文章编号: 1000-4750(2014)01-0079-06

拉索-阻尼器-弹簧系统的阻尼特性分析

周海俊^{1,2},丁 炜¹,孙利民²

(1. 深圳大学土木工程学院, 深圳 518060; 2. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 该文研究得到了拉索-阻尼器-弹簧系统的复特征频率方程。在阻尼器和弹簧安装点距拉索锚固点长度与 拉索长度之比远远小于1的假设条件下,得到了拉索-阻尼器-弹簧系统模态阻尼比的近似解析解,该近似解析解 与数值计算得到的精确解对比吻合良好。当弹簧和阻尼器处于同一侧时将会减小拉索所能获得的最大模态阻尼 值,而当阻尼器与弹簧在拉索两端时弹簧对阻尼的影响几乎可以忽略。当阻尼器仍处于拉索锚固点附近而弹簧位 置向中间移动时由阻尼器引起的频率变化量仍是小量的条件下,得到了结合数值频率解的拉索-阻尼器-弹簧系统 模态阻尼比近似解析式。此时拉索所能获得最大模态阻尼比、对应的最优阻尼系数、无量纲频率与弹簧位置、刚 度之间存在明确的变化关系。该文研究成果对于拉索端部同时附加橡胶减振器和阻尼器、附加阻尼器的索网结构 减振设计具有重要的参考价值。

关键词: 拉索; 阻尼器; 弹簧; 模态阻尼比; 频率

中图分类号: TU311.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.09.0641

DAMPING OF TAUT CABLE WITH A DAMPER AND SPRING

ZHOU Hai-jun^{1,2}, DING Wei¹, SUN Li-min²

(1. College of Civil Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China;

2. State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The damping and frequency of cable-damper-spring system was studied. The complex frequency equation of taut cable with a discrete damper and spring was derived. Asymptotic approximate solutions for the damper and spring was both close to the cable ends were developed as the frequency shifts between free cable and damped cable was small. The comparison between accurate numerical results and approximate formulations showed that they were close to each other. It was found that the spring would reduce the maximum attainable damping as the damper and spring were located at the same end of cable; but the spring would not affect the damping as the damper and spring were located at the two ends of cable. The hybrid numerical and approximate formulations were also given for the case of spring was not close to cable anchorage. The effects of spring stiffness and location to maximum modal damping, the corresponding frequency and the optimum damping parameter were also investigated. The main founding of this paper could provide design basis for cables with both rubber bushing and damper or cable networks with dampers.

Key words: cable; damper; spring; modal damping; frequency

拉索的振动及减振是大跨斜拉桥建设必须要 解决的问题之一^[1-2]。为了控制拉索的振动效应, 结构中常采用附加机械阻尼器^[2-3]、气动措施^[4]以及

辅助索^[5]等方法。辅助索将各拉索相互连接,形成 索网结构;由此可以提高拉索系统刚度(频率)而避 开拉索易于致振的频率区间。然而辅助索难以有效

收稿日期: 2012-09-04; 修改日期: 2013-01-13

基金项目:国家自然科学基金项目(51108269);土木工程防灾国家重点实验室开放课题基金项目(SLDRCE-08-MB-03)

通讯作者:周海俊(1977-),男,浙江永嘉人,副教授,博士,主要从事桥梁结构振动控制与监测、结构耐久性研究(E-mail: haijun@szu.edu.cn).

作者简介:丁 炜(1986-),男,江西赣州人,硕士生,主要从事结构振动控制研究(E-mail: dingwei20091@163.com);

孙利民(1963一),男,内蒙古包头人,教授,博士,主要从事结构振动控制与监测研究(E-mail: lmsun@tongji.edu.cn).

