文章编号: 1001-0920 (2013) 12-1903-04

考虑单位车辆运力的运输-库存随机需求决策模型

王宇辉[1], 杨 丽[2], 彭其渊[1]
(1. 西南交通大学 交通运输与物流学院，成都 610031；2. 华北水利水电学院 数学与信息科学学院，郑州 450011)

摘 要: 针对提前期和客户需求不确定的生产、运输和库存协调控制问题, 基于整车直达运输策略, 从优化系统物流成本角度, 建立了在决策中明确体现单位车辆运力影响的运输-库存系统协调模型, 设计了求解模型的优化搜索机制并从数学上证明了其有效性. 最后, 进一步对单位车辆运力进行敏感性分析并得出以下结论: 在其他条件不变时, 单位车辆的运力会影响系统决策结果, 该运力既不是越大越好, 也不是越小越好, 而是某个适中值.

关键词: 整车直达运输；单位车辆运力；搜索机制；运输和库存；需求不确定
中图分类号: F270 **文献标志码:** A

Decision model of transportation-inventory with considering capacity of a single truck under random demand

WANG Yu-hui[1], *YANG Li*[2], *PENG Qi-yuan*[1]
(1. School of Transportation and Logistics，Southwest Jiaotong University，Chengdu 610031，China；2. School of Mathematics and Information Science，North China University of Water Resources and Electric Power，Zhengzhou 450011，China．Correspondent：WANG Yu-hui，E-mail：yhw396@163.com)

Abstract: For the coordination control of production, transportation and inventory system in the presence of uncertainty in customer demands and lead time, from the point of optimizing logistics costs, the coordination model of transportation-inventory problem under the policy of direct shipping with truckload is established, and the effect of limited capacity of a railway truck on system decision is involved explicitly. A search procedure is advanced to solve the optimization cost model, and its superiority is also proved at mathematics. Finally, the numerical examples are presented to show that the capacity of a single truck can influence the optimal results.

Key words: direct shipping with truckload；capacity of a single truck；search procedure；transportation and inventory；demand uncertainty

0 引 言

自Herron[1]于1979年提出协调运输策略和库存控制的重要性之后, 相关研究工作便得到了广泛开展. 但Ertogral等[2]和Kofjač等[3]指出, 在许多研究中, 运输成本被认为是固定订货成本的一部分, 导致在最终决策中没有充分体现出运输因素的影响.

在明确考虑运输因素的研究中, Tyworth等[4]建立了随机环境下的运输-库存协调控制模型, 文中视运输成本为运输量的非线性函数, 并提出了单位运输成本的有理函数形式和幂函数形式; 文献[5]应用上述单位运输成本的幂函数形式, 研究了客户需求和提前期为随机变量的由多个制造商多个分销商组成的分销系统优化问题; 文献[6]建立了由单个供应商和单个零售商组成的生产、库存和运输系统协调模型, 考虑了车辆的多次使用问题; 文献[7]以实现铁路企业、发货方与收货方所组成的系统成本最小化为目标, 研究了装车地车流组织优化问题. 此外, 基于直达运输策略, 文献[8]构建了客户随机需求下的运输库存整合优化模型, 并假定运输成本是运输距离的线性函数; 文献[9]建立了随机环境下的库存与运输优化模型, 在运输成本函数中体现了单位车辆运力的影响, 但文中没有将制造商的相关库存成本纳入优化范围.

在上述模型中, 运输成本被假定只与运输量和运输距离有关, 较少考虑不同运力车辆的选择对决策结

收稿日期: 2012-08-21；**修回日期:** 2012-12-20.
基金项目: 国家自然科学基金项目(71101049).
作者简介: 王宇辉(1979−), 男, 博士生, 从事物流系统优化的研究；彭其渊(1962−), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能运输系统等研究.

