

文章编号: 1001-0920(2013)12-1849-06

## 基于动态面的高超声速飞行器模糊自适应非线性控制

胡超芳, 刘艳雯

(天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072)

**摘要:** 针对高超声速飞行器模型非线性、多变量和参数不确定特性, 并考虑控制增益变化可能导致控制奇异值问题, 提出一种基于动态面的模糊自适应非线性控制方法. 根据动态面和动态逆策略, 分别设计了高度和速度跟踪控制器. 利用模糊自适应方法在线逼近不确定函数项, 并采用Nussbaum增益技术抑制虚拟控制增益不确定影响, 以减少在线学习量, 保证系统的半全局一致最终有界性. 仿真结果表明, 所提出的方法可实现飞行器对高度和速度的准确跟踪控制.

**关键词:** 高超声速飞行器; 动态面; Nussbaum增益; 模糊自适应

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Fuzzy adaptive nonlinear control based on dynamic surface control for hypersonic vehicle

HU Chao-fang, LIU Yan-wen

(School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China. Correspondent: HU Chao-fang, E-mail: cfhu@tju.edu.cn)

**Abstract:** For the characters of nonlinearity, multivariable and parameter uncertainty of hypersonic vehicle model, and the possible singularity phenomenon of the controller resulted from changing of control gain, a fuzzy adaptive nonlinear control approach based on dynamic surface control(DSC) is proposed. The altitude and velocity tracking controllers are designed by using DSC and dynamic inversion strategies respectively. The fuzzy adaptive method is used to identify the uncertain function terms on-line. The Nussbaum gain approach is adopted to restrain the influence caused by the uncertain virtual control gain and decrease the burden of on-line learning. The controlled systems are ensured to be semi-global uniformly ultimately bounded. The simulation results show that the accurate tracking control of hypersonic vehicle about altitude and velocity can be realized by using the proposed approach.

**Key words:** hypersonic vehicle; dynamic surface; Nussbaum gain; fuzzy adaptive

### 0 引言

随着高超声速技术的发展, 高超声速飞行器给世界航空航天领域带来了新一轮的革命. 作为多变量系统, 高超声速飞行器具有较高的非线性, 而且受飞行范围和飞行环境的影响, 参数变化剧烈, 使得飞行器模型具有较大的不确定性, 对高超声速飞行器控制系统设计提出了重大挑战<sup>[1]</sup>. 为此, 国内外学者开展了许多相关研究工作, 如采用LQR<sup>[2]</sup>等线性控制方法, 以动态逆<sup>[3]</sup>和滑模<sup>[4]</sup>为代表的非线性方法, 以及鲁棒自适应<sup>[5-6]</sup>等控制方法. 作为传统方法, 线性控制是在特定工作点对高超声速飞行器模型线性化后进行设计的, 由于飞行器模型非线性程度高, 近似线性化后

的建模误差往往导致线性控制器存在一定的局限性, 从而限制了它的使用. 而在常规非线性控制方法中, 由于存在着诸如动态逆对模型相对阶的严格要求以及滑模控制自身的抖振等问题, 也同样给控制器的设计和分析带来了难度.

近年来, 作为解决非线性的有效手段, 反步法已成为研究热点之一, 并与鲁棒、自适应等策略相结合, 在高超声速飞行器控制中得到了初步应用, 如基于反步法的模糊自适应控制和鲁棒自适应控制<sup>[7-8]</sup>, 以及作为反步法拓展的Nonlinear sequential loop-closure控制<sup>[6]</sup>等. 但是, 由于在反步法应用过程中需对虚拟控制指令进行多次求导, 极易造成计算膨胀,

收稿日期: 2012-09-20; 修回日期: 2013-03-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074064,91016018); 天津市自然科学基金项目(12JCZDJC30300,11JCZDJC25100).

作者简介: 胡超芳(1973-), 男, 副教授, 从事飞行器自主控制、自适应控制和非线性控制等研究; 刘艳雯(1987-), 女, 硕士生, 从事飞行器鲁棒自适应控制的研究.

增大控制负担,为此有必要寻求其他的解决方法,而动态面控制则能有效解决这类问题<sup>[9]</sup>.对于高超声速飞行器,其模型耦合强、非线性程度高,将使得该问题更加严重,应用动态面策略可以大大简化控制器设计,获得良好的控制效果,Gao等<sup>[10]</sup>已对此进行了初步探讨.

本文针对非线性和不确定等条件下高超声速飞行器高度和速度的跟踪控制问题,引入动态面控制策略,并在鲁棒自适应NN控制<sup>[9]</sup>的基础上,设计了基于动态面的模糊自适应非线性飞行控制器.首先将高度子系统转化为严反馈形式,并基于动态面方法分步设计虚拟和真实控制输入;对于速度子系统,则利用动态逆设计非线性控制器;针对飞行器模型简化后的不确定函数项,通过模糊自适应方法进行在线逼近;对于虚拟控制增益函数不确定问题,则采用Nussbaum增益技术进行处理,不仅可以避免控制奇异现象,而且能大大减少不确定项的在线学习量.稳定性分析证明了控制系统的半全局一致最终有界性,仿真结果表明该方法具有较好的性能.