的提高拉索系统的阻尼^[5-7],因此,工程技术人员 有时会共同使用阻尼器和辅助索以抑制拉索的振 动。但目前尚不清楚索网-阻尼器系统的振动特性及 其减振机理,亦无明确的优化设置方法。美国 Caracoglia 等^[8]曾对 Fred Hartman 桥的索网-阻尼器 系统基于数值求解的方法进行了动力特性分析,但 由于索网结构体系振动模态分布密集,问题复杂, 难以直接得到有规律的阻尼器-辅助索优化设置方 法。因此,将索网-阻尼器体系简化,研究拉索-阻 尼器-弹簧系统的阻尼特性是更为可行的研究方向。 作者近期的研究结果表明附加多弹簧拉索的振动 模态分布存在着明确的变化规律[9-10],本文在此基 础上研究拉索-阻尼器-弹簧系统的阻尼特性,总结 得到了其最大模态阻尼比、振动频率的变化特点。 而工程技术人员在拉索端部附近安装外置阻尼器 的同时,有时也会安装橡胶缓冲器,由于橡胶缓冲 器相对阻尼贡献不大,对于拉索端部近似于弹簧约 束,本文研究结果对于该类工程问题也具有重要的 参考价值。

1 拉索-阻尼器-弹簧系统的运动方程

图 1 所示为拉索-阻尼器-弹簧系统示意图(图中 弹簧在阻尼器右侧,论文也将讨论弹簧在左侧时的 情况,对应拉索套筒内橡胶缓冲器约束和外置阻尼 器的情况),其中 L 为拉索长度, *m* 是单位长度拉索 质量, *T* 是索拉力, *c* 为阻尼器阻尼值, *k* 是弹簧 刚度, *x_p*为 *p* 段拉索的轴向坐标(*p*=1,2,3), *l_p*是 弹簧距拉索左右锚固端的距离。



图 1 拉索-阻尼器-弹簧系统示意图(弹簧在阻尼器右侧) Fig.1 Taut cable with a spring on the right side of damper

拉索-阻尼器-弹簧系统的线性运动方程可以表示为^[11]:

$$m\frac{\partial^2 y_p(x_p,t)}{\partial t^2} = T\frac{\partial^2 y_p(x_p,t)}{\partial x_p^2}$$
(1)

其中 y_p(x_p,t)为 p 段拉索的竖向位移。该方程在阻 尼器与弹簧安装点外处处成立,同时在安装点处也 要满足力的平衡和位移的连续条件。假定无量纲的时间 $\tau = \omega_{01}t$,其中 $\omega_{01} = \pi / L \sqrt{T/m}$,则三段拉索自由振动的位移可表示为:

$$v_n(x_n,\tau) = Y_n(x_n) e^{\lambda \tau}$$
⁽²⁾

其中 λ 为系统的无量纲复特征值。 $\lambda = \alpha + \beta j$, $j = \sqrt{-1}$,系统特征值 $\omega = \lambda \omega_{01}$,对于指定的 $c \cdot k$ 、 $l_1/L 和 l_2/L$,可解出系统的复特征值 λ ;由各复特 征值可得到系统各阶模态阻尼比,其相互关系可描 述为:

$$\lambda = \frac{\omega}{\omega_{01}} \left(-\xi + j\sqrt{1 - \xi^2} \right) \tag{3a}$$

$$\alpha = -\frac{\omega}{\omega_{01}}\xi \tag{3b}$$

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_{01}} \sqrt{1 - \xi^2}$$
(3c)

其中 ξ 为系统的模态阻尼比, 而 ω 为拉索振动特征 值的模。

$$\frac{\mathrm{d}^2 Y_p(x_p)}{\mathrm{d}x_p^2} = \left(\frac{\pi\lambda}{L}\right)^2 Y_p(x_p) \tag{4}$$

由于 λ 为复数,模态振型 $Y_p(x_p)$ 也为复数。拉索在 锚固端处的位移为 0,并且在阻尼器与弹簧安装处 的位移连续,假设模态振型 $Y_n(x_p)$ 可以表示为:

$$Y_p(x_p) = A_p \frac{\sinh(\pi \lambda x_p / L)}{\sinh(\pi \lambda l_p / L)} + B_p \frac{\cosh(\pi \lambda x_p / L)}{\cosh(\pi \lambda l_p / L)}$$
(5)

其中 A_p 、 B_p 为拉索在阻尼器与弹簧安装处的待定振幅参数。

由边界条件和位移连续条件可知:

$$y_p(x_p = 0, \tau) = 0 \stackrel{\text{tr}}{=} p = 1,3$$
 (6a)

$$y_1(l_1,\tau) = y_2(0,\tau)$$
 (6b)

$$y_2(l_2,\tau) = y_3(l_3,\tau)$$
 (6c)