果的影响. 然而, 在整车直达运输条件下, 单位车辆的运力是必须考虑的因素, 不能简单地将上述模型直接拿来应用. 为此, 本文针对随机环境下由单个制造商向单个经销商供应同类产品的生产、运输和库存协调问题, 基于整车直达运输策略, 在战术层次上构建能够在最终决策中明确体现单位车辆运力影响的运输-库存系统优化模型, 并设计了求解模型的优化搜索机制.

1 基本模型

1.1 模型假设和符号

制造商成批次生产某种产品, 由此产生机器启动成本, 而对于经销商的订单, 由于制造商具备较强的生产能力, 可忽略缺货成本. 研究的目的旨在满足一定客户服务水平下系统考虑制造商的机器启动成本和持有成本, 经销商的订货成本、持有成本和缺货成本, 以及它们之间的运输成本, 优化制造商在单个生产周期内的生产量和每次的运输量, 使整个系统的年期望总成本值最小.

模型在以下条件上构建:

1) 经销商应对最终客户的产品年需求量, 可根据历史数据进行预测, 每日的需求量服从独立正态分布, 用平均值和标准差分别表示为 μ 和 σ;

2) 预先确定经销商应对最终客户需求的服务水平, 用经销商的库存能够直接满足需求的比例来度量, 未能满足需求的部分在库存得到补充后立即发往客户;

3) 提前期 l (天) 服从独立正态分布, 其均值和标准差分别表示为 μ_l 和 σ_l;

4) 由制造商到经销商的产品运输具备组织直达列车开行的条件[10], 且以整车运输方式办理.

模型中用到的其他符号如下: D 为客户的年期望需求量 (吨), P 为制造商每年的固定生产速率 (吨/年), q 为每次的运输量 (吨), Q 为制造商在单个生产周期内产品的生产数量 (吨), n 为完成数量为 Q 的产品运输任务需要组织的运输次数, ES 为经销商提前期内的预期缺货量, ESL 为经销商应对最终客户需求的客户服务水平, SS 为经销商的安全库存 (吨), L 为运输距离 (km), A_m 为制造商的机器启动成本 (元), A_d 为经销商每次的订货成本 (元), h_m 为制造商单位产品每年的持有成本 (元), h_d 为经销商单位产品每年的持有成本 (元), sh 为经销商单位产品的缺货成本 (元).

1.2 运输成本

若令 $[x]^+$ 表示不小于 x 的最小整数, 则在整车直达运输方式下, 由制造商到经销商的年期望运输成本 $\mathrm{TT}(q)$ 可表示为

$$\mathrm{TT}(q) = \frac{D}{q}(C_1 + C_2 L)\Big[\frac{q}{M}\Big]^+ M. \tag{1}$$

其中: $\dfrac{D}{q}$ 表示一年内由制造商到经销商的期望运输次数, C_1 (元/吨) 和 C_2 (元/吨千米) 分别表示相应的运输基价 1 和运输基价 2, $\Big[\dfrac{q}{M}\Big]^+$ 表示采用单位运力为 M 吨的车辆运输 q 吨产品所需的车辆数.

由于 $\Big[\dfrac{q}{M}\Big]^+$ 的取值总为正整数, 可令 $k=\Big[\dfrac{q}{M}\Big]^+$. 则由制造商到经销商的年期望运输总成本为

$$\mathrm{TT}(q) = \frac{D}{q}(C_1 + C_2 L)kM, \tag{2}$$

其中 $k = 1, 2, \cdots$ 且满足 $(k-1)M < k \leqslant kM$.

1.3 库存成本

系统年期望总库存成本 $\mathrm{TI}(n, q)$ 为制造商与经销商的库存成本之和, 即

$$\begin{aligned}&\mathrm{TI}(n, q) = \\ &\frac{(A_m + nA_d)D}{nq} + (h_d - h_m)\Big(\frac{q}{2} + \mathrm{SS}\Big) + \\ &h_m\Big[\frac{qD}{P} + \frac{nq}{2}\Big(1 - \frac{D}{P}\Big)\Big] + \frac{D}{q}(\mathrm{sh})(\mathrm{ES}).\end{aligned} \tag{3}$$

其中: $(A_m + nA_d)$ 表示单个生产周期内制造商的机器启动成本与经销商的订货成本之和, $\dfrac{D}{nq}$ 表示每年的期望生产周期数, $\Big(\dfrac{D}{n}\Big)(\mathrm{sh})(\mathrm{ES})$ 表示经销商每年的预期缺货成本, 其他部分表示制造商和经销商每年的库存持有成本.

