文章编号: 1001-0920(2013)11-1655-06

基于累积前景理论的动态风险灰靶决策方法

闫书丽[1,2], 刘思峰[1], 方志耕[1], 朱建军[1], 吴利丰[1]

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 210016；2. 河南科技大学 数学与统计学院，河南 洛阳 471003)

摘 要: 研究信息值为区间灰数, 指标权重未知的动态风险决策问题, 提出一种基于累积前景理论和灰靶思想的决策方法. 该方法定义了区间灰数的距离测度和排序方法; 以各指标值的平均值作为参照点计算各时段的前景矩阵; 通过 WAA 算子将动态前景矩阵集结为静态前景矩阵; 在此基础上求解基于极大熵思想的规划模型得出各指标权重. 构造正负椭球灰靶模型, 根据各方案的正负靶心综合距对方案进行排序. 最后, 通过算例分析结果验证了该方法更加符合决策者的心理行为.

关键词: 区间灰数；动态风险决策；极大熵；灰靶

中图分类号: N945 **文献标志码:** A

Dynamic risk grey target decision making method based on cumulative prospect theory

YAN Shu-li[1,2], *LIU Si-feng*[1], *FANG Zhi-geng*[1], *ZHU Jian-jun*[1], *WU Li-feng*[1]

(1. College of Economics and Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016，China；2. School of Mathematics and Statistics，Henan University of Science and Technology，Luoyang 471003，China．Correspondent：YAN Shu-li，E-mail：yshuli@126.com)

Abstract: A problem of dynamic risk decision-making with interval grey numbers and unknown attributes' weights is studied. A method based on the cumulative prospect theory and grey target thoughts is proposed. Firstly, the distance measure and the ranking method for interval numbers are defined, respectively. Dynamic prospect matrixes are calculated by using the average value of all attributes' values as the preference point. Then the static prospect matrix is aggregated by dynamic prospect matrixes via WAA operator. Furthermore, every attribute's weight is obtained from a programming model based on the maximum entropy. In addition, the new positive and negative ellipsoid grey target models are constructed, and distances between every project and positive, negative target-center are computed, which are aggregated to comprehensive ones to rank projects. Finally, numerical results show that the proposed method is more consistent with the human psychological behavior compared with other approaches.

Key words: interval numbers；dynamic risk decision making；the maximum entropy；grey target

0 引 言

在风险决策分析中, 期望效用理论一直占有统治地位, 并作为经济行为的描述性模型在经济、管理等领域得以广泛应用[1-2]. 该理论基于“完全理性”的假设, 在极其简单的决策环境下似乎符合决策人的行为, 但在实际决策中, 人们往往不是完全理性地进行决策, 且随着决策环境的复杂性、决策信息不确定性的增加, 实际行为与期望效用理论之间明显出现了种种背离, 如著名的阿莱悖论和埃尔斯伯格悖论[3]. Tversky 等在此基础上提出了前景理论[4], 并在此基础上提出了累积前景理论[5], 将决策者的非理性引入到决策过程中, 更符合决策者在实际不确定情况下不完全理性的决策行为. 基于前景理论的风险型多属性决策问题的研究, 在理论和应用方面均具有重要的意义.

目前, 将前景理论应用于风险型多属性决策的主要研究有: 文献 [6] 结合前景理论和模糊数风险型多属性决策问题提出了一种新方法; 文献 [7] 基于区

收稿日期: 2012-07-08；**修回日期:** 2012-10-15.

基金项目: 国家社科基金重大项目 (10zd&014)；国家自然科学基金项目 (71111130211, 90924022, 70971064, 70901041, 71171112).

作者简介: 闫书丽 (1982−), 女, 讲师, 博士生, 从事决策分析、灰色系统的研究；刘思峰 (1955−), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、数量经济学等研究.

间直觉模糊数定义了一种新的价值函数, 提出了一种新的区间直觉模糊数多属性决策方法; 文献 [8] 针对信息值为语言变量、属性权重为区间数的风险型多属性决策问题, 基于前景理论提出了一种新方法; 文献 [9] 针对风险决策问题, 提出一种基于语言评价和前景理论的多准则决策方法; 文献 [10] 针对区间数提出奖优罚劣算子, 设计正负理想靶心, 并定义了前景价值函数, 以此构建方案综合前景值最大化的优化模型, 求出属性权重并确定方案排序; 文献 [11] 针对信息值为实数型的动态风险型决策问题, 提出了一种基于累积前景理论和集对分析的决策方法; 文献 [12] 针对概率和信息值均为区间灰数, 属性权系数不完全确定的灰色风险型多属性决策问题, 提出了一种基于前景理论的决策方法. 现有研究存在如下不足之处: 1) 针对信息值为区间灰数的风险型决策问题的研究甚少, 虽然文献 [12-13] 是基于信息值为区间灰数形式进行的研究, 但他们关于区间灰数的排序、运算体系都是借鉴区间数的方法进行的, 并不符合灰数的特征. 2) 关于动态风险型决策问题的研究甚少. 3) 尚没有基于灰数的极大熵模型求解属性的权重问题. 在此基础上, 本文针对信息值为区间灰数、属性权系数未知的风险型动态多属性决策问题, 基于灰数的核的概念, 给出了灰数的排序方法和距离测度; 采用文献 [13] 中区间灰数的运算体系求得各时段下的灰数型前景矩阵, 并将其转化为静态前景矩阵后, 构建基于极大熵思想的规划模型, 求出各属性的权重; 利用灰靶思想对各方案进行排序. 最后, 通过选取供应商的算例验证了本文方法的合理性, 通过与原有灰数运算体系和期望效用理论方法作对比, 结果表明本文方法符合决策者的心理行为.