根据阻尼器和弹簧安装点的力平衡条件:

$$T\left(\frac{\partial y_2}{\partial x_2}\Big|_{x_2=0} - \frac{\partial y_1}{\partial x_1}\Big|_{x_1=l_1}\right) = c \frac{\partial y_1}{\partial t}\Big|_{x_1=l_1}$$
(6d)

$$T\left(-\frac{\partial y_2}{\partial x_2}\Big|_{x_2=l_2} - \frac{\partial y_3}{\partial x_3}\Big|_{x_3=l_3}\right) = ky_2\Big|_{x_2=l_2} \qquad (6e)$$

将式(2)和式(5)代入式(6),可得:

$$B_1 = B_3 = 0 \tag{7a}$$

$$A_1 - B_2 \operatorname{sech}(\Gamma_2) = 0 \tag{7b}$$

$$A_2 + B_2 - A_3 = 0 \tag{7c}$$

$$[\eta + \coth(\Gamma_1)]A_1 - \operatorname{csch}(\Gamma_2)A_2 = 0$$
(7d)
$$[\gamma + \lambda \coth(\Gamma_2)]A_2 + [\gamma + \lambda \tanh(\Gamma_2)]B_2 + \lambda \coth(\Gamma_3)A_3 = 0$$
(7e)

其中 $\Gamma_p = \pi \lambda l_p / L$, 无量纲阻尼系数 $\eta = c / \sqrt{Tm}$, 无量纲弹簧刚度 $\gamma = kL / \pi T$ 。

将式(7b)~式(7e)写成矩阵形式,可得:

$$\boldsymbol{C}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{0} \tag{8}$$

其中复系数矩阵C为:

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{11} & \boldsymbol{C}_{12} \\ \boldsymbol{C}_{21} & \boldsymbol{C}_{22} \end{bmatrix} \tag{9}$$

其中子矩阵
$$C_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
, $C_{12} = \begin{bmatrix} -\operatorname{sech}(\Gamma_2) & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$,
 $C_{21} = \begin{bmatrix} \eta + \operatorname{coth}(\Gamma_1) & -\operatorname{csch}(\Gamma_2) \\ 0 & \gamma + \lambda \operatorname{coth}(\Gamma_2) \end{bmatrix}$,
 $C_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \gamma + \lambda \operatorname{tanh}(\Gamma_2) & \lambda \operatorname{coth}(\Gamma_3) \end{bmatrix}$;

 $\boldsymbol{\Phi}$ 为与振型相关的待定复矢量,可表示为:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & B_2 & A_3 \end{bmatrix}^1 \tag{10}$$

式(8)有解则矩阵 C 的行列式必为零,由此可得 复特征值方程为:

$$\lambda \sinh(\Gamma) + \gamma \sinh(\Gamma_1 + \Gamma_2) \sinh(\Gamma_3) + \eta \lambda \sinh(\Gamma_1) \sinh(\Gamma_2 + \Gamma_3) + \eta \gamma \sinh(\Gamma_1) \sinh(\Gamma_2) \sinh(\Gamma_3) = 0 \quad (11a)$$

其中, $\Gamma = \pi \lambda$ 。

当弹簧在阻尼器左侧时(即弹簧安装点到拉索 端部长度为l₁,阻尼器安装点到弹簧安装点距离为 l₂),推导过程相似,只是式(11a)中弹簧和阻尼器的 对应项要相互转换:

$$\lambda \sinh(\Gamma) + \eta \lambda \sinh(\Gamma_1 + \Gamma_2) \sinh(\Gamma_3) + \gamma \sinh(\Gamma_1) \sinh(\Gamma_2 + \Gamma_3) + \eta \gamma \sinh(\Gamma_1) \sinh(\Gamma_2) \sinh(\Gamma_3) = 0$$
(11b)

2 近似解析式

2.1 阻尼器与弹簧靠近拉索锚固点情况下的近似解

当阻尼器与弹簧安装在离拉索锚固端很近的 情况下,认为拉索的特征值 λ 与无弹簧和阻尼器的 拉索变化很小, $\alpha 与 \beta$ 的变化也很小,系统存在近 似解。此时可分为以下两种工况:

