

文章编号: 1001-0920(2013)12-1799-06

## 带实际约束的大规模车辆路径问题建模及求解

王文蕊<sup>a</sup>, 吴耀华<sup>a,b</sup>

(山东大学 a. 控制科学与工程学院, b. 现代物流研究中心, 济南 250061)

**摘要:** 针对现有算法不能有效求解卷烟配送过程中, 问题规模大并具有诸多实际约束条件限制这类实际问题, 首先分析实际约束, 建立问题模型; 然后从模型出发设计多阶段算法, 通过地理信息的分级管理实现区域划分, 在降低问题规模的同时消除交通障碍; 采用改进的  $k$  均值聚类法分派线路, 将问题转化为求解小规模旅行商问题; 最后以济南市区的卷烟配送为例, 通过与典型优化算法的比较表明了所提出多阶段算法在实际应用中的优越性.

**关键词:** 大规模车辆路径问题; 实际约束; 分区;  $k$  均值聚类

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

## Modeling and solving large-scale vehicle routing problem with practical constraints

WANG Wen-rui<sup>a</sup>, WU Yao-hua<sup>a,b</sup>

(a. School of Control Science and Engineering, b. Logistics Institute, Shandong University, Ji'nan 250061, China.

Correspondent: WANG Wen-rui, E-mail: wangwenrui20088@yahoo.com.cn)

**Abstract:** Because of the large scale and practical constraints, the real-life application related to cigarette distribution can't be efficiently solved by existing methods. Firstly, a model based on the analysis of practical constraints is built. Then a multi-stage algorithm based on the model is proposed. Dividing based on geographic information grading can reduce the problem scale and eliminate geographic obstacles. The modified  $k$ -means clustering method is used to dispatch routes, and the original problem can be translated into small scale traveling salesman problem. Finally, taking the cigarette distribution in Ji'nan city as an example, compared with several excellent methods, the advantage of multi-stage algorithm used in real-life is verified.

**Key words:** large-scale vehicle routing problem; practical constraints; dividing;  $k$ -means clustering

### 0 引言

现代物流业的发展目标是在满足客户需求的同时降低成本. 配送作为其中一个重要环节, 其效率将直接影响物流成本的高低以及对客户需求的满足情况. 为了更有效地组织配送, Dantzig 等<sup>[1]</sup>将配送过程抽象化, 于 1959 年提出了车辆路径问题 (VRP).

以往针对 VRP 的研究主要是基于标准算例库, 其规模仅限于数百个点. 然而, 在实际配送过程中, 特别是垃圾收集、牛奶收集与配送、卷烟配送等与日常生活息息相关的行业, 面对的客户群体是分布于城市各个角落的居民或零售商, 需要处理的问题规模往往在万级以上, 不论是精确算法还是启发式算法, 直接用于求解大规模问题都存在局限性<sup>[2]</sup>. 目前, 国内外已有许多学者致力于研究大规模 VRP, 大致可分为实

验性研究和实际案例两个方面. Li 等<sup>[3]</sup>、Mester 等<sup>[4]</sup>和 Kytojoki 等<sup>[5]</sup>根据自己设计的算例生成器得到拥有 1 200 个客户点的大规模 CVRP 算例, 并设计了模拟退火、变邻域搜索等有效的求解算法. Duhamel 等<sup>[6]</sup>给出了采用一种两阶段算法来处理大规模多车型的 VRP 算例, Vonolfen 等<sup>[7]</sup>给出了处理 1 000 个点的带时间窗的 VRP 算例, 然而这些计算机生成的算例规模仍然不及实际配送的案例, 而且实际配送需要面对的复杂地理环境及行业特殊要求所产生的限制条件在标准算例中都无法体现出来. Golden 等<sup>[8]</sup>和 Cheong 等<sup>[9]</sup>针对性地研究了饮料行业的配送问题, Beasley 等<sup>[10]</sup>研究了英国一家大型的邮购公司通过电话或邮件接受订单再配送到客户家中的例子, 他们都采用了基于邮政编码的客户区域划分方法. 曲志伟等<sup>[11]</sup>研

收稿日期: 2012-08-05; 修回日期: 2013-03-09.

