

线性混杂自动机的非线性广义最小方差控制

庞岩^{a,b}, 李维亮^{a,b}, 夏浩^c

(大连理工大学 a. 工业装备结构分析国家重点实验室,
b. 航空航天学院, c. 控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 研究线性混杂自动机(LHA)模型. 线性混杂自动机在一定条件下可以转化成与之等价的状态依赖空间模型, 等价性是指两个系统所产生的轨迹是相同的. 采用非线性广义最小方差算法对状态依赖空间模型进行控制器的设计, 非线性广义最小方差控制器的设计则基于更为一般的非线性模型, 模型中可含有时滞项和外界干扰, 控制器的计算过程简单且易于实现. 仿真结果表明, 非线性广义最小方差控制算法能够有效地控制线性混杂自动机, 而且在系统存在延时、干扰以及噪声的情况下能够得到较为理想的控制效果.

关键词: 线性混杂自动机; 状态依赖空间模型; 等价模型; 非线性; 广义最小方差

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Nonlinear generalized minimum variance control of linear hybrid automata

PANG Yan^{a,b}, LI Wei-liang^{a,b}, XIA Hao^c

(a. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, b. School of Aeronautics and Astronautics, c. School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China. Correspondent: PANG Yan, E-mail: ypan@dlut.edu.cn)

Abstract: This paper investigates the linear hybrid automata(LHA) model. Under some certain conditions, linear hybrid automata(LHA) can be converted into their equivalent state-dependent space models, where equivalence means that the two systems generate the same trajectory. The controller of state-dependent space model can be designed by using a nonlinear generalized minimum variance(NGMV) algorithm. NGMV controller is designed for a very general nonlinear model, which can include a set of delay terms and external disturbances. The controller is easy to be computed and implemented. Simulation results show that the NGMV algorithm can control linear hybrid automata effectively, and satisfying effect is obtained under the condition of time delay, disturbance and noise existing in the system.

Key words: linear hybrid automata; state-dependent models; model equivalence; nonlinear; generalized minimum variance

0 引言

近20年来,人们在科学技术领域取得了不断的进步,使得受控系统的规模变得更加庞大,系统的整体结构也更加繁杂.混杂系统模型可用来描述更为复杂的系统,其研究领域既包含控制论又含有计算机科学,已引起人们更为广泛的关注.

混杂系统主要包括两个部分:离散事件动态系统(DEDs)和连续变量动态系统(CVDS).这两个子系统之间互相影响,从而构成一个统一的动态系统^[1].在实际应用中,很多工业控制过程均可用混杂系统对其

进行建模,例如交通管理系统、城市污水处理系统、飞行器的控制系统以及电力系统等.混杂自动机(HA)^[2]是混杂系统建模中最为普遍的模型,所涵盖的范围也更为广泛,更具有研究意义.其他的混杂系统模型,如分段仿射系统(PWA)^[3]和混合逻辑动态系统(MLD)^[4]均可转化为与之等价的混杂自动机模型.

本文主要研究线性混杂自动机(LHA)模型,即连续状态变量的不变集和动态演化过程均为线性函数且控制模式的跳转条件为线性的表达式.本文所考虑的线性混杂自动机模型不仅包含干扰模型,而且存在

收稿日期: 2012-09-05; 修回日期: 2013-05-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61004041, 61273098); 辽宁省自然科学基金项目(201102036).

作者简介: 庞岩(1977—),女,副教授,博士,从事多变量非线性控制理论、混杂系统建模与优化控制等研究;李维亮(1987—),男,硕士生,从事非线性最小方差控制与混杂系统的研究.

时间延迟,所以模型更为复杂.对于混杂系统,很多学者对其进行了深入的研究^[5-6],但是对于LHA,很多现有的控制方法并不能对其进行有效控制^[7].若将LHA转换成与之等价的状态依赖空间模型,则可用非线性广义最小方差(NGMV)控制律^[8]对其进行控制.

非线性广义最小方差控制律是由Grimble等^[9]在最近几年提出的,它是广义最小方差控制进一步的拓展应用. NGMV的提出为复杂非线性系统的控制问题提供了一种新的解决方案,它对受控系统模型的要求并不高.非线性系统模型的一般组成为:参考输入子系统和干扰子系统是线性系统;受控系统模型可以含有非常一般的非线性项,如状态依赖空间模型、神经网络、传递函数甚至是非线性查找表.通过最小化由状态变量加权项、误差加权项和控制信号加权项所组成的信号的方差,可以得到解析的控制输入信号.当相关算子存在稳定的逆时,能够确保系统的稳定性.从NGMV对线性混杂自动机的控制过程可以看出,它能够控制更为一般的非线性系统.

1 线性混杂自动机和状态依赖空间模型

本文符号标注如下:

R 表示实数; $x \in R^n$ 表示向量 x 的维数为 n ,且 x 的各个元素均为实数; x_i 表示向量 x 的第 i 个元素; $x = c$ ($c \in R$)表示向量 x 中所有的元素均为常数 c .