## 1 高超声速飞行器的纵向模型

本文采用美国兰利研究中心给出的通用高超声速飞行器纵向动力学模型<sup>[4-5]</sup>

$$\dot{V} = \frac{T \cos \alpha - D}{m} - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2}, \quad (1)$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma, \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{L + T \sin \alpha}{mV} - \frac{(\mu - V^2 r) \cos \gamma}{V r^2}, \quad (3)$$

$$\dot{\alpha} = q - \dot{\gamma}, \quad (4)$$

$$\dot{q} = M_{yy}/I_{yy}. \quad (5)$$

发动机模型为

$$\dot{\beta} = -2\xi\omega_n\dot{\beta} - \omega_n^2\beta + \omega_n^2\beta_c. \quad (6)$$

其中:变量 $V, h, \gamma, \alpha, q$ 分别为速度、高度、航迹角、攻角和俯仰角速率; $m, I_{yy}, \mu, \xi, \omega_n$ 分别为飞行器质量、俯仰转动惯量、引力常数、发动机阻尼和自然频率; $\beta$ 为油门开度, $\beta_c$ 为发动机油门开度设定值; $T, L, D$ 和 $M_{yy}$ 分别为推力、升力、阻力和俯仰力矩,可表示为

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L, \quad D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D, \quad T = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_T,$$

$$M_{yy} = \frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c} [C_M(\alpha) + C_M(\delta_e) + C_M(q)],$$

$$r = h + R_E.$$

这里

$$C_L = 0.6203\alpha;$$

$$C_D = 0.6450\alpha^2 + 0.0043378\alpha + 0.003772;$$

$$C_T = \begin{cases} 0.02576\beta, & \beta < 1; \\ 0.0224 + 0.00336\beta, & \beta > 1; \end{cases}$$

$$C_M(\alpha) = -0.035\alpha^2 + 0.036617\alpha + 5.3261 \times 10^{-6};$$

$$C_M(q) = (\bar{c}/2V)q(-6.796\alpha^2 + 0.3015\alpha - 0.2289);$$

$$C_M(\delta_e) = c_e(\delta_e - \alpha);$$

$\rho, S, R_E, \bar{c}, c_e$ 分别为大气密度、参考气动面积、地球半径、平均气动弦长和力矩常数; $\delta_e$ 为升降舵偏转角.飞行器模型中的不确定参数变化情况如下:

$$m = m_0(1 + \Delta m), \quad m_0 = 9375, \quad |\Delta m| \leq 0.03;$$

$$I_{yy} = I_0(1 + \Delta I), \quad I_0 = 7 \times 10^6, \quad |\Delta I| \leq 0.02;$$

$$S = S_0(1 + \Delta S), \quad S_0 = 3603, \quad |\Delta S| \leq 0.01;$$

$$\bar{c} = \bar{c}_0(1 + \Delta \bar{c}), \quad \bar{c}_0 = 80, \quad |\Delta \bar{c}| \leq 0.01;$$

$$\rho = \rho_0(1 + \Delta \rho), \quad \rho_0 = 0.24325 \times 10^{-4}, \quad |\Delta \rho| \leq 0.03;$$

$$c_e = 0.0292(1 + \Delta c_e), \quad |\Delta c_e| \leq 0.03.$$

## 2 基于动态面的模糊自适应控制器设计

### 2.1 高超声速飞行器模型转化

在飞行器模型(1)~(6)中,控制输入为 $\delta_e$ 和 $\beta_c$ ,控制输出为 $h$ 和 $V$ .其中高度变化与 $\delta_e$ 相关,而速度主要由 $\beta_c$ 控制,因此分别设计高度和速度控制器.

首先将高度子系统模型(2)~(5)转化为严反馈形式<sup>[7,10]</sup>,给出以下假设.

**假设 1** 式(3)中的推力项 $T \sin \alpha$ 相对于升力 $L$ 非常小,可以忽略.

由此得到如下严反馈形式:

$$\dot{\gamma} = \frac{0.3102\rho V S}{m} \alpha + \frac{V^2 r \cos \gamma - \mu}{V r^2} = g_1(V)\alpha + f_1(E_1), \quad (7)$$

$$\dot{\alpha} = q - \dot{\gamma} = q + f_2(E_2), \quad (8)$$

$$\dot{q} =$$

$$\frac{\rho V^2 S \bar{c} c_e}{2I_{yy}} \delta_e + \frac{\rho V^2 S \bar{c}}{2I_{yy}} [C_M(\alpha) + C_M(q) - c_e \alpha] = g_3(V)\delta_e + f_3(E_3). \quad (9)$$

其中: $E_1 = [V, \gamma], E_2 = [V, \gamma, \alpha], E_3 = [V, \alpha, q]$ .

速度子系统模型同样可以表示为如下关于状态的函数:

$$\dot{V} = \frac{\rho V^2 S}{2m} (C_T \cos \alpha - C_D) - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2} = g_v(E_{v1})\beta_c + f_v(E_{v2}). \quad (10)$$

其中: $E_{v1} = [\gamma, \alpha, V], E_{v2} = [\gamma, \alpha, q, V]$ .