1 区间灰数与前景理论

1.1 区间灰数

决策者在确定信息值时, 由于信息采集的困难性、决策者自身的经验等, 在许多情况下, 只知道信息的取值范围而不知其确切值, 将此数称为灰数. 灰数实际上是指在某一个区间或某个一般的数集内取值的不确定数, 通常用符号 $\otimes$ 表示.

定义 1[14] 设灰数 $\otimes \in [a,b](a < b)$ 产生的背景或论域为 Ω, $\mu(\otimes)$ 为灰数 $\otimes$ 取数域的测度, 则定义 $\hat{\otimes} = E(\otimes)$ 为灰数 $\otimes$ 的核, $g^0(\otimes) = \mu(\otimes)/\mu(\Omega)$ 为灰数 $\otimes$ 的灰度.

记 $\hat{\otimes}_{(g^0)}$ 为灰数的简化形式, 运算规则为

$$\hat{\otimes}_{1(g_1^0)} + \hat{\otimes}_{2(g_2^0)} = (\hat{\otimes}_1 + \hat{\otimes}_2)_{(g_1^0 \vee g_2^0)},$$
$$\hat{\otimes}_{1(g_1^0)} - \hat{\otimes}_{2(g_2^0)} = (\hat{\otimes}_1 - \hat{\otimes}_2)_{(g_1^0 \vee g_2^0)},$$
$$\hat{\otimes}_{1(g_1^0)} \times \hat{\otimes}_{2(g_2^0)} = (\hat{\otimes}_1 \times \hat{\otimes}_2)_{(g_1^0 \vee g_2^0)},$$
$$\hat{\otimes}_{1(g_1^0)} / \hat{\otimes}_{2(g_2^0)} = (\hat{\otimes}_1 / \hat{\otimes}_2)_{(g_1^0 \vee g_2^0)},$$
$$k \cdot \hat{\otimes}_{(g^0)} = (k \cdot \hat{\otimes})_{(g^0)},$$
$$(\hat{\otimes}_{(g^0)})^k = (\hat{\otimes})^k{}_{(g^0)},\ k \in R.$$

下面针对论域为 [0, 1] 上的灰数, 给出灰数间的距离测度和大小的比较方法.

通常关于两区间灰数的距离公式都是对两端点间对应距离进行适当的集结[15], 而灰数间的距离应该基于灰数在区间内取值概率不是完全相等的特点来考虑. 对于灰数信息覆盖信息已知的情况将另著文说明, 这里只考虑对于覆盖信息未知的情况, 灰数间的距离主要应该为核之间的距离, 同时考虑灰数的取值范围 (区间长度) 对灰数取值不确定性的影响, 即真实值也有可能取在核的左右, 在左右半个区间内的任一点, 因此距离公式也应考虑两个灰数半区间长度的影响. 当区间灰数在某一点真实发生时, 两数之间的距离显然是两真实值之间的距离, 在未发生之前只能根据掌握的信息对区间灰数的距离给出一个估计值. 基于此思想, 下面给出两区间灰数的距离定义和相关性质.

定义 2 设两区间灰数 $\otimes_1 \in [a_1, b_1] \subset [0\ \ 1]$, $\otimes_2 \in [a_2, b_2] \subset [0\ \ 1]$, 定义

$$d(\otimes_1, \otimes_2) = |\hat{\otimes}_1 - \hat{\otimes}_2| + \frac{1}{2}|l(\otimes_1) - l(\otimes_2)|, \quad (1)$$

则称 $d(\otimes_1, \otimes_2)$ 为 $\otimes_1$ 与 $\otimes_2$ 之间的距离.

定理 1 设 $d(\otimes_1, \otimes_2)$ 是区间灰数 $\otimes_1$ 与 $\otimes_2$ 之间的距离, 则有如下性质:

1) $d(\otimes_1, \otimes_2) \geqslant 0$; $d(\bar{\otimes}_1, \bar{\otimes}_2) = 0$, 当且仅当 $\hat{\otimes}_1 = \hat{\otimes}_2$, $l(\otimes_1) = l(\otimes_2)$;

2) $d(\otimes_1, \otimes_2) = d(\otimes_2, \otimes_1)$;

3) $d(\otimes_1, \otimes_2) \leqslant d(\otimes_1, \otimes_3) + d(\otimes_2, \otimes_3)$.

