但对于最大完工时间最小化下的两机无等待流水车间调度问题的相关性质尚缺乏较为系统的研究.鉴于此,本文针对无等待流水车间调度最基本的情况(机器数为 2 的问题),在理论上探讨了以下问题:目标函数为最大完工时间最小化时的性质,是否存在基于排列排序的最优调度规则,满足排列排序的工件是否均能构成相应的可行调度,可行解是否只存在于排列排序中,既含有普通工件又含有无等待工件时的复杂性如何.

1 问题描述

两机无等待流水车间调度问题可以描述为: n 个工件以相同顺序依次经过两个阶段的加工,每个阶段只有 1 台机器.工件一旦开始加工不允许等待,同时约定:每台机器同时只能加工 1 个工件;1 个工件不能同时在不同的机器上加工;工件的运输时间和机器的准备时间均包含在加工时间内.目标函数为最大完工时间最小化.综上所述,问题的主要特征为:

1) 每个工件均以相同的顺序通过两台机器,即加工车间为两机流水车间;

2) 工件在前一台机器上的完工时间必须等于其在后一台机器上的开工时间,即工件在加工过程中必须是无等待的.

两机无等待流水车间调度问题可以表示为 $F2|no - wait|C_{max}$.

2 目标函数性质

计算无等待流水车间调度问题的最大完工时间

较为复杂,文献[14]给出了无等待流水车间最大完工时间的计算公式.在只有两台机器的情况下,令 $p_{i,m}$ 表示工件 i 在机器 m 上的加工时间 ($m = 1, 2$), $\Pi = \{1, 2, \dots, i-1, i, \dots, n\}$ 为一个调度, $d_{i-1,i}$ 为由于连续生产的要求而引起相邻两工件 $i-1$ 和 i 的开工时间之差.则有

$$d_{i-1,i} = \max \left\{ \max \left(\sum_{m=1}^2 p_{i-1,m} - p_{i,1} \right), p_{i-1,1} \right\}.$$

调度 Π 的最大完工时间为

$$f(\Pi) = \sum_{i=2}^n d_{i-1,i} + \sum_{m=1}^2 p_{n,m}.$$

由文献[14]可知,当机器数为 2 时, $f(\Pi)$ 的复杂度为 $O(4n)$.

下面给出一种最大完工时间的快速算法.

用 $e_{i-1,i}$ 表示相邻两工件 $i-1$ 和 i 的完工时间之差, $C_{i,m}$ 表示工件 i 在机器 m 上的完工时间.因为共有 n 个工件 2 台机器,所以有

$$\begin{aligned} f(\Pi) &= C_{n,2}, \\ C_{n,2} &= C_{n-1,2} + e_{n-1,n}, \\ C_{n-1,2} &= C_{n-2,2} + e_{n-2,n-1}, \\ &\vdots \\ C_{3,2} &= C_{2,2} + e_{2,3}, \\ C_{2,2} &= C_{1,2} + e_{1,2}, \\ C_{1,2} &= \sum_{m=1}^2 p_{1,m}. \end{aligned} \quad (1)$$

由式(1)可得

$$\begin{aligned} f(\Pi) &= C_{n,2} = C_{n-1,2} + e_{n-1,n} = \\ &C_{n-2,2} + e_{n-2,n-1} + e_{n-1,n} = \dots = \\ &C_{1,2} + e_{1,2} + e_{2,3} + \dots + e_{n-2,n-1} + e_{n-1,n} = \\ &\sum_{m=1}^2 p_{1,m} + \sum_{i=2}^n e_{i-1,i}, \end{aligned}$$

即

$$f(\Pi) = \sum_{i=2}^n e_{i-1,i} + \sum_{m=1}^2 p_{1,m}. \quad (2)$$

在调度中相邻两工件的完工时间之差 ($e_{i-1,i}$) 只与相邻的两个工件有关,因此在求解 $e_{i-1,i}$ 时只考虑相邻的两个工件即可.图 1 为两工件两机无等待流水车间调度,图 2 为两工件两机置换流水车间调度.由图 1 和图 2 可见,两者的 $e_{i-1,i}$ 相同,因此可以按照两工件的两机置换流水车间调度来计算 $e_{i-1,i}$.