### 2.2 控制器设计

**假设 2** 假设增益函数 $g_i(\cdot)$ 有界,即存在正常数 $G_i$ ,使得 $|g_i(\cdot)| \leq G_i, i = 1, 3, v$ .

**假设 3** 假设期望跟踪的速度和高度指令信号 $V_d, h_d$ 连续光滑有界,且具有高阶导数并均有界.

在模型(7)~(10)中,由于 $f_i(\cdot) (i = 1, 2, 3, v)$ 随状

态和不确定参数变化, 均为不确定项. 为了保证系统的跟踪性能和稳定性能, 在控制器设计中, 本文采用模糊自适应方法进行在线逼近, 将不确定函数用如下模糊逻辑系统近似:

$$y(x) = \theta^T \xi(x).$$

其中:  $x \in R^m$  和  $\theta \in R^N$  为参数向量,  $\mu_{F_i}(x_i)$  为  $x_i$  的隶属度函数,  $\xi(x) = [\xi_1(x), \dots, \xi_N(x)]^T$  为模糊基函数向量.

$$\xi_i(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \left[ \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right]}.$$

**定理 1** 若  $f(x)$  为紧集  $\Omega$  内的光滑连续函数, 则对于  $\forall \varepsilon > 0$ , 都存在上述模糊逻辑系统使得<sup>[11]</sup>

$$\sup_{x \in \Omega} |f(x) - \theta^T \xi(x)| \leq \varepsilon,$$

其中  $\varepsilon$  表示逼近误差. 令

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta. \quad (11)$$

其中:  $\hat{\theta}$  为参数估计值,  $\tilde{\theta}$  为估计误差.

**假设 4** 假设模糊自适应参数向量  $\theta_i$  和逼近误差  $\varepsilon_i$  有界, 即存在正常数  $\theta_{iM}, \varepsilon_{iM}$ , 使得  $|\theta_i| \leq \theta_{iM}$ ,  $|\varepsilon_i| \leq \varepsilon_{iM}, i = 1, 2, 3, v$ .

对于不确定控制增益  $g_i(\cdot)$ , 其方向的变化给控制律设计带来了影响, 存在控制器奇异的可能性. 因此, 本文采用 Nussbaum 增益技术来消除该影响, 同时也可以降低模糊自适应的在线学习计算量.

**定义 1** 如果连续函数  $N(\cdot)$  具有下列属性, 则  $N(\cdot)$  被称为 Nussbaum 型函数<sup>[12]</sup>:

$$\limsup_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\kappa) d\kappa = +\infty,$$

$$\liminf_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\kappa) d\kappa = -\infty.$$

常用的 Nussbaum 函数形如  $N(\kappa) = e^{\kappa^2} \cos(\pi\kappa/2)$ ,  $\kappa^2 \cos \kappa, \kappa^2 \sin \kappa$ .

**定理 2** 设  $V(\cdot)$  和  $\kappa(\cdot)$  为定义在  $[0, t_f]$  上的光滑函数, 其中  $V(\cdot) \geq 0, N(\cdot)$  为一光滑的 Nussbaum 型函数. 如果对于  $\forall t \in [0, t_f]$ , 以下不等式成立:

$$V(t) \leq c_0 + e^{-c_1 t} \int_0^t g(x) N(\kappa) \dot{\kappa} e^{c_1 \tau} d\tau + e^{-c_1 t} \int_0^t \dot{\kappa} e^{c_1 \tau} d\tau,$$

则  $V(t), \kappa(t), \int_0^t g(x) N(\kappa) \dot{\kappa} e^{c_1 \tau} d\tau$  在  $[0, t_f]$  上有界, 并且当闭环解有界时,  $t_f = \infty$ .  $c_0, c_1$  为常数,  $c_1 > 0$ <sup>[9]</sup>.

### 2.2.1 高度控制

由模型(2)可知,  $h$  与  $\gamma$  一一对应, 因此可以将高度指令  $h_d$  转化为航迹角指令  $\gamma_d$ . 令  $z_h = h - h_d$ , 则

$$\dot{z}_h = \dot{h} - \dot{h}_d = V \sin \gamma - \dot{h}_d. \quad (12)$$

结合反步法思想, 可得到

$$\gamma_d = \arcsin((\dot{h}_d - k_h z_h)/V), \quad (13)$$

其中  $k_h > 0$  为设计参数.

**Step 1** 定义误差面  $e_1 = \gamma - \gamma_d$ , 求导后得

$$\dot{e}_1 = \dot{\gamma} - \dot{\gamma}_d = g_1(V)\alpha + f_1(E_1) - \dot{\gamma}_d. \quad (14)$$

由于  $\gamma$  的量级较小, 为使 Nussbaum 函数变量变化速度加快, 令  $z_1 = k_\gamma e_1, k_\gamma \geq 1$  为设计参数, 则

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= k_\gamma (\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_d) = \\ &k_\gamma g_1(V)\alpha + k_\gamma f_1(E_1) - k_\gamma \dot{\gamma}_d = \\ &g_{10}(V)\alpha + f_{10}(E_1) - k_\gamma \dot{\gamma}_d. \end{aligned} \quad (15)$$

其中:  $g_{10}(V) = k_\gamma g_1(V), f_{10}(E_1) = k_\gamma f_1(E_1)$ . 对于不确定项  $f_{10}(E_1)$ , 采用模糊自适应在线逼近, 表示为

$$f_{10}(E_1) = \hat{\theta}_1^T \xi_1(E_1) - \tilde{\theta}_1^T \xi_1(E_1) + \varepsilon_1. \quad (16)$$