基金项目: 山东大学优秀研究生科研创新基金项目(10000080398154).

作者简介: 王文蕊(1987—), 女, 博士生, 从事智能优化、物流系统调度的研究; 吴耀华(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事物流系统建模与仿真、控制与决策等研究.

究了日用品配送和废品回收问题, 并采用基于主干道的网格法对客户进行区域化整合. Ostertag 等<sup>[2]</sup>以一家澳大利亚运输公司的业务为例, 提出了 POPMUSIC 策略, 以降低问题的规模. 上述针对实际案例的研究提出了许多有效的策略, 对于研究实际配送中的大规模 VRP 具有重要的指导意义, 也为本文的算法设计带来了许多启发. 但是, 不同的行业在配送中具有不同的要求, 如饮料行业特殊的 Drive-Sell 配送, 邮购公司要求相邻邮政区域在配送线路中具有连续性等. 澳大利亚运输公司有 2 个配送中心, 属于多配送中心的 VRP, 因此实际配送中的求解策略需要针对具体的行业进行设计, 其广泛适用性受到限制. 当前, 大部分企业仍然依赖于人工经验来处理配送中遇到的问题, 其中包括国内的卷烟配送行业.

本文研究实际应用中的大规模 VRP, 目的是解决卷烟配送的线路优化问题. 卷烟配送涉及到的通常是万级以上规模的 VRP, 而且存在特定的约束条件, 无法直接应用现有算法求解. 本文基于前人的研究, 在分析实际问题的基础上建立模型, 提出一种先分区、后聚类、再排序的多阶段求解算法, 并以济南市卷烟配送为例, 通过对比分析来验证所提出的多阶段算法的效果.

## 1 问题描述及建模

### 1.1 问题描述

本文研究的卷烟配送线路优化问题, 可以看作是从有容量限制的车辆路径问题 (CVRP) 扩展而来的, 根据配送中遇到的具体问题, 在 CVRP 的基础上新增加了如下 2 个约束.

**约束 1** 传统的 CVRP, 假设路径中任意两点是连通的, 而在实际配送线路中, 铁路、河流等交通障碍是无法直接穿越的, 如果配送线路经过上述障碍, 则车辆需要绕行, 继而产生绕行成本. 对于绕行成本超出配送承受范围的障碍必须在线路规划中避开.

**约束 2** 配送线路内部的客户应尽量集中, 避免出现客户在地理位置上相距过远 (即坐标值的经度或纬度差值过大) 的情况, 以提高配送效率.

约束 2 来源于实际配送过程中司机反馈的信息. 司机长期配送得出的经验是, 同一条线路内的客户分布越集中配送的效率越高, 这与熟悉地形和建立稳定的服务关系有关. 客户越分散配送效率越低, 继而产生客户收货时间推后、司机工作时间拖长等一系列的影响. 严格讲, 约束 2 并不是硬性的限制条件, 而是评价配送方案优劣的重要指标. 作为软约束, 在建模时可将约束 2 转化为惩罚函数放入目标函数中. 这部分惩罚函数即为时间延迟成本, 单位距离对应的时间延

迟成本需通过评估司机平均工资、客户平均销售额等一系列因素来确定.

### 1.2 问题建模

卷烟配送所涉及的路网和客户表示为

$$G = (V, A).$$

其中:  $V = (v_0, v_1, \dots, v_n)$  是  $n + 1$  个点的集合, 点  $v_0$  代表配送中心, 剩余的点集  $V' = V \setminus \{v_0\}$  代表  $n$  个客户;  $A$  是路径的集合, 由  $V$  中任意两点间的最短路径构成, 对于  $A$  中存在的必须规避的交通障碍路径, 放入集合  $NC$  中,  $NC \in A$ .