0 表示实数,粗体 $\mathbf{0}$ 表示矩阵.

Z 表示整数的集合,对于 $a \in Z, b \in Z$,有

$$a \leq b, i \in Z_{[a,b]} = \{i \in Z | a \leq i \leq b\}.$$

对于向量 $x \in R^n, y \in R^n, x \leq y$ 表示 $x_i \leq y_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$),即向量 x 中的各元素均不大于 y 中与之相对应的元素.

对于矩阵 H, H_i 表示矩阵的第 i 行, H_i^j 表示矩阵中第 i 行第 j 列的元素, H^T 表示矩阵 H 的转置矩阵, $H^{n \times m}$ 表示 H 为 n 行 m 列的矩阵.

“ \wedge ”表示逻辑关系“且”,“ \cap ”表示集合之间相交的关系.

定义如下逻辑表达式:

$$LT(a, b) = \begin{cases} 1, & a < b; \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$$

$$LE(a, b) = \begin{cases} 1, & a \leq b; \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$$

$$Eq(a, b) = \begin{cases} 1, & a = b; \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

1.1 线性混杂自动机

定义 1 一般情况下,用下面的组合来描述线

性混杂自动机^[10]:

$$H = (X_c, M, E, \text{init}, \text{inv}, \text{flow}, G, \text{event}, \Sigma). \quad (1)$$

其中: X_c 为LHA中连续状态变量的集合; $M = \{M_1, M_2, \dots, M_l\}$ 为LHA中离散状态变量的集合,且每个离散状态变量为LHA的一种控制模式; $E \subseteq M \times M$ 为LHA控制模式进行跳转的方向; init 为LHA中所有状态变量的初始值; inv 为LHA中连续状态变量的约束条件; flow 为LHA中连续状态变量的动态变化行径; G 为LHA发生控制模式跳转时所应满足的条件; event 为能够引起控制模式发生跳转的外部事件; Σ 为所有外部事件的集合.

1.2 状态依赖空间模型

状态依赖空间模型中的状态方程矩阵均与状态变量和控制输入信号相关联,因此均为时变的.状态依赖空间模型的通用表达式为

$$\dot{x}(t) = A(x(t), u(t))x(t) + B(x(t), u(t))u(t). \quad (2)$$

状态依赖空间模型的时变特性使其可用于描述多种类型的非线性动态系统.

2 线性混杂自动机转换成与之等价的状态依赖空间模型

由于LHA的连续状态变量的演化过程易于用状态空间模型来描述,要得到与LHA等价的状态依赖空间模型,就必须用状态依赖空间模型中相应的表达式来描述LHA中控制模式的跳转过程及其跳转过程中所存在的不确定性.

2.1 控制模式跳转过程中所存在的不确定性

假设 1 线性混杂自动机运行在第 j 种控制模式中,可向其他 l_j ($l_j \geq 1$ 且 $l_j \in Z$)种控制模式进行跳转,且跳转过程中LHA仅能转向惟一的一种控制模式.

图1为LHA从第 j 种控制模式向第 $\sigma_j(i)$ ($i \in \{1, 2, \dots, l_j\}$)种控制模式进行跳转的示意图.函数 $\sigma_j(i) \in M$ 为LHA跳转后所在的离散控制模式的编码.

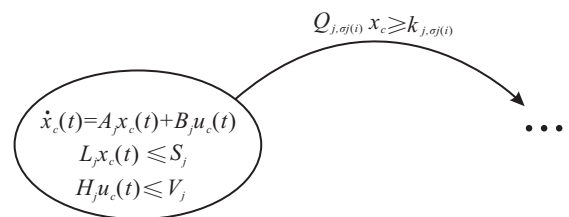


图 1 转换示意图

图 1 中

$$\{x_c(t) | L_j x_c(t) \leq S_j\} \cap \{x_c(t) | Q_{j, \sigma_j(i)} x_c(t) \geq k_{j, \sigma_j(i)}\} \neq \emptyset, \quad (3)$$

即两个连续状态变量 $x_c(t)$ 的约束条件有非空的交集, 并且当 $x_c(t)$ 取此交集的任意数值时, LHA 可发生控制模式的跳转, 此为 LHA 跳转时所存在的不确定性. 通过增加控制输入信号 w 可以表述 LHA 所具有的不确定性, 即

$$\begin{cases} Q_{j,\sigma_j(i)}x_c < k_{j,\sigma_j(i)} + w_{j,\sigma_j(i)}, i \in Z_{[1, l_j]}; \\ L_j x_c \leq S_j; \\ H_j u_c \leq V_j; \\ \mathbf{0} \leq w_{j,\sigma_j(i)} \leq w_{j,\sigma_j(i)}^*, i \in Z_{[1, l_j]}. \end{cases} \quad (4)$$

当满足式 (4) 时, LHA 运行在第 j 种控制模式中不会跳转.

