

一种新的基于多模板快速推进算法和最速下降法的射线追踪方法

王飞*^① 曲昕馨^② 刘四新^③ 李彦鹏^① 吴俊军^①

(^①东方地球物理公司新兴物探开发处,河北涿州 072751; ^②东方地球物理公司综合物化探处,河北涿州 072751; ^③吉林大学地球探测科学与技术学院,吉林长春 130026)

王飞,曲昕馨,刘四新,李彦鹏,吴俊军. 一种新的基于多模板快速推进算法和最速下降法的射线追踪方法. 石油地球物理勘探,2014,49(6):1106-1114.

摘要 本文提出了一种新的射线追踪方法,该方法将射线追踪分为两个过程:首先使用多模板快速推进算法(MSFM)从源点开始计算已知速度场各网格节点的波前传播时间;然后使用最速下降方法从接收点开始向源点沿旅行时梯度最快下降方向追踪射线路径。与传统的快速推进方法(FMM)及其改进算法相比,多模板快速推进算法(MSFM)使用两个模板计算邻点旅行时,同时考虑了水平、垂直及对角线方向上的信息,能大大提高旅行时的计算精度和计算效率。为了验证新射线追踪方法的计算精度和计算效率,本文对两个速度模型进行了数值模拟,并将模拟结果与基于FMM和高精度快速推进方法(HAFMM)的最速下降射线追踪方法计算结果进行对比。对比结果表明,本文方法是一种有效的射线追踪方法,并且在计算精度和计算效率上都优于基于FMM和HAFMM的射线追踪方法。

关键词 射线追踪 MSFM FMM HAFMM 最速下降法

中图分类号:P631 **文献标识码**:A

1 引言

快速、准确的射线追踪方法是实现旅行时层析成像的一个重要组成部分。一方面,射线追踪被用来准确计算旅行时;另一方面,射线追踪还被用来计算射线路径在每个慢度单元中的长度,进而构建反演中所必需的雅可比矩阵^[1~3]。传统的射线追踪方法^[4~6]有试射法和弯曲射线法。这些算法在局部非常复杂的介质模型中容易陷入局部最小值,并且计算精度和效率都比较低。有学者将图形理论和网格技术应用于旅行时计算而提出现代射线追踪方法,其中比较常见的有最短路径法^[7~9]和插值法^[10~12]。Vidale^[13,14]提出了一种基于程函方程有限差分解的射线追踪方法,该方法把射线追踪问题分为正向计算波前旅行时和反向追踪射线路径两个步骤,其中用有限差分法求解程函方程计算波前

旅行时是该方法的核心。与以往的算法相比,该方法计算速度快,并且不存在传统射线追踪方法的阴影区问题,但是当局部速度变化过大时计算式可能出现负数开平方问题而导致算法不稳定,并且其所使用的盒式扩展方式不符合波前传播的物理规律。为了弥补这些缺点,许多学者对有限差分旅行时计算方法做了大量的研究和改进^[15,16],其中最稳定和准确的算法是快速扫描方法(Fast Sweeping Method,FSM)和快速推进方法(Fast Marching Method,FMM)。

FSM是一种具有最优复杂度的迭代算法,它使用一个非线性的迎风方法和 Gauss-Seidel 型迭代在波前方向上交错的扫描来寻找数值解^[17~19]。FMM是一种结合熵满足迎风格式和快速存储技术寻找数值解的非迭代算法^[20,21]。一项关于FMM和FSM求解程函方程的研究表明^[22]:对于现实的网格,当介质的几何形状比较简单时,FSM比FMM的计算

* 河北省涿州市东方地球物理公司新兴物探开发处,072751。Email:syzcookies@163.com

本文于2013年7月29日收到,最终修改稿于2014年8月28日收到。

速度快;但是对于非均匀介质和复杂几何体,FMM 的计算速度要快于 FSM。FMM 相对于其他方法最大的优点就是利用一个波前窄带将已知解的网格节点与未知解的网格节点分离开来,这样,每一个网格节点上的解都可以按照和波前传播方向一致的次序来计算。但是,由于 FMM 算法在每次波前扩展过程中都在波前窄带中寻找具有最小波前传播时间的节点,并且每次只能从一处向外扩展波前,使得该算法的计算效率较低;此外,由于 FMM 算法没考虑对角线方向的信息,并且求解程函方程时使用的是一阶差分近似,使得该算法的计算精度也有所欠缺。因此,有学者提出了许多改进 FMM 计算效率^[23,24]和计算精度^[25,26]的算法。Hassouna 等^[27]提出了一种 FMM 的改进算法——多模板快速推进算法(Multistencils Fast Marching Method, MSFM)。该算法使用两个模板分别用二阶差分近似计算水平、垂直以及对角线方向上网格节点的波前传播时间,并选取满足迎风条件的解,从而大大提高了 FMM 算法的计算精度和计算效率。

在对射线追踪技术和 FMM 及其改进算法研究的基础上,本文提出了一种新的适用于井间弯曲射线旅行时层析成像反演的射线追踪方法。该算法将射线追踪分为两个过程:首先使用 MSFM 算法从源点开始计算已知速度场各网格节点的波前传播时间,然后再使用最速下降方法从接收点开始向源点沿旅行时梯度最快下降方向追踪射线路径。

2 多模板快速推进算法(MSFM)