卷烟配送线路优化问题可以描述为: 每个客户  $v_i \in V'$  的配送量为  $q_i$ , 坐标为  $(x_i, y_i)$ . 负责运输任务的是  $m$  辆额定装载能力为  $Q$  的车辆, 用集合  $M = (1, 2, \dots, m)$  表示, 车辆的固定成本为  $F$ . 每条路径  $a_{v_i, v_j} \in A$  对应的费用  $c_{v_i, v_j} \in C$ , 构成费用矩阵  $C$ . 假设客户点集合  $V'$  划分为  $s = (c_1, c_2, \dots, c_m)$ , 其中  $c_k \in s$  代表第  $k$  辆车负责配送的客户集合, 客户点的数量是  $|c_k|$ . 单位距离对应的时间延迟成本用  $\omega$  表示. 最少时间延迟成本与传统 CVRP 的最少行驶费用、最少车辆固定成本共同构成新模型的目标.

数学模型如下:

$$\min \left( \sum_{k \in M} \sum_{v_i, v_j \in V} c_{v_i, v_j} x_{v_i, v_j}^k + \sum_{k \in M} F \sum_{v_j \in V'} x_{v_0, v_j}^k + l \right), \quad (1)$$

$$l = \omega \left( \sum_{k \in M} \sum_{v_i \in c_k} \sqrt{\left( x_i - \frac{v_i \in c_k}{|c_k|} \right)^2 + \left( y_i - \frac{v_i \in c_k}{|c_k|} \right)^2} \right). \quad (2)$$

s.t.

$$\sum_{k \in M} \sum_{v_i \in V} x_{v_i, v_j}^k = 1, \quad \forall v_j \in V'; \quad (3)$$

$$\sum_{v_i \in V} x_{v_i, v_p}^k - \sum_{v_j \in V} x_{v_p, v_j}^k = 0, \quad \forall v_p \in V', \forall k \in M; \quad (4)$$

$$\sum_{v_j \in V'} \sum_{v_i \in V} x_{v_i, v_j}^k q_j \leq Q, \quad \forall k \in M; \quad (5)$$

$$\sum_{k \in M} x_{v_i, v_j}^k = 0, \quad a_{v_i, v_j} \in NC; \quad (6)$$

$$x_{v_i, v_j}^k \in (0, 1), \quad \forall v_i, v_j \in V, i \neq j, \forall k \in M. \quad (7)$$

目标函数 (1) 表示总费用最少, 总费用由行驶费用、车辆固定成本和时间延迟成本 3 部分构成. 式 (2) 详细描述了时间延迟成本  $l$ , 它与线路内部所有客户至地理位置中心点的距离之和成正比, 这里的时间延迟成本仅用于比较方案之间的优劣, 其单个方案的值并没有实际的运营意义. 约束 (3) 和 (4) 是确保一个客

户只被访问一次,且驶入的车辆必须驶出.约束(5)是确保每辆车的装载量满足额定装载量的限制.约束(6)是确保必须规避的交通障碍不会出现在配送线路中,即满足 1.1 节中的约束 1.约束(7)中  $x_{v_i, v_j}^k$  表示决策变量,当  $x_{v_i, v_j}^k = 1$  时表示第  $k$  辆车在访问过客户点  $v_i$  后访问客户点  $v_j$ , 否则取 0.

## 2 多阶段算法

由于新增加了目标函数和约束,现有的 VRP 算法不再适用.为此,针对新模型设计了如下的多阶段启发式算法.

### 2.1 基于地理信息分级管理的分区算法

卷烟配送涉及的客户成千上万,路网错综复杂,直接求解困难且时间代价过高,而且求解时必须充分考虑需要规避的交通障碍,否则将导致配送方案不可行.多阶段算法求解的第 1 步就是通过分区规避交通障碍,同时将大规模问题转化为若干个中小规模的子问题,以降低求解难度,提高计算效率.

本文基于地理信息的分级管理划分子区域,相比引言中提到的分区方法<sup>[9,11]</sup>,不但充分考虑了配送区域实际的交通状况,而且方法灵活,不受区域特征的限制,具有广泛适用性.

首先定义如下集合.

