文章编号:1000-4750(2006)11-0009-05

广义帽盖模型和数值模拟

^{*}卢应发^{1,2}, 刘德富¹, 田 斌¹, 邵建富³

(1. 三峡库区地质灾害教育部重点实验室(三峡大学), 宜昌 443002; 2. 华中科技大学土木工程和力学学院, 武汉 430074; 3. 法国里尔科技大学)

摘 要:帽盖模型是描述地质孔隙介质弹塑性破坏特征的重要工具之一。推广了古典的帽盖模型,用以描述大孔 隙率地质材料的多种破坏机理,并将建立的广义帽盖模型应用于贮油砂岩的试验数值模拟之中,结果表明:该模 型能较好地模拟注水采油等引起砂岩地层的附加沉降,描述油饱和与水饱和对砂岩地层的影响,并能很好地表征 大孔隙率砂岩的几种破坏机理。

关键词:广义帽盖模型;数值模拟;砂岩;注水采油;沉降 中图分类号:TU45 文献标识码:A

GENERALIZED CAP MODEL AND NUMERICAL SIMULATION

^{*}LU Ying-fa^{1,2}, LIU De-fu¹, TIAN Bin¹, SHAO Jian-fu³

Key Laboratory of Gedogical Hazards on Gorges Reservoir Area (China Three Gorges University), Yichang, Hubei 443002, China;
 School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China;

3. University of Sciences and Technologies of Lille, France)

Abstract: The Cap Model is suitable for the description of elastic-plastic behaviors of geo-materials. The conventional Cap Model was extended to describe multiple failure mechanisms of geo-materials with large porosity. It was then used to simulate the laboratory mechanical behaviors of sandstone with large porosity in oil storage areas. The laboratory results were in good agreement with the numerical simulations. The additional subsidence of sandstone with large porosity from oil exploitation by hydraulic injection is presented, the different influences of oil saturation and water saturation on sandstone stratum with large porosity are described, and the different failure mechanisms are also characterized.

Key words: extended cap model; numerical simulation; sandstone; oil exploitation by hydraulic injection; subsidence

大孔隙率砂岩具有特殊的力学特性,对其力学 行为进行理论和试验研究不仅具有理论意义,而且 具有工程实践作用,特别是在石油开采过程中,由 于石油贮存于大孔隙率砂岩之中,一方面必须研究 大孔隙率砂岩的石油开采技术,另一方面也必须研 究在大孔隙率砂岩中注水采油引起地表的附加沉降。 理论和工程上的需要吸引了许多学者对大孔 隙率岩石进行试验和理论研究。文献[1~5]等研究了 比利时烈日地区大孔隙率砂岩的力学特性,并将砂 岩按孔隙率(ϕ)进行分类:小孔隙率, ϕ <32%;中 孔隙率,32% $\leq \phi$ <37%;大孔隙率,37% $\leq \phi$ <45%;强孔隙率,45% $\leq \phi$ 。

收稿日期:2005-04-20;修改日期:2005-09-02

基金项目:教育部重点项目(206097);湖北省重大项目(Z200613001)

作者简介:*卢应发(1964),男,湖北应城人,教授,博士,楚天学者,主要从事岩土工程研究工作(E-mail:lu64@mail.hust.edu.cn);

刘德富(1961),男,湖北枝江人,教授,主要从事岩土力学及工程研究(E-mail:Dfliu@ctgu.edu.cn);

田 斌(1963),男,湖北宜昌人,教授,主要从事水电工程研究(E-mail:Btian@ctgu.edu.cn);

邵建富(1961),男,浙江余尧人,教授,主要从事土木工程研究(E-mail: jian-fu.shao@polytech-lille.fr)。

对于塑性理论, 经典塑性理论加载函数定义了 弹性和塑性屈服面; 且加载屈服面是应力张量(σ) 和硬化参数(α_k)的函数, 总变形(d ε)由弹性部分 (d ε^e)和塑性部分(d ε^p)组成。对于弹塑性土体硬化 材料,假设了加载面类似于 Mohr-Coulomb 屈服面, 闭合面为帽盖面, 塑性体积变形控制着帽盖动, 流 动法则采用非关联或关联流动法则。从经典弹塑性 理论到多重屈服面弹塑性理论的研究方面, 许多学 者做出了贡献^[6~13]。

