

文章编号: 1001-0920(2013)12-1869-05

分布式离散多智能体系统在固定和切换拓扑下的编队控制

罗小元, 李旭, 李绍宝, 关新平

(燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 研究多智能体系统在分布式采样控制下固定拓扑和时变通信拓扑时的追踪和编队问题. 首先分析目标系统在没有输入时的稳定性; 然后分别给出在固定和时变通信拓扑下使各智能体完成追踪和编队的控制协议, 并给出了系统稳定时采样间隔需满足条件的充分性和必要性证明; 最后通过仿真研究验证了所提出算法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 采样; 分布式编队控制; 固定和切换拓扑

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Distributed discrete-time formation control of multi-agent systems under fixed and switching topologies

LUO Xiao-yuan, LI Xu, LI Shao-bao, GUAN Xin-ping

(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China. Correspondent: LUO Xiao-yuan, E-mail: xyluo@ysu.edu.cn)

Abstract: The formation and tracking problem for distribute sampled multi-agent systems under fixed and switching topologies is investigated. Firstly, the stability of the system without inputs is analyzed. Then, an algorithm is proposed under fixed and switching topologies respectively, and the sufficient and necessary conditions are presented to determine the campling interval of maitaining the stability of the system. Finally, some simulations illustrate the effectiveness of the proposed algorithms.

Key words: multi-agent system; sampling; distribute formation control; fixed and switching topology

0 引言

目前, 多智能体系统(MAS)的研究已经成为分布式人工智能的研究热点之一. 分布式多智能体系统编队控制具有广泛的现实意义, 其应用领域遍及生产、生活和军事等方面, 如自治高速公路系统、无人水下潜航器和无人飞行器的多自由度编队控制等^[1-3]. 在研究多智能体系统动力学行为的文献中, 大多将智能体的动力学行为建模成一个连续时间系统, 运用人工势场函数研究多智能体系统的群集、编队和避障等问题. 在文献[2]中, 作者基于 leader-follower 控制模型, 利用人工势场理论设计了能够使智能体完成避碰和避障的势场函数, 并结合一致性协议, 设计了变权重分布式多智能体编队与避障控制算法. 考虑到多智能体编队控制在无线传感器多重覆盖、卫星无缝监测等领域的应用, Yan 等^[3]和 Ren 等^[4]分别研究了多 leader-多 follower 多智能体系统编队控制问题.

Ren 等^[4]考虑到无线传感器的通信范围、冗余通信等现象, 在研究有向通信拓扑下多智能体系统的编队控制问题时, 提出了一种由媒介控制算法与位置估计算法结合的分布式控制算法, 解决了存在多组 leader 时的编队问题.

以上文献研究的都是连续时间多智能体系统, 虽然连续时间系统建模方便、研究方法多样, 但在应用中反馈控制一般以采样的形式输入, 因此对离散系统的研究具有更强的通用性^[5-10]. 文献[5]研究了一般离散系统在有向通信拓扑下的编队和一致性问题. 文献[7]研究了一阶和二阶离散系统的编队控制与采样间隔的关系, 得出了当 T 满足条件时两种系统都可以实现编队和速度一致. 另外, 离散时间多智能体系统的研究还包括: 系统在有时延、干扰、或二者并存情况下的稳定性问题; 在单向或双向、固定或切换通信拓扑下的一致性问题^[8-10].

收稿日期: 2012-06-29; 修回日期: 2013-01-03.

基金项目: 国家 973 计划项目(2010CB731800); 国家自然科学基金项目(61074065, 61375105); 河北省自然科学基金项目(F2012203119).

作者简介: 罗小元(1976-), 男, 教授, 博士生导师, 从事多智能体协调控制、网络控制系统容错控制等研究; 李旭(1988-), 女, 硕士生, 从事多智能体协调控制的研究.

本文主要研究二阶离散多智能体系统的编队和追踪问题. 相比其他文献研究的二阶差分系统, 本文研究的系统更接近问题原型. 另外, 考虑到各智能体间的通讯会受到地理环境的限制, 分别在固定拓扑和时变拓扑两种情况下对系统的稳定性和收敛性进行了分析.

1 图论基础和问题描述

1.1 图论基础

通常将多智能体系统中的单个智能体看作一个质点, 将智能体及它们间的邻接关系看作一个图. 下面简要介绍一些有关图论的基本知识.