令 $S_{i,m}$ 表示工件 i 在机器 m 上的开工时间, $C_{i,m}$ 表示工件 i 在机器 m 上的完工时间.求解 $e_{i-1,i}$ 的算法步骤如下.

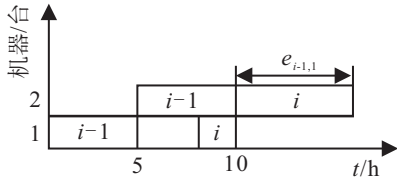


图 1 两工件两机无等待流水线车间调度

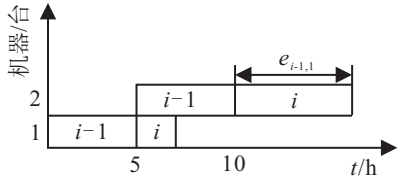


图 2 两工件两机置换流水线车间调度

Step 1: 计算 $S_{i-1,1} = 0, C_{i-1,1} = S_{i-1,1} + p_{i-1,1}$;

Step 2: 令 $m = 2$, 计算 $S_{i-1,2} = C_{i-1,1}, C_{i-1,2} =$

$S_{i-1,2} + p_{i-1,2}$;

Step 3: 计算 $S_{i,1} = C_{i-1,1}, C_{i,1} = S_{i,1} + p_{i,1}$;

Step 4: 令 $m = 2$, 计算 $S_{i,2} = \max\{C_{i,1}, C_{i-1,2}\}, C_{i,2} = S_{i,2} + p_{i,2}$;

Step 5: 计算 $e_{i-1,i} = C_{i,2} - C_{i-1,2}$.

在目标函数的计算过程中, 可以先求出 $e_{i-1,i}$ 并存储起来, 这样在计算式(2)时即可将 $e_{i-1,i}$ 视为常数, 并且工件 1 在两个机器上的加工之和已知, 也可以看作常数, 因此, 式(2)的算法复杂度为 $O(n)$. 显然, $O(n)$ 低于文献[14]的算法复杂度 $O(4n)$, 且式(2)的算法复杂度与机器台数无关, 不会随着机器台数的增加而增加. 下面给出一个例子进行说明.

例 1 在 $F2|no - wait|C_{max}$ 问题中, 考虑一个调度 $\Pi = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$, 各工件在两台机器上的加工时间分别为: $p_{11} = 2, p_{12} = 1, p_{21} = 6, p_{22} = 7, p_{31} = 10, p_{32} = 3, p_{41} = 4, p_{42} = 3, p_{51} = 10, p_{52} = 1, p_{61} = 4, p_{62} = 5$.

可知, 在调度 Π 中, $C_{22} = 15, C_{12} = 3$, 因此 $e_{12} = 12$. 同理, $e_{23} = 6, e_{34} = 4, e_{45} = 8, e_{56} = 8$. 将计算出的 $e_{i-1,i}$ 存储起来, 随后在计算式(2)时将 $e_{i-1,i}$ 视为常数. 而 $p_{11} + p_{12} = 3$ 已知, 可以看作常数, 则本例的最大完工时间为 $f(\Pi) = 41$, 计算复杂度为 $O(6)$. 若使用文献[14]中的算法, 则复杂度为 $O(24)$. 因此, 式(2)的算法复杂度低于文献[14]中的算法复杂度.

3 排列排序性质

排列排序中各工件在每台机器上的加工顺序均一样. 一般流水线调度问题的启发式算法大多数基于排列排序, 下面给出定理 1~定理 3 进一步探讨 $F2|no - wait|C_{max}$ 与排列排序的关系.

定理 1 对于 $F2|no - wait|C_{max}$ 问题, 满足排列排序要求的任一工件序列均可构成相应的可行调度.