同理, 对于  $f_i(E_i), i = 2, 3$ , 也可以表示为

$$f_i(E_i) = \hat{\theta}_i^T \xi_i(E_i) - \tilde{\theta}_i^T \xi_i(E_i) + \varepsilon_i. \quad (17)$$

将式(16)代入(15), 可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= g_{10}(V)\alpha + \hat{\theta}_1^T \xi_1(E_1) - \\ &\tilde{\theta}_1^T \xi_1(E_1) + \varepsilon_1 - k_\gamma \dot{\gamma}_d. \end{aligned} \quad (18)$$

对于不确定增益函数  $g_{10}(V)$ , 选取 Nussbaum 函数

$$N(m_1) = m_1^2 \cos(\pi m_1),$$

其中  $m_1$  为 Nussbaum 函数参数变量. 将  $\alpha$  看作  $\gamma$ -子系统的虚拟控制输入, 其控制律及自适应更新律为

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_d &= N(m_1)(k_1 z_1 + \hat{\theta}_1^T \xi_1(E_1) - k_\gamma \dot{\gamma}_d), \\ \dot{m}_1 &= z_1(k_1 z_1 + \hat{\theta}_1^T \xi_1(E_1) - k_\gamma \dot{\gamma}_d), \\ \dot{\hat{\theta}}_1 &= \tau_1(z_1 \xi_1(E_1) - \sigma_1 \hat{\theta}_1). \end{aligned} \quad (19)$$

其中:  $k_1, \sigma_1 \geq 0$  为设计参数;  $\tau_1$  为正定对称矩阵. 同理, 定义  $k_i (i = 2, 3, 4), \sigma_i$  和  $\tau_i (i = 2, 3, v)$  为待设计的正常数和正定矩阵, 并为后续步骤定义  $m_i (i = 3, v)$  为 Nussbaum 函数参数变量.

$\bar{\alpha}_d$  可通过时间常数为  $\eta_1$  的一阶低通滤波器得到其估计值  $\alpha_d$ , 即

$$\eta_1 \dot{\alpha}_d + \alpha_d = \bar{\alpha}_d, \quad \bar{\alpha}_d(0) = \alpha_d(0). \quad (20)$$

**Step 2** 定义误差面  $z_2 = \alpha - \alpha_d$ , 求导后得

$$\dot{z}_2 = \dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d = q + \hat{\theta}_2^T \xi_2(E_2) - \tilde{\theta}_2^T \xi_2(E_2) + \varepsilon_2 - \dot{\alpha}_d. \quad (21)$$

由于增益为 1, 无需使用 Nussbaum 函数. 将  $q$  作为  $\alpha$ -子系统的虚拟控制输入, 其控制律及自适应更新律为

$$\begin{aligned} \bar{q}_d &= -(k_2 z_2 + \hat{\theta}_2^T \xi_2(E_2) - \dot{\alpha}_d), \\ \dot{\hat{\theta}}_2 &= \tau_2(z_2 \xi_2(E_2) - \sigma_2 \hat{\theta}_2). \end{aligned} \quad (22)$$

$\bar{q}_d$  可通过时间常数为  $\eta_2$  的一阶低通滤波器得到

其估计值  $q_d$ , 即

$$\eta_2 \dot{q}_d + q_d = \bar{q}_d, \quad \bar{q}_d(0) = q_d(0). \quad (23)$$

**Step 3** 定义误差面  $z_3 = q - q_d$ , 求导后可得

$$\dot{z}_3 = \dot{q} - \dot{q}_d =$$

$$g_3(V)\delta_e + \hat{\theta}_3^T \xi_3(E_3) - \tilde{\theta}_3^T \xi_3(E_3) + \varepsilon_3 - \dot{q}_d. \quad (24)$$

对于  $g_3(V)$ , 同理, 选取  $N(m_3) = m_3^2 \cos(\pi m_3)$ , 设计实际控制输入  $\delta_e$  的控制律及自适应更新律为

$$\delta_e = N(m_3)(k_3 z_3 + \hat{\theta}_3^T \xi_3(E_3) - \dot{q}_d),$$

$$\dot{m}_3 = z_3(k_3 z_3 + \hat{\theta}_3^T \xi_3(E_3) - \dot{q}_d),$$

$$\dot{\hat{\theta}}_3 = \tau_3(z_3 \xi_3(E_3) - \sigma_3 \hat{\theta}_3). \quad (25)$$

## 2.2.2 速度控制

定义速度误差面  $e_v = V - V_d$ , 得

$$\dot{e}_v = \dot{V} - \dot{V}_d = g_v(E_{v1})\beta_c + f_v^*(E_{v3}). \quad (26)$$

其中:  $E_{v3} = [\gamma, \alpha, q, V, \dot{V}_d]$ ,  $f_v^*(E_{v3}) = f_v(E_{v2}) - \dot{V}_d$ . 由于  $V$  的量级较大, 为防止 Nussbaum 函数参数变量变化速度过快而造成不稳定, 令  $z_v = e_v/k_v$ ,  $k_v \geq 1$  为设计参数, 则

$$\dot{z}_v = \dot{e}_v/k_v = g_{v0}(E_{v1})\beta_c + f_{v0}(E_{v3}). \quad (27)$$