$G = (V, E, A)$ 表示邻接矩阵为 $A = [a_{ij}]$ 的无向图. 其中: $V = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 表示有 n 个节点的节点集, $E \subseteq V \times V$ 代表边集. 图 G 的一条边记为 $e_{ij} = (p_i, p_j)$, 如果边 e_{ij} 存在, 则邻接元素 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$, 不考虑自环情形, 即 $a_{ii} = 0$. 节点 p_i 的邻居集合记作 $N_i = \{p_j \in V | (p_i, p_j) \in E\}$. 从节点 p_i 到节点 p_j 的一条路径是由图 G 中一系列不同边 $(p_i, p_{k1}), (p_{k2}, p_{k3}), \dots, (p_{kh}, p_j)$ 组成的. 若图 G 中任一个节点到所有其他节点都存在这样的路径, 则称图 G 是一个连通图. 拉普拉斯矩阵 $L = [l_{ij}] \in R^{n \times n}$. 其中: $l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}$, $l_{ij} = -a_{ij}, i \neq j$.

1.2 问题描述

考虑 n 个智能体组成的多智能体系统, $x_i = (x_{i1}, x_{i2})^T \in R^2$ 和 $v_i = (v_{i1}, v_{i2})^T \in R^2$ 分别表示 p_i 的位置和速度, 则智能体的动力学行为可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i, \\ m_i \dot{v}_i = \rho v_i + u_i. \end{cases} \quad (1)$$

其中: m_i 表示智能体 i 的质量, 不失一般性, 取 $m_i = 1$; $u_i = (u_{i1}, u_{i2})^T$ 表示第 i 个智能体的控制输入; ρ 为速度反馈增益, 且 $\rho < 0$.

设传感器在恒定时间间隔 $T = t_{k+1} - t_k (T \geq 0)$ 内测得各智能体的位置和速度信息, 并传递给它的邻居. 记 $x_i(k) = x_i(kT), v_i(k) = v_i(kT)$, 输入保持器采用零阶保持方式, 即当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时, $u_i(t) = u_i(k), k = 0, 1, \dots$.

记 $y_i(k) = (x_i^T(k), v_i^T(k))^T, i \in I$, 以采样周期 T 为积分周期, 可得系统 (1) 的精确离散系统模型为

$$y_i(k+1) = A_d y_i(k) + B_d u_i(k), \quad (2)$$

$$y^r(k+1) = A_d y^r(k) + B_d u^r(k). \quad (3)$$

其中

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\rho}(e^{\rho T} - 1) \\ 0 & e^{\rho T} \end{bmatrix} \otimes I_{2 \times 2},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -\frac{T}{\rho} + \frac{1}{\rho^2}(e^{\rho T} - 1) \\ \frac{1}{\rho}(e^{\rho T} - 1) \end{bmatrix} \otimes I_{2 \times 2};$$

式 (3) 为 leader 系统, $y^r(k)$ 和 $u^r(k)$ 分别代表 k 时刻 leader 智能体的状态和控制输入.

2 系统稳定性与追踪误差分析

2.1 Leader 智能体系统稳定性分析

引理 1 对于给定的 $\rho < 0$ 和 $T > 0$, 所研究系统的自治系统的原点平衡状态是李亚普诺夫稳定的, 并且 leader 智能体系统 (3) 是 BIBO 稳定的.

证明 对于自治系统 $y(k+1) = A_d y(k)$, 矩阵 A_d 的两个特征值为 1, 另两个特征值的幅值小于 1, 且 A_d 的最小多项式为 $(\lambda - 1) \cdot (\lambda - e^{\rho T})$. 由离散系统李亚普诺夫特征值判据知, 所研究自治系统原点平衡状态是李亚普诺夫稳定的, 进而此系统是内部稳定的. 又由内部稳定和外部稳定之间的关系知此系统是 BIBO 稳定的. \square

2.2 固定拓扑多智能体系统的编队控制

2.2.1 跟随智能体控制律设计

针对智能体系统 (2) 设计以下编队控制协议:

$$\begin{aligned} u_i(k) = & u^r(k) - b_{ir}(x_i(k) - x^r(k) - \delta_i) - \\ & \sum_{j \in N_i} (x_i(k) - x_j(k) - \delta_i + \delta_j) - \\ & b_{ir}(v_i(k) - v^r(k)) - \sum_{j \in N_i} (v_i(k) - v_j(k)). \end{aligned} \quad (4)$$