2.1 FMM 和 HAFMM 算法

由于 MSFM 是建立在 FMM^[20] 及 HAFMM (高精度快速推进方法)^[25] 之上的改进算法,因此首先简单的回顾一下这两种算法。

在二维复杂介质中,电磁波传播时间满足下列程函方程

$$|\nabla T(x,y)|^2 = S^2(x,y) \quad (1)$$

式中 T 和 S 分别表示波前传播时间和波前传播慢度。用有限差分近似 $|\nabla T|$,式(1)可写成

$$\max(D_{i,j}^{-x}, -D_{i,j}^{+x}, 0)^2 + \max(D_{i,j}^{-y}, -D_{i,j}^{+y}, 0)^2 = S_{i,j}^2 \quad (2)$$

其中: i 和 j 分别表示沿 x 和 y 坐标轴方向上的离散网格点编号; $D_{i,j}^{-x}$ 和 $D_{i,j}^{+x}$ 分别为位置 (i,j) 处的标

准后向和前向有限差分。

在 FMM 算法中使用一阶差分近似,式(2)可写成

$$\max\left(\frac{T_{i,j} - T_1}{\Delta x}, 0\right)^2 + \max\left(\frac{T_{i,j} - T_2}{\Delta y}, 0\right)^2 = S_{i,j}^2 \quad (3)$$

式中: Δx 和 Δy 分别为 x 和 y 方向上的离散网格距;并且

$$T_1 = \min(T_{i-1,j}, T_{i+1,j}) \quad (4)$$

$$T_2 = \min(T_{i,j-1}, T_{i,j+1}) \quad (5)$$

HAFMM 算法使用二阶差分近似 $|\nabla T|$ 来提高 FMM 的计算精度,此时式(2)可写成

$$\max\left[\frac{3}{2\Delta x}(T_{i,j} - T_1), 0\right]^2 + \max\left[\frac{3}{2\Delta y}(T_{i,j} - T_2), 0\right]^2 = S_{i,j}^2 \quad (6)$$

其中

$$T_1 = \min\left(\frac{4T_{i-1,j} - T_{i-2,j}}{3}, \frac{4T_{i+1,j} - T_{i+2,j}}{3}\right) \quad (7)$$

$$T_2 = \min\left(\frac{4T_{i,j-1} - T_{i,j-2}}{3}, \frac{4T_{i,j+1} - T_{i,j+2}}{3}\right) \quad (8)$$

有关 FMM 与 HAFMM 的波前扩展过程与 MSFM 的波前扩展过程很相似,将在后面 MSFM 算法中详细介绍。

2.2 MSFM 算法

FMM 和 HAFMM 算法都忽略了对角线上节点的信息,因而在对角线方向上容易产生较大的数值误差。MSFM 算法在 FMM 和 HAFMM 算法的基础上,结合了多模板和方向导数,进而提高了程函方程的求解精度。

图 1 为 MSFM 算法所用的两个模板,其中模板 1 覆盖最近的邻点,而模板 2 覆盖对角线方向上

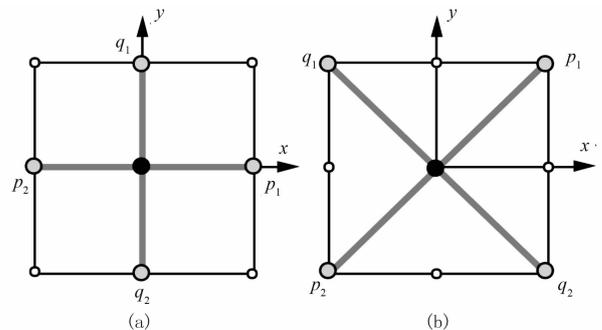


图 1 MSFM 算法所用的两个模板
(a)模板 1; (b)模板 2

的邻点。令 $\mathbf{r}_1 = [r_{11}, r_{12}]^T$ 和 $\mathbf{r}_2 = [r_{21}, r_{22}]^T$ 分别表示沿 $\vec{p}_2 \vec{p}_1$ 和 $\vec{q}_2 \vec{q}_1$ 方向的单位向量, U_1 和 U_2 分别表示沿 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 的方向导数, 则 U_1 和 U_2 可表示为

$$U_1 = \mathbf{r}_1 \cdot \nabla T(x, y) = r_{11} T_x + r_{12} T_y \quad (9)$$

$$U_2 = \mathbf{r}_2 \cdot \nabla T(x, y) = r_{21} T_x + r_{22} T_y \quad (10)$$

式中 $T_x = \frac{\partial T}{\partial x}$ 和 $T_y = \frac{\partial T}{\partial y}$ 分别表示 T 对 x 和 y 的偏导数。式(9)和式(10)可以写成矩阵相乘的形式

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \quad (11)$$

即

$$\mathbf{U} = \mathbf{R} \nabla T(x, y) \quad (12)$$

由于 $|\nabla T(x, y)|^2 = [\nabla T(x, y)]^T \nabla T(x, y)$, 则式(12)可变形为

$$|\nabla T(x, y)|^2 = \mathbf{U}^T (\mathbf{R} \mathbf{R}^T)^{-1} \mathbf{U} = S^2(x, y) \quad (13)$$

令 $\Delta x = \Delta y = h$, 则 $(\mathbf{R} \mathbf{R}^T)^{-1} = \mathbf{I}$, 将其代入式(13), 则有

$$U_1^2 + U_2^2 = S^2(x, y) \quad (14)$$

为了提高精度, MSFM 用二阶差分近似 U_1 和 U_2 。遵循式(2)中解的方向导数 U_1 和 U_2 的二阶差分近似为

$$U_v = \max \left[\frac{3}{2\Delta d_v} (T_{i,j} - T_v), 0 \right] \quad v = 1, 2 \quad (15)$$