通过求解线性规划问题可得到如下信号:

$$w_{j,\sigma_j(i)}^* = \sup_{x_c} (Q_{j,\sigma_j(i)}x_c - k_{j,\sigma_j(i)}), i \in Z_{[1, l_j]}; \quad (5a)$$

$$\text{s.t. } L_j x_c \leq S_j. \quad (5b)$$

本文中用符号 $T_{j,\sigma_j(i)}$ 表示 LHA 从第 j 种控制模式向第 $\sigma_j(i)$ 种控制模式发生跳转时所有约束条件的集合, $T_{j,0}$ 表示 LHA 未发生控制模式跳转时约束条件的集合.

令 $x(t) = x_c(t)$, $u(t) = \begin{bmatrix} u_c(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$, $w(t)$ 为所有与 $w_{j,\sigma_j(i)}$ 同类的信号的集合, 可以得到如下的逻辑表达式^[11]:

$$T_{j,0} = \left\{ \bigwedge_{i=1}^{l_j} \text{LT}(Q_{j,\sigma_j(i)}x, k_{j,\sigma_j(i)} + w_{j,\sigma_j(i)}) \bigwedge \text{LE}(L_j x, S_j) \bigwedge \text{LE}(G^j u, W^j) \right\}, \quad (6a)$$

$$T_{j,\sigma_j(i)} = \left\{ \text{LE}(-Q_{j,\sigma_j(i)}x, -k_{j,\sigma_j(i)} - w_{j,\sigma_j(i)}) \bigwedge_{\substack{f=1 \text{ 且 } f \neq i \\ f=1}}^{l_j} \text{LT}(Q_{j,\sigma_j(f)}x, k_{j,\sigma_j(f)} + w_{j,\sigma_j(f)}) \bigwedge \text{LE}(L_{\sigma_j(i)}x, S_{\sigma_j(i)}) \bigwedge \text{LE}(G_{j,\sigma_j(i)}^{\sigma_j(i)}u, W_{j,\sigma_j(i)}^{\sigma_j(i)}) \right\}. \quad (6b)$$

2.2 等价的状态依赖空间模型

等价性是指 LHA 中每个由 $\{x_c(t), u_c(t), M(t)\}$ 所表述的系统运行的轨迹, 在 LHA 等价的状态依赖空间模型中都会存在一个由 $\{x(t), u(t), M(t)\}$ 所表述的轨迹与之对应, 并且 $x(t) = x_c(t)$, $u(t) = [u_c(t)^T, w(t)^T]^T$.

定理 1 与 LHA 等价的状态依赖空间模型为

$$\dot{x}(t) = A(x(t), u(t))x(t) + B(x(t), u(t))u(t) =$$

$$\sum_{j=1}^l \text{Eq}(M(t), M_j) \left(T_{j,0} A_{j,0} + \right.$$

$$\left. \sum_{i=1}^{l_j} T_{j,\sigma_j(i)} A_{j,\sigma_j(i)} \right) x(t) + \sum_{j=1}^l \text{Eq}(M(t), M_j) \times \left(T_{j,0} B_{j,0} + \sum_{i=1}^{l_j} T_{j,\sigma_j(i)} B_{j,\sigma_j(i)} \right) u(t). \quad (7)$$

其中

$$A_{j,0} = A_j, A_{j,\sigma_j(i)} = A_{\sigma_j(i)},$$

$$B_{j,0} = [B_j \quad \mathbf{0}^{n_c \times \varphi}],$$

$$B_{j,\sigma_j(i)} = [B_{\sigma_j(i)} \quad \mathbf{0}^{n_c \times \varphi}].$$

定理的详细证明过程参见文献 [11].

3 非线性广义最小方差控制律

3.1 NGMV 受控系统描述

为了得到状态依赖空间描述的系统的控制算法, 系统描述采用文献 [12] 中的一般表述形式, 参考输入模型和干扰模型均为线性子系统. 受控系统主要包含两个非线性子系统和一个线性输出子系统. 对于线性混杂自动机而言, 控制输入信号一般是有限制条件的. 因此, 受控系统中第 1 个非线性子系统用来描述其约束条件, 即为一个饱和的非线性子系统; 第 2 个非线性子系统为与线性混杂自动机等价的状态依赖空间模型; 线性输出子系统为 $y = u$, 即输出等于输入 (所以在图 2 中并未标注). 系统模型如图 2 所示.