其中: δ_i, δ_j 分别表示智能体 i 和 j 与 leader 在平面内水平、竖直方向上的相对距离; b_{ir} 表示智能体 i 与 leader 之间的邻接关系, 如果存在智能体 i , 则可以直接获得 leader 的信息 $b_{ir} = 1$, 否则 $b_{ir} = 0$. 令

$$\begin{cases} \bar{x}_i(k) = x_i(k) - x^r(k) - \delta_i, \\ \bar{v}_i(k) = v_i(k) - v^r(k). \end{cases} \quad (5)$$

将式 (5) 和控制协议 (4) 代入系统 (2), 并令 $\bar{y}(k) = (\bar{y}_1^T(k), \bar{y}_2^T(k), \dots, \bar{y}_n^T(k))^T$, 有

$$\bar{y}(k+1) = M \bar{y}(k). \quad (6)$$

其中: $M = I_{n \times n} \otimes A_d - H \otimes B_d F, L$ 是系统的拉普拉斯矩阵, $B = \text{diag}(b_{ir}) \in R^{n \times n}$, 记 $H = L + B, F = (I_2, I_2)$.

2.2.2 被控多智能体系统稳定性分析

引理 2 若领航者与各跟随者之间的通信拓扑是连通的, 则矩阵 H 的所有特征值均为正实数.

证明 由 Lemma 4^[10] 知, 当 leader 全局可达时, H 的特征根有正实部, 而本文研究的连通拓扑中的 leader 必是全局可达的, 故 H 的特征根必有正实部. H 是实对称矩阵, 故 H 的 n 个特征根都是正实数. \square

令 J 是实对称矩阵 H 的 Jordan 阵, 则必存在正

交阵 W 使 $W^T H W = W^{-1} H W = J$, 由此得

$$\begin{aligned} & (W^T \otimes I_{4 \times 4}) M (W \otimes I_{4 \times 4}) = \\ & I_{n \times n} \otimes A_d - J \otimes B_d F = \\ & \text{diag}(A_d - \lambda_1 B_d F, \dots, A_d - \lambda_n B_d F). \end{aligned}$$

因为矩阵的 Jordan 对角化不改变矩阵的特征值, 所以矩阵 M 的特征值与对角阵 $\text{diag}(A_d - \lambda_1 B_d F, \dots, A_d - \lambda_n B_d F)$ 的特征值相同.

偏差系统 (6) 的动力学行为依赖于系统矩阵 M 的特征值分布, 因此要确定偏差系统 (6) 的稳定性, 只需研究矩阵 M 的每一个 Jordan 子块 $A_d - \lambda_i B_d F (i \in I)$ 的特征值分布.

引理 3 设 leader 和各跟随者之间的通信拓扑是连通的, 反馈增益 $\rho < 0$ 且为常数, 当采样间隔 $T > 0$ 且满足如下不等式组时:

$$\begin{cases} 1 - e^{\rho T} - \frac{\lambda_{\max}}{\rho^2} (1 + \rho T e^{\rho T} - e^{\rho T}) > 0, \\ 2 + 2e^{\rho T} + \frac{\lambda_{\max}}{\rho^2} [2 - 2e^{\rho T} + \rho T (e^{\rho T} + 1)] > 0, \end{cases} \quad (7)$$

控制协议 (4) 能使偏差系统 (6) 稳定.

证明 记 $A_d - \lambda_i B_d F = \bar{A}_i \otimes I_{2 \times 2}$, 其中

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\lambda_i T}{\rho} + \frac{\lambda_i}{\rho^2} (1 - e^{\rho T}) & \frac{1}{\rho} (e^{\rho T} - 1) \\ \frac{\lambda_i}{\rho} (1 - e^{\rho T}) & e^{\rho T} \end{bmatrix}.$$