式中: T_1 和 T_2 由式(7)和式(8)所定义; Δd_v 表示当 T_v 为最小值时所对应的节点与当前节点之间的距离。对于模板 1, 将式(15)代入式(14)中, 有

$$\max \left[\frac{3}{2h} (T_{i,j} - T_1), 0 \right]^2 + \max \left[\frac{3}{2h} (T_{i,j} - T_2), 0 \right]^2 = S_{i,j}^2 \quad (16)$$

相似地, 对于模板 2, 将式(15)代入式(14)中, 有

$$\max \left[\frac{3}{2\sqrt{2}h} (T_{i,j} - T_1), 0 \right]^2 + \max \left[\frac{3}{2\sqrt{2}h} (T_{i,j} - T_2), 0 \right]^2 = S_{i,j}^2 \quad (17)$$

式(16)和式(17)会有两个解。由于 $T(x, y)$ 的值是未知的, 因此需要检查计算出的 $T(x, y)$ 是否大于邻近的 T_1 和 T_2 , 只有大于 T_1 和 T_2 的解才是被接受的。一种好的方法是在求解程函方程前使用如下的迎风条件

$$|T_1 - T_2| < f(\Delta x, \Delta y) S(x, y) \quad (18)$$

对于模板 1 和模板 2, $f(\Delta x, \Delta y)$ 分别为 $2\min(\Delta x,$

$\Delta y)$ 和 $2\sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y}$ 。

在推导出 MSFM 的局部旅行时算法后, 需要计算出从源点到每个网格节点的波前传播时间, 即波前扩展过程。与 FMM 和 HAFMM 算法相似, MSFM 算法在每次波前推进时, 需要在当前波前附近的窄带中选取具有最小波前传播时间的节点, 再以该点作为次级源点向外扩展波前。如图 2 所示, MSFM 算法在波前扩展时将所有网格节点划分为三种类型的点:

(1) 近点 ($M=2$), 表示已经计算过波前传播时间, 并且波前传播时间不再被更新的节点;

(2) 窄带点 ($M=1$), 表示计算过波前传播时间, 但是波前传播时间可能会被更新的节点;

(3) 远点 ($M=0$), 表示尚未计算波前传播时间的节点;

MSFM 算法波前扩展的流程可以归结如下:

(1) 将源点标记为近点, 将其他所有节点标记为远点, 并赋予一个足够大的波前传播时间初值; 再用式(16)和式(17)计算源点邻点的波前传播时间, 并选择满足迎风条式(18)的解, 将其标记为窄带点;

(2) 在窄带中寻找具有最小波前传播时间的节点, 将其标记为近点;

(3) 寻找该节点的邻点中标记为窄带点或远点的点。

(4) 用式(16)和式(17)和迎风条件式(18)更新这些点的波前传播时间(如果更新后的值比之前的值小的话);

(5) 循环步骤(2)至步骤(4), 直到窄带中为空。

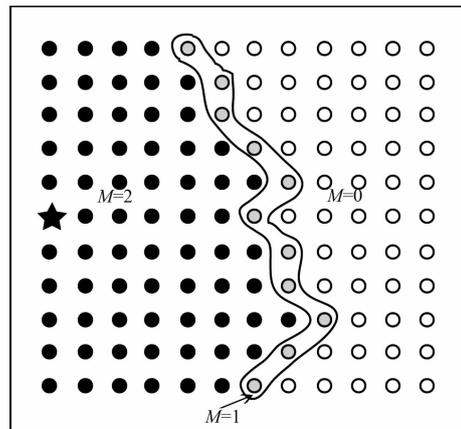


图 2 MSFM 二维波前扩展示意图

$M=2$ 代表近点, $M=1$ 代表窄带点, $M=0$ 代表远点

3 最速下降方法

当使用 MSFM 算法计算出一个慢度模型所有网格节点上的波前传播时间之后,射线路径可以通过沿旅行时的最速下降方向从每个接收点反向追踪到相应的源点而得到^[13]。定义单元 (i, j) 为左上角节点编号为 (i, j) 的离散网格,则在网格单元 (i, j) 上,旅行时梯度向量的水平分量和垂直分量可以用中心差分格式近似为

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{(T_{i+1,j} + T_{i+1,j+1}) - (T_{i,j} + T_{i,j+1})}{2h} \quad (19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{(T_{i,j+1} + T_{i+1,j+1}) - (T_{i,j} + T_{i+1,j})}{2h} \quad (20)$$

最速下降方向与旅行时梯度方向相反。因此,在单元 (i, j) 内最速下降方向可以用如下的角度定义^[1]

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\partial T / \partial y}{\partial T / \partial x} \right] + \pi \quad (21)$$

其中 θ 沿正水平轴方向顺时针测量。对于一个确定的源,所有穿过单元 (i, j) 的射线具有此相同的方位角。在单位长度的单元 (i, j) 内,射线段的长度范围是从 0 到 $\sqrt{2}h$ 。