图 2 中主要的信号有以下几种:

误差信号

$$e(t) = r(t) - y_2(t); \quad (8)$$

受控系统输出信号

$$y_2(t) = (Wu)(t), \quad (9)$$

其中 W 为整个受控系统的表达式;

参考信号

$$r(t) = W_r \omega(t); \quad (10)$$

观测信号

$$z(t) = y_2(t) + v(t); \quad (11)$$

含有噪声的误差信号

$$e_0(t) = r(t) - z(t). \quad (12)$$

图 2 中各个系统的模型描述如下:

参考输入信号模型

$$x_r(t+1) = A_r x_r(t) + B_r \omega(t), x_r(t) \in R^{n_r}, \quad (13a)$$

$$r(t) = C_r x_r(t), \quad (13b)$$

$$W_r(z^{-1}) = C_r(zI - A_r)^{-1} B_r. \quad (13c)$$

误差加权信号

$$x_p(t+1) = A_p x_p(t) + B_p(r(t) - y_2(t)), \quad (14a)$$

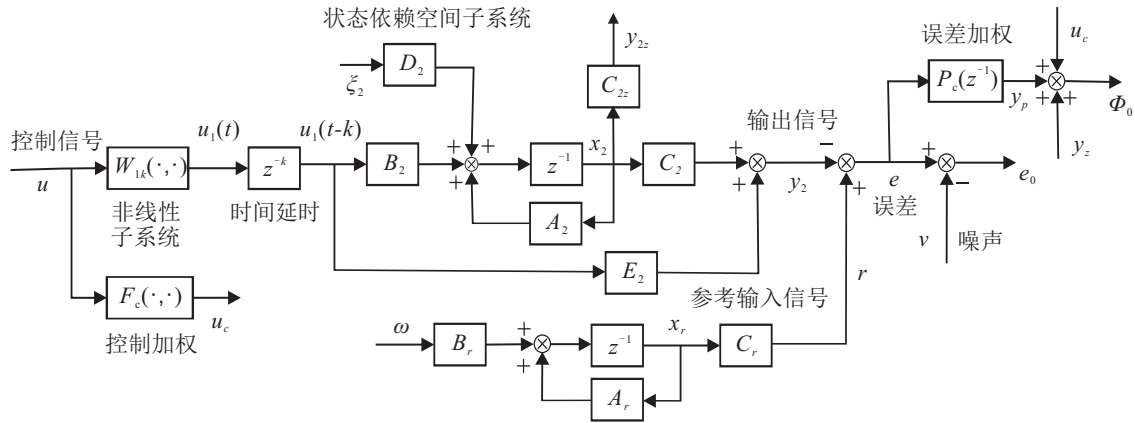


图 2 系统结构

$$x_p(t) \in R^{nr}, \quad (14b)$$

$$y_p(t) = C_p x_p(t) + E_p(r(t) - y_2(t)). \quad (14c)$$

将线性参考输入模型和误差加权模型结合到一起,可以得到所有线性子系统的拓展状态空间描述为

$$x(t+1) = Ax(t) + By_2(t) + D\xi(t), \quad (15a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Ey_2(t), \quad (15b)$$

其中 $x(t) = [x_r^T, x_p^T]^T$.

定义如下算子:

$$\phi(z^{-1}) = (zI - A)^{-1}, \quad (16)$$

则 $x(t) = \phi(z^{-1})By_2(t) + \phi(z^{-1})D\xi(t)$.

非线性系统为

$$(Wu)(t) = z^{-k}(W_k u)(t) = z^{-k}(W_{2k}W_{1k}u)(t), \quad (17a)$$

$$u_1(t) = W_{1k}(\cdot, \cdot)u(t). \quad (17b)$$

其中: k 为信号通道中存在的时间延时; 非线性子系统 $W_{1k}(\cdot, \cdot)$ 为控制输入信号 $u_1(t)$ 的限制条件, $u_1(t) \in [u_{\min}, u_{\max}]$, u_{\min} 和 u_{\max} 分别为下限和上限; 非线性子系统 $W_{2k}(\cdot, \cdot)$ 为状态依赖空间模型.

为便于稳定性分析, 假定 W_{1k} 为有限增益稳定. 稳定性分析时, 时间函数包含在离散 Marcinkiewicz 的扩展空间^[13]中. 非线性控制器设计的目标是在最小化价值函数的过程中, 确保输入输出路径为有限增益 M_2 (M_2 为 Marcinkiewicz 的扩展空间) 稳定.

3.2 状态预测方程

利用卡尔曼滤波器来预测所有线性模型的状态变量. 预测过程参见文献 [14].