本文的研究内容主要包括,(1)推广传统帽盖 模型,(2)利用推广后的模型模拟比利时烈日地区 大孔隙率砂岩的试验结果。

1 广义帽盖模型的建立

1.1 广义帽盖模型

自然界许多地质材料具有特殊的力学性质,其 破坏方式往往由多种机理所决定;另外,人为的工 程活动(如:注水等)也改变其力学特性。鉴于这些 特征,我们推广古典帽盖模型,用以描述地质材料 的一些特殊性质。相关于广义加载函数的内变量可 以划分为相关于不同机理产生塑性变形的内变量 (*α_i*)和不相关于塑性变形的内变量(*β_l*),广义加载 函数可以表示如下:

 $f_i = f_i(\sigma, \alpha_i, \beta_l)$ (*i* = 1, *n*; *l* = 1, *m*) (1) 其中: f_i :加载函数, σ :应力张量, *n*:相关于 不同机理塑性变形内变量总数, *m*:不相关于塑性 变形的内变量总数。

总的塑性变形是由 *n* 种不同机理所产生的塑性 变形所组成:

 $d\varepsilon = d\varepsilon^{e} + d\varepsilon_{1}^{p} + d\varepsilon_{2}^{p} + d\varepsilon_{3}^{p} + \dots + d\varepsilon_{n}^{p}$ (2)

应力-变形关系为:

 $d\sigma = C : d\varepsilon^{e} = C : (d\varepsilon - d\varepsilon_{1}^{p} - d\varepsilon_{2}^{p} - \dots - d\varepsilon_{n}^{p})$ (3) 相关于第*i* 种机理产生的塑性变形可以表示为:

$$\mathrm{d}\varepsilon_i^p = \lambda_i \sum_{j=1}^n \partial G_j / \partial \sigma^j \qquad (i, j=1, n) \tag{4}$$

其中: σ^{j} 为j种机理相对应的应力, G_{j} :第j种 机理相对应的塑性势函数,一致性条件如下:

$$\mathrm{d}f_i = \frac{\partial f_i}{\partial \sigma} \mathrm{d}\sigma + \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_j} \mathrm{d}\alpha_j + \frac{\partial f_i}{\partial \beta_l} \mathrm{d}\beta_l = 0$$

$$(i=1,n; l=1,m)$$
 (5)

以同样的方式, $d\alpha_i$ 可以写为:

$$\mathrm{d}\alpha_{i} = \frac{\partial\alpha_{i}}{\partial\varepsilon_{j}^{p}} : \mathrm{d}\varepsilon_{j}^{p} = \lambda_{j} \frac{\partial\alpha_{i}}{\partial\varepsilon_{j}^{p}} : \frac{\partial G_{k}}{\partial\sigma^{k}}$$
(6)

利用方程(3)~方程(6),可以获得下面系列方程:

$$\sum_{j=1}^{n} \left[\frac{\partial f_{i}}{\partial \sigma} : C : \frac{\partial G_{j}}{\partial \sigma} - \frac{\partial f_{i}}{\partial \alpha_{k}} : \frac{\partial \alpha_{k}}{\partial \varepsilon_{j}^{p}} : \frac{\partial G_{j}}{\partial \sigma^{j}} \right] \cdot \lambda_{j} = \frac{\partial f_{i}}{\partial \sigma} : C : d\varepsilon + \sum_{l=1}^{m} \frac{\partial f_{i}}{\partial \beta_{l}} d\beta_{l}$$
(7)

假如,让

$$\begin{split} H_{ij} &= \frac{\partial f_i}{\partial \sigma} : C : \frac{\partial G_j}{\partial \sigma} - \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_k} : \frac{\partial \alpha_k}{\partial \varepsilon_j^p} : \frac{\partial G_j}{\partial \sigma^j} \\ M_i &= \frac{\partial f_i}{\partial \sigma} : C : d\varepsilon + d\varepsilon + \sum_{l=1}^m \frac{\partial f_l}{\partial \beta_l} d\beta_l \ , \end{split}$$

方程(7)可以写为如下形式:

H:
$$\lambda = M$$
 (8)
如果, *i* ≠ *j*, *H*_{*ii*} = 0, 方程(8)不存在不同塑性

机理间的相互耦合作用。

H 矩阵限制条件为:

1)
$$H_{ii} > 0$$
, 2) 如果:det $H > 0$, 则: $H_{ij} \ge 0$, $(i \ne j)$
(9)

上面对广义帽盖模型的推广形式作了基本说 明,对于广义帽盖模型在两种不同破坏机理(压剪破 坏机理和坍塌破坏机理)中的应用分析如下。

1.2 两种不同机理的帽盖模型

利用广义帽盖模型进行数值模拟的对象是比 利时烈日地区的大孔隙率砂岩,它是一种沉积岩, 通过微观电子扫描可以观察到:砂岩由钙质粘粒骨 架组成,颗粒与颗粒间连结长度在 2~10 埃之间, 当然,也可见 0.1~5 埃大小的空洞,其组成约为体 积一半。微观矿物组成分析显示,大约有99%钙质 矿物(CaCO3)和1%硅质含量,宏观上是均质和各向 同性的。孔隙率 ϕ 大约为 $42.5\% \pm 0.5\%$,有水时, 其重度 γ 为:19.7 kN/m³;干燥时,其重度 γ_d 为: 15.4 kN/m³;而钙质颗粒重度为:27.2 kN/m³。平均 孔隙率为 42.2%,属于大孔隙率砂岩。试验时,试 件加工成长 71.5mm, 直径 35.5mm 的圆柱形。用两 种液体分别对岩石进行饱和,两种液体分别为油 (Soltrol)和水,并将岩石在液体中浸泡三个月,以充 分混合和完成化学反应。试验加载采用荷载控制, 控制加载速度为:10⁻³ MPa/s。试验时,为了保证砂 岩在油或水中充分饱和,先将试件从浸泡三个月中 的液体中取出,再将试件放入试验机中,在水或油 中实施饱和,时间不小于6小时,且一边流出的流 量近似等于另一边流出流量,则认为试件饱和。试 验温度控制在(21 ±1)。试验机具有电液伺服功 能,应变测量采用大量程应变片,误差10%。数据 采集采用 Vishay 4000 数据采集仪。时间效应不加 考虑。通过不同试验,可以看出比利时烈日地区的 大孔隙率砂岩破坏呈现两种不同机理的破坏方式: 压剪破坏和坍塌破坏。现将比利时烈日地区的大孔 隙率砂岩在两种不同液体中饱和时,利用广义帽盖 模型描述两种不同破坏机理的破坏力学行为,其数 值模拟表述如下。

1.2.1 压剪破坏机理

选取压剪破坏机理的加载函数如下:

$$f_1 = q^2 - \alpha(p+t) = 0 \tag{10}$$

其中:q:主应力平面偏应力;p:平均应力;t: 相应于岩石拉应力强度的常数; α :定义材料硬化 状态的常数;相关表示式如下:

$$p = \frac{1}{3}\sigma_{ii} = \sigma_m \qquad q = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}} \qquad S_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$$

$$\alpha = \alpha_0 + (\alpha_m - \alpha_0)\gamma_d / (\gamma_d + A) \qquad (11)$$

$$d\gamma_d = d\lambda_d \sqrt{\frac{2}{3}dev(\frac{\partial G_d}{\partial \sigma}) : dev(\frac{\partial G_d}{\partial \sigma})}$$

这里: S_{ij} :应力张量偏量;A:相应于压剪破坏机 理的硬化状态系数; γ_d :塑性偏应变不变量; α_0, α_m :分别对应于屈服面和破坏面的参数。在传 统三轴试验情况下,q:表示如下:

$$q = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}} = \sigma_{11} - \sigma_{22}$$
(12)

压剪破坏机理塑性势函数:利用非关联流动准 则压剪破坏机理的塑性势函数取为:

$$G_1 = h_d^2 q^2 + p^2$$
(13)

h_d:塑性膨胀影响因子。

压剪破坏机理参数决定:五个参数($\alpha_0, \alpha_m, t, A, h_d$)决定压剪破坏机理的基本特征,它们通过三轴 试验可以确定。

1.2.2 孔隙坍塌破坏机理

椭圆函数被利用来描述孔隙坍塌破坏机理,加 载函数形式如下:

$$f_{2} = h_{c}^{2}q^{2} + p^{2} - k^{2} = 0$$
(14)

$$p = \frac{1}{3}\sigma_{ii} = \sigma_{m} \qquad q = \sqrt{3J_{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}}$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij} \qquad k = k_{0}e^{a\varepsilon_{c}^{v}}$$

$$d\varepsilon_{c}^{v} = d\lambda_{c}\frac{\partial G_{c}}{\partial p} = d\lambda_{c}tr\left(\frac{\partial G_{c}}{\partial \sigma}\right)$$