证明 在排列排序中, 对于工件 i 和在其之前加工的工件 j , 工件 i 在第 1 台机器上开工时间的调整并不会影响工件 j 在第 2 台机器上的完工时间, $1 \leq j \leq i$.

令 S_{i1} 和 C_{i1} 为工件 i 在第 1 台机器上的开工时间和完工时间, S_{i2} 为工件 i 在第 2 台机器上的开工时间. 如果 $S_{i2} - C_{i1} = d > 0$, 则只需将工件 i 在第 1 台机器上的开工时间 S_{i1} 调整为 $S_{i1} + d$, 便可得到工件 i 在第 1 台机器上调整后的完工时间为 $C_{i1} + d = S_{i2}$. 当工件两工序之间有等待时间时, 可以通过调整工件在第 1 台机器上的开工时间来使其满足无等待要求. 因此, 在调度违背了无等待时间限制的情况下, 只需调整相应工件在第 1 台机器上的开工时间即可得到可行调度. \square

定理 2 两机无等待流水线调度问题的可行解只存在于排列排序中.

证明 反证法. 假设 Π 为 $F2|no - wait|C_{max}$ 的可行调度, 且 Π 不是排列排序. 不失一般性, 假设对于调度 Π 中的任意两个工件 i 和 j , 在机器 m_1 上, 工件 i 排在工件 j 前面加工; 在机器 m_2 上, 工件 i 排在工件 j 后面加工. 令工件 i 和工件 j 在机器 m_2 上的开工时间分别为 S_{i2} 和 S_{j2} , 工件 i 和工件 j 在 m_1 上的完工时间分别为 C_{i1} 和 C_{j1} , 工件 j 在 m_2 上的完工时间为 C_{j2} , 工件 j 在机器 m_1 和机器 m_2 上的加工时间分别为 p_{j1} 和 p_{j2} , 则有 $C_{i1} \leq C_{j1} = S_{j2}$. 由此可得

$$C_{i1} \leq S_{j2} \leq C_{j2}. \tag{3}$$

又由于

$$S_{i2} = \max\{C_{j2}, C_{i1}\} = C_{j2} = S_{j2} + p_{j2}, \tag{4}$$

由式(3)和(4)可得

$$S_{i2} - C_{i1} = S_{j2} + p_{j2} - C_{i1} \geq p_{j2}.$$

由于 p_{j1} 和 p_{j2} 不可能同时为 0, 必有 $S_{i2} - C_{i1} > 0$, 即 $S_{i2} > C_{i1}$, 这表明工件 i 不满足无等待要求, 与 Π 为可行调度的假设相矛盾, 假设不成立. \square

定理 3 排列排序的最优解一定为问题 $F2|no - wait|C_{max}$ 的最优解.

证明 由第 2 节中对目标函数性质的分析可知, 问题 $F2|no - wait|C_{max}$ 最大完工时间的快速算法为

$$f(\Pi) = \sum_{i=2}^n e_{i-1,i} + \sum_{m=1}^2 p_{1,m}.$$

同理可证, 对于排列排序问题, 其最大完工时间有相同的计算公式. 易知对于排列排序问题和原问题, 它们相邻两工件的完工时间之差 $e_{i-1,i}$ 相同, 而 $\sum_{m=1}^2 p_{1,m}$ 可以看作常数, 因此具有相同的最优解, 即排列排序的最优解一定是原问题的最优解. \square

定理 1 和定理 2 说明了排列排序与可行解之间的关系; 定理 3 给出了排列排序与最优解之间的关系. 下面通过例 2 验证定理 3.

例 2 在 $F2|no-wait|C_{max}$ 问题中, 现有 2 个工件, 各工件在两台机器上的加工时间分别为 $p_{1,1} = 1, p_{1,2} = 2, p_{2,1} = 2, p_{2,2} = 8$.