为了详细说明射线穿过一个单元时的过程,选取了如图 3 所示的一个典型情况进行讨论。在图中,射线从单元右侧边界的 A 点进入单元,A 点坐标为 (x_a, y_a) 。按照预先分配的该单元内最速下降角的值,射线可能从剩下的三条边或者四个角中的任何一条(个)穿出。借助两个辅助锐角 $\alpha_1 = \tan^{-1} [(y_{j+1} - y_a)/h]$ 和 $\alpha_2 = \tan^{-1} [(y_a - y_j)/h]$,表 1 的第 1 列给出了如何选择穿出点的位置(即 θ 的取值范围)。在选择完穿出点的位置后,穿出点 B 的坐标 (x_b, y_b) 很容易得到(表 1 中的第 2 列)。这些坐标同时也是射线穿过下一个单元(表 1 中第 3 列)的穿入点。对于不同位置(4 条边和 4 个角)的射线穿入单元情况, α_1 和 α_2 的取值是不同的,相应的穿出点位置和坐标也是不同的。由于篇幅有限,本文只列出了其中一种具有代表性的情况,其他七种情况也可以由相同的方法推导出来。

按照上文推导的射线在每个单元内的传播路径,射线追踪从每个接收点位置开始,一直进行到射线到达一个预先规定的近源区域的边界。为了克服

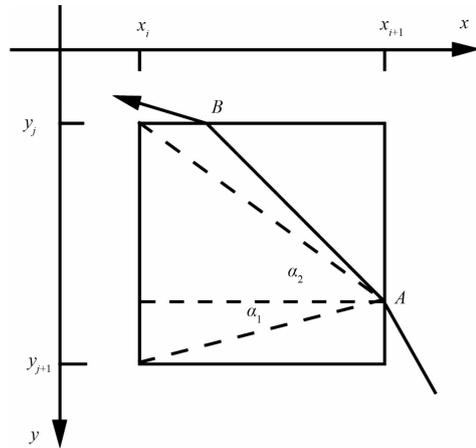


图 3 射线从单元右侧进入时的情况

表 1 射线从右侧进入单元时,穿出点的坐标及下一个单元的位置

θ 的范围	穿出点坐标	下一个单元位置
$0 < \theta \leq \pi/2$	(x_{i+1}, y_{j+1})	$(i+1, j+1)$
$\pi/2 < \theta < \pi - \alpha_1$	$[x_a + (y_a - y_{j+1}) \cos \theta, y_{j+1}]$	$(i, j+1)$
$\theta = \pi - \alpha_1$	(x_i, y_{j+1})	$(i-1, j+1)$
$\pi - \alpha_1 < \theta < \pi + \alpha_2$	$(x_i, y_a + h \tan \theta)$	$(i-1, j)$
$\theta = \pi + \alpha_2$	(x_i, y_j)	$(i-1, j-1)$
$\pi + \alpha_2 < \theta < 3\pi/2$	$[x_a - (y_j - y_a) \cos \theta, y_j]$	$(i, j-1)$
$3\pi/2 \leq \theta < 2\pi$	(x_{i+1}, y_j)	$(i+1, j-1)$

接近源点的旅行时梯度矢量的不均匀性,射线的最后一部分就是从边界点到源点 (x_s, y_s) 的一条直线段。任意一对激发点和接收点之间的透射波射线路径确定后,射线的传播时间为

$$T_r = \sum_m S_m L_m \quad (22)$$

其中: m 是单元内的射线段记号; L_m 和 S_m 分别是第 m 条射线段长度和该射线段所在单元波的平均慢度。

4 数值实例

为了从计算精度和计算效率等方面验证本文提出的基于 MSFM 算法和最速下降法的射线追踪方法,以及本方法对于复杂模型的适用性,应用两个具有代表性的速度模型(图 4)进行验证。

4.1 模型 1

模型 1 是一个宽 4 m、高 8 m 的常速度梯度模型

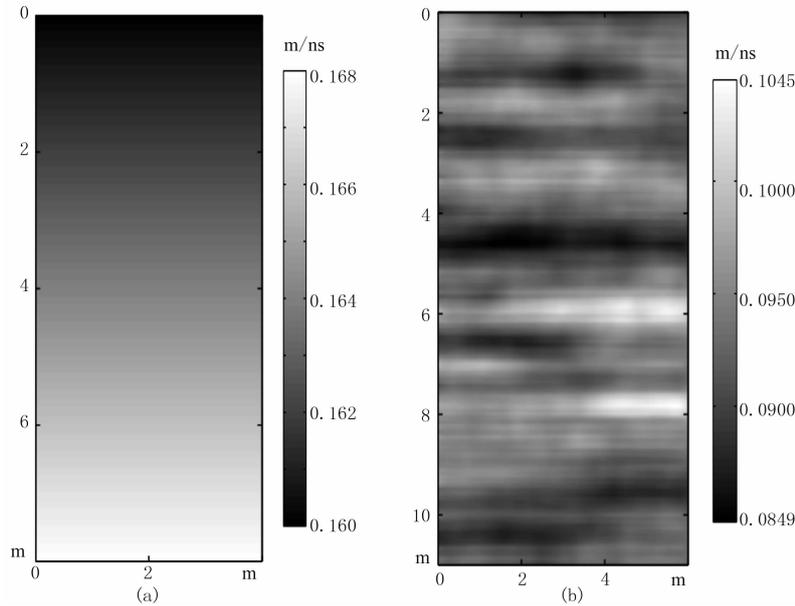


图 4 用来验证基于 MSFM 算法和最速下降法的射线追踪方法的模型
(a)模型 1; (b)模型 2

(图 4a),其介质传播速度 v 随深度 z 线性变化,即

$$v = 0.16 + 0.001z \quad (23)$$

当源点 (x_0, y_0) 位于地表时,其旅行时函数的解析解为^[28]

$$T_a = 1000 \left| \ln \left\{ \frac{v(z)}{v(0)} \frac{1 - \sqrt{1 - [pv(0)]^2}}{1 - \sqrt{1 - [pv(z)]^2}} \right\} \right| \quad (24)$$