定义

$$T_0(k, z^{-1}) = (I - A^k z^{-k})\Phi(z^{-1}) = z^{-1}(I + z^{-1}A + \dots + z^{-k+1}A^{k-1}), \quad (18)$$

则可得到 k 步状态变量的预测方程为

$$\hat{x}(t+k|t) = A^k \hat{x}(t|t) + T_0(k, z^{-1})By_2(t+k) =$$

$$A^k \hat{x}(t|t) + A^{k-1}By_2(t) + A^{k-2}By_2(t+1) + \dots + ABy_2(t+k-2) + By_2(t+k-1). \quad (19)$$

状态依赖空间描述的非线性子系统 W_{2k} 可表示为如下形式:

$$x_2(t+1) = A_2(x_2, u_1)x_2(t) + B_2(x_2, u_1) \times u_1(t-k) + D_2(x_2, u)\xi_2(t), \quad (20a)$$

$$y_2(t) = C_2(x_2, u_1)x_2(t) + E_2(x_2, u_1)u_1(t-k). \quad (20b)$$

为了简化上述表达式, 这里令 $A_2(t) = A_2(x_2(t), u_1(t))$, B_2 , C_2 , D_2 和 E_2 的记法与 A_2 一样.

假设 2 假定状态变量 $x_2(t)$ 是可预测的, 当干扰信号 $\xi_2(t)$ 为零 (这样便可从模型中得到 $\hat{x}_2(t|t) = x_2(t)$) 或者 $x_2(t)$ 为可测量时, 此假设成立.

由上述假设及状态依赖空间模型表达式可以得到 k 步状态变量 $x_2(t)$ 的预测方程为

$$\hat{x}_2(t+k|t) = A_2(t+k-1)A_2(t+k-2) \times \dots \times A_2(t)\hat{x}_2(t|t) + A_2(t+k-1)A_2(t+k-2) \times \dots \times A_2(t+1) \times B_2(t)u_1(t-k) + \dots + A_2(t+k-1)B_2(t+k-2) \times u_1(t-2) + B_2(t+k-1)u_1(t-1), \quad (21)$$

且有

$$\hat{y}(t+k|t) = C_2(t+k)\hat{x}_2(t+k|t) + E_2(t+k)u_1(t). \quad (22)$$

由有限冲击响应模型可将式 (21) 进一步简化为

$$T_1(k, z^{-1}) = A_2(t+k-1)A_2(t+k-2) \times \dots \times A_2(t+1) \times B_2(t)z^{-k} + \dots + A_2(t+k-1) \times B_2(t+k-2)z^{-2} + B_2(t+k-1)z^{-1}. \quad (23)$$

则有

$$\hat{x}_2(t+k|t) =$$

$$A_2(t+k-1)A_2(t+k-2) \times \dots \times A_2(t)\hat{x}_2(t|t) + T_1(k, z^{-1})u_1(t), \quad (24)$$

$$\hat{y}_2(t+k|t) = C_2(t+k)A_2(t+k-1)A_2(t+k-2) \times \dots \times A_2(t)\hat{x}_2(t|t) + (C_2(t+k) \times T_1(k, z^{-1}) + E_2(t+k))u_1(t). \quad (25)$$

3.3 NGMV 控制的价值函数

NGMV 的最优控制问题主要是最小化图 2 中信号 $\phi_0(t)$ 的方差. 信号 $\phi_0(t)$ 可表示为

$$\phi_0(t) = P_c e(t) + (Z_c \chi)(t) + (F_c u)(t), \quad (26)$$

其中 $\chi(t) = [x^T(t), x_2^T(t)]^T$.

价值函数为

$$J = E \{ \phi_0^T(t) \phi_0(t) \} = E \{ \text{trace} \{ \phi_0(t) \phi_0^T(t) \} \}. \quad (27)$$

控制目标是使 J 的值最小.

信号 $\phi_0(t)$ 包含误差信号的动态加权函数矩阵 $P_c(z^{-1})$, 可用等价的线性状态空间子系统对其进行描述, 且有

$$y_p(t) = P_c e(t) = C_{1p} x(t) + E_{1p} y_2(t). \quad (28)$$

其中: $C_{1p} = [C_p \ 0]$, $E_{1p} = -E_p$.

$\phi_0(t)$ 还包含所有线性子系统的状态变量以及状态依赖空间模型的状态变量的加权项, 即

$$y_z(t) = (Z_c \chi)(t) = y_{1z}(t) + y_{2z}(t) = C_{1z} x(t) + C_{2z} x_2(t), \quad (29)$$

其中 Z_c 可以包含动态项和非线性项.

$\phi_0(t)$ 的最后一项是控制信号的加权项 $(F_c u)(t)$. 若系统每个输出通道都有 k 步延时, 则控制信号在 k 步之后会影响输出, 因此控制加权信号可以表示为如下形式:

$$(F_c u)(t) = z^{-k} (F_{ck} u)(t), \quad (30)$$

其中 F_{ck} 为满秩可逆. 控制加权项一般为线性算子, 但在某些情形下也可以是非线性算子以便消除系统输入中的非线性元素.

对控制器设计而言, 动态加权项的选择非常重要. 一般情况下, P_c 为低通滤波器, F_c 为高通滤波器.

3.4 NGMV 最优控制的求解

通过展开信号 $\phi_0(t)$ 的表达式并对其进一步处理可以得到 NGMV 控制律的最优解.