1.4 基本模型的建立

由式 (2) 和 (3) 可得到如下运输-库存系统总成本 $f(n, q)$ 的最小化模型:

$$\min f(n, q) = \mathrm{TT}(q) + \mathrm{TI}(n, q);$$

$$\text{s.t. } 0 < q \leqslant D, \tag{4}$$

$$(k-1)M < k \leqslant kM. \tag{5}$$

式 (5) 表明整车直达运输下单位车辆的有效运力 M 与每次的固定运输量 q 和所需车辆数 k 之间存在的约束关系.

2 模型求解

容易证明系统成本函数 $f(n, q)$ 对变量 q 和 n 是连续凸函数, 对它们分别求偏导并使其等于零, 有

$$n = \frac{1}{q}\sqrt{\frac{2DPA_m}{h_m(P - D)}}, \tag{6}$$

$$q = \sqrt{\frac{2DPA_m[A_d + (\mathrm{sh})(\mathrm{ES}) + (C_1 + C_2 L)kM]}{2Dh_m + P(h_d - h_m)}}. \tag{7}$$

根据前述定义, 经销商应对最终客户需求的客户服务水平 ESL 与预期缺货量 ES 和固定运输量 q 之间存在以下关系[11]:

$$\mathrm{ESL} = 1 - \frac{\mathrm{ES}}{q}. \tag{8}$$

与以往模型不同的是, 由于本文考虑了单位车辆运力的影响, 在本文模型中多出了每次运输所需车辆数 k 这个决策变量. 模型求解的关键在于由约束条件 (5) 和式 (7) 联合确定出每次的固定运输量 q 和所需车辆数 k, 它们理论上可以通过以下两个步骤得到:

1) 将 $k=1,2,\cdots$ 依次代入式 (7), 并检验所得 q 值是否满足约束条件 (5); 然后将所有满足约束条件 (5) 的 k 值和对应的 q 值代入式 (6) 和(7), 并得到系统总成本 $f(n,q)$ 的计算结果.

2) 比较上述得到的 $f(n,q)$ 的计算结果, 其最小值即为所求最优解.

然而, 实现上述步骤存在以下困难:

1) 在理论上 k 有无限个取值, 相应地系统总成本 $f(n,q)$ 的取值也可能是无限个, 因此通过比较 $f(n,q)$ 的所有取值来确定其最小值的方法不具备实际可操作性.

2) 由于在取值范围内并非所有的 k 值都满足约束条件 (5), 将 $k=1,2,\cdots$ 依次代入模型进行运算将消耗大量运算时间. 特别地, 当 k 的最终取值较大时更是如此.

针对上述分析, 本文提出一种优化搜索机制来解决上述问题. 首先给出以下两个命题, 它们证明了随后提出的优化搜索机制的有效性和优越性.

若令式 (7) 等号左端的 $q=q(k)$, 则有以下命题成立.

命题 1 若存在正整数 k_0 使得 $k_0M<q(k_0)(M>0)$ 成立, 则对于任意正整数 $t\,(k_0<t\leqslant q(k_0)/M, M>0)$, 总有 $q(t)>tM$ 成立.

证明略.

命题 1 表明, 如果存在正整数 k_0 使得 $q(k_0)$ 不能满足约束条件 (5), 则对于任意的正整数 $t\,(k_0<t\leqslant q(k_0)/M, M>0)$, q_t 总不能满足约束条件 (5).

命题 1 还证明了在下述 Step 1 计算过程中, 虽然省略了 k 的一些取值, 但却不会遗漏任何满足约束条件 (5) 的有效取值, 这将提高运算的效率.