**定义 1** 必须分割界线集 Divide: 集合中的元素都是无法穿越的交通障碍且绕行成本超出可承受范围,在分区过程中必须将其作为划分边界将两侧的客户划入不同的区域,以保证两侧客户不会出现在同一条配送线路中.

**定义 2** 非必须分割界线集 N\_Divide: 集合中的元素是可穿越或绕行的且成本在可承受范围内,在分区过程中可以将其作为划分边界,但不是必须的.

地理信息元素主要包括铁路、河流、山脉、道路等,除部分道路可穿越外,其余的都需绕行.绕行成本是与绕行距离,即元素中可穿行点(铁路穿行口、桥梁、山脉隧道、道路路口)的平均间隔成正比的,因此将统计绕行距离  $w$  作为分级标准(可穿越的元素  $w = 0$ ).以实际可接受的绕行距离  $\bar{w}$  (根据每个企业的不同需求)为阈值,若  $w \geq \bar{w}$ , 则放入集合 Divide; 若  $w < \bar{w}$ , 则放入集合 N\_Divide. 对于集合 N\_Divide 中的元素,按  $w$  从大到小的顺序排列.

作为启发式算法的第 1 个阶段,分区结果将直接影响后续计算及最终解的质量,因此分区必须适度.过度的分区可能导致子区域过小,人为破坏了取得优质解的可能性,而且造成分区运算时间过长;反之,则可能导致子问题规模过大,不利于后续求解.为了避免这些情况,当 Divide 中的元素全部作为分割界线分

割完毕后,对每一个子区域的面积和客户点数量进行评估,判断是否需要进一步分割.

分区算法的步骤如下.

**Step 1:** 地理信息分级. 找出配送区域的所有地理信息元素,计算它们的绕行距离  $w$ 、划分集合 Divide 和 N\_Divide, 并对 N\_Divide 中的元素排序.

**Step 2:** 必须界线的分割. 以集合 Divide 中的所有元素作为分割界线,如果分割后有开放区域,则依次选择 N\_Divide 中的元素进行区域封闭,直至所有区域闭合.选中的元素放入集合 Border, 并从 N\_Divide 中删除.分割后得到的区域放入子区域集合 sub\_R 中.

**Step 3:** 统计分割结果. 对于 sub\_R 中的每一个元素  $r_i$ , 统计它的面积  $a_i$  和客户点数量  $n_i$ , 并与设定的阈值  $\bar{a}$  和  $\bar{n}$  进行比较,若  $a_i > \bar{a}$  且  $n_i > \bar{n}$ , 则放入待分割集合  $R'$  中 ( $R'$  中的元素按客户点数量从大到小排序), 并从 sub\_R 中删除.

**Step 4:** 若  $R'$  为空, 则转 Step 6, 否则执行 Step 5.

**Step 5:** 非必须界线的再分割. 由于此分割过程的可选界线多,加入对子区域之间客户均衡性的考量,设置客户点差值阈值为  $\Delta n$ . 对  $R'$  中的第 1 个元素  $r'_1$  进行再分割,取 N\_Divide 中第 1 个可以作为  $r'_1$  分割线的元素,如果分割后 2 个子区域  $r'_{11}$  和  $r'_{12}$  的客户点数量  $n'_{11}$  和  $n'_{12}$  满足  $|n'_{11} - n'_{12}| \leq \Delta n$ , 则分割成功,否则换下一个元素;若 N\_Divide 中没有符合要求的元素,则选取使  $|n'_{11} - n'_{12}|$  最小的元素作为新分割线.选中的新分割线放入 Border 并从 N\_Divide 中删除.删除  $R'$  中的元素  $r'_1$ , 判断新生成的子区域  $r'_{11}$  和  $r'_{12}$  的面积和客户点数量,如果满足条件不需再分割,则放入集合 sub\_R 中,否则插入  $R'$  中.

**Step 6:** 若  $R'$  为空, 则输出 sub\_R 及 Border, 否则转至 Step 5.

全部分割结束后输出的子区域,其内部实现了道路连通性,同时每个子区域都可以独立求解,从而合理地降低了问题规模.

### 2.2 基于改进 $k$ -means 聚类的线路分派算法

本文模型相比传统 CVRP 模型新增了时间延迟成本,实验表明(详见第 3.2 节), CVRP 常用的启发式算法不再适用.经分析,最少时间延迟成本与聚类问题的目标相似,都是追求同一类簇(线路)内部元素的紧凑性.因此,本文设计了一种基于聚类的两阶段算法.首先利用  $k$ -means 聚类法将客户分派到不同的线路中,在分派阶段不考虑配送顺序,运算速度快;然后将同一条线路中的客户看作一个小规模的旅行商问题,采用当前效果最好的  $L$ - $K$  算法<sup>[12]</sup>求解,求解过程不再赘述.