在两机无等待流水车间调度问题中, 共有 2 种排序方法: 1) 当工件排序为 (1, 2) 时, 其最大完工时间为 11; 2) 当工件排序为 (2, 1) 时, 其最大完工时间为 12. 可知, 最优排序为 (1, 2), 此时最大完工时间为 11.

当工件没有无等待约束时, 共有 4 种排序方法: 1) 当第 1 台机器上工件排序为 (1, 2), 第 2 台机器上工件排序为 (2, 1) 时, 其最大完工时间为 13; 2) 当第 1 台机器上工件排序为 (2, 1), 第 2 台机器上工件排序为 (1, 2) 时, 其最大完工时间为 13; 3) 当两台机器上工件排序都为 (1, 2) 时, 其最大完工时间为 11; 4) 当两台机器上工件排序都为 (2, 1) 时, 其最大完工时间为 12. 上述 4 种排序中, 后面两种符合排列排序要求. 易知, 当两台机器上工件排序均为 (1, 2) 时是排列排序问题的最优解, 此时最大完工时间为 11. 即排列排序的最优解与问题 $F2|no-wait|C_{max}$ 的最优解相同.

从定理 1 的证明过程可以看出, 当工件排序不满足无等待要求时, 可以通过调整相应工件在第 1 台机器上开工时间的方法将其转化为满足无等待要求的可行工件排序, 这一思路同样适用于同时包含普通工件和无等待工件的两机流水车间调度问题, 满足排列排序要求的任一工件序列同样可构成相应的可行调度. 由定理 2 的证明可知, 只有当调度 Π 中的任意两个工件 i 和 j 都是无等待工件时, 才能得到问题的可行解一定存在于排列排序中. 若问题中既有无等待工件, 又有普通工件, 则式 (2) 不再成立, 可行调度不一定只存在于排列排序中. 由定理 3 的证明可知, 对于两机无等待流水车间调度问题和相应的排列排序问题, 它们相邻两工件的完工时间之差相同, 因此具有相同的最优解. 但当相邻两工件不全是无等待工件时, 相邻两工件的完工时间之差不再与排列排序问题相同, 排列排序的最优解也不一定是问题的最优解. 下面对排列排序规则下同时存在普通工件和无等待工件的两机流水车间调度问题的复杂性进行分析.

4 复杂性分析

一般流水车间调度问题在机器数为 2 时用 Johnson 算法进行求解, 无等待流水车间调度问题在机器数为 2 时也存在多项式最优算法^[15]. 一般流水车间调度问题和无等待流水车间调度问题在机器数为 2 时, 都存在基于排列排序的最优算法. 但在两机

流水车间调度中, 如果既包含普通工件, 又包含无等待工件, 则此时问题的最优算法不再以排列排序为必要条件, 下面通过例 3 证实这一点. 将包含普通工件和无等待工件这两种不同工件的两机流水车间调度问题记为 $F2|reg+no-wait|C_{max}$.

例 3 假设 $F2|reg+no-wait|C_{max}$ 问题中存在两个普通工件 j_1 和 j_2 , 它们在机器 m_1 上的加工时间分别为 p_{j_11} 和 p_{j_21} , 在机器 m_2 上的加工时间分别为 p_{j_12} 和 p_{j_22} . 其中: $p_{j_11} = 1, p_{j_21} = 3, p_{j_12} = 5, p_{j_22} = 1$. 且存在一个无等待工件 i_1 , 它在机器 m_1 和机器 m_2 上的加工时间分别为 $p_{i_11} = 2, p_{i_12} = 2$.

由枚举法可知, 该问题基于排列排序的最优调度为 (j_1, i_1, j_2) , 此调度的最大完工时间是 10. 但是如果在机器 m_1 上按照 (j_1, i_1, j_2) 的顺序加工, 而在机器 m_2 上按照不同的顺序 (i_1, j_1, j_2) 加工, 则可以得到该调度的最大完工时间为 9. 由此可以看出, 问题 $F2|reg+no-wait|C_{max}$ 不存在基于排列排序的最优算法.