其中: J_2 :应力张量第二不变量, h_c :参数表示椭圆长短轴比例值,k:是一表示弹性区域单调增加函数,a:硬化演化控制参数。

孔隙坍塌破坏机理的塑性势函数:采用关联塑

性流动准则。

孔隙坍塌破坏机理的参数决定:三个参数 (*h_c*,*k₀,a*)定义孔隙坍塌机理,这些参数以三轴压缩 试验和静水压力试验确定。

2 模型参数的演化方程

对于杨氏模量(E)和泊桑比(v),饱和于油及饱 和于水,由于相差不大,采用相同的值;参数 t 相 应于岩石拉应力强度值,油饱和及水饱和两者相差 也不大(t);参数(A 和 h_d)表示了材料具有的硬化特 性,这两值(A、 h_d)也不改变;硬化演化控制参数 (a)认为也不变。

模型参数(α_0 和 α_m)决定压剪破坏机理受饱和 流体类型影响, k_0 描述了岩石坍塌机理随饱和度的 变化而变化。模型参数的演化方程为:

受化间受化。模型参数的演化方程为: 如果: $0 \le s_w \le s_w^c$ $k_0 = 15 - 3.71 \times \exp(300 \times (s_w - s_w^c))$ $\alpha_0 = 5.0335 - 0.66395 \times \exp(300 \times (s_w - s_w^c))$ $\alpha_m = 15.541 - 4.3335 \times \exp(300 \times (s_w - s_w^c))$ (15) 如果: $s_w^c \le s_w \le 1$ $k_0 = 7.58 + 3.71 \times \exp(-300 \times (s_w - s_w^c))$ $\alpha_0 = 3.7056 + 0.66395 \times \exp(-300 \times (s_w - s_w^c))$ $\alpha_m = 6.874 + 4.3335 \times \exp(-300 \times (s_w - s_w^c))$ (16) s_w :水的饱和度, s_w^c :临界水饱和度。取值如下:

$$s_w^c = 5\%$$
 (17)

由方程(8)和方程(9),可以获得组成部分(λ_1, λ_2) 的向量(λ),向量(λ)具有如下特征:

如果: $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$,表示弹性卸载或弹性加载; 如果: $\lambda_1 = [H_{11}]^{-1} \cdot M_1 > 0$ 和 $\lambda_2 = 0$,表示孔隙 坍塌破坏机理;

如果: $\lambda_2 = [H_{22}]^{-1} \cdot M_2 > 0$ 和 $\lambda_1 = 0$,表示压剪破坏机理;

如果: $\lambda_2 = [H]^{-1}M$,表示两种机理均起作用。 H矩阵限制条件为: 1) $H_{11} > 0, H_{22} > 0$;2)如果:detH > 0,则: $H_{12} \ge 0$ 和 $H_{21} \ge 0$ (18)

3 数值模拟

利用上述模型进行室内试验结果的数值模拟。 模拟结果如下:

3.1 三轴试验数值模拟 在油饱和及不同围压情况下,大孔隙率砂岩的 试验和数值模拟结果分别见图 1~图 5。从图中可以 看出:在低围压($\sigma_2 = \sigma_3 = 1.3$ MPa)时,其破坏形式 呈现出弹塑性破坏;随围压增加(如: $\sigma_2 = \sigma_3 =$ 7MPa),其破坏形式转变为近似弹塑性破坏,即颗 粒与颗粒间胶结带压剪和孔隙坍塌两种破坏形式; 随着围压(如: $\sigma_2 = \sigma_3 = 10.20$ MPa)进一步增加,在 压剪和坍塌破坏之后,颗粒与颗粒之间压密,试件 呈现出硬化特征。



Fig.1 Results of triaxial test and numerical simulation with oil saturation and 1MPa confining pressure



图 2 在油饱和及 3MPa 围压下,三轴试验和模拟结果

Fig.2 Results of triaxial test and numerical simulation with oil saturation and 3MPa confining pressure