式中 p 为射线参数,其表达式为

$$p = \frac{0.002 |x - x_0|}{\sqrt{\{(0.001 |x - x_0|)^2 + [v(0)]^2 + [v(z)]^2\}^2 - [2v(0)v(z)]^2}} \quad (25)$$

本文使用均方根误差

$$\text{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |T - T_a|^2} \quad (26)$$

度量计算值 T 与解析解 T_a 之间的误差,式中 n 为总的网格节点数。

应用模型 1 验证 MSFM 方法的旅行时计算精度和计算效率,并与基于 FMM 和基于 HAFMM 的射线追踪方法对比。计算中,将模型 1 划分为 80×160 个网格,横、纵向网格间距均为 0.05m 。图 5a~图 5c 为分别为三种算法所得的旅行时等值线和理论等值线;图 5d~图 5f 分别为相应的计算值与理论值的绝对误差分布。从图中可以看到,MSFM 算法的旅行时相对 FMM 和 HAFMM 算法的旅行时更加逼近理论值,FMM 和 HAFMM 算法的旅行时均方根误差分别为 $7.32 \times 10^{-2} \text{ns}$ 和 $2.2 \times 10^{-3} \text{ns}$,而 MSFM 算法结果的均方根误差仅为 $2.5 \times 10^{-4} \text{ns}$,MSFM 算法的绝对误差最小。可见,对于模型 1,

MSFM 算法旅行时计算精度优于 FMM 和 HAFMM 算法。

图 6 对比了三种算法的计算效率(CPU 运行时间)及计算精度(均方根误差)与离散网格距大小的变化关系。图 6a 为使用三种算法计算的旅行时精度随网格距变化的曲线,可以看出 MSFM 算法误差远小于 FMM 和 HAFMM 算法。图 6b 为使用三种算法计算旅行时所需的 CPU 运行时间随网格距变化的曲线,可以看出 MSFM 算法的计算时间要大于另外两种算法,这是由于 MSFM 算法在计算到达某一节点的传播时间时,需要同时考虑水平、垂直和对角线方向的信息。但是随着网格距的增大,三种算法的计算时间曲线会明显接近。图 6c 为在不同的精度要求下三种算法所需的计算时间。可见,在同一计算精度要求下,MSFM 算法可以取较大的网格距,所需计算时间远小于其他两种算法。因此,MSFM 算法的计算精度和效率都明显优于 FMM 和 HAFMM 算法。