证明 性质 1) 和 性质 2) 显然可证.

对于性质 3), 因为

$$d(\otimes_1, \otimes_3) = |\hat{\otimes}_1 - \hat{\otimes}_3| + \frac{1}{2}|l(\otimes_1) - l(\otimes_3)|,$$
$$|\hat{\otimes}_1 - \hat{\otimes}_3| \leqslant |\hat{\otimes}_1 - \hat{\otimes}_2| + |\hat{\otimes}_2 - \hat{\otimes}_3|,$$
$$|l(\otimes_1) - l(\otimes_3)| \leqslant |l(\otimes_1) - l(\otimes_2)| + |l(\otimes_2) - l(\otimes_3)|,$$

所以有

$$d(\otimes_1, \otimes_3) \leqslant d(\otimes_1, \otimes_2) + d(\otimes_2, \otimes_3). \qquad \square$$

在区间灰数的比较中, 大多采用文献 [16] 中的比较方法, 没有体现出区间灰数在某一点取值的特点. 灰数大小应主要考虑其核的大小, 另外, 灰数的取值不确定程度也是衡量大小的一个指标. 为此, 可根据核与灰数长度的比值进行比较, 而为了避免灰数退化为实数时长度为 0 使得此式无意义, 加入一个控制常量, 则两灰数按照以下定义进行比较.

定义 3　设两区间灰数 $\otimes_1=[a_1,b_1]\subset[0,1]$, $\otimes_2=[a_2,b_2]\subset[0,1]$, 若

$$\frac{\hat{\otimes}_1}{1+l(\otimes_1)}>\frac{\hat{\otimes}_2}{1+l(\otimes_2)},$$

则 $\otimes_1\succ\otimes_2$. 当区间灰数 $\otimes_1$ 与 $\otimes_2$ 退化为实数时, 灰度为 0, 即转化为两实数间的大小比较.

1.2 累积前景理论

令 $F=\{f:S\to X\}$ 是所有前景集, F^+, F^- 分别为正、负前景. 不确定前景 f 是从自然状态集 S 到结果集 X 的一个函数, 事件 A_i 发生时会产生结果 x_i, 将每个前景的结果按递增顺序排列, 结果排序为 $x_1\leqslant x_2\leqslant\cdots\leqslant x_h\leqslant\cdots\leqslant x_n$, 其中 x_h 为参考点. 累积前景理论提出, 存在一个严格递增的价值函数 v, 对于 f, 使得前景 f 的值 $V(f)=V(f^+)+V(f^-)$. 其中

$$V(f^-)=\sum_{i=1}^{h}\pi_i^-\nu(\Delta x_i),$$

$$V(f^+)=\sum_{i=h+1}^{n}\pi_i^+\nu(\Delta x_i),\ \Delta x_i=x_i-x_h.$$

前景价值是由价值函数和概率权重函数共同决定的, 具体形式如下.

1) 价值函数.

价值函数将表面价值转化为决策价值. 文献 [4] 提出的价值函数的具体形式为

$$\nu(\Delta x_i)=\begin{cases}(\Delta x_i)^{\alpha},\ \Delta x_i>0;\\ -\lambda(-\Delta x_i)^{\beta},\ \Delta x_i<0.\end{cases}$$

其中: Δx 为表面价值的得失, 得为正, 失为负; α,β 为风险态度系数, $0<\alpha<1$, $0<\beta<1$, α 和 β 越大, 表明决策者越倾向于冒险; λ 为损失规避系数, 若 $\lambda>1$, 则决策者对损失更加敏感; ν 为决策价值.

2) 决策权重函数.

权重函数将概率转化为决策权重. 文献 [4] 定义的收益和损失的决策权重 ω^+ 和 ω^-, 分别为收益和损失的非线性权重函数, 即

$$\omega^+(p_j)=\frac{p_j^{\gamma}}{(p_j^{\gamma}+(1-p_j^{\gamma})^{\gamma})^{1/\gamma}},$$

$$\omega^-(p_j)=\frac{p_j^{\delta}}{(p_j^{\delta}+(1-p_j^{\delta})^{\delta})^{1/\delta}}.$$

当 γ,δ 小于 1 时, 权重曲线呈倒 S 形, 即小概率时权重大于概率, 中大概率时权重小于概率. 文献 [6] 表明, 当参数 $\alpha=\beta=0.88$, $\lambda=2.25$, $\gamma=0.61$, $\delta=0.69$ 时, 与经验数据较为一致.