 1) 阻尼器与弹簧在同一侧时,即l₁L⁻¹≪1, l₂L⁻¹≪1,当弹簧在阻尼器右侧时,将式(11a)变换 为三角函数后,由泰勒展开一阶近似后可得:

$$\frac{\xi_n}{l_1/L} \cong \frac{R_{kr}}{\left(1 + \gamma u_2\right)^2} \frac{R_{kr} \pi^2 \kappa_r}{1 + \left(R_{kr} \pi^2 \kappa_r\right)^2}$$
(12a)

当弹簧在阻尼器左侧时,同样可得:

$$\frac{\xi_n}{(l_1+l_2)/L} \cong R_{kl} \frac{R_{kl} \pi^2 \kappa_l}{1 + (R_{kl} \pi^2 \kappa_l)^2}$$
(12b)

由于阻尼器安装长度不一致,式(12)中无量纲 阻尼器参数当弹簧在阻尼器右侧时,

$$\kappa_r = \pi^{-1} n \eta l_1 / L \tag{13a}$$

当弹簧在阻尼器左侧时,

$$\kappa_l = \pi^{-1} n \eta \left(l_1 + l_2 \right) / L \tag{13b}$$

折减参数:

$$R_{kr} = (1 + \gamma u_2) / [1 + r(u_1, u_2)]$$
(14a)

$$R_{kl} = [u_1 / (1 + \gamma u_1) + u_2] / (u_1 + u_2)$$
(14b)

其中参数 $u_p = \pi l_p / L$,式(12)即为当弹簧和阻 尼器在拉索同一侧时,考虑弹簧刚度影响后修正的 阻尼器参数优化设计公式^[12]。图 2 所示为由式(12a) 所得的阻尼器参数优化设计公式($l_1 / L = l_2 / L =$ 0.02, $\gamma = 2$),其中前 5 阶数值解和近似解非常接 近,表明该公式具有良好的工程应用精度。进一步 的,可由式(12)推导得到系统的最大模态阻尼比和 最优的阻尼参数:

$$\xi_{n,\max} / (l_1 / L) \cong 0.5R_{kr} / (1 + \gamma u_2)^2$$
(15a)
$$\xi_{n,\max} / [(l_1 + l_2) / L] \cong 0.5R_{kl}$$
(15b)



$$\kappa_r^{opt} \cong 1/(\pi^2 R_{kr}) \tag{16a}$$

$$\kappa_l^{opt} \cong 1/(\pi^2 R_{kl}) \tag{16b}$$

由于参数 R_{kr} 和 R_{kl} 仅当 $\gamma = 0$ 时等于 1, 当 $\gamma > 0$ 时均小于 1, 可见当弹簧存在于阻尼器附近时,均将 使得拉索所能获得的最大模态阻尼比 $\xi_{n,max}$ 降低,而 对应的最优阻尼参数 κ^{opt} 增大。但弹簧在阻尼器左侧 与右侧两者有所区别,随着弹簧无量纲刚度 $\gamma \rightarrow +\infty$,

当弹簧在阻尼器右侧时, $R_{kr} \rightarrow u_2 / (u_1 + u_2)$, $\kappa_r^{opt} \to (u_1 + u_2) / (\pi^2 u_2), \quad \xi_{n,\max} / [(l_1 + l_2) / L] \to 0;$ 当弹簧在阻尼器左侧时, $R_{\mu} \rightarrow u_2 / (u_1 + u_2)$, $\kappa_1^{opt} \rightarrow$ $(u_1 + u_2)/(\pi^2 u_2)$, $\xi_{n \max}/(l_1/L) \rightarrow 0.5 u_2/(u_1 + u_2)$; 可见当弹簧在阻尼器右侧时,其直观作用是抑制了 拉索在阻尼器端的振动幅值;而当弹簧在阻尼器左 侧时,其直观作用是减少了阻尼器的安装长度。

2) 阻尼器与弹簧不在同一端,此时只需考虑弹 簧在阻尼器右侧, 由*l*,*L*⁻¹≪1, *l*,*L*⁻¹≪1可得:

$$\frac{\xi_n}{l_1/L} \cong \frac{u_1 n\eta}{1 + u_1^2 n\eta^2} = \frac{\pi^2 \kappa}{1 + (\pi^2 \kappa)^2}$$
(17)

其中 $\kappa = \kappa_r$,下文中弹簧均在阻尼器右侧,特此定 义。可见当弹簧和阻尼器分别接近于拉索两端时, 弹簧只是增加了拉索振动频率,而对于拉索所能获 得的模态阻尼比的影响可以忽略不计。