将式 (28) 和 (29) 代入信号 $\phi_0(t)$ 的表达式, 可得

$$\phi_0(t) = C_\phi \chi(t) + E_\phi u_0(t-k) + (F_c u)(t). \quad (31)$$

其中

$$C_\phi = [C_{\phi 1} \ C_{\phi 2}] = [(C_{1p} + C_{1z}) \ C_{2z}], \quad E_\phi = E_{1p}.$$

将 $u_0(t-k)$ 展开并将式 (30) 代入 (31), 可得

$$\begin{aligned} \phi_0(t) = & C_\phi \chi(t) + E_\phi (W_{2k} W_{1k} u)(t-k) + (F_c u)(t) = \\ & C_\phi \chi(t) + ((E_\phi W_{2k} W_{1k} + F_{ck})u)(t-k). \end{aligned} \quad (32)$$

由式 (24) 可得如下预测方程:

$$\begin{aligned} \hat{\chi}(t+k|t) = & \begin{bmatrix} \hat{x}(t+k|t) \\ \hat{x}_2(t+k|t) \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} A^k \hat{x}(t|t) + \\ A_2(t+k-1) \times \dots \rightarrow \\ T_0(k, z^{-1}) B y_2(t+k) \\ \leftarrow \\ \times A_2(t) \hat{x}_2(t|t) + T_1(k, z^{-1}) u_1(t) \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} A^k & 0 \\ 0 & A_2(t+k-1) \times \dots \times A_2(t) \end{bmatrix} \times \\ & \begin{bmatrix} \hat{x}(t|t) \\ \hat{x}_2(t|t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_0(k, z^{-1}) B W_{2k} \\ T_1(k, z^{-1}) \end{bmatrix} u_1(t). \end{aligned} \quad (33)$$

式 (33) 可简写为

$$\hat{\chi}(t+k|t) = A_\phi^k \chi(t|t) + T_\phi(k, z^{-1}) u_1(t). \quad (34)$$

信号 $\phi_0(t)$ 提前 k 步的预测方程为

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_0(t+k|t) = & C_\phi \hat{\chi}(t+k|t) + ((E_\phi W_{2k} W_{1k} + F_{ck})u)(t) = \\ & C_\phi A_\phi^k \hat{\chi}(t|t) + C_\phi T_\phi(k, z^{-1}) (W_{1k} u)(t) + \\ & ((E_\phi W_{2k} W_{1k} + F_{ck})u)(t) = \\ & C_\phi A_\phi^k \hat{\chi}(t|t) + (((C_\phi T_\phi(k, z^{-1}) + \\ & E_\phi W_{2k}) W_{1k} + F_{ck})u)(t). \end{aligned} \quad (35)$$

价值函数 J 的预测方程为

$$J = E \{ \phi_0(t+k)^T \phi_0(t+k) \}. \quad (36)$$

该方程可以用预测值 $\hat{\phi}_0(t+k|t)$ 和预测误差 $\tilde{\phi}_0(t+k|t)$ 表示, 利用正交性^[15]可得

$$\begin{aligned} J = & E \{ \hat{\phi}_0(t+k|t)^T \hat{\phi}_0(t+k|t) \} + \\ & E \{ \tilde{\phi}_0(t+k|t)^T \tilde{\phi}_0(t+k|t) \}. \end{aligned} \quad (37)$$

由于预测误差 $\tilde{\phi}_0(t+k|t)$ 与控制过程无关, 要得到 J 的最小值只需将预测信号 $\hat{\phi}_0(t+k|t)$ 置零便可, 同时可以得到最优控制输入信号.

假设 3 通过选取加权函数 P_c 、 Z_c 和 F_c 可使非线性算子 $(P_c W_k - N_c - F_{ck})$ 可逆, 并且为有限增益 M_2 稳定.

定理 2 状态依赖空间模型描述的系统的 NGMV 最优控制输入信号为

$$u(t) = - (F_{ck} + (C_\phi T_\phi(k, z^{-1}) + E_\phi W_{2k}) W_{1k})^{-1} C_\phi A_\phi^k \hat{\chi}(t|t), \quad (38)$$

或者

$$u(t) = -F_{ck}^{-1}(C_\phi A_\phi^k \hat{x}(t|t) + (C_\phi T_\phi(k, z^{-1}) + E_\phi W_{2k})(W_{1k}u)(t)). \quad (39)$$

定理 2 的证明过程参见上述推导过程, 将式 (35) 置 0 便可得到最优控制输入信号.

仿真系统中经常采用式 (39) 的控制器, 其结构如图 3 所示.