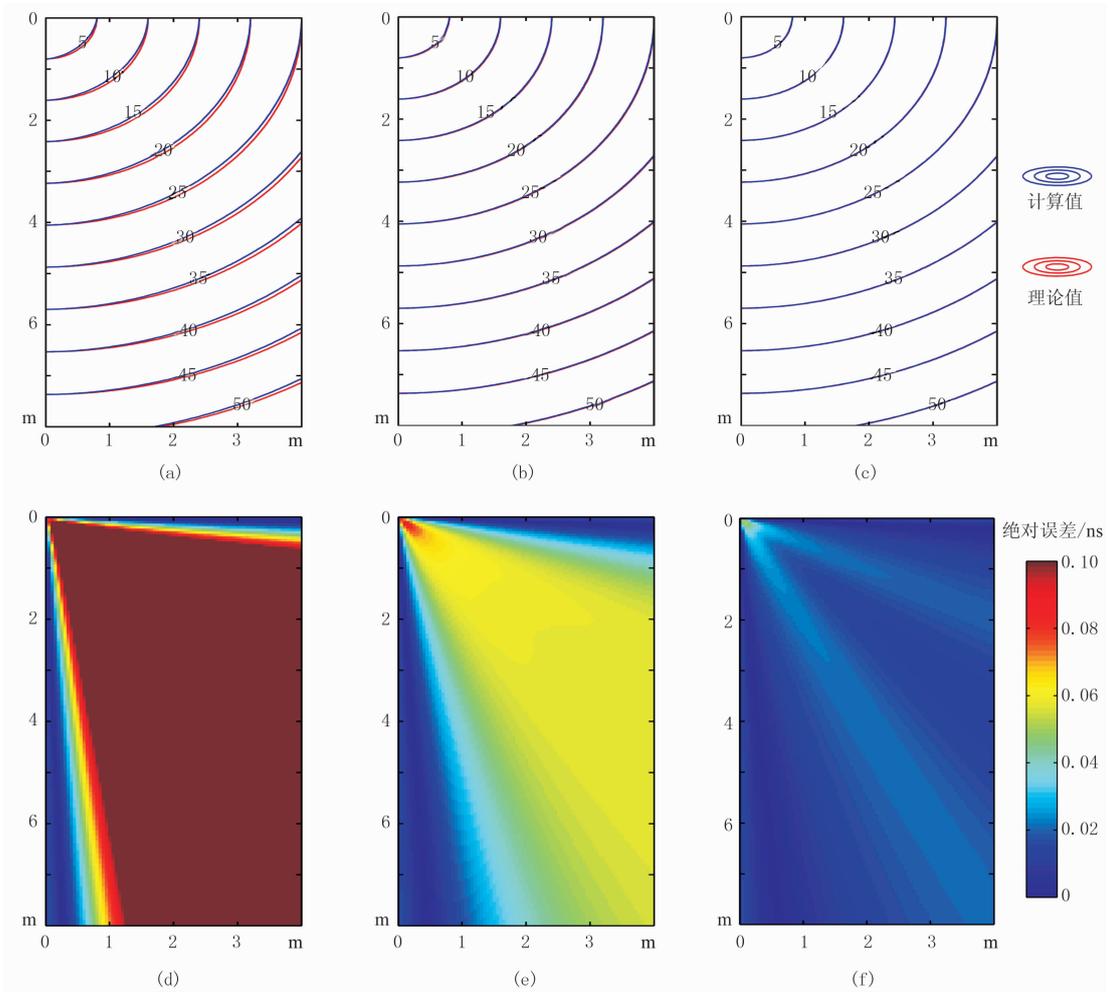


图 5 模型 1 不同算法的旅行时等值线(单位:ns)及其绝对误差

(a)FMM 等值线; (b)HAFMM 等值线; (c)MSFM 等值线; (d)FMM 的绝对误差; (e)HAFMM 的绝对误差; (f)MSFM 的绝对误差

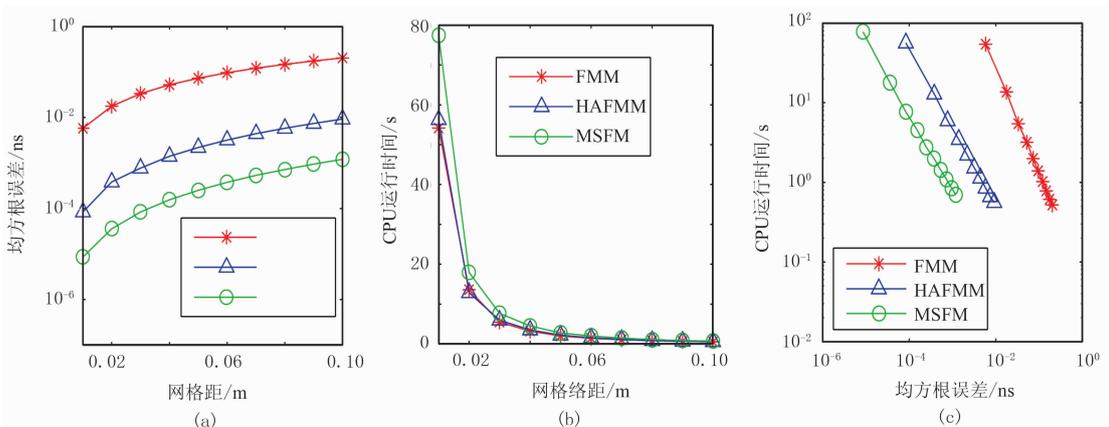


图 6 模型 1 不同算法的计算精度、计算时间及网格距之间的关系

(a)计算精度随网格距的变化; (b)计算时间随网格距的变化; (c)计算时间随计算精度的变化

图 7 对比了 MSFM 结合最速下降法 (MSFM-SD)、FMM 结合最速下降法 (FMM-SD) 以及 HAFMM 结合最速下降法 (HAFMM-SD) 计算的射

线路径与旅行时精度。

在模型 1 的左上角点激发,在右边界,从 0.5m 开始,每隔 1m 布设一个接收点,共布设 8 个接收

点。图 7a~图 7c 分别为 FMM-SD 法、HAFMM-SD 法及 MSFM-SD 法所获得的射线路径,图 7d 是三种算法的射线路径传播时间与理论值的均方根误差。显然,MSFM-SD 法得到的射线路径与理论路径最接近,几乎完全与理论路径重叠;并且 MSFM-SD 法传播时间的计算精度也是最高的。

4.2 模型 2

模型 2 是一个复杂的随机介质模型(图 4b)。该模型宽 6m,高 11m,介质速度在 0.0849m/ns 和 0.1045m/ns 之间变化。由于模型 2 网格节点旅行

时的解析解无法直接求得,通过对比不同方法在不同网格距下旅行时等值线及射线路径的差异来验证本文方法的有效性。

分别采用 $0.01\text{m} \times 0.01\text{m}$ (小网格距)和 $0.1\text{m} \times 0.1\text{m}$ (大网格距)的对模型进行离散化,并用不同算法计算各个节点的旅行时。图 8 为不同方法计算的旅行时等值线图(源点位于左边界中点)。旅行时等值线图清晰反映了波前在高速层(图中浅色介质)内向外扩散快,在低速层(图中深色介质)内向外扩散慢的传播规律。比较图 8a~图 8c 可见,不同的