2.2 阻尼器靠近拉索锚固点而弹簧向中间移动时的 䜣似解

在阻尼器安装位置距离拉索锚固点很近 (1,/L<<1)而弹簧向中间移动,当弹簧安装位置 $(l_1+l_2)/L$ 与弹簧刚度 γ 确定时,可以认为拉索的特 征值λ由阻尼器带来的变化很小,即附加阻尼器后 α 与 β 的变化很小,所以系统模态阻尼比存在近似 纲阻尼值 $\eta \rightarrow \infty$ 时拉索系统*n*阶频率:

 $\beta_{n,\infty}\sin[(\mu_2+\mu_3)\beta_{n,\infty}]+\gamma\sin(\mu_2\beta_{n,\infty})\sin(\mu_3\beta_{n,\infty})=0$

(18) β_{n0} 为阻尼器阻尼值为0时拉索系统n阶频率: $\beta_{n,0} \sin(\pi \beta_{n,0}) + \gamma \sin[(\mu_1 + \mu_2)\beta_{n,0}]\sin(\mu_3 \beta_{n,0}) = 0$

(19)由式(18)和式(19)确定的Δβ值后可进一步得 到近似的解析解:

$$\alpha \cong \Delta \beta \frac{\eta / \eta_{n,opt}}{1 + (\eta / \eta_{n,opt})^2}$$
(20)

$$\delta\beta \cong \Delta\beta \frac{(\eta/\eta_{n,opt})^2}{1 + (\eta/\eta_{n,opt})^2}$$
(21)

$$\beta \cong \beta_{n,0} + \Delta\beta \frac{(\eta/\eta_{n,opt})^2}{1 + (\eta/\eta_{n,opt})^2}$$
(22)

$$\frac{\xi_n}{l_1/L} \cong \frac{L}{l_1} \frac{\Delta\beta}{\beta_{n,0}} \frac{\eta/\eta_{n,opt}}{1 + (\eta/\eta_{n,opt})^2}$$
(23)

其中 η_{nont} 为系统n阶模态的最优阻尼系数,即当 $\delta\beta = \Delta\beta/2$ 时所对应的阻尼系数。虽然式(20)~式(23) 给出了系统模态阻尼比的近似解析表达式, 但 β_{n0} 和 β_{ns} 均需要数值迭代求解方能得到。

图3所示为不同模态的阻尼器优化设计曲线精 确解和近似解的对比,可见精确解和近似解之间误 差很小,模态阻尼比随着阻尼系数的增大先增大后 减小,并且随着模态阶数n的增大,系统所对应的 最优阻尼值逐渐减小。研究表明随着弹簧位置的变 $(L \Delta \beta$ 值变化也较大,因此系统各阶模态阻尼比的 最大值各不相同。图 4 所示为拉索-阻尼器-弹簧系 统当阻尼器位置固定($l_1/L = 0.02$), 弹簧位置沿拉 索变化时系统二阶模态的最大模态阻尼比、相对应 的最优无量纲阻尼参数和无量纲振动频率的变化 规律。进一步研究表明三者之间存在以下变化 规律:

1) 对于拉索的n阶振动模态,相较于 $\gamma = 0$ 时的 情况,拉索的最大模态阻尼比和对应的最优阻尼参 数存在相互间隔的 2n 个(图 4(a)、图 4(b)中为 4 个)区 间,各区间的临界位置接近于 $(l_1+l_2)/L=i/(n+1)$







图 4 拉索-阻尼器-弹簧系统 2 阶振动模态参数与弹簧位置 l₂/L、无量纲刚度γ 的关系(l₁/L=0.02)

Fig.4 Relation between 2nd mode vibration parameters and nondimensional spring location l_2/L , stiffness $\gamma(l_1/L=0.02)$

(图 4(a)、图 4(b)中为 1/3、2/3)和 $(l_1+l_2)/L = (i-1)/n$ (图 4(a)、图 4(b)中为 1/2)处 $(i \le n, i \in N^*)$; 拉索的 最大模态阻尼比和对应的无量纲最优阻尼系数按 减小-增大-减小-增大-----的规律依次变化,而对应 的无量纲振动频率则按增大--减小---------的规律依次变化(图 4(c))。