图 4 在油饱和及 10MPa 围压下, 三轴试验和模拟结果

Fig.4 Results of triaxial test and numerical simulation with oil saturation and 10MPa confining pressure



图 5 在油饱和及 20MPa 围压下,三轴试验和模拟结果

Fig.5 Results of triaxial test and numerical simulation with oil saturation and 20MPa confining pressure

比例加载:不同的比例加载(比例加载系数 $r = \sigma_1 / \sigma_2$),岩石呈现出不同力学特征,图 6~图 8 表示了不同比例加载大孔隙率砂岩应力——应变 关系。

将数值模拟结果演化到水饱和砂岩力学特性 模拟之中,在水饱和情况下,大孔隙率砂岩静水压 力的试验和数值模拟结果见图 9 及在围压 1MPa 情 况下的三轴试验和数值模拟结果见图 10。







Fig.7 Mechanical behavior of sandstone under oil saturation

and proportional loading (r = 1.5)



Fig.8 Mechanical behavior of sandstone under oil saturation



Fig.10 Results of numerical simulation and triaxial test of hydraulic pressure of sandstone with large porosity with water saturation

3.2 模拟结果解释

从上述图形可知,所建立的广义帽盖模型可以 描述大孔隙率砂岩的压剪、坍塌及颗粒间挤密硬化 现象,这种力学特征显示出:大孔隙率砂岩初始破 坏主要是颗粒与颗粒间胶结带发生压剪破坏,在低 围压下,大孔隙率砂岩在压剪作用下呈现出完全破 坏特征;在高围压作用下,进一步发生为孔隙坍塌 破坏及颗粒与颗粒间挤密破坏;在特殊加载情况下 也表现出普通三轴时的破坏特征,随着比例加载系 数增加,砂岩由压剪、坍塌及颗粒间挤密的综合破 坏形式(图 6 和图 7)逐渐转化为压剪破坏形式(图 8); 对于在水饱和情况下,在低围压时,试件也只呈现 出压剪破坏(图 9),在高围压时,试件也表现出压剪、 坍塌及颗粒间挤密的综合破坏形式(图 10)。但是, 在水饱和时,岩石强度下降,这充分说明:水对大 孔隙率砂岩具有软化作用。

4 结语

本文建立了多重机理的广义帽盖模型,并在此 基础上对大孔隙率砂岩的力学行为进行了数值模 拟,探讨了石油开采过程中注水采油对岩石力学性 质的影响,结论如下:

(1)建立的广义帽盖模型将内变量划分为与不可逆变形相关和独立于不可逆变形之外的两个部分,这种推广的模型有利于描述饱和度等对地质材料力学行为的影响。

(2) 注水采油往往降低了岩石强度,在相同围压下,油饱和转化为水饱和时往往增加了岩体变形,这种特性可以解释注水采油往往引起地表沉降的机理。

(3)数值结果表明:该模型能够模拟大孔隙率 砂岩的弹塑性、坍塌和硬化变形破坏特征;对于在 不同饱和液体和不同围压情况下,也能模拟几种破 坏机理的组合破坏形式。

(4)提出了广义帽盖模型相关于水饱和度的模型参数演化方程,从而可以连续地描述注水对岩石 力学行为影响的全过程。

综上所述,大孔隙率砂岩具有特殊的力学特性,注水采油后,往往引起地表附加沉降;本文提出的广义帽盖模型能够描述其主要力学特征,可以应用于评价注水采油等引起的地表沉降。

(参考文献转第27页)

13

析方法对该结构不同风向角、不同响应的等效静力 风荷载背景分量进行研究,且与风洞试验方法得到 的极值响应对应的真实瞬态脉动风压进行比较,主 要结论有:各种结构响应对应的等效静力风荷载背 景分量,阵风荷载因子(GLF)法的计算结果与实际 值偏差都比较大;风压轮廓面法(Envelop)计算的等 效静力风荷载背景分量,仅位移响应对应的荷载分 布与实际情况吻合较好,这一规律与高层结构明显 不同;对任何风向、任何响应类型,荷载响应相关 系数法(LRC)的计算结果与实际极值响应对应的瞬 态脉动风压都吻合得很好。因此荷载响应相关系数 法是鞍形索网结构等效静力风荷载背景分量研究 的有效方法,物理概念明确、计算结果准确。

参考文献:

- Tamura Y, Kikuchi H, Hibi K. Extreme wind pressure distributions on low-rise building models [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2001, 89: 1635~1646.
- [2] Tamura Y, Kikuchi H, Hibi K. Actual extreme pressure distributions and LRC formula [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2002, 90: 1959~1971.
- [3] Davenport A G. Gust loading factors [J]. Journal of

Structural Division, 1967, 93(ST3): 11~34.