其中:  $g_{v0}(E_{v1}) = g_v(E_{v1})/k_v$ ,  $f_{v0}(E_{v3}) = f_v^*(E_{v1})/k_v$ . 同样采用模糊系统逼近不确定项  $f_{v0}(E_{v3})$ , 可得

$$\dot{z}_v = g_{v0}(E_{v1})\beta_c + \hat{\theta}_v^T \xi_v(E_{v3}) - \tilde{\theta}_v^T \xi_v(E_{v3}) + \varepsilon_v. \quad (28)$$

对于  $g_{v0}(E_{v1})$ , 选取 Nussbaum 函数为

$$N(m_v) = e^{m_v^2} \cos(\pi m_v/2),$$

基于动态逆策略, 设计实际控制输入  $\beta_c$  的控制律及自适应更新律为

$$\beta_c = N(m_v)(k_4 z_v + \hat{\theta}_v^T \xi_v(E_{v3})),$$

$$\dot{m}_v = z_v(k_4 z_v + \hat{\theta}_v^T \xi_v(E_{v3})),$$

$$\dot{\hat{\theta}}_v = \tau_v(z_v \xi_v(E_{v3}) - \sigma_v \hat{\theta}_v). \quad (29)$$

## 2.3 稳定性分析

### 2.3.1 高度控制系统稳定性分析

定义动态面滤波误差  $y_1 = \alpha_d - \bar{\alpha}_d$ ,  $y_2 = q_d - \bar{q}_d$ .

设

$$B_1 =$$

$$- \frac{\partial N(m_1)}{\partial m_1} (\dot{m}_1^2/z_1) -$$

$$N(m_1) \left\{ k_1 \dot{z}_1 + \hat{\theta}_1^T \xi_1 - k_\gamma \ddot{q}_d + \hat{\theta}_1^T \frac{\partial \xi_1}{\partial (V, \gamma)} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \right\},$$

$$B_2 = -\dot{q}_d = k_2 \dot{z}_2 + \hat{\theta}_2^T \xi_2 + \hat{\theta}_2^T \frac{\partial \xi_2}{\partial (V, \gamma, \alpha)} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \frac{\dot{y}_1}{\eta_1},$$

则  $\dot{y}_i = -y_i/\eta_i + B_i$ ,  $i = 1, 2$ .

选取 Step 1 的 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_1^T \tau_1^{-1} \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2} y_1^2,$$

令  $G_{10} = k_\gamma G_1$ , 则由假设 2 可知  $G_{10}$  也有界. 求导后可得

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 + \tilde{\theta}_1^T \tau_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_1 + y_1 \dot{y}_1 =$$

$$g_{10}(V) z_1 z_2 + g_{10}(V) z_1 y_1 +$$

$$(g_{10}(V) N(m_1) + 1) \dot{m}_1 - k_1 z_1^2 + z_1 \varepsilon_1 -$$

$$z_1 \tilde{\theta}_1^T \xi_1(E_1) + \tilde{\theta}_1^T \tau_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_1 + y_1 \left( -\frac{y_1}{\eta_1} + B_1 \right) \leq$$

$$- (k_1 - 3) z_1^2 - \frac{\sigma_1}{2} |\tilde{\theta}_1|^2 + \frac{G_{10}^2}{4} z_2^2 + \frac{\sigma_1}{2} |\theta_1|^2 +$$

$$(g_{10}(V) N(m_1) + 1) \dot{m}_1 +$$

$$\frac{\varepsilon_1^2}{4} + \left( \frac{G_{10}^2}{4} y_1^2 - \frac{y_1^2}{\eta_1} + |y_1 B_1| \right). \quad (30)$$

选取 Step 2 的 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_2^T \tau_2^{-1} \tilde{\theta}_2 + \frac{1}{2} y_2^2,$$

求导后得

$$\dot{V}_2 = z_2 \dot{z}_2 + \tilde{\theta}_2^T \tau_2^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_2 + y_2 \dot{y}_2 =$$

$$z_2 z_3 + z_2 y_2 - k_2 z_2^2 + z_2 \varepsilon_2 - z_2 \tilde{\theta}_2^T \xi_2(E_2) +$$

$$\tilde{\theta}_2^T \tau_2^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_2 + y_2 \left( -\frac{y_2}{\eta_2} + B_2 \right) \leq$$

$$- (k_2 - 3) z_2^2 - \frac{\sigma_2}{2} |\tilde{\theta}_2|^2 + \frac{1}{4} z_3^2 +$$

$$\frac{\varepsilon_2^2}{4} + \frac{\sigma_2}{2} |\theta_2|^2 + \left( \frac{1}{4} y_2^2 - \frac{y_2^2}{\eta_2} + |y_2 B_2| \right). \quad (31)$$

由 Young 不等式和假设 3 可知

$$|y_1 B_1| \leq \frac{y_1^2 B_1^2}{2\omega} + \frac{\omega}{2}, \quad |y_2 B_2| \leq \frac{y_2^2 B_2^2}{2v} + \frac{v}{2}$$