现有的聚类算法很多,常用的包括分层聚类、分割聚类、基于密度的聚类、基于栅格的聚类等<sup>[13]</sup>.通过对各种聚类算法优缺点的比较,选择分割聚类法中的  $k$ -means 算法.  $k$ -means 算法是目前应用最为广泛的聚类算法<sup>[13]</sup>,方法简单,收敛速度快,而且从算法原理上分析,其聚类结果中类簇内部元素的坐标值都相对集中,符合模型的要求.

传统  $k$ -means 聚类算法的思路是:预先指定类簇数  $k$ ,随机选取  $k$  个元素作为类簇的中心,通过迭代的方式反复将所有元素划分到与其距离最近的类簇中,并根据划分结果调整类簇中心,直至收敛.

假设类簇  $c_j$  的元素数目是  $|c_j|$ ,则类簇中心  $\bar{v}_j$  的坐标计算公式为

$$\begin{cases} \bar{x}_j = \frac{1}{|c_j|} \sum_{v_i \in c_j} x_i, \\ \bar{y}_j = \frac{1}{|c_j|} \sum_{v_i \in c_j} y_i. \end{cases} \quad (8)$$

对于求解卷烟配送的线路分派问题,需要在传统  $k$ -means 聚类法中增加容量限制(上限),以保证线路不会超载.由于类簇的数量是基本固定的(实际上车辆的固定成本很高,在聚类过程中不会轻易增加线路数),在设置容量上限后能够保证装载量平衡.同时,在烟草专卖的访销体制下,绝大多数客户订货量接近,因此只要装载量平衡,各线路间的客户点数量便能够满足均衡性的要求.但是,加入容量限制后,客户的分派顺序会对聚类结果产生影响,需要加入确定分派顺序的新策略,以提高算法的适应性.在聚类过程中,采用贪婪原则分派客户,即分别计算每个客户点到各个类簇中心的距离,然后对所有客户点到所有类簇中心的距离值进行整体排序,最小距离值对应的客户点优先分派,在满足容量限制的同时保证解的质量.

加入改进策略后的  $k$ -means 聚类法步骤如下.

Step 1: 初始化.类簇数

$$k = k_{\min} = \left\lceil \sum_{i=1}^n q_i / Q \right\rceil.$$

从  $V'$  中随机选取  $k$  个客户点  $v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_k}$ ,类簇  $c_j$  的中心  $\bar{v}_j = v_{i_j}, j = 1, 2, \dots, k$ ,配送量  $\bar{Q}_j = 0$ .

Step 2: 计算距离值.计算客户点  $v_i \in V'$  到类簇中心  $\bar{v}_j$  的距离  $\|v_i - \bar{v}_j\| = \sqrt{(x_i - \bar{x}_j)^2 + (y_i - \bar{y}_j)^2}$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$ ,并对所有距离值  $\|v_i - \bar{v}_j\| (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, k)$ ,从小到大排序.

Step 3: 聚类.取最小距离值对应的客户点  $v_i \in V'$  及类簇  $c_j$ ,计算加入客户点  $v_i$  后类簇  $c_j$  是否满足  $q_i + \bar{Q}_j \leq Q$ .若满足条件,则将客户点  $v_i$  分派给类簇  $c_j$  且  $\bar{Q}_j = q_i + \bar{Q}_j$ ;否则,将客户点  $v_i$  到类簇  $c_j$  的距离值

$\|v_i - \bar{v}_j\|$  设为无穷大,并重新排序.以此类推,直至所有客户点都分配完毕,转 Step 5;或将所有距离值都设为无穷大,转 Step 4.

Step 4: 将类簇数更新至  $k = k + 1$ ,并随机取剩余的客点作为类簇中心,按 Step 2 更新剩余客点的距离序列.

Step 5: 根据式(8)更新每个类簇  $c_j$  的中心  $\bar{v}_j$ .若  $\bar{v}_j$  与更新前相比没有变化,即结果收敛,则转 Step 6,否则执行 Step 2.