2) $\exists \gamma \rightarrow \infty$ 时,最大模态阻尼比和对应的最 优无量纲阻尼系数 κ^{opt} 的极小值趋近于 0,无量纲 频率值 β 的极小值则趋近于 $\beta^{opt,0}$, $\beta^{opt,0}$ 指当 $\gamma = 0$ 时系统取得该阶模态最大阻尼比时对应的振 动频率;最大模态阻尼比的极大值则根据弹簧安装 位置离阻尼器距离的增大,按 ξ_{max}^{0} 的倍数 $\frac{n+1}{1}, \frac{n+1}{2}, ..., \frac{n+1}{i}$ (图 4(a)、图 4(b)中为 3、1.5) 逐渐减小,其中 ξ_{max}^{0} 表示 $\gamma = 0$ 时系统所对应的最 大模态阻尼比,对应的无量纲阻尼参数 κ^{opt} 极大值 则也趋近于无穷大,而无量纲频率值 β 极大值则趋 近于 $\gamma = 0$ 时系统n+1阶模态最大阻尼比时对应的 振动频率(图 4(c))。 3) 在各个区间的间隔位置处,系统所能获得的 最大模态阻尼比及对应的无量纲阻尼系数急剧变 化,该趋势随着无量纲弹簧刚度的增大而增强。

由以上分析表明附加弹簧和阻尼器拉索的任 一阶振动模态,其最大模态阻尼比和振动频率的提 高不一定同步,而是存在明确的弹簧设置区间,使 得两者同时提高;或频率和最大模态阻尼比均不 变;或仅提高频率但最大模态阻尼比减小;而相对 应的最优阻尼参数值也将不同于拉索-阻尼器系统 的最优阻尼参数值。

3 结论

本文对拉索-阻尼器-弹簧系统的阻尼特性进行 了研究分析,得到了当阻尼器和弹簧均靠近拉索端 部时系统模态阻尼比和频率的近似解析式;分析了 当阻尼器仍位于拉索端部而弹簧位置变化时结合 数值频率解的模态阻尼比近似解析式,进一步研究 了系统最大模态阻尼比和对应振动频率的变化规 律。主要结论有:

(1)当弹簧和阻尼器位于拉索同一端部时,弹 簧的存在将使得拉索所能获得的最大模态阻尼比 降低;而当弹簧和阻尼器位于拉索两端时,弹簧对 于拉索所能获得的模态阻尼比的影响可以忽略 不计。

(2)当阻尼器位于拉索端部而弹簧位置任意时,由于弹簧的存在使得拉索振动频率和振型发生变化,导致拉索所能获得的最大模态阻尼比、对应的振动频率及最优阻尼参数发生变化,且存在着明确的变化规律。

(3) 对于附加阻尼器的索网系统,由于辅助索 和阻尼器是两种不同的减振方法,其减振机理有明 显的不同。辅助索和阻尼器两者之间存在着相互影 响,安装阻尼器后极大提高拉索振动阻尼,而辅助 索的设置将极大的影响阻尼器的优化参数。因此在 同时采用辅助索和阻尼器的减振方案时,需同时兼 顾模态阻尼比和频率的提高。辅助索的设置位置是 第一位的,在确定需要优化减振模态的辅助索的设 置位置后,注意调整阻尼器的优化阻尼参数值。

参考文献:

 [1] 顾明, 杜晓庆. 模拟降雨条件下斜拉桥拉索风雨激振 及控制的试验研究[J]. 土木工程学报, 2004, 37(7): 101-105.

Gu Ming, Du Xiaoqing. A testing of rain-wind induced

cable vibration and its control of cable-stayed bridge under simulated rain [J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37(7): 101–105. (in Chinese)

- [2] 李寿英, 顾明, 陈政清. 阻尼器对拉索风雨激振的控制效果研究[J]. 工程力学, 2007, 24(8): 1-8.
 Li Shouying, Gu Ming, Chen Zhengqing. The effectiveness of dampers to rain-wind induced vibration of stay cables [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(8): 1-8. (in Chinese)
- [3] 梁栋,孙利民,程纬.斜拉桥主梁振动对拉索阻尼器减 振效果的影响分析[J]. 工程力学,2008,25(5):110-116.