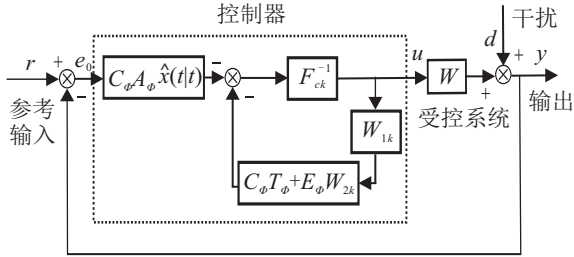


图 3 控制器结构

4 仿真算例

本文对一个二阶线性混杂自动机算例进行仿真, 系统描述如图 4 所示.

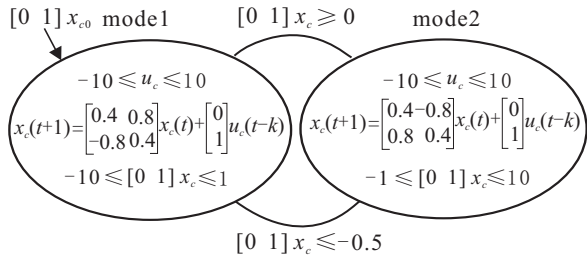


图 4 线性混杂自动机系统描述

系统的参数如图 4 所示. 由前所述及式 (7) 可得与线性混杂自动机等价的状态依赖空间模型为

$$\begin{cases} x_c(t+1) = \\ (\text{Eq}(M(t), M_1)(T_{10}A_{10} + T_{12}A_{12}) + \\ \text{Eq}(M(t), M_2)(T_{20}A_{20} + T_{21}A_{21}))x_c(t) + \\ (\text{Eq}(M(t), M_1)(T_{10}B_{10} + T_{12}B_{12}) + \\ \text{Eq}(M(t), M_2)(T_{20}B_{20} + T_{21}B_{21}))u(t), \\ y(t) = [0 \ 1]x_c(t). \end{cases} \quad (40)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{10} &= A_{21} = A_1, \quad A_{20} = A_{12} = A_2, \\ B_{10} &= B_{21} = [B_1 \quad \mathbf{0}^{2 \times 2}], \\ B_{20} &= B_{12} = [B_2 \quad \mathbf{0}^{2 \times 2}]. \end{aligned}$$

NGMV 控制器加权参数如下:

误差加权

$$P_c(z^{-1}) = \frac{1.5 - 1.9999z^{-1} + 0.7499z^{-2}}{1 - 1.4999z^{-1} + 0.5z^{-2}}; \quad (41)$$

控制加权

$$F_{ck} = -1.25 + 0.25z^{-1}; \quad (42)$$

状态加权

$$Z_c = [0 \ 0 \ 0.1 \ 0 \ 0 \ 0.1]. \quad (43)$$

存在干扰时系统的仿真结果如图 5~图 7 所示.