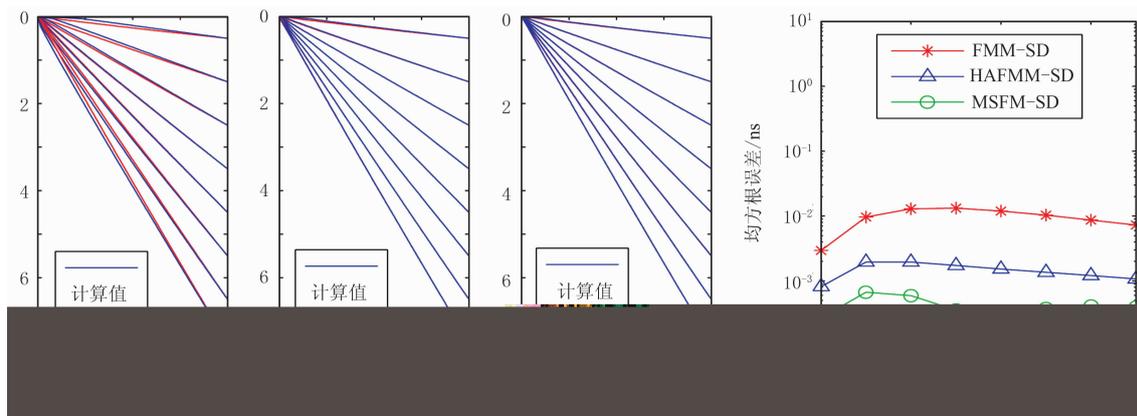


图 7 模型 1 不同算法计算的射线路径及射线路径传播时间误差
(a)FMM 射线路径; (b)HAFMM 射线路径; (c)MSFM 射线路径; (d)传播时间误差

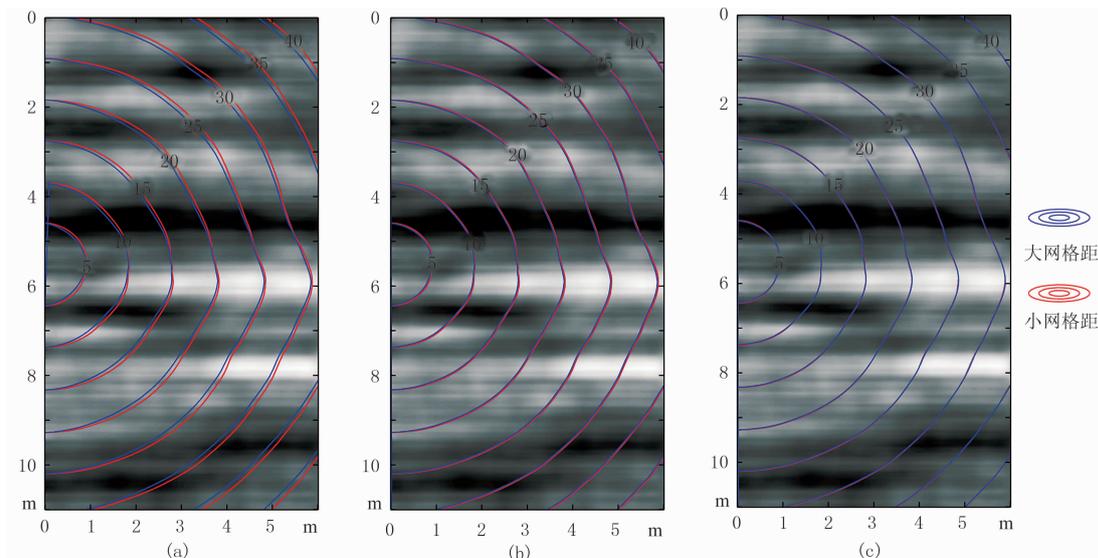


图 8 模型 2 不同算法在不同网格距下所获得的旅行时等值线(单位:ns)
(a)FMM; (b)HAFMM; (c)MSFM

网格距计算所得的两组旅行时差,MSFM 算法小于 FMM 算法以及 HAFMM 算法的计算结果。这说明 MSFM 算法在大网格距下能获得比 FMM 和 HAFMM 算法更高的计算精度,这与图 6 的分析结

论一致。

图 9 为模型 2 分别使用 FMM-SD 法、HAFMM-SD 法及 MSFM-SD 法在不同的网格距下所获得的射线路径(源点位模型左边界中点,各个接收点位于

右边界,从 0.5m 开始,每隔 0.5m 布设一个接收点,共 21 个接收点)。比较图 9a~图 9c 可见,当使用不同的网格距计算射线路径时,MSFM-SD 法计算的

两组射线路径的差别最小,尤其是在第 13 条射线路径处。因此,MSFM-SD 法在大网格距下能获得精度更高的射线路径。



图 9 模型 2 不同算法在不同网格距下计算的射线路径

(a)FMM-SD; (b)HAFMM-SD; (c)MSFM-SD

5 结论

(1)在对射线追踪技术和 FMM 算法及其改进算法研究的基础上,本文提出了一种新的射线追踪方法。该算法将射线追踪分为用 MSFM 算法正向计算旅行时和用最速下降法反向追踪射线路径两个过程;

(2)MSFM 算法使用两个模板计算邻点旅行时,同时考虑了水平、垂直和对角线方向上的信息,在理论上能提高旅行时的计算精度和计算效率;

(3)与基于 FMM-SD、基于 HAFMM-SD 射线追踪方法相比,对于常速度梯度模型,本文的 MSFM-SD 射线追踪计算的旅行时等值线与理论值差异最小,射线路径与理论路径最接近,射线路径传播时间的误差最小,从而证明了本文射线追踪方法的高精度和有效性;

(4)与基于 FMM-SD、基于 HAFMM-SD 射线追踪方法相比,对于复杂的随机介质模型,在不同网格距下应用本文射线追踪方法计算的两组旅行时等值线以及两组射线路径的差异最小,进一步验证了本文射线追踪方法对于复杂速度模型的适用性;