2 基于累积前景理论的动态风险灰靶决策方法

设对于某多属性决策问题, 由 p 个拟定的决策方案组成的决策方案集为 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$, m 个评价指标或属性组成的指标集为 $C=\{c_1,c_2,\cdots,c_m\}$, 相应的属性权重为 ω_j, $j=1,2,\cdots,m$, 时间样本点为 t_k, $k=1,2,\cdots,n$, 相应的权重为 $\tau(t_k)$, $k=1,2,\cdots,n$, 每个指标 c_j 有 l_j 种可能的自然状态 $\varTheta_j=\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{l_j}\}$, 在时间点 t_k, 指标 c_j 下状态 θ_q 发生的概率为 $p_{jq}^{t_k}$, 其中 $\sum_{q=1}^{l_j}p_{jq}^{t_k}=1$. 方案 s_i 在时间 t_k, 指标 c_j, 状态 θ_q 下的效果样本值为 $x_{ijq}^{t_k}(\otimes)$, $x_{ijq}^{t_k}(\otimes)$ 为区间灰数.

基于累积前景理论的动态风险灰靶决策步骤如下:

Step1　根据属性类型, 对各属性下的效用值规范化.

当属性为效益型时, 有

$$x_{ij}(\bar{\otimes})=\frac{x_{ij}(\otimes)-\min\limits_i x_{ij}(\otimes)}{\max\limits_i x_{ij}(\otimes)-\min\limits_i x_{ij}(\otimes)}.\tag{2}$$

当属性为成本型时, 有

$$x_{ij}(\bar{\otimes})=\frac{\max\limits_i x_{ij}(\otimes)-x_{ij}(\otimes)}{\max\limits_i x_{ij}(\otimes)-\min\limits_i x_{ij}(\otimes)}.\tag{3}$$

当属性值为固定型时, 有如下两种情况:

当 $x_{ij}(\bar{\otimes})<\tilde{\otimes}$ 时, 有

$$x_{ij}(\bar{\otimes})=\frac{x_{ij}(\otimes)-\min\limits_i x_{ij}(\otimes)}{\tilde{\otimes}-\min\limits_i x_{ij}(\otimes)};\tag{4}$$

当 $x_{ij}(\bar{\otimes})<\tilde{\otimes}$ 时, 有

$$x_{ij}(\bar{\otimes})=\frac{\max\limits_i x_{ij}(\otimes)-x_{ij}(\otimes)}{\max\limits_i x_{ij}(\otimes)-\tilde{\otimes}}.\tag{5}$$

式 (2)~(5) 中: $i=1,2,\cdots,p$, $j=1,2,\cdots,m$. 由此可得到规范化决策矩阵 $x_{ij}(\bar{\otimes})$.

Step 2　计算各时期 $t_k(k=1,2,\cdots,n)$ 的各个方案在各属性下的前景值.

各个属性值从小到大进行排序, 得到

$$x_{ij1'}^{t_k}(\bar{\otimes})\leqslant x_{ij2'}^{t_k}(\bar{\otimes})\leqslant\cdots\leqslant x_{ijl_j'}^{t_k}(\bar{\otimes}),$$

取均值

$$\bar{x}_j^{t_k}(\bar{\otimes})=\frac{1}{pl_j}\sum_{q=1}^{pl_j}x_{ijq}^{t_k}(\bar{\otimes})$$

为指标 c_j 的参考值, 由此求得前景值为

$$V_{ij}^{t_k}(\bar{\otimes})=\sum_{i=1}^{h}\omega_i^-\nu(x_{ijq}^{t_k}(\bar{\otimes})-\bar{x}_j^{t_k}(\bar{\otimes}))+\sum_{i=h+1}^{n}\omega_i^+\nu(x_{ijq}^{t_k}(\bar{\otimes})-\bar{x}_j^{t_k}(\bar{\otimes})).$$

Step 3　求得静态下的前景矩阵.

根据 WAA 算子集结不同时期的前景值, 得到静态下的前景矩阵为

$$V_{ij}(\bar{\otimes})=\sum_{k=1}^{n}\tau(t_k)V_{ij}^{t_k}(\bar{\otimes}).$$

Step 4 确定各属性的权重值.

在多属性决策问题中, 属性权重的确定值得到重点关注, 近年来, 利用熵的思想求解属性的权重得到了广泛应用[17-19]. 根据极大熵准则, 在已有信息的基础上, 认为权重熵值达到最大且满足约束条件所得到的权重值比较合理.