成立, 其中  $\omega, v$  均为正数. 因为  $B_i$  是连续的, 必为紧函数, 故存在最大值  $M_i$ , 使得  $|B_i| \leq M_i$ ,  $i = 1, 2$ , 而且一定可以找到一组正数  $(\omega, \omega_0)$  和  $(v, v_0)$  使得

$$\frac{1}{\eta_1} = \frac{G_{10}^2}{4} + \frac{M_1^2}{2\omega} + \omega_0, \quad \frac{1}{\eta_2} = \frac{1}{4} + \frac{M_2^2}{2v} + v_0$$

成立, 因此存在

$$\frac{G_{10}^2}{4} y_1^2 - \frac{y_1^2}{\eta_1} + |y_1 B_1| \leq - \left( \frac{M_1^2}{2\omega} + \omega_0 \right) y_1^2 + \frac{y_1^2 B_1^2}{2\omega} + \frac{\omega}{2} \leq \frac{\omega}{2} - \omega_0 y_1^2, \quad (32)$$

$$\frac{1}{4} y_2^2 - \frac{y_2^2}{\eta_2} + |y_2 B_2| \leq \frac{v}{2} - v_0 y_2^2. \quad (33)$$

令

$$t_1 = \min \left\{ \omega_0, (k_1 - 3), \frac{1}{2} \sigma_1 \lambda_{\min}(\tau_1) \right\},$$

$$t_2 = \min \left\{ v_0, (k_2 - 3), \frac{1}{2} \sigma_2 \lambda_{\min}(\tau_2) \right\},$$

并将式 (32) 和 (33) 代入 (30) 和 (31), 整理后可得

$$\dot{V}_1 \leq -2t_1 V_1 + (g_{10}(V) N(m_1) + 1) \dot{m}_1 + \frac{G_{10}^2}{4} z_2^2 + p_1, \quad (34)$$

$$\dot{V}_2 \leq -2t_2 V_2 + \frac{1}{4} z_3^2 + p_2. \quad (35)$$

其中

$$p_1 = \frac{\varepsilon_1^2}{4} + \frac{\sigma_1}{2} |\theta_1|^2 + \frac{\omega}{2}, \quad p_2 = \frac{\varepsilon_2^2}{4} + \frac{\sigma_2}{2} |\theta_2|^2 + \frac{v}{2}.$$

由上述分析可知均有界.

选取 Step 3 的 Lyapunov 函数

$$V_3 = \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_3^T \tau_3^{-1} \tilde{\theta}_3,$$

求导后可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & z_3 \dot{z}_3 + \tilde{\theta}_3^T \tau_3^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_3 \leq \\ & - (k_3 - 1) z_3^2 - \frac{\sigma_3}{2} |\tilde{\theta}_3|^2 + \\ & (g_3(V)N(m_3) + 1) \dot{m}_3 + \frac{\sigma_3}{2} |\theta_3|^2 + \frac{\varepsilon_3^2}{4}. \end{aligned} \quad (36)$$

令  $t_3 = \min \left\{ (k_3 - 1), \frac{\sigma_3}{2} \lambda_{\min}(\tau_3) \right\}$ , 整理后可得

$$\dot{V}_3 \leq -2t_3 V_3 + (g_3(V)N(m_3) + 1) \dot{m}_3 + p_3, \quad (37)$$

其中  $p_3 = \frac{\varepsilon_3^2}{4} + \frac{1}{2} |\theta_3|^2$  也是有界的. 令  $b_1 = p_1/2t_1$ , 式 (34) 两端同时乘以  $e^{2t_1 t}$ , 积分后可得到

$$\begin{aligned} V_1(t) \leq & e^{-2t_1 t} \int_0^t g_{10}(V)N(m_1) \dot{m}_1 e^{2t_1 \tau} d\tau + \\ & e^{-2t_1 t} \int_0^t \dot{m}_1 e^{2t_1 \tau} d\tau + \\ & e^{-2t_1 t} \int_0^t \frac{G_{10}^2}{4} z_2^2 e^{2t_1 \tau} d\tau + V_1(0) + b_1. \end{aligned} \quad (38)$$

由于  $b_1$  有界, 由定理 2 可知, 只有满足

$$e^{-2t_1 t} \int_0^t \frac{G_{10}^2}{4} z_2^2 e^{2t_1 \tau} d\tau$$

有界时, 即  $z_2$  有界才能保证 Step 1 的误差信号  $\tilde{\theta}_1, z_1, y_1$  以及  $N(m_1), \gamma, \theta_1$  等变量有界<sup>[9]</sup>. 令  $b_2 = (z_3^2/4 + p_2)/2t_2$ , 当  $z_3$  有界时, 即  $b_2$  有界, 对式 (35) 积分后可得

$$V_2(t) \leq V_2(0)e^{-2t_2 t} + b_2 \leq d_0, \quad (39)$$

其中  $d_0 = V_2(0) + b_2$ , 从而  $\tilde{\theta}_2, z_2, y_2$  以及  $\alpha, \theta_2$  也一定有界. 令  $b_3 = p_3/2t_3$ , 式 (37) 两端同时乘以  $e^{2t_3 t}$  并积分后可得到

$$\begin{aligned} V_3(t) \leq & e^{-2t_3 t} \int_0^t g_3(V)N(m_3) \dot{m}_3 e^{2t_3 \tau} d\tau + \\ & e^{-2t_3 t} \int_0^t \dot{m}_3 e^{2t_3 \tau} d\tau + V_3(0) + b_3. \end{aligned} \quad (40)$$