命题 2 若存在正整数 k_0 使得 $q(k)$ 满足

$$(k_0-1)M<q(k_0)\leqslant k_0M(M>0),$$

且 $q\,(k_0+1)<(k_0+1)M(M>0)$, 则对于任意大于 k_0 的整数 t, 有 $q(t)<(t-1)M$ 成立.

证明略.

命题 2 表明, 如果存在正整数 k_0 使得 $q(k_0)$ 满足约束条件 (5), 且 $q(k_0+1)$ 不能满足约束条件 (5), 则对于任意大于 k_0 的整数 $t, q(t)$ 总不能满足约束条件 (5).

命题 2 还证明了在下述 Step 2 中, 将 k 的取值确定在有限范围内的判定条件是充分的, 即在上述有限范围之外的所有 k 的取值都不能满足约束条件 (5), 从而在搜索过程中无需再加以考虑.

综上所述, 本文提出以下优化搜索机制, 即搜索机制 1.

Step 1: 以 $k=1$ 代入式 (7) 计算得到固定运输量 $q=q_1$. 若 $q=q_1$ 不满足约束条件 (5), 则依次以 $k=\left[\frac{q_1}{M}\right]^+, \left[\frac{q_2}{M}\right]^+, \cdots$ 代入式 (7) 计算, 直至以 $k=i\,(i\in 1, 2,\cdots,n)$ 代入式 (7) 得到的 q 值满足约束条件 (5) 时停止计算, 并转入 Step 2.

Step 2: 依次以 $k=i+1, i+2,\cdots$ 代入式 (7) 计算 q 值, 直至存在 $t\,(t\in 0,1,\cdots,n)$ 使得以 $k=i+t$ 代入式 (7) 得到的 q 值满足约束条件 (5), 而以 $k=i+t+1$ 代入式 (7) 得到的 q 值不满足约束条件 (5) 时停止计算, 并转入 Step 3.

Step 3: 上述 Step 1 和 Step 2 确定了 $t+1\,(t\in 0,1,\cdots,n)$ 个同时满足式 (7) 和约束条件 (5) 的固定运输量值 $q_j(j=i,i+1,\cdots,i+t)$ 和相对应的 k 值. 将 q_j 代入式 (6) 得出运输次数 n_j, 进而求得系统总成本 $f(n_j, q_j)$. 比较上述 $f(n_j,q_j)$ 值, 得模型最优解为 $\min f(n_j, q_j), j=i,i+1,\cdots,i+t$.

由于单个生产周期内的运输次数 n 在实际问题中只能在正整数中取值, 而由上述过程得到的 n 值不一定都能满足这个条件, 为确定 n 的恰当取值, 在上述计算结果的基础上提出搜索机制 2.

首先给出命题 3, 以保障搜索机制 2 的有效性.

若令 $[x]^+$ 表示不小于 x 的最小整数, $[x]^-$ 表示不大于 x 的最大整数, 则有如下命题成立.

命题 3 若由式 (7) 和 (6) 得出的单个生产周期内的最优运输次数 n 不满足整数要求, 则满足整数要求的最优运输次数一定在 $[n]^+$ 和 $[n]^-$ 之中选择.

证明略.

根据命题 3, 提出下述搜索机制, 即搜索机制 2.

Step 1: 由式 (7) 和 (6) 得出单个生产周期内的运输次数 n 的实数值为 n^*;

Step 2: 令 $n=[n^*]^+$, 并将其代入式 (2) 和 (3) 计算得到此时的运输-库存系统总成本值 $f([n^*]^+, q^*)$;

Step 3: 令 $n=[n^*]^-$, 并将其代入式 (2) 和 (3) 计算得到此时的运输-库存系统总成本值 $f([n^*]^-, q^*)$;

Step 4: 比较 $f([n^*]^-, q^*)$ 与 $f([n^*]^+, q^*)$ 的大小, 能使运输-库存系统总成本值 $f(n,q)$ 取得最小值的 $[n^*]^+$ 或 $[n^*]^-$ 即为最优的运输次数.