既包含普通工件又包含无等待工件的调度问题 $F2|reg+no-wait|C_{max}$, 不但不存在基于排列排序的最优算法, 而且在排列排序的范围内这个问题是 NP 难的. 将限定在排列排序范围内的相应问题记作 $F2|reg+no-wait, prum|C_{max}$, 首先给出如下三划分问题: 给定正整数 a_1, a_2, \dots, a_{4t} 和 A 满足 $A/5 < a_l < A/3, l = 1, 2, \dots, 4t$, 且有 $\sum_{l=1}^{4t} a_l = tA$, 是否可将 a_1, a_2, \dots, a_{4t} 划分为 t 个集合 $T = \{T_1, T_2, \dots, T_t\}$, 使得 $\sum_{l \in T_k} a_l = A, k = 1, 2, \dots, t$.

定理 4 问题 $F2|reg+no-wait, prum|C_{max}$ 是 NP 难的.

证明 将三划分问题归结为 $F2|reg+no-wait, prum|C_{max}$. 可以建立该问题如下的一个例子: 普通工件个数为 $4t$, 普通工件的集合为 $\{j_1, j_2, \dots, j_{4t}\}$, 它们在机器 m_1 和 m_2 上的加工时间分别为 p_{l1} 和 p_{l2} , $p_{l1} = 1, p_{l2} = 1 + a_l, l = 1, 2, \dots, 4t$. 无等待工件个数为 t , 无等待工件的集合为 $\{i_1, i_2, \dots, i_t\}$, 它们在机器 m_1 和 m_2 上的加工时间分别为 p_{h1} 和 p_{h2} , $p_{h1} = A + 1, p_{h2} = 1, h = 1, 2, \dots, t$. 若要证明原问题为 NP 难的, 则等价于证明: 三划分问题有解的充要条件是, 原问题具有最优解 $C_{max}^* = t(A + 5) + 1 = y$.

首先证明充分性, 即如果三划分问题有解, 则原问题具有最优解 C_{max}^* . 假设三划分问题有解, 对于任意 $1 \leq k \leq t$, 令 $\pi(T_k)$ 表示普通工件 j_i 的任意一个排序, 其中 $l \in T_k$. 原问题存在一个排序 Π , 使得机器 m_1 在 $[0, y - 1]$ 时间段内一直处于忙碌状态, 机器

m_2 在 $[1, y]$ 时间段内一直处于忙碌状态, 将各工件按照 $(\pi(T_1), i_1, \pi(T_2), i_2, \dots, \pi(T_t), i_t)$ 的顺序分别在两台机器上加工, 则此时可得到原问题的最大完工时间 $C_{\max} = C_{\max}^* = t(A+5) + 1$.

下面证明必要性. 若原问题存在最优排序 Π , 即 $C_{\max}(\Pi) = t(A+5) + 1$, 机器 m_1 在 $[0, y-1]$ 时间段内一直处于忙碌状态, 机器 m_2 在 $[1, y]$ 时间段内一直处于忙碌状态, 则在 m_1 上加工的第 1 个工件一定是普通工件. 假设在 Π 中, 机器 m_1 在加工第 1 个无等待工件之前一共加工了 r 个普通工件, 则机器 m_1 上第 1 个无等待工件的完工时间为 $r + A + 1$. 由于无等待的约束, 机器 m_2 上第 1 个无等待工件的开工时间也应为 $r + A + 1$. 在加工第 1 个无等待工件之前, 机器 m_2 的总加工时间应为 $r + A$, 因此必有 $r + A + 1 = r + 1 + \sum_{l=1}^r a_l$, 即 $\sum_{l=1}^r a_l = A$. 由于 $A/5 < a_l < A/3$, 可知 $r = 4$. 这 4 个普通工件在机器 m_2 上的总加工时间为 $4 + A$, 所以这 4 个普通工件恰好可以构成 T_1 . 同理可知, 任意两个连续的无等待工件 i_{k-1} 和 $i_k (2 \leq k \leq t)$ 之间必有 4 个普通工件, 它们分别构成相应的 T_k . 因此, 对于每个 $T_k (k = 1, 2, \dots, t)$ 中的普通工件, 在机器 m_2 上的总加工时间均为 $4 + A$, 即 $4 + \sum_{l \in T_k} a_l = 4 + A$, $\sum_{l \in T_k} a_l = A$. 三划分问题有解. \square