针对前景矩阵, 每个待评方案与最优前景方案、最劣前景方案的贴近度在一定程度上反映了不同属性之间的接近程度. 此时, 各方案下各属性的贴近度量化了不同指标在方案之间的内在差异性, 即从不同方案、不同属性两个角度反映了指标属性变动的内在规律, 一定程度上反映了各个属性的重要程度. 根据上述思想, 某属性的客观权重的范围可由各属性的贴近度占所有待评方案下的贴近度的比例来确定; 同时, 属性权重的方差的波动范围也是由贴近度比例所确定. 由此构建基于贴近度比例的属性权重的极大熵模型如下:

$$\max \quad F=-\sum_{j=1}^{m}\omega_j\ln\omega_j.$$

$$\begin{aligned}\text{s.t.}\quad &\sum_{j=1}^{m}\omega_j=1,\\ &\omega_j\in\Big[\min_i\frac{\mu(V_{ij}(\bar{\otimes}))}{\sum\limits_{i=1}^{p}\mu(V_{ij}(\bar{\otimes}))},\ \max_i\frac{\mu(V_{ij}(\bar{\otimes}))}{\sum\limits_{i=1}^{p}\mu(V_{ij}(\bar{\otimes}))}\Big],\\ &j=1,2,\cdots,m;\\ &\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\Big(\omega_j-\frac{1}{m}\Big)^2\in(\min_j D(j),\max_j D(j));\\ &D(j)=\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\Big(\frac{\mu(V_{ij}(\bar{\otimes}))}{\sum\limits_{i=1}^{p}\mu(V_{ij}(\bar{\otimes}))}-\frac{1}{p}\Big)^2;\\ &\mu(V_{ij}(\bar{\otimes}))=\\ &\frac{d(V_{ij}(\bar{\otimes}),V_j^-(\bar{\otimes}))}{d(V_{ij}(\bar{\otimes}),V_j^+(\bar{\otimes}))+d(V_{ij}(\bar{\otimes}),V_j^-(\bar{\otimes}))}.\end{aligned}\tag{6}$$

Step 5 正负椭球灰靶模型.

定义 4 称

$$V^+(\bar{\otimes})=(V_1^+(\bar{\otimes}),V_2^+(\bar{\otimes}),\cdots,V_m^+(\bar{\otimes}))$$

为灰靶的正靶心; 称

$$V^-(\bar{\otimes})=(V_1^-(\bar{\otimes}),V_2^-(\bar{\otimes}),\cdots,V_m^-(\bar{\otimes}))$$

为灰靶的负靶心. 其中

$$\begin{aligned}&V_j^+(\bar{\otimes})=\max\{V_{ij}(\bar{\otimes})|1\leqslant i\leqslant p\},\\ &V_j^-(\bar{\otimes})=\min\{V_{ij}(\bar{\otimes})|1\leqslant i\leqslant p\},\\ &j=1,2,\cdots,m;\end{aligned}$$

称

$$\begin{aligned}r^+=&\{(V_{i1}(\bar{\otimes}),V_{i2}(\bar{\otimes}),\cdots,V_{im}(\bar{\otimes}))|\\ &\omega_1d^2(V_{i1}(\bar{\otimes}),V_1^+(\bar{\otimes}))+\\ &\omega_2d^2(V_{i2}(\bar{\otimes}),V_2^+(\bar{\otimes}))+\cdots+\\ &\omega_md^2(V_{im}(\bar{\otimes}),V_m^+(\bar{\otimes}))\leqslant r^2\}\end{aligned}$$

为以

$$V^+(\bar{\otimes})=(V_1^+(\bar{\otimes}),V_2^+(\bar{\otimes}),\cdots,V_m^+(\bar{\otimes}))$$

为靶心的椭球灰靶; 称

$$\begin{aligned}r^-=&\{(V_{i1}(\bar{\otimes}),V_{i2}(\bar{\otimes}),\cdots,V_{im}(\bar{\otimes}))|\\ &\omega_1d^2(V_{i1}(\bar{\otimes}),V_1^-(\bar{\otimes}))+\\ &\omega_2d^2(V_{i2}(\bar{\otimes}),V_2^-(\bar{\otimes}))+\cdots+\\ &\omega_md^2(V_{im}(\bar{\otimes}),V_m^-(\bar{\otimes}))\leqslant r^2\}\end{aligned}$$

为以

$$V^-(\bar{\otimes})=(V_1^-(\bar{\otimes}),V_2^-(\bar{\otimes}),\cdots,V_m^-(\bar{\otimes}))$$

为靶心的椭球灰靶.

记

$$\begin{aligned}r_i^+=&(\omega_1d^2(V_{i1}(\otimes),V_1^+(\otimes))+\omega_2d^2(V_{i2}(\otimes),V_2^+(\otimes))+\\ &\cdots+\omega_md^2(V_{im}(\otimes),V_m^+(\otimes)))^{1/2}\end{aligned}\tag{7}$$

为效果向量 $(V_{i1}(\bar{\otimes}),V_{i2}(\bar{\otimes}),\cdots,V_{im}(\bar{\otimes}))$ 的正靶心距; 记

$$\begin{aligned}r_i^-=&(\omega_1d^2(V_{i1}(\otimes),V_1^-(\otimes))+\omega_2d^2(V_{i2}(\otimes),V_2^-(\otimes))+\\ &\cdots+\omega_md^2(V_{im}(\otimes),V_m^-(\otimes)))^{1/2}\end{aligned}\tag{8}$$

为效果向量 $(V_{i1}(\bar{\otimes}),V_{i2}(\bar{\otimes}),\cdots,V_{im}(\bar{\otimes}))$ 的负靶心距.