下面重点分析矩阵 \bar{A}_i 的特征值. 考察 \bar{A}_i 的特征多项式

$$f_i(s) = \det(sI - \bar{A}_i) = s^2 + a_{i1}s + a_{i2}. \quad (8)$$

其中

$$a_{i1} = - \left[e^{\rho T} + 1 + \frac{\lambda_i}{\rho^2} (1 + \rho T - e^{\rho T}) \right],$$

$$a_{i2} = e^{\rho T} + \frac{\lambda_i}{\rho^2} (1 + \rho T e^{\rho T} - e^{\rho T}).$$

采用双线性变换, 令 $s = (\omega + 1)/(\omega - 1)$, 有

$$f_i(\omega) = a_i \omega^2 + b_i \omega + c_i. \quad (9)$$

其中

$$a_i = \frac{\lambda_i T}{\rho} (e^{\rho T} - 1),$$

$$b_i = 2 \left[1 - e^{\rho T} - \frac{\lambda_i}{\rho^2} (1 + \rho T e^{\rho T} - e^{\rho T}) \right],$$

$$c_i = 2 + 2e^{\rho T} + \frac{\lambda_i}{\rho^2} [2 - 2e^{\rho T} + \rho T (e^{\rho T} + 1)].$$

这样, 要使 \bar{A}_i 的特征值在单位圆内部, 只需保证式 (9) 的特征根都具有负实部.

设 ω_1, ω_2 为式 (9) 的两个根, 由根与系数的关系可知, 若满足 $\omega_1 + \omega_2 < 0, \omega_1 \cdot \omega_2 > 0$, 则有 $\omega_1 < 0, \omega_2 < 0$ 成立. 由引理 2 知 λ_i 为正实数. 又有 $\rho < 0, T > 0$, 所以 $a_i > 0$, 这样只需满足

$$\begin{cases} h(\lambda_i) = 1 - e^{\rho T} - \frac{\lambda_i}{\rho^2} (1 + \rho T e^{\rho T} - e^{\rho T}) > 0, \\ g(\lambda_i) = \\ 2 + 2e^{\rho T} + \frac{\lambda_i}{\rho^2} [2 - 2e^{\rho T} + \rho T (e^{\rho T} + 1)] > 0. \end{cases} \quad (10)$$

下面研究 λ_i 的大小对 T 取值范围的影响. 易知, $h(\lambda_i), g(\lambda_i)$ 都是 λ_i 的单调减函数, 即当 λ_i 取最大值 λ_{\max} 时, $h(\lambda_i)$ 和 $g(\lambda_i)$ 取得最小值.

综上, 当 leader 全局可达、 $\rho < 0$ 为定值、 T 满足式 (7) 时, 矩阵 M 的特征值都在单位圆内, 编队控制系统稳定. \square

定理 1 若 leader 与各跟随者之间的通信拓扑连通, 反馈增益 $\rho < 0$ 且为定值, 采样间隔 T 满足式 (7), 则控制协议 (4) 能使各智能体与 leader 之间形成期望编队且各状态误差趋于 0.

证明 由 $\bar{y}(k+1) = M\bar{y}(k)$ 知, 当初始状态为 $\bar{y}(0)$ 时, k 时刻状态 $\bar{y}(k) = M^k \bar{y}(0)$. 方程两边取无穷范数, 并根据范数性质, 有

$$\|\bar{y}(k)\|_{\infty} \leq \|M^k\|_{\infty} \cdot \|\bar{y}(0)\|_{\infty}. \quad (11)$$

另一方面, 由矩阵知识知, 当 $A \in R^{n \times n}$ 的所有特征根的模都小于 1 时, $A^k \rightarrow 0 (k \rightarrow \infty)$. 由引理 3 知, 当 T 满足式 (7) 时, $\|M^k\|_{\infty} \rightarrow 0$, 进而 $\|\bar{y}(k)\|_{\infty} \rightarrow 0$.

综上, 在多智能体系统通信拓扑连通、反馈增益 $\rho < 0$ 为定值、采样间隔 T 满足式 (7) 时, 控制律 (4) 能使各智能体与 leader 之间形成期望编队且各状态误差趋于 0. \square

2.3 切换拓扑下多智能体系统的编队控制

在实际中, 由于智能体所在环境的变化, 整个网络的通信拓扑也会发生变化, 有必要研究切换拓扑多智能体网络的编队控制.