Liang Dong, Sun Limin, Cheng Wei. Effect of girder vibration on performance of cable damper for cable stayed bridge. [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(5): 110–116. (in Chinese)

- [4] 刘健新,李哲. 气动措施对斜拉索风荷载及结构响应的影响[J]. 建筑科学与工程学报, 2010, 27(3): 89-93.
 Liu Jianxin, Li Zhe. Influence of aerodynamic measure on wind load and structural response of stayed-cable [J].
 Journal of Architecture and Civil Engineering, 2010, 27(3): 89-93. (in Chinese)
- [5] 周亚刚. 斜拉索-辅助索系统动力特性和减振研究[D]. 上海:同济大学,2007.
 Zhou Yagang. Dynamic characteristics and vibration

mitigation of stay cables using cross ties [D]. Shanghai: Tongji University, 2007. (in Chinese)

[6] Yamaguchi H, Nagahawatta H D. Damping effects of

cable cross ties in cable-stayed bridges [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1995, 54/55: 35-43.

- [7] Caracoglia L, Jones N P. In-plane dynamic behavior of cable networks. Part 1: formulation and basic solutions
 [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(3/4/5): 969-991.
- [8] Caracoglia L, Jones N P. Passive hybrid technique for the vibration mitigation of systems of interconnected stays [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 307(3/4/5): 849-864.
- [9] 周海俊,朱亚峰,杨夏,孙利民. 拉索-弹簧系统的振动特性研究[J]. 振动工程学报, 2012, 25(5): 522-526.
 Zhou Haijun, Zhu Yafeng, Yang Xia, Sun Limin. Free vibration of taut cable with a spring [J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(5): 522-526. (in Chinese)
- [10] 周海俊,杨夏. 拉索-双弹簧系统的自由振动特性分析
 [J]. 工程力学, 2013, 30(2): 292-297.
 Zhou Haijun, Yang Xia. Free vibration of taut cable with two springs [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(2): 292-297. (in Chinese)
- [11] Irvine H M. Cable structure [M]. MA, USA: MIT Press, 1981.
- [12] Krenk S, Høgsberg J R. Damping of cables by a transverse force [J]. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 2005, 131(4): 340-348.

(上接第 63 页)

- [4] 郭彦林, 王小安. 一种四角钢组合约束型防屈曲支撑 的外围约束机理及刚度取值研究[J]. 土木工程学报, 2012, 45(11): 79-87.
 Guo Yanlin, Wang Xiaoan. Study on restrain stiffness of a four-angle assembled steel buckling-restrained brace [J]. China Civil Engineering Journal, 2012, 45(11): 79-87. (in Chinese)
- [5] 郭彦林, 江磊鑫. 型钢组合装配式防屈曲支撑性能及 设计方法研究[J]. 建筑结构, 2010, 40(1): 30-37.
 Guo Yanlin, Jiang Leixin. Behavior and application of buckling-restrained braces assembled with section steels
 [J]. Building Structure, 2010, 40(1): 30-37. (in Chinese)
- [6] 江磊鑫. 装配式防屈曲耗能支撑构件设计方法研究
 [D]. 北京: 清华大学, 2010.
 Jiang Leixin. Research on the design methods of assembled buckling-restrained braces [D]. Beijing: Tsinghua University, 2010. (in Chinese)

[7] 陈绍蕃. 门式刚架端板螺栓连接的强度和刚度[J]. 钢 结构. 2000, 15(1): 6-11.
 Chen Shaofan. The Strength and stiffness of bolt end-plate connection in portal frames [J]. Steel

Construction, 2000, 15(1): 6–11. (in Chinese)

- [8] Wang X A, Guo Y L, Tian G Y, et al. A design method for a new type of assembled steel buckling-restrained braces [C]// Proceeding of Seventh International Conference on Advances in Steel Structures, Nanjing, China: 2012: 1042-1049.
- [9] GB50017-2003, 钢结构设计规范[S]. 2003.
 GB50017-2003, Code for design of steel structures [S].
 2003. (in Chinese)
- [10] 包世华. 新编高层建筑结构[M]. 北京: 中国水利水电 出版社, 2005: 110-130.
 Bao Shihua. Tall building structures [M]. Beijing: China Water Power Press, 2005: 110-130. (in Chinese)