Step 6: 输出  $s = (c_1, c_2, \dots, c_k)$ ,运算终止.

### 3 算例分析

以济南市区的卷烟配送为例,通过与典型优化算法的比较来评估多阶段算法在解的质量和计算效率方面的表现.实验在 Intel 2.20 GHz/2.0 GB 配置环境下完成,程序代码用 Matlab R2009a 实现.

#### 3.1 实例分区

济南市拥有 16 000 户零售商且地理信息复杂,有利于充分检验算法的效果.

设定参数  $\bar{w} = 300$  m,经计算,Divide 中的元素包括黄河、小清河、胶济线、京沪线、绕城高速、京台高速、经十路.以这些元素作为必须界线分割,其中小清河沿线的部分位置加入济齐路、小清河北路,以实现区域封闭.

设定参数  $\bar{a} = 30$  km<sup>2</sup>,  $\bar{n} = 2 300$ .经统计,有 4 块位于市中心(客户点密集)的子区域需要再分割,分别是:京台高速以东、京沪线以西、小清河以北、经十路以南;京沪线以东、绕城高速以西、小清河以北、经十路以南;京沪线以东、绕城高速以西、胶济线以南、经十路以北;京沪线以东、绕城高速以西、经十路以南、绕城高速以北.由于二环路是老城区与新城区之间的主干道,根据再分割的原则,很容易被选中作为界线(二环西路、二环东路、二环南路).京沪线以东、绕城高速以西、胶济线以南、经十路以北的区域经二环东路分割后,西侧部分仍需要再分割,如图 1 所示.此区域位于市中心,路网复杂,为此以它为例来详细说明界线选择的过程.根据统计结果,  $a = 33$  km<sup>2</sup>,  $n = 3 334$ ,取  $\Delta n = 10\% n = 333$ .  $N\_Divide$  中第 1 个可以作为界线的元素是历山路,分割后  $n_1 = 2 213, n_2 = 1 121$ ,不满足均衡性要求;第 2 个元素是泺源大街(延伸至和平路、经七路),分割后  $n_1 = 2 028, n_2 = 1 306$ ,同样不满足要求;第 3 个元素是纬二路,分割后  $n_1 = 1 802, n_2 = 1 532$ ,满足均衡性要求.

整个市区最终划分为 18 个子区域,分区结果如图 2 所示.

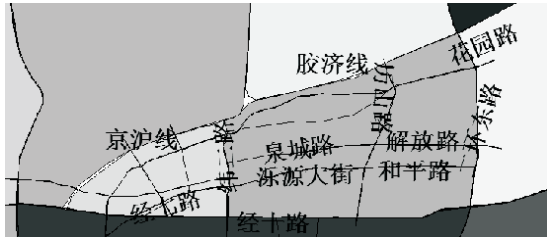


图 1 界线选择过程示例图



图 2 济南市卷烟配送区域划分结果示意图

### 3.2 实例聚类排序

2.2 节中提到的目前常用的 CVRP 算法不适用于分区后子问题的求解, 这一结论是通过对比具有代表性的遗传算法与两阶段算法的结果得出的. 为了在图形中清晰地反映出结果的差异, 选择的客户点不宜过多. 这里随机选取实例中 100 个点的区域, 如图 3 所示, 同时降低每辆车的载重量参数, 以减少每条线路中的客户数, 结果如图 4 所示.

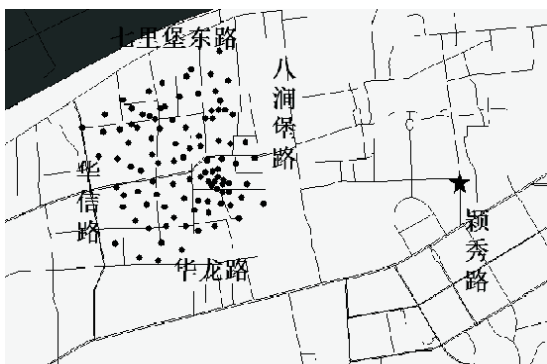
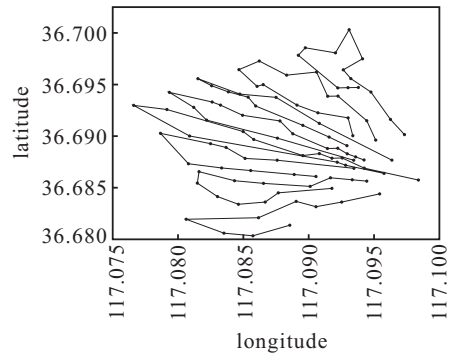