定义一个有限、不重叠、离散的时间序列 $\{k_j, k_{j+1}\}, j = 1, 2, \dots$, 从 $k_1 = 0$ 开始, 再定义一个分段常值切换函数 $\sigma_N : [0, \infty) \rightarrow U_{G^*} = \{1, 2, \dots, N\}$, 用来表示时变通信拓扑, 其中 $G^* = \{G_1, G_2, \dots, G_N\}$ 表示有相同节点集合 V 的切换拓扑集合.

2.3.1 跟随智能体控制律设计

在上述条件下, 设计如下编队控制协议:

$$\begin{aligned} u_i(k) = & u^r(k) - b_{ir,\sigma}(k)(x_i(k) - x^r(k) - \delta_i) - \\ & \sum_{j \in N_i(k)} (x_i(k) - x_j(k) - \delta_i + \delta_j) - \\ & b_{ir,\sigma}(k) \cdot (v_i(k) - v^r(k)) - \sum_{j \in N_i(k)} (v_i(k) - v_j(k)), \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $N_i(k)$ 和 $b_{ir,\sigma}(k)$ 分别表示 k 时刻智能体 i 的邻

接集和智能体 i 与 leader 的邻接关系.

通过与固定拓扑情况相似的变换, 可以得到以下的动态误差系统:

$$\bar{y}(k+1) = M_\sigma \bar{y}(k). \quad (13)$$

其中: $M_\sigma = I_{n \times n} \otimes A_d - H_\sigma \otimes B_d F$, L_σ 为 k 时刻系统的拉普拉斯矩阵, $B_\sigma = \text{diag}(b_{i,r,\sigma}(k)) \in R^{n \times n}$ 表示 k 时刻各智能体与 leader 的邻接矩阵, 记 $H_\sigma = L_\sigma + B_\sigma$, $F = I_{2 \times 4}$.

2.3.2 被控多智能体系统稳定性分析

引理 4 假设在所有的切换拓扑中, leader 与各跟随者之间的通信拓扑连通, 反馈增益 $\rho < 0$, 为定值, 且采样间隔 T 满足如下不等式 ($\lambda_{(\sigma)\max}$ 是 H_σ 的最大特征值) 时:

$$\begin{cases} 1 - e^{\rho T} - \frac{\lambda_{(\sigma)\max}}{\rho^2} (1 + \rho T e^{\rho T} - e^{\rho T}) > 0, \\ 2 + 2e^{\rho T} + \frac{\lambda_{(\sigma)\max}}{\rho^2} [2 - 2e^{\rho T} + \rho T (e^{\rho T} + 1)] > 0, \end{cases} \quad (14)$$

控制协议 (12) 能使偏差系统 (13) 稳定.

证明同引理 3, 此略.

定理 2 假设在所有的切换拓扑中, leader 与各跟随者之间的通信拓扑连通, 反馈增益 $\rho < 0$ 且为定值, 采样间隔 T 满足式 (14) 时, 控制协议 (12) 能使各智能体与 leader 之间形成期望编队并且各状态误差趋于 0.

证明 假设在 $k \rightarrow \infty$ 过程中, 多智能体系统的通信拓扑在 G^* 间切换. 由 $\bar{y}(k+1) = M_\sigma \bar{y}(k)$ 知, 当初始状态为 $\bar{y}(0)$ 时, k 时刻状态

$$\bar{y}(k) = (M^{q_1} M^{q_2} \dots M^{q_N}) \bar{y}(0),$$

其中 $q_1 + q_2 + \dots + q_N = k$. 方程两边取无穷范数, 并根据矩阵范数性质, 有

$$\|\bar{y}(k)\|_\infty \leq \|M_1^{q_1}\|_\infty \dots \|M_N^{q_N}\|_\infty \|\bar{y}(0)\|_\infty. \quad (15)$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时, 至少有一个 $q_i \rightarrow \infty$. 由矩阵分析知识知, 当 $A \in R^{n \times n}$ 的所有特征根的模都小于 1 时, $A^k \rightarrow 0, k \rightarrow \infty$. 由引理 4 知, 当 T 满足式 (14) 时, $M_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 的特征值的模都小于 1, 从而 $\|M_i^{q_i}\|_\infty \rightarrow 0, \|\bar{y}(k)\|_\infty \rightarrow 0$.