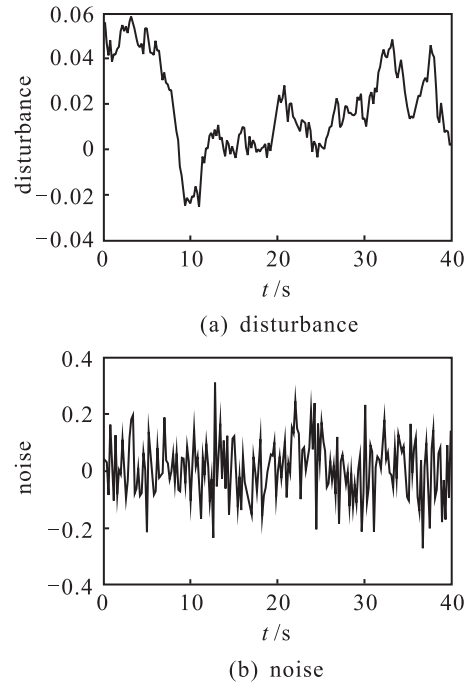


图 5 系统存在的干扰信号

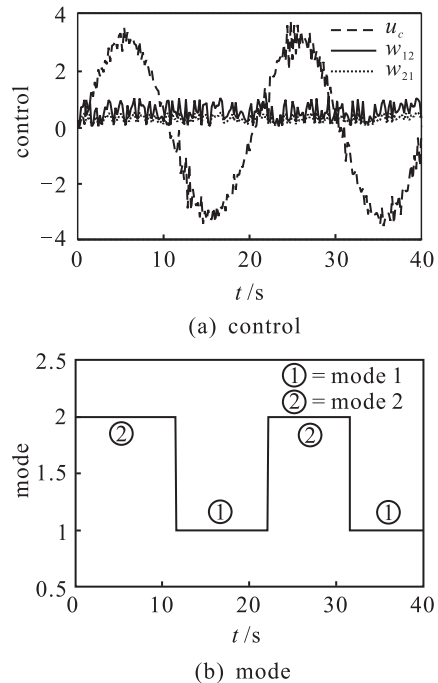


图 6 存在干扰时系统的控制信号和控制模式转换

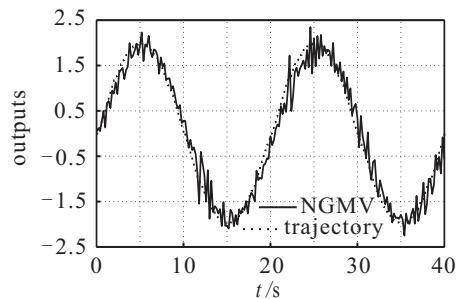


图 7 存在干扰时系统的输出

由仿真结果可以看出, NGMV 控制算法能够有效地控制线性混杂自动机, 且在系统存在延时、干扰以及噪声的情形下, 也能得到较为理想的控制效果。

5 结 论

综上所述可以看出, NGMV 控制器的设计主要具有以下优点: 1) 结构简单; 2) 相对于系统的复杂性而言, 它的计算过程并不复杂; 3) 对非线性模型具有较为普遍的适用性; 4) 既包含时滞环节又可以同时考虑抗干扰和噪声。

NGMV 控制为解决非线性控制的一系列难题提供了先进的优化控制方案, 例如非线性控制中的跟踪问题^[6]、时滞问题和抗干扰问题等。由于此控制方法还在进一步的完善之中^[7], 设计过程中还存在一些不足, 如系统的稳定性以及鲁棒性等都需要更为深入的研究。

参考文献(References)

- [1] Lennartson B, Tittus M, Egardt B, et al. Hybrid systems in process control[J]. Control Systems, IEEE, 1996, 16(5): 45-56.
- [2] Navarro-López E M, Carter R. Hybrid automata: An insight into the discrete abstraction of discontinuous systems[J]. Int J of Systems Science, 2011, 42(11): 1883-1898.
- [3] Sontag E. Nonlinear regulation: The piecewise linear approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1981, 26(2): 346-358.
- [4] Bemporad A, Mignone D, Morari M. Control of systems integrating logical, dynamics and constraints[J]. Automatica, 1999, 35(3): 407-427.
- [5] 陈国培, 李俊民, 陈为胜, 等. 基于混合观测器的混合反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 575-580.
(Chen G P, Li J M, Chen W S, et al. Hybrid feedback control based on hybrid observer[J]. Control Theory & Applications, 2006, 23(4): 575-580.)
- [6] 陈国培, 李俊民, 杨莹. 一类不确定脉冲混合系统的非脆弱控制器设计[J]. 西安电子科技大学学报, 2008, 35(1): 65-70.
(Chen G P, Li J M, Yang Y. Design methods for non-fragile controllers for a class of uncertain impulsive hybrid systems[J]. J of Xidian University, 2008, 35(1): 65-70.)
- [7] 邹媛媛, 邹涛, 李少远. 混杂系统的预测控制[J]. 控制与决策, 2007, 22(4): 361-366.
(Zou Y Y, Zou T, Li S Y. Predictive control for hybrid systems[J]. Control and Decision, 2007, 22(4): 361-366.)
- [8] Pang Y, Grimble M J. NGMV control of delayed piecewise affine systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(12): 2817-2821.
- [9] Grimble M J, Majecki P M. Nonlinear generalized minimum variance control under actuator saturation[C]. Proc of the 16th IFAC World Congress Conf. Paugue, 2005: 565-570.
- [10] Henzinger T A. The theory of hybrid automata[C]. Proc of the 11th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science. New Brunswick: IEEE Press, 1996: 278-292.
- [11] 庞岩, 李维亮, 夏浩. 与线性混杂自动机等价的状态依赖空间模型[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(3): 339-345.
(Pang Y, Li W L, Xia H. Equivalent state-dependent models of linear hybrid automata[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(3): 339-345.)
- [12] Grimble M J, Pang Y. NGMV control of state dependent multivariable systems[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. New Orleans: IEEE Press, 2007: 1628-1633.
- [13] Jukes K A, Grimble M J. A note on a compatriot of the real Marcinkiewicz space[J]. Int J of Control, 1981, 33(1): 187-189.
- [14] Grimble M J, Johnson M A. Optimal multivariable control and estimation theory: Theory and applications[M]. London: John Wiley, 1988: 399-400.
- [15] Anderson B, Moore J. Optimal filtering[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1979: 92-100.
- [16] 王坚浩, 胡剑波. 一类非匹配不确定非线性系统的鲁棒跟踪控制[J]. 控制与决策, 2011, 26(5): 727-731.
(Wang J H, Hu J B. Robust tracking control for a class of nonlinear systems with unmatched uncertainties[J]. Control and Decision, 2011, 26(5): 727-731.)
- [17] Grimble M J. Nonlinear minimum variance state-space-based estimation for discrete-time multi-channel systems[J]. IET Signal Processing, 2011, 5(4): 365-378.
(责任编辑: 闫妍)