图 3 随机算例的真实地图

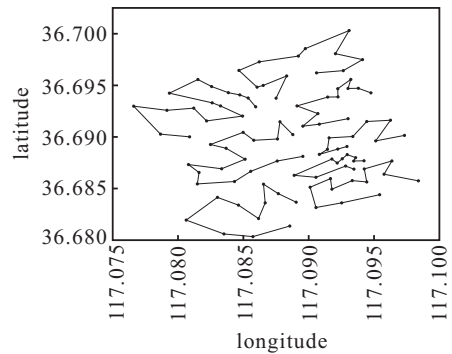
在遗传算法中, 每条线路都是由配送中心周边的点开始逐渐向外辐射, 如图 4(a) 所示, 从而导致线路内部客户点松散 (遗传算法的解能够代表一般 CVRP 算法的结果); 在两阶段算法的聚类结果中, 每条线路的客户点都相对集中, 如图 4(b) 所示.

已知配送的行驶成本为 1.5 元/km, 时间延迟成本为  $\omega = 0.5$  元/km. 由于线路数相同, 车辆的固定成本可以忽略不计. 如表 1 所示, 两阶段算法在时间延

迟成本 (客户紧凑度) 上的优化效果明显, 而且不会额外增加行驶费用.



(a) 遗传算法线路优化结果



(b) 两阶段算法线路优化结果

图 4 两种算法求解 CVRP 随机算例的结果图

表 1 两种算法配送费用核算结果

配送费用	遗传算法	两阶段算法
行驶费用 / 元	99.15	98.3
时间延迟成本 / 元	59	36.5
总成本 / 元	158.15	134.8

采用本文提出的两阶段算法以及近几年提出的求解大规模 CVRP 的改进模拟退火算法<sup>[3]</sup>和变邻域搜索算法<sup>[5]</sup>求解分区后得到的 18 个子区域, 计算结果如表 2 和表 3 所示 (Tcost 代表行驶费用, Lcost 代表时间延迟成本, cost 代表总成本). 聚类算法设置参数  $Q = 5000$ .

表 2 3 块典型区域的优化结果对比

客户数量	模拟退火算法			变邻域搜索算法			两阶段算法		
	Tcost	Lcost	time	Tcost	Lcost	time	Tcost	Lcost	time
1802	679	164	0.58	673	166	0.54	671	139	0.49
1415	1405	384	0.49	1402	364	0.47	1408	121	0.41
1540	2229	628	0.52	2196	553	0.51	2195	129	0.45

限于篇幅, 仅选取 3 个能够代表不同客户分布特点的子区域进行详细分析. 从第 1 区到第 3 区, 客户距离配送中心越来越远且分布越来越稀疏. 如表 2 所示, 在总费用成本上, 两阶段算法相比变邻域搜索算法分别节约了 3.6%、15.5% 和 18.3%, 客户距离配送中心越远, 分布越稀疏, 两阶段算法的效果越明显. 在行驶费用上, 3 种算法都比较接近, 而在时间延迟成本上, 两阶段算法的优化效果非常显著.