将式 (40) 与定理 2 相比较可知, 因为  $b_3$  有界, 所以当  $t \in [0, t_f]$  时, Step 3 中误差信号  $z_3, \tilde{\theta}_3$  及变量  $N(m_3), q, \theta_3$  有界. 由此可以倒推得到 Step 2 中误差信号及状态有界, 同理可得到 Step 1 中误差信号及状态有界. 由于高度闭环系统的解在  $[0, t_f]$  上有界, 由定理 2 可知  $t_f = \infty$ , 即闭环系统在有限时间内没有发生逃逸现象, 因此高度子系统中所有误差信号及状态在其紧集内是半全局一致最终有界的.

### 2.3.2 速度控制系统稳定性分析

选取 Lyapunov 函数  $V_v = \frac{1}{2} z_v^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_v^T \tau_v^{-1} \tilde{\theta}_v$ , 求导

后可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_v = & z_v \dot{z}_v + \tilde{\theta}_v^T \tau_v^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_v = \\ & - k_4 z_v^2 + (g_{v0}(E_{v1})N(m_v) + 1) \dot{m}_v + \\ & z_v \varepsilon_v + \tilde{\theta}_v^T \tau_v^{-1} (\dot{\tilde{\theta}}_v - \tau_v z_v \xi_v(E_{v3})) \leq \\ & - (k_4 - 1) z_v^2 - \frac{\sigma_v}{2} |\tilde{\theta}_v|^2 + \frac{\sigma_v}{2} |\theta_v|^2 + \frac{\varepsilon_v^2}{4} + \\ & (g_{v0}(E_{v1})N(m_v) + 1) \dot{m}_v. \end{aligned} \quad (41)$$

令  $t_v = \min \left\{ (k_4 - 1), \frac{\sigma_v}{2} \lambda_{\min}(\tau_v) \right\}$ , 整理后可得

$$\dot{V}_v \leq -2t_v V_v + (g_{v0}(E_{v1})N(m_v) + 1) \dot{m}_v + p_v, \quad (42)$$

其中  $p_v = \frac{\varepsilon_v^2}{4} + \frac{\sigma_v}{2} |\theta_v|^2$  有界. 令  $b_v = p_v/2t_v$ , 对上式两端同时乘以  $e^{2t_v t}$ , 积分后可得到

$$\begin{aligned} V_v(t) \leq & e^{-2t_v t} \int_0^t g_{v0}(E_{v1})N(m_v) \dot{m}_v e^{2t_v \tau} d\tau + \\ & e^{-2t_v t} \int_0^t \dot{m}_v e^{2t_v \tau} d\tau + V_v(0) + b_v. \end{aligned} \quad (43)$$

与高度子系统的证明相同, 可知速度子系统中误差信号和状态也是半全局一致最终有界的. 需要注意的是, 稳定性分析证明了  $z_1, z_v$  有界, 由于  $z_1, z_v$  和  $e_1, e_v$  是正比关系,  $e_1, e_v$  也是半全局一致最终有界的.

## 3 仿真结果

应用所提出的方法对高超声速飞行器纵向模型进行数值仿真, 并选取初始平衡点  $\gamma = 0, \alpha = 0.0315$  rad,  $h = 110\,000$  ft,  $V = 15\,060$  ft/s,  $q = 0$ . 高度和速度指令信号分别由阶跃信号通过四阶和三阶滤波器后给出, 其中高度阶跃信号为 2 000 ft, 速度阶跃信号为 100 ft/s.

仿真中采用以高斯型隶属度函数为主的模糊系统逼近不确定项, 其形如

$$\begin{aligned} \mu(x) = & \left\{ \frac{1}{1 + e^{-P_1 * (x - F_1)}}, e^{-((x - F_2)/P_2)^2}, \right. \\ & \left. e^{-((x - F_2)/P_2)^2}, e^{-((x + F_2)/P_2)^2}, \frac{1}{1 + e^{P_1 * (x + F_1)}} \right\}, \end{aligned}$$

$x$  分别为状态  $V, \gamma, \alpha, q$ , 合理选择参数  $P_1, P_2, F_1, F_2$  使得隶属度函数均匀分布<sup>[7]</sup>. 控制器的参数设计为:  $k_h = 0.6, k_\gamma = 10, k_v = 20, k_1 = 25, k_2 = 15, k_3 = 10, k_4 = 0.5; \sigma_1 = 0.1, \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_v = 0.05; \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \text{diag}\{0.1\}, \tau_v = \text{diag}\{1 \times 10^{-5}\}$ ; 滤波常数  $\eta_1 = 0.02, \eta_2 = 0.1$ .

从图 1~图 3 可知: 控制器可以实现高度和速度的准确跟踪; 航迹角、攻角和俯仰角速率连续并收敛; Nussbaum 函数参数变量也可以趋于稳定, 说明系统误差及状态信号有界. 图 4 表明, 控制输入指令平滑有界且在合理范围内变化.

综上所述, 根据本文方法设计的高超声速飞行器控制系统具有良好的跟踪性能和稳定性.