5 结 论

本文针对两机无等待流水车间调度问题的基本性质进行了研究. 首先对目标函数最大完工时间最小化的性质进行了分析, 给出了目标函数的一种快速算法; 然后研究了两机无等待流水车间调度问题与排列排序之间的关系, 得出以下结论: 该问题存在基于排列排序的可行解, 该问题的可行解只存在于排列排序中, 并且排列排序的最优解即为该问题的最优解; 最后证明了同时存在普通工件和无等待工件的两机流水车间调度问题在排列排序范围内是 NP 难的. 这些性质为进一步研究两机无等待流水车间调度问题提供了理论依据, 为探索此类问题的多项式最优算法提供了帮助. 在未来的研究中, 对于既包含普通工件又包含无等待工件的两机流水车间调度问题, 最大完工时间的快速计算方法, 排列排序得到问题最优解的条件以及问题的启发式算法等还有待于进一步探讨.

参考文献(References)

[1] Su L H. A hybrid two-stage flowshop with limited waiting time constraints[J]. Computers & Industrial Engineering, 2003, 44(3): 409-424.

- [2] Joo B J, Kim Y D. A branch-and-bound algorithm for a two-machine flowshop scheduling problem with limited waiting time constraints[J]. J of the Operational Research Society, 2009, 60(4): 572-582.
- [3] 李铁克, 王柏琳. 等待时间受限的两机流水车间调度问题性质研究[J]. 管理工程学报, 2011, 25(1): 88-92. (Li T K, Wang B L. Investigating the property of two-stage flows shop scheduling problems with limited waiting time constraints[J]. J of Industrial Engineering Management, 2011, 25(1): 88-92.)
- [4] Cheng T C E, Liu Z H. Approximability of two-machine no-wait flowshop scheduling with availability constraints[J]. Operations Research Letters, 2003, 31(4): 319-322.
- [5] 陈秀宏. 有分离调整和移走时间的两机器 no-wait 流水作业最大延误问题[J]. 宁夏大学学报: 自然科学版, 2003, 24(4): 327-330. (Chen X H. Maximal tardiness in two-machine no-wait flowshop with setup, processing and removal time separated[J]. J of Ningxia University: Natural Science Edition, 2003, 24(4): 327-330.)
- [6] Dileepan P. A note on minimizing maximum lateness in a two-machine no-wait flowshop[J]. Computers & Operations Research, 2004, 31(12): 2111-2115.
- [7] 常俊林, 邵惠鹤. 两机零等待流水车间调度问题的启发式算法[J]. 计算机集成制造系统, 2005, 11(8): 1147-1153. (Chang J L, Shao H H. Heuristic algorithm for two-machine no-wait flowshop scheduling problem[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2005, 11(8): 1147-1153.)
- [8] Wang X L, Cheng T C E. A heuristic approach for tow-machine no-wait flowshop scheduling with due dates and class setups[J]. Computers & Operations Research, 2006, 33(5): 1326-1344.
- [9] Oulamara A. Makespan minimization in a no-wait flow shop problem with two batching machines[J]. Computers & Operations Research, 2007, 34(4): 1033-1050.
- [10] Su L H, Lee Y Y. The two-machine flowshop no-wait scheduling problem with a single server to minimize the total completion time[J]. Computers & Operations Research, 2008, 35(9): 2952-2963.
- [11] Jolai F, Kor H, Hatefi S M, et al. A genetic algorithm for makespan minimization in a no-wait flow shop problem with two batching machines[C]. Proc of 2009 Int Conf on Computer Engineering and Technology. New Jersey: IEEE Computer Society, 2009: 238-242.