Step 6 根据各方案的正负靶心综合距

$$r_i^0=\frac{r_i^-}{r_i^-+r_i^+}$$

对方案进行排序.

3 算例分析

我国商用大型飞机项目采用“主制造商-供应商”的管理模式, 大量关键组件需要国际供应商的协作, 作为复杂产品制造过程中的典型决策问题, 对于某组件制造的供应商选择通常通过“招标投标”的方式完成. 在商用大型飞机某关键组件国际供应商选择决策中, 有4家国际供应商入围. 设供应商集合 $S=\{s_1,s_2,s_3,s_4\}$, 通过专家调查, 确定以下4个决策目标: 质量 c_1、价格 c_2(百万元)、交货期 c_3(月)、竞争力 c_4. 评估专家组考察了这4家国际供应商在2009 ~2011年3个年度(分别记为 t_1, t_2, t_3)在4个指标下的具体情况, 其中在各年度每个指标对应有不同的自然状态. 指标 c_1 下有两种自然状态: θ_1 管理严格, θ_2 管理懈怠; c_2 下有3种自然状态: θ_1 物价上涨, θ_2 物价稳定, θ_3 物价下跌; 指标 c_3 下有3种自然状态: θ_1 生产良好, θ_2 生产正常, θ_3 生产异常; 指标 c_4 下有两种自然状态: θ_1 管理严格, θ_2 管理懈怠. 前期调查时, 产

表 1　2009 年各状态下各方案的指标值

方案	c_1		c_2			c_3			c_4	
	$P(\theta_1)=0.8$	$P(\theta_2)=0.2$	$P(\theta_1)=0.1$	$P(\theta_2)=0.5$	$P(\theta_3)=0.4$	$P(\theta_1)=0.2$	$P(\theta_2)=0.4$	$P(\theta_3)=0.4$	$P(\theta_1)=0.8$	$P(\theta_2)=0.2$
s_1	[9.4,9.8]	[8.7,9.2]	[15,15.6]	[14.8,15.2]	[14.5,15]	[14,15]	[15,16]	[16,16.5]	[9.6,9.8]	[9.2,9.4]
s_2	[9.2,9.6]	[9,9.4]	[15,15.4]	[14.4,15.1]	[14.1,14.6]	[15.5,16]	[16,16.5]	[16.5,17]	[9.3,9.8]	[9.1,9.7]
s_3	[9,9.4]	[8.8,9.2]	[14.8,15.2]	[14.5,15]	[13.8,14.2]	[15,16]	[15.5,16.5]	[16,17]	[9,9.4]	[8.8,9.3]
s_4	[9.1,9.7]	[8.8,9.3]	[14.5,15.3]	[14,15.2]	[13.8,14]	[15.5,16]	[16,17]	[16.5,17.5]	[9.2,9.6]	[8.6,9.6]

表 2　2010 年各状态下各方案的指标值

方案	c_1		c_2			c_3			c_4	
	$P(\theta_1)=0.85$	$P(\theta_2)=0.15$	$P(\theta_1)=0.4$	$P(\theta_2)=0.4$	$P(\theta_3)=0.2$	$P(\theta_1)=0.2$	$P(\theta_2)=0.5$	$P(\theta_3)=0.3$	$P(\theta_1)=0.85$	$P(\theta_2)=0.15$
s_1	[9,9.6]	[8.8,9.1]	[14.8,15.6]	[14.2,15]	[14,14.5]	[14.5,15]	[15,15.5]	[16,17]	[9.4,9.6]	[9,9.3]
s_2	[9.1,9.6]	[8.8,9.4]	[15,15.8]	[14.8,15.3]	[14.2,14.8]	[15,16]	[15.5,16.5]	[16.5,17]	[9.4,9.8]	[9.2,9.5]
s_3	[9.2,9.5]	[8.8,9.1]	[14.5,15.4]	[14,14.8]	[13.8,14.2]	[15.5,16.5]	[16 ,16.5]	[16.5,17.5]	[9.2,9.6]	[8.6,9.4]
s_4	[9,9.4]	[8.7,9]	[15.2,15.6]	[14.2,15]	[13.6,14.5]	[15,16]	[15.5,16.5]	[16,16.5]	[9,9.4]	[8.8,9.2]