联合上述搜索机制 1、搜索机制 2、式 (6) 和 (7) 便可以得出本文模型的优化结果.

3 数值计算与分析

以某大型钢铁制造企业向其下属某个经销商运输同类钢铁产品为例, 应用本文构建的模型分析单位车辆运力对最终决策结果的影响. 模型中的主要参数值如表 1 所示.

表 1 模型中的主要参数值

D	P	A_m	A_d	H_m	h_d	sh	ESL
50 000	60 000	40 000	30	2 000	3 000	1 000	0.95
C_1	C_2	L	σ	μ	σ_l	μ_l	SS
10.4	0.054 9	350	169.3	361	1.2	4	901.72

1) 首先给出单位车辆运力 $M = 80$ 吨时应用本文提出的优化机制的优化结果. 将表 1 参数代入式 (7) 和约束条件 (5), 得

$$q = \sqrt{\frac{3\,489\,000 + 701\,760k}{13}}, \tag{9}$$

$$(k-1)80 < k \leqslant 80k. \tag{10}$$

为确定由制造商到经销商每次的最优运输量 q 和所需车辆数 k, 可将本文提出的搜索机制 1 运用到式 (9) 和 (10), 以确定 k 的取值. 详细计算步骤如表 2 所示.

表 2 确定 k 值和 q 值的步骤

Step	k	q	是否满足式 (5)	q/M
1	1	568.38	否	7.1
2	8	836.80	否	10.5
3	11	928.53	否	11.6
4	12	957.16	是	11.9
5	13	984.96	是	12.3
6	14	1 011.99	否	12.6

由表 2 可以看到, 为了确定符合约束条件 (5) 的 k 的取值, 应用本文提出的搜索机制只需通过 6 次运算即可确定出所有符合条件的取值, 即只有 $k = 12$ 和 $k = 13$ 满足约束条件 (5). 若不用本文的搜索机制, 则至少需要 14 次重复运算, 而且还不能确定当 $k > 14$ 时是否还存在满足约束条件 (5) 的取值. 本文提出的搜索机制可使运算效率至少提高 50%, 这不仅节约了运算时间, 同时也大大减少了计算量.

将满足条件的 q 的取值 $q = 957.16$ 和 $q = 984.96$ 分别代入模型进行计算, 通过比较运算结果可以得到: 当 $q = 957.16$ 时, 运输-库存系统总成本 $f(n, q)$ 取得最小值, 具体决策结果见表 3.

表 3 模型优化结果

M	q	Q	TT(q)	TI(n, q)	$f(n, q)$
70	968.58	3 874.32	1 498 209	4 762 685	6 260 894
80	957.16	3 828.64	1 485 144	4 743 651	6 228 795
90	972.09	3 888.36	1 508 032	4 768 598	6 276 630

2) 在其他条件不变时, 分别考虑单位车辆运力 $M = 70$ 吨、$M = 80$ 吨和 $M = 90$ 吨时的不同情形. 应用本文构建的模型和所提出的优化搜索机制得到每次的固定运输量 q (吨)、单个生产周期内的生产量 Q (吨)、年期望总运输成本 TT(q) (元)、年期望总库存成本 TI(n, q) (元)和运输-库存系统总成本 $f(n, q)$ (元) 的优化结果如表 3 所示.

由表 3 的优化结果可以看到, 在保持同样的客户服务水平下, 其他已知条件均不改变时, 分别选择单位车辆运力为 70 吨、80 吨和 90 吨的不同车辆组织运输时, 对运输-库存系统决策的影响是不一样的. 使用单位运力为 80 吨的车辆时, 系统运输成本和系统库存成本均为最小, 从而使得系统总成本也最小; 使用单位运力为 90 吨的车辆时, 系统运输成本和系统库存成本均为最大, 从而使得系统总成本也最大. 这两种情形下, 每年的运输-库存系统总成本值相差达到 47 835 元. 由此可见, 不同单位运力车辆的选择确实对运输-库存系统优化问题的决策有着重要的影响.