在验证了本文射线追踪方法的计算效率和计算

精度之后,下一步笔者将把这种射线追踪方法应用到井间旅行时层析成像中,以进一步验证该方法在速度模型重建中的效果。

参考文献

- [1] Aldridge D F, Oldenburg D W. Two-dimensional tomographic inversion with finite-difference travel-times. *Journal of Seismic Exploration*, 1993, 2, 257-274.
- [2] Clement W P, Knoll M D. Tomographic inversion of crosshole radar data: confidence in results. *Proceedings of SAGEEP 2000, Environmental and Engineering Geophysical Society*, 2000, 553-562.
- [3] Goktukler G, Balkaya C. Traveltime tomography of crosshole radar without raytracing. *Journal of Applied Geophysics*, 2010, 72(4): 213-224.
- [4] Julian B R, Gubbins D. Three-dimensional seismic ray tracing. *Journal of Geophysics Research*, 1977, 43(1): 95-114.
- [5] Um J, Thurber C. A fast algorithm for two-point seismic ray tracing. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1987, 77(3): 972-986.
- [6] Prothero W A, Taylor W J, Eickemeyer J A. A fast, two-point, three-dimensional raytracing algorithm using a simple step search method. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1988, 78(3): 1190-1198.
- [7] Nakanishi I, Yamaguchi K. A numerical experiment on nonlinear image reconstruction from first-arrival

- times for two-dimensional island arc structure. *Journal of Physics of the Earth*, 1986, 34(2): 195-201.
- [8] Moser T J. Shortest path calculation of seismic rays. *Geophysics*, 1991, 56(1): 59-67.
- [9] Fischer R, Lees J M. Shortest path ray tracing with sparse graphs. *Geophysics*, 1993, 58(7): 987-996.
- [10] Asakawa E, Kawanaka T. Seismic ray tracing using linear traveltime interpolation. *Geophysical Prospecting*, 1993, 41(1): 99-111.
- [11] 张东, 张婷婷, 乔友锋等. 三维旅行时场 B 样条插值射线追踪方法. *石油地球物理勘探*, 2013, 48(4): 559-566.
Zhang Dong, Zhang Tingting, Qiao Youfeng et al. A 3-D ray tracing method based on B-spline traveltime interpolation. *OGP*, 2013, 48(4): 559-566.
- [12] 李培明, 梅胜全, 马青坡. 一种改进的双线性插值射线追踪方法. *石油地球物理勘探*, 2013, 48(4): 553-558.
Li Peiming, Mei Shengquan, Ma Qingpo. An improved bilinear interpolation travel-time ray-tracing method. *OGP*, 2013, 48(4): 553-558.
- [13] Vidale J E. Finite-difference calculation of travel-times. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1988, 78(6): 2062-2076.
- [14] Vidale J E. Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions. *Geophysics*, 1990, 55(5): 521-526.
- [15] Van T J, Symes W W. Upwind finite-difference calculation of traveltimes. *Geophysics*, 1991, 56(6): 812-821.
- [16] Qin F, Luo Y, Olsen K B et al. Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wave fronts. *Geophysics*, 1992, 57(3): 478-487.
- [17] Tsai Y R, Cheng L T, Osher S et al. Fast sweeping algorithm for a class of Hamilton-Jacobi equation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2003, 41(2): 673-694.
- [18] Zhao H K. A fast sweeping method for eikonal equation. *J Math and Computing*, 2004, 74: 603-627.
- [19] Zhang Y T, Zhao H K, Qina J. High order fast sweeping methods for static Hamilton-Jacobi equation. *J Scientific Computing*, 2006, 29: 25-26.
- [20] Sethian J A. A fast marching level set methods for monotonically advancing fronts. *Proc Natl Acad Sci*, 1996, 93(4): 1591-1595.
- [21] Sethian J A, Popovici A M. 3-D traveltime computation using the fast marching method. *Geophysics*, 1999, 64(2): 516-523.
- [22] Gremaud P A, Kuster C M. Computational study of fast methods for the eikonal equation. *SIAM J Scientific Computing*, 2006, 27(6): 1803-1816.
- [23] Kim S. An $O(N)$ level set method for eikonal equations. *SIAM J Scientific Computing*, 2001, 22(6): 2178-2193.
- [24] Yatziv L, Bartesaghi A, Sapiro G. $O(N)$ implementation of the fast marching algorithm. *Journal of Computational Physics*, 2006, 212(2): 393-399.
- [25] Sethian J A. *Level Sets Methods and Fast Marching Methods (Second Edition)*. Cambridge Univ Press, 1999.
- [26] Danielsson P E, Lin Q F. A modified fast marching method. *Proc Scandinavian Conf Image Analysis*, 2003, 2749: 1154-1161.
- [27] Hassouna M S and Farag A A. Multistencils fast marching methods: A highly accurate solution to the eikonal equation on cartesian domains. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, 29: 1-12.
- [28] Slawinski R A and Slawinski M A. On raytracing in constant velocity-gradient media: calculus approach. *Canadian Journal of Exploration Geophysics*, 1999, 35(1-2): 24-27.

(本文编辑: 宜明理)

作者简介



王飞 博士, 1984 年生; 2007 年本科毕业于吉林大学勘查技术与工程专业, 2011 年硕士毕业于吉林大学地球探测与信息技术专业; 2014 年博士毕业于吉林大学地球探测与信息技术专业; 现就职于中国石油东方地球物理公司新兴物探开发处, 主要从事地震数据处理与解释、VSP 处理与成像、钻孔雷达成像技术等方面的研究。