表 3　2011 年各状态下各方案的指标值

方案	c_1		c_2			c_3			c_4	
	$P(\theta_1)=0.75$	$P(\theta_2)=0.25$	$P(\theta_1)=0.3$	$P(\theta_2)=0.5$	$P(\theta_3)=0.2$	$P(\theta_1)=0.2$	$P(\theta_2)=0.6$	$P(\theta_3)=0.2$	$P(\theta_1)=0.75$	$P(\theta_2)=0.25$
s_1	[9.2,9.8]	[8.6,9]	[15.2,16]	[14.1,14.4]	[13,13.5]	[14.5,15]	[15,16]	[15.5,16.5]	[9.5,9.8]	[9.3,9.5]
s_2	[9.1,9.6]	[8.7,9]	[16,16.5]	[14.5,15.2]	[14.2,14.8]	[15,16]	[15.5,16]	[16,16.5]	[9.3,9.5]	[9,9.4]
s_3	[9,9.5]	[8.6,9.1]	[14.3,15.6]	[13.8,14.4]	[13.5,14]	[15,15.5]	[15.5 ,16]	[16,17]	[9.4,9.7]	[8.8,9.3]
s_4	[9,9.3]	[8.8,9]	[15,15.4]	[14,15]	[13.6,14.3]	[15.5,16]	[16,16.5]	[16,17]	[9.2,9.4]	[8.3,9.5]

品在出厂前都有一定的不确定性, 但是产品在出厂后的使用过程中或者成交时, 会是一个确定的数, 所以本文用区间灰数刻画. 已知效益型指标质量 c_1 和竞争力 c_4 的论域为 [0, 10], 成本型指标价格 c_2 的论域为 [10, 20], 固定型指标交货期 c_3 的论域为 [10, 20], 要求区间 [15, 16] 为最好. $\tau(t_1)=0.2$, $\tau(t_2)=0.3$, $\tau(t_3)=0.5$. 2009∼2011 年各自然状态下的决策矩阵如表 1∼表 3 所示.

3.1　计算结果及分析

根据上述步骤, 求出静态下的前景矩阵为

$$\begin{bmatrix} 0.104\,8_{0.09} & -0.271\,6_{0.12} & -0.238\,0_{0.1} & 0.063\,5_{0.12} \\ 0.165\,2_{0.09} & -0.627\,8_{0.12} & -0.046\,5_{0.1} & -0.286\,1_{0.12} \\ -0.025\,8_{0.09} & 0.090\,8_{0.12} & -0.133\,2_{0.1} & -0.263\,8_{0.12} \\ -0.230\,5_{0.09} & -0.179\,8_{0.12} & -0.437\,2_{0.1} & -0.192\,5_{0.12} \end{bmatrix},$$

根据求得的前景矩阵, 构建权重的极大熵规划模型如下:

$$\max \quad F=-\sum_{j=1}^{4}\omega_j\ln\omega_j;$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{4}\omega_j=1,$$

$$\omega_1\in[0,0.422\,9],\ \omega_2\in[0,0.471\,9],$$

$$\omega_3\in[0,0.437\,1],\ \omega_4\in[0,0.750\,9],$$

$$\frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4}(\omega_j-\frac{1}{4})^2\in(0.026\,27,0.089\,17).$$

求解此模型, 得到 $\omega_1=0.156\,4$, $\omega_2=0.156\,4$, $\omega_3=0.156\,4$, $\omega_4=0.530\,7$.

综合靶心距: $r_1^0=0.738\,8$, $r_2^0=0.289\,4$, $r_3^0=0.377\,2$, $r_4^0=0.381\,7$. 则有 $s_1\succ s_4\succ s_3\succ s_2$, 最优方案为 s_1.

3.2　方法比较

为了将本文方法与已有的区间灰数信息下的风险型决策方法进行对比, 这里采用原有区间灰数的运算体系[15-16, 20]和效用理论[2]来处理数据, 最后也按照贴近度对方案进行排序, 得到各方案的贴近度为 $\mu_1=0.777\,8$, $\mu_2=0.515\,3$, $\mu_3=0.572\,4$, $\mu_4=0.171\,3$, 方案排序结果为 $s_1\succ s_3\succ s_2\succ s_4$. 由此可以看出, 排序结果不完全一致. 本文仅对方案 s_3, s_4 的排序从数据上来分析, 各年度下 s_3 在各指标下的数值平均优于 s_4, 在理性状态下应该为 $s_3\succ s_4$, 即效用理论得到的排序. 而本文方法不以决策值的最终状态而根据决策值的变化程度来进行决策判断, 是相对于各指标值的平均值的增加或减少, 且考虑了决策者对于收益和损失的不同风险态度.

本文提出的决策方法与文献 [10] 之间的不同之处如下: 1) 研究的视角不同. 本文研究的是动态决策问题, 且考虑到各属性在未来自然状态是不确定的, 存在风险的; 文献 [10] 研究的是静态决策问题, 且没有考虑未来可能出现的自然状态. 从前景理论的本质含义来说, 本文更加符合原著提出的关于前景理论的思想. 2) 寻求最优方案的方法不同. 本文建立了以正

负理想前景值为靶心的正负椭球灰靶模型, 根据各方案的综合靶心距对方案进行排序; 文献 [10] 采用各方案与最优 (差) 值的正负靶心距, 建立正负靶心系数, 在此基础上构造价值函数, 根据各方案的最优综合前景值进行排序.