综上, 当各切换子拓扑连通、反馈增益 $\rho < 0$ 且为定值的条件下, 采样间隔 T 满足式 (14) 时, 所设计的反馈控制律能使各智能体与 leader 之间形成期望编队且各状态误差趋于 0. \square

3 仿真结果及分析

假设多智能体系统由 4 个 follower 和 1 个 leader 组成, 它们可能经历的拓扑如图 1 所示.

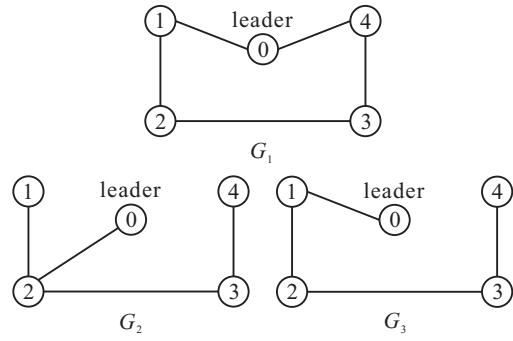


图 1 多智能体间可能拓扑连接 (leader 都是全局可达的)

3.1 固定拓扑多智能体系统仿真研究

考虑图 1 中 G_1 所示的多智能体通信拓扑, 假设反馈增益 $\rho = -0.8$, 则由定理 1 可求得采样间隔满足 $0 < T < 0.5022$ 时系统稳定且能实现追踪和编队.

取各智能体的初始速度为 0, 初始位置分别为 $x_0 = [5 \ 0], x_1 = [-4 \ 10], x_2 = [-3 \ -10], x_3 = [15 \ -8], x_4 = [0 \ 0]$. 设 leader 的控制输入 $u_{r1}(k) = 0.2k, u_{r2}(k) = 2 \sin(k)$. 当 $T = 0.1$ 时, 智能体的位置和速度轨迹如图 2 和图 3 所示.

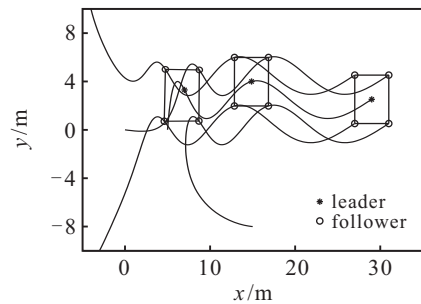


图 2 多智能体的位置轨迹 ($T = 0.1$, 固定拓扑)

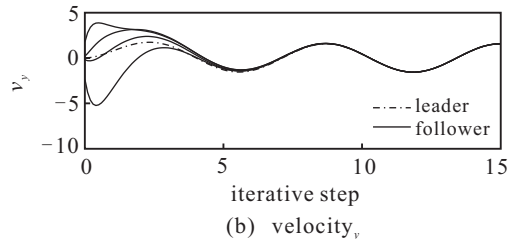
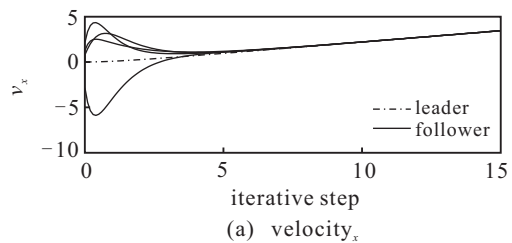


图 3 多智能体的速度轨迹 ($T = 0.1$, 固定拓扑)

从图 2 和图 3 中可以看出, 当 $T = 0.1$ 时, 4 个 follower 能准确追踪 leader, 形成期望编队和速度一致, 从而表明了固定拓扑情况下所提出的算法的有效性.

3.2 切换拓扑多智能体系统仿真研究

考虑多智能体通信拓扑在图1所示的 G_1, G_2, G_3 间切换, 且切换策略为

$$G = \begin{cases} G_1, & 0 < \text{mod}(k, 3) \leq 1; \\ G_2, & 1 < \text{mod}(k, 3) \leq 2; \\ G_3, & 2 < \text{mod}(k, 3) \leq 3. \end{cases}$$

其中 $\text{mod}(m, n)$ 为取余函数。

通过计算可得, 切换拓扑下 $\rho = -0.8$ 且 $0 < T < 0.4171$ 时, 系统稳定并能实现追踪和编队。选取与固定拓扑相同的初始状态和预期编队, 智能体的位置和速度轨迹如图4和图5所示。