4 结 论

本文研究了由制造商向经销商运输同类产品的运输-库存系统优化问题. 首先建立了包含单位车辆运力的运输成本函数表达式, 并根据整车直达运输组织条件下单位车辆运力与计价运输量的数量关系, 对运输成本函数进行了形式转换; 在提前期和客户需求为随机变量且满足正态分布情形下, 系统考虑了制造商和经销商各自的相关库存成本以及它们之间的铁路运输成本, 从优化系统成本角度建立了明确考虑单位车辆运力对决策影响的运输-库存系统协调模型; 基于单位车辆运力、所需车辆数和固定运输量之间的约束关系, 设计了模型求解的优化机制, 并证明了该优化机制的有效性和优越性; 最后, 以钢铁产品的生产、运输与库存之间的协调优化为例, 应用上述模型进一步展示了单位车辆的不同运力对优化运输-库存系统决策的重要影响. 理论分析表明, 在其他条件不变的情况下, 单位车辆的运力会影响系统的决策结果, 该运力既不是越大越好, 也不是越小越好, 而是某个适中值. 本文构建的模型和算法能够为选择合适的车辆提供一种解决方法.

参考文献(References)

[1] Herron D. Managing physical distribution for profit[J]. Harvard Business Review, 1979, 79(2): 121-132.

[2] Ertogral K, Darwish M, Ben-Daya M. Production and shipment lot sizing in a vendor-buyer supply chain with transportation cost[J]. European J of Operational Research, 2007, 176(3): 1592-1606.

[3] Kofjač D, Kljajić M, Rejec V. The anticipative concept in warehouse optimization using simulation in an uncertain environment[J]. European J of Operational Research, 2009,

193(3): 660-669.

[4] Tyworth J E, Zeng A Z. Estimating the effects of carrier transit-time performance on logistics cost and service[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 1998, 32(2): 89-97.

[5] 王迎军, 高峻峻. 供应链分销系统优化及仿真[J]. 管理科学学报, 2002, 5(5): 79-84.
(Wang Y J, Gao J J. Optimization and simulation of distribute systems in a supply chain[J]. J of Management Science in China, 2002, 5(5): 79-84.)

[6] Zhao Q H, Wang S Y, Lai K K, et al. Model and algorithm of an inventory problem with the consideration of transportation cost[J]. Computers & Industrial Engineering, 2004, 46(2): 389-397.

[7] 纪丽君, 林柏梁, 王志美. 基于物流成本的装车地车流组织优化模型研究[J]. 铁道学报, 2009, 31(2): 1-6.
(Ji L J, Lin B L, Wang Z M. Study on the optimization of car flow organization for loading area based on logistics cost[J]. J of the China Railway Society, 2009, 31(2): 1-6.)

[8] 王亮, 李世珣, 孙绍荣. 随机需求直接发运的运输与库存整合优化研究[J]. 管理工程学报, 2007, 2(2): 130-133.
(Wang L, Li S X, Sun S R. Integrating transportation and inventory decisions based on direct shipping strategy with random demand[J]. J of Industrial Engineering and Engineering Management, 2007, 2(2): 130-133.)

[9] Wang Y H, Xu J, Peng Q Y. Coordinated optimal of transportation-inventory with considering the capacity of a single vehicle[C]. Proc of the 2010 Int Conf of Logistics Engineering and Management. Chengdu: ASCE Press, 2010: 1381-1388.

[10] 曹学明, 林柏梁, 刘晗, 等. 基地直达车流组织优化[J]. 铁道学报, 2007, 29(1): 16-20.
(Cao X M, Lin B L, Liu H, et al. Optimization of car flow organization in nonstop train loading base[J]. J of the China Railway Society, 2007, 29(1): 16-20.)

[11] Steven N. Production and operations analysis[M]. 4th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 264-266.