表 3 济南市区的优化结果对比

区域	客户数量	模拟退火算法		变邻域搜索算法		两阶段算法	
		cost	time	cost	time	cost	time
四	431	591	0.19	582	0.18	572	0.18
五	759	694	0.32	681	0.29	658	0.28
六	649	441	0.32	435	0.31	432	0.35
七	431	742	0.22	731	0.22	693	0.22
八	441	268	0.25	260	0.20	253	0.25
九	454	551	0.29	542	0.26	563	0.25
十	382	225	0.21	220	0.17	219	0.20
十一	806	657	0.39	632	0.37	584	0.36
十二	1173	2259	0.51	2132	0.47	1893	0.43
十三	338	212	0.23	210	0.21	198	0.21
十四	2218	2698	0.78	2680	0.71	2531	0.69
十五	483	691	0.32	685	0.25	643	0.23
十六	685	1103	0.36	1082	0.34	979	0.33
十七	746	1121	0.41	1109	0.39	1045	0.38
十八	1532	751	0.51	746	0.50	732	0.50

表 3 给出了其他区域的优化结果, 其中区域九的两阶段算法的结果略差. 经分析, 两阶段算法在行驶费用上略高, 该区域客户点较少且分布密集, 在时间延迟成本上 3 种算法接近, 所以总费用成本略高于另两种算法.

综上所述, 相比现有的 CVRP 算法, 本文设计的两阶段算法, 在不额外增加计算时间及其他费用的前提下, 对模型新增的时间延迟成本优化效果显著.

## 4 结 论

为解决卷烟配送的线路优化问题, 本文提出了一种多阶段的优化算法, 并以济南市区为例验证了算法在成本节约方面的优势, 能够更好地满足实际配送中的特殊要求, 提高客户满意度. 当前的多阶段优化算法仍然存在一些问题, 值得深入研究并加以改进. 如对于  $k$ -means 法初始聚类中心的选择, 可以考虑采用基于密度的选择方法, 以进一步提高算法的性能.

## 参考文献(References)

- [1] Dantzig G B, Ramser J H. The truck dispatching problem[J]. Management Science, 1959, 6(1): 80-91.
- [2] Ostertag A, Doerner K F, Hart R F, et al. POPMUSIC for a real-world large-scale vehicle routing problem with time windows[J]. J of the Operational Research Society, 2009, 60(7): 934-943.
- [3] Li F, Golden B, Wasil E. Very large-scale vehicle routing: New test problems, algorithms, and results[J]. Computers and Operations Research, 2005, 32(5): 1165-1179.

- [4] Mester D, Braysy O. Active-guided evolution strategies for large-scale capacitated vehicle routing problems[J]. Computers and Operations Research, 2007, 34(10): 2964-2975.
- [5] Kytöjoki J, Nuortio T, Braysy O, et al. An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems[J]. Computers and Operations Research, 2007, 34(9): 2743-2757.
- [6] Duhamel C, Lacomme P, Prodhon C. Efficient frameworks for greedy split and new depth first search split procedures for routing problems[J]. Computers and Operations Research, 2011, 38(4): 723-739.
- [7] Vonolfen S, Affenzeller M, Beham A, et al. Solving large-scale vehicle routing problem instances using an island-model offspring selection genetic algorithm[C]. Proc of IEEE Int Symposium on Logistics and Industrial Informatics. Budapest: IEEE Press, 2011: 27-31.
- [8] Golden B, Wasil E. Computerized vehicle routing in the soft drink industry[J]. Operations Research, 1987, 35(1): 6-17.
- [9] Cheong Y M, Ong H L, Huang H C. Modeling the vehicle routing problem for a soft drink distribution company[J]. Asia-Pacific J of Operational Research, 2002, 19(1): 17-34.
- [10] Beasley J E, Christofides N. Vehicle routing with a sparse feasibility graph[J]. European J of Operational Research, 1997, 98(3): 499-511.
- [11] 曲志伟, 蔡临宁, 李晨, 等. 大规模车辆配送/收集问题的求解框架[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2004, 44(5): 581-584.  
(Qu Z W, Cai L N, Li C, et al. Solution framework for the large scale vehicle delivery/collection problem[J]. J of Tsinghua University: Science and Technology, 2004, 44(5): 581-584.)
- [12] Lin S, Kernighan B W. An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem[J]. Operations Research, 1973, 21(2): 498-516.
- [13] 姜园, 张朝阳, 仇佩亮, 等. 用于数据挖掘的聚类算法[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(4): 655-662.  
(Jiang Y, Zhang Z Y, Qiu P L, et al. Clustering algorithm used in data mining[J]. J of Electronics and Information Technology, 2005, 27(4): 655-662.)