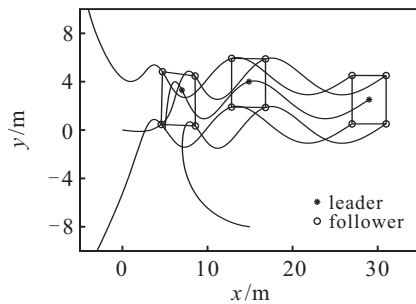


图4 多智能体的位置轨迹 ($T = 0.1$, 切换拓扑)

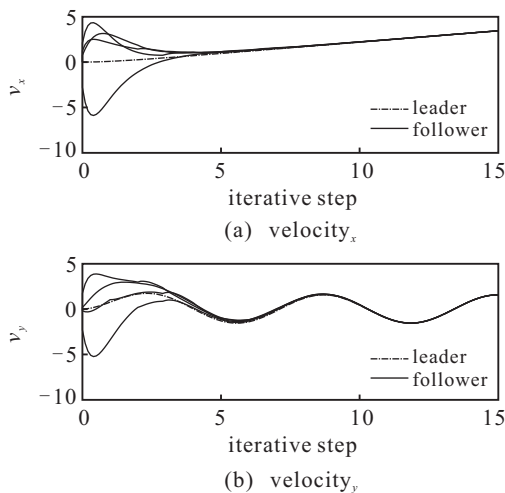


图5 多智能体的速度轨迹 ($T = 0.1$, 切换拓扑)

从图4和图5可看出, 当 $T = 0.1$ 时, 4个 follower 能准确追踪 leader, 形成期望编队和速度一致, 从而表明了固定拓扑情况下所提出算法的有效性。

4 结 论

本文在固定和时变两种通信拓扑下, 研究了基于 leader-follower 模型的二阶采样系统的动力学行为, 设计了使多智能体系统完成编队和追踪运动的控制

算法。通过引入偏差变量得到了描述各智能体当前状态与目标状态差距的偏差系统, 用双线性变换法得到了使偏差系统稳定且能实现预定目标时采样间隔 T 需要满足的条件。仿真结果验证了所得结论的有效性。本文的研究对于解决网络覆盖、传感器部署等问题具有一定意义。

参考文献(References)

- [1] Zou Yun-fei, Prabhakar R Pagilla. Distributed formation control of multiple aircraft using constraint forces[C]. American Control Conf. Seattle, 2008: 644-649.
- [2] Liu Hua-gang, Fang Hao, Mao Yu-tian. Distributed flocking control and obstacle avoidance for multi-agent systems[C]. Chinese Control Conf. Xuzhou, 2010: 4536-4541.
- [3] Yan Jing, Guan Xin-ping, Luo Xiao-yuan. Multi-target pursuit formation of multi-agent systems[J]. Chinese Physics B, 2011, 20(1): 698-707.
- [4] Ren We, Nathan Sorensen. Distributed coordination architecture for multi-robot formation control[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2008, 56(4): 324-333.
- [5] Jos'e Rodrigues, Dario Figueira. Leader-following graph-based distributed formation control[C]. Proc of Robotica. Aveiro, 2008: 71-77.
- [6] Wang Jing, Nian Xiaohong, Wang Haibo. Consensus and formation control of discrete-time multi-agent systems[J]. J of Central South University of Technology, 2011, 18(4): 1161-1168.
- [7] Luo Xiaoyuan, Han Nani, Guan Xinping. Distributed discrete-time formation control of multi-agent systems with time-varying reference states[J]. IST Trans of Robotics, Automation and Mechatronics-Theory and Applications, 2010, 1(2): 17-24.
- [8] Li Tao, Zhang Jifeng. Consensus conditions of multi-agent systems with time-varying topologies and stochastic communication noises[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 55(7): 2046-2057.
- [9] Yu Hong-wang, Zheng Yu-fan. Dynamic behavior of multi-agent systems with distributed sampled control[J]. Acta Automatic Sinica, 2012, 38(3): 357-365.
- [10] Hu J P, Hong Y G. Leader-following coordination of multi-agent systems with coupling time delays[J]. Physica A, 2007, 374(2): 853-863.