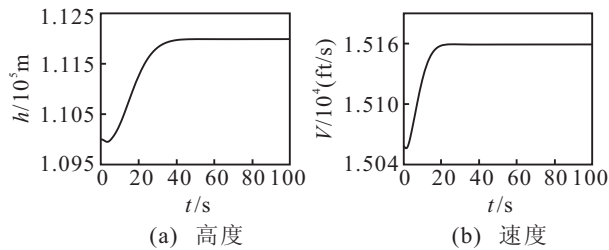


图1 高度和速度响应曲线

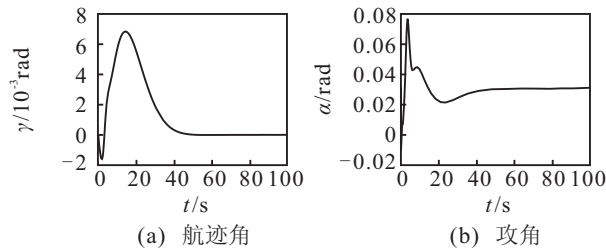


图2 航迹角和攻角响应曲线

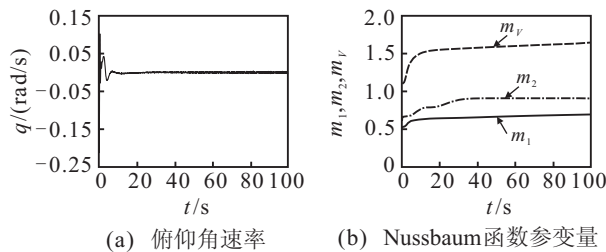


图3 俯仰角速率和Nussbaum函数参变量响应曲线

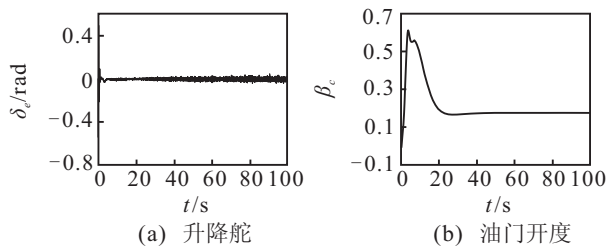


图4 控制输入

## 4 结论

本文针对高超声速飞行器的纵向模型,提出了以动态面为核心,并结合模糊自适应和Nussbaum增益技术的非线性控制方法.该方法不但可以避免传统反步法的计算膨胀问题,而且可以有效抑制不确定参数及不确定虚拟控制增益所带来的影响.该方法能够实现高超声速飞行器对于高度和速度的准确跟踪控制,并能够保证闭环系统信号的半全局一致最终有界性.

## 参考文献(References)

- [1] 张红梅. 高超声速飞行器的建模与控制[D]. 天津: 天津大学电气与自动化工程学院, 2012.  
(Zhang H M. Modeling and control for the hypersonic vehicle[D]. Tianjin: School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, 2012.)

- [2] Groves K P, Sigthorsson D O, Serrani A, et al. Reference command tracking for a linearized model of an air-breathing hypersonic vehicle[C]. Proc of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf and Exhibit. San Francisco, 2005: 2901-2914.
- [3] Lee H P, Reiman S E, Dillon C H, et al. Robust nonlinear dynamic inversion control for a hypersonic cruise vehicle[C]. Proc of AIAA Guidance, Navigation and Control Conf and Exhibit. Hilton Head, 2007: 3380-3388.
- [4] Xu H J, Mirmirani M. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle[J]. J of Guidance Control, and Dynamics, 2004, 27(5): 829-838.
- [5] Wang Q, Stengel R F. Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2000, 23(4): 577-584.
- [6] Fiorentini L, Serrani A, Bolender M A, et al. Nonlinear robust adaptive control of flexible air-breathing hypersonic vehicle model[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 3(2): 401-416.
- [7] 高道祥, 孙增圻, 罗熊, 等. 基于Backstepping的高超声速飞行器模糊自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(5): 805-810.  
(Gao D X, Sun Z Q, Luo X, et al. Fuzzy adaptive control for hypersonic vehicle via Backstepping method[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(5): 805-810.)
- [8] 黄喜元, 王青, 董朝阳. 基于Backstepping的高超声速飞行器鲁棒自适应控制[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(6): 1321-1326.  
(Huang X Y, Wang Q, Dong C Y. Robust adaptive control of hypersonic vehicles via Backstepping method[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(6): 1321-1326.)
- [9] 李铁山, 邹早建, 罗伟林. 基于DSC后推法的非线性系统的鲁棒自适应NN控制[J]. 自动化学报, 2008, 34(11): 1424-1430.  
(Li T S, Zou Z J, Luo W L. DSC-backstepping based robust adaptive NN control for the nonlinear system[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(11): 1424-1430.)
- [10] Gao D X, Sun Z Q, Du T R. Dynamic surface control for hypersonic aircraft using fuzzy logic system[C]. Proc of the IEEE Int Conf on Automation and Logistics. Ji'nan, 2007: 2314-2319.
- [11] Wang L X. Adaptive fuzzy systems and control: Design and stability analysis[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1994: 49-52.
- [12] Nussbaum R D. Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control[J]. Systems & Control Letters, 1983, 3(3): 243-246.