- [4] Holmes J D. Effective static load distributions in wind engineering [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2002, 90: 91~109.
- [5] Uematsu Y, Yamada M, Sasaki A. Wind-induced dynamic response and result load estimation for a flat long-span roof [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1996, 65: 155~166.
- [6] Tamura Y, Takeshi Ohkuma, Hisashi Okada, Jun Kanda. Wind loading standards and design criteria in Japan [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1999, 83: 555~566.
- [7] Yasushi Uematsu, Osmu Kuribara, Motohiko Yamada, Akihiro Sasaki, Takeshi Hongo. Wind-induced dynamic behavior and its load estimation of a single-layer latticed dome with a long span [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2001, 89: 1671~1687.
- [8] Chen X, Kareem A. Equivalent static wind loads on structures [C]. Proceedings of the 11th International Conference on Wind Engineering, Lubbock, Tx, June 2~5, 2003.
- [9] Kasperski M. Extreme wind load distributions for linear and nonlinear design [J]. Eng. Struct, 1992, 14: 27~34.
- [10] 武岳. 考虑流固耦合作用的张拉式膜结构风致动力响应研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2003.
 Wu Yue. Study on wind-induced vibration of tension structures with the consideration of wind-structure interaction [D]. Harbin: Engineering in Harbin Institute of Technology, 2003. (in Chinese)

(上接第13页)

参考文献:

- [1] Doremus M. A constitutive theory for the inelastic behaviour of rock [J]. Mechanics of Materials, 1978, 4: 67~93.
- [2] Engstrom A. Modélisation en mécanique des milieux poreux partiellement saturés [D]. Solution Semi-explicites, Rapport Interne, Laboratoire de Géomécanique de Nancy, 1992.
- [3] Monjois J P. Response of a microcrack constitutive model for brittle rock [C]. In: Aubertin (Eds.), Proceedings of the NARM"6 on Rock Mechanics, Balkma, 1985. 1707~1714.
- [4] Monjois J P. The effect of inclusion shape on the elastic moduli of a two-phase material [J]. Int. J. Solids Structures, 1989, 2: 1~8.
- [5] Monjois J P. Some basic stress diffusion solution for fluid saturated elastic porous media with compressible constituent [J]. Reviews of Geophysic & Space, 1990, 14: 227~241.
- [6] Siwak B. Etude expérimentale et modélisation de L'endommagement anisotrope des roches fragiles [D]. Thèse de Doctorat, 1992.
- [7] Henry J P. Development of an elastoplastic model for porous rocks [J]. International Journal of Plasticity, 1989, 7(1): 1~13.

- [8] Schroeder B A. F.E. in environmental engineering: coupled thermo-hydro-mechanical process in porous media including pollutant transport [J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 1999, 2: 1~54.
- [9] Newman G U. The continuous damage theory of brittle materials [J]. J. of Applied Mech., 1998, 48: 809~815.
- [10] Risnes G W. Crack models for the failure of rock under compression [C]. Proc. 2nd Int. Conf. Constitutive Laws for Eng. Mat., 1996, 2: 879~887.
- [11] Butenuth B. Etude du couplage hydraulique mécanique dans les roches endommagés [D]. Thèse de Doctorat, E.N.S da Cachan Université Paris 6, 1990.
- [12] 任青文, 邱颖. 具有衬砌圆形隧道的弹塑性解[J]. 工程力学, 2005, 22(2): 212~217.
 Ren Qingwen, Qiu Ying. Elastic-plastic solution of circular tunnel with liner [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(2): 212~217. (in Chinese).
- [13] 刘保国,乔春生. 岩体粘塑性模型参数的反分析[J]. 工程力学, 2004, 21(4): 118~122.
 Liu Baoguo, Qiao Chunsheng. Back analysis of visco-plastic model parameters of rock mass [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(4): 118~122. (in Chinese)

27