4 结 论

针对信息值为区间灰数的风险型动态决策问题, 提出了一种基于前景理论的正负椭球灰靶决策方法. 依据区间灰数的信息覆盖原理, 采用更符合灰数特点的运算体系, 以各指标值的平均值作为参照点更加符合决策者的思维习惯, 由此计算出各时段的前景矩阵, 根据时间点的权重值计算出综合前景矩阵, 并基于贴近度原理和极大熵思想, 构建非线性规划模型以及求解各属性权重值. 最后, 构建前景矩阵的正负椭球灰靶模型, 根据正负靶心综合值对各方案进行排序. 该方法更加符合灰数信息的特点, 得到的结果更加符合决策者的心理行为.

参考文献(References)

[1] Yang J P, Qiu W H. A measure of risk and a decision-making model based on expected utility and entropy[J]. European J of Operational Research, 2005, 164(3): 792-799.

[2] 饶从军, 肖新平. 风险型动态混合多属性决策的灰矩阵关联度法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(9): 1353-1357.
(Rao C J, Xiao X P. Method of grey matrix relative degree for dynamic hybrid multi-attribute decision making under risk[J]. Systems Engineering and Electronic, 2006, 28(9): 1353-1357.)

[3] Katie S. Distinguishing indeterminate belief from ”risk-averse”preferences[J]. Synthese, 2007, 158 (2): 189-205.

[4] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: Ananalysis of decision under risk[J]. Econometric, 1979, 47(2): 263-291.

[5] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.

[6] Krohling R A, De Souza T T M. Combining prospect theory and fuzzy numbers to multi-criteria decision making[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(13): 11487-11493.

[7] Wang J Q, Li K J, Zhang H Y. Interval-valued intuitionistic fuzzy multi-criteria decision-making approach based on prospect score function[J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 27(3): 119-125.

[8] Liu P D, Jin F, Zhang X, et al. Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertain linguistic variables[J]. Knowledge-Based Systems, 2011, 24(4): 554-561.

[9] 胡军华, 陈晓红, 刘咏梅. 基于语言评价和前景理论的多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24 (10): 1477-1482.
(Hu J H, Chen X H, Liu Y M. Multi-criteria decision making method based on linguistic evaluation and prospect theory[J]. Control and Decision, 2009, 24 (10): 1477-1482.)

[10] 刘勇, Forrest J, 刘思峰, 等.基于前景理论的多目标灰靶决策方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 345-350.
(Liu Y, Forrest J, Liu S F, et al. Multi-objective grey target decision-making based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2013, 28(3): 345-350.)

[11] Hu J H, Yang L. Dynamic stochastic multi-criteria decision making method based on cumulative prospect theory and set pair analysis[J]. Systems Engineering Procedia, 2011, 1(1): 432-439.

[12] 王坚强, 周玲. 基于前景理论的灰色随机多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1658-1664.
(Wang J Q, Zhou L. Grey stochastic multi-criteria decision-making approach based on prospect theory[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(9): 1658-1664.)

[13] 罗党, 刘思峰. 灰色多指标风险型决策方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(8): 1057-1116.
(Luo D, Liu S F. Research on grey multi-criteria risk decision-making method[J]. Systems Engineering and Electronic, 2004, 26(8): 1057-1116.)

[14] 刘思峰, 方志耕, 谢乃明. 基于核和灰度的区间灰数运算法则[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(2): 313-316.
(Liu S F, Fang Z G, Xie N M. Algorithm rules of interval grey numbers based on the ”Kernel” and the degree of greyness of numbers[J]. Systems Engineering and Electronic, 2010, 32(2): 313-316.)

[15] 王正新, 党耀国, 宋传平. 基于区间数的多目标灰色局势决策模型[J]. 控制与决策, 2009, 24 (3): 388-392.
(Wang Z X, Dang Y G, Song C P. Multi-objective decision model of grey situation based on interval number[J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 388-392.)

[16] Yue Z L. An extended TOPSIS for determining weights of decision makers with interval numbers[J]. Knowledge-Based Systems, 2011, 24(1): 146-153.

[17] 金佳佳, 米传民, 徐伟宣, 等. 考虑专家判断信息的灰色关联极大熵权重模型[J]. 中国管理科学, 2012, 20(2): 135-143.
(Jin J J, Mi C M, Xu W X, et al. The maximum entropy empowerment model for evaluating index considering considering the expert evaluation information[J]. Chinese J of Manageent Science, 2012, 20(2): 135-143.)

(下转第1666页)