文章编号: 1000-4750(2014)10-0248-09

多向不规则波浪作用下 大尺度墩柱上爬高的数值研究

季新然,柳淑学,李金宣,贾 伟

(大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室,辽宁,大连 116024)

摘 要:基于规则波对墩柱作用的理论,采用传递函数的方法,建立了多向不规则波浪对大尺度墩柱作用的计算 模型。同时进行了物理模型实验,对数值计算结果进行了验证。实验结果和数值计算结果基本一致。结果表明多 向不规则波浪与圆柱作用时,波浪的方向分布对圆柱周围的爬高具有明显的影响。研究成果可为实际工程设计时 提供参考依据。

关键词:多向不规则波浪;墩柱;爬高;绕射;方向分布宽度

中图分类号: P751 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.05.0402

NUMERICAL RESEARCH ON MULTIDIRECTIONAL WAVE RUN-UP ON LARGE CYLINDERS

JI Xin-ran, LIU Shu-xue, LI Jin-xuan, JIA Wei

(The State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Based on the linear theory of wave interactions with a large-scale vertical bottom-mounted cylinder, using the method of transfer functions, a number of models of multi-directional random wave interaction with a large-scale cylinder were established. A wave basin experiment was carried out, and the numerical calculation results were verified by the results of the physical experiment. The results from the numerical calculation and the experiment were essentially identical. The results show that wave directional distribution has significant effects on wave run-up when multi-directional irregular waves interact with a cylinder. Results can provide reference for the design of appropriate engineering projects.

Key words: multi-directional random wave; large-scale cylinder; wave run-up; wave diffraction; wave directional distribution

墩柱是近海及海洋工程中常用的一种结构形 式,其尺度较大,一般认为其构件直径 D 与波长 L 的比值 D/L≥0.2。如海上平台上部结构、离岸式墩 式码头建筑物、跨海大桥的桥墩、海上风电场的基 础等,它们往往都是由单个或一组柱状结构组成。 而波浪是海洋工程结构物上的主要荷载,因此精确 计算波浪对墩柱结构物的作用对于工程设计具有 重要的意义。

波浪与小尺度圆柱的作用,可以忽略绕射的影响,由 Morison 公式^[1]计算。随着对海洋资源的进 一步开发利用,出现了越来越多的结构物形式,大 尺度的结构物也被广泛的利用。而波浪与大尺度结 构物之间相互作用时,需要考虑波浪对结构物的绕 射作用。对于深水中的直立圆柱,Havelock^[2]对绕

收稿日期: 2013-05-06; 修改日期: 2013-11-22

基金项目:国家自然科学基金创新研究群体项目(51221961);国家重点基础研究发展计划项目(973计划)(2011CB013703, 2013CB036101)

通讯作者:柳淑学(1965-),男,河北人,教授,博士,博导,从事港口、海岸和近海工程研究(E-mail: liusx@dlut.edu.cn).

作者简介:季新然(1986-),男,河南人,博士生,从事港口、海岸和近海工程研究(E-mail: jixinran2005@gmail.com);

李金宣(1979-),男,辽宁人,讲师,博士,从事极端波浪模拟及其与结构物作用的研究(E-mail: lijx@dlut.edu.cn);

贾 伟(1989-), 男, 山西人, 硕士生, 从事港口、海岸和近海工程研究(E-mail: jiaw1989@126.com).

Newman^[4]对圆柱绕射的非线性波浪力进行了 研究。Kriebel^[5-7]对二阶绕射理论做了系统的分析。 用二阶绕射理论分析了规则波与直立圆柱之间的 波浪力, 二阶理论波浪力和实验测得的波浪力更接 近,并且大多数情况下二阶理论波浪力和实验测得 的波浪力比 MacCamy 和 Fuchs 绕射理论计算的波 浪力高出 5%~15%。通过对 22 家实验室得到的圆 柱爬高实验结果的比较分析,发现对于圆柱的最大 爬高,实验结果比二阶理论计算结果平均大11%, 而较之线性理论平均达到 44%。Akyildiz^[8]实验研究 了点压力绕圆柱的分布,并且把实验结果和二阶绕 射理论及线性理论进行了比较。

虽然目前波浪与圆柱作用的研究较多,但是研 究成果大都是基于规则波或者单向不规则波浪进 行的。

然而众所周知,真实的海洋波浪是多向不规则 的波浪,波浪的方向分布将会对波浪的折射、绕射 产生影响。Lee 等^[9-10]用线性叠加的方法讨论了多 向不规则波浪的方向集中度对矩形的海底坑作用 时绕射的影响。Yu 等^[11]通过一系列的物理模型实 验对多向不规则波浪通过防波堤口门时的绕射和 折射进行了研究。Li 等^[12]用有限元求解 Boussinesq 方程的方法计算了多向不规则波浪对半无限长防 波堤及波浪通过防波堤口门的绕射进行了研究, 计 算结果与实验结果吻合较好。Yu 等^[13]通过实验的 方法研究了多向不规则波浪对小尺度圆柱作用时 的受力情况。上述的研究结果都表明,波浪的方向 分布对波浪的传播及其与工程结构物的作用都具 有明显影响。

由于多向波传播的复杂性,关于多向不规则波 浪对大尺度墩柱结构作用的研究,目前并不多见。 Liu 等^[14-15]用有限元求解 Boussinesq 方程所建立的 数值计算模型,计算并分析了多向不规则波浪对群 墩结构作用时的爬高变化,结果表明方向分布对波 浪的爬高具有明显的影响。另外,物理模型实验也 是研究波浪与结构物作用的重要手段, Huntington 和 Thompson^[16]曾对多向波对单个圆柱的作用进行 了实验研究,给出了多向波作用时圆柱的压力和总 力的传递函数。Mizutani等^[17]采用多向波浪分别对 2个和3个圆柱的总力和波面爬高进行了试验研究, 结果表明多向不规则波浪作用时的力可能比单向 波的要大。Niedzwecki^[18]对于多向波对 TLP 平台(简 化为截断群墩)的作用进行了实验研究,分析了多向 波对截断群墩的影响,表明波浪的方向分布对于波 浪对截断群墩的影响不可忽略。Li 等^[19]通过多向聚 焦波对直立圆柱作用的实验,系统的研究了聚焦波 的方向分布对圆柱上爬高的影响。

本文基于规则波对墩柱作用的基础理论,进一 步拓展,建立了多向不规则波对群墩作用的计算模 型,同时,在实验水池中进行了多向不规则波浪对 大尺度圆柱作用的实验,对文中所建立的模型进行 了对比验证。进一步通过数值计算,系统的研究了 多向不规则波浪对大尺度圆柱作用时的爬高,并给 出了方向分布对波浪爬高的影响,研究成果可供实 际工程设计时参考。

多向不规则波浪对墩柱作用的计算 1 模型

1.1 规则波对墩柱作用

如图1所示,水深为d,圆柱的半径为a。在 极坐标系下,入射势可写为:

$$\phi_i(r,\beta,z) = -\frac{\mathrm{i}gA}{\omega} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \mathrm{e}^{ikr\cos\beta} \quad (1)$$

式中: ω为波浪的频率; k 为波数, 满足色散关系 $\omega^2 = gk \tanh kd$, g 为重力加速度; A 为入射波浪 的波幅。



图 1 波浪与圆柱作用示意图

Coordinate definition sketch for wave interaction with Fig.1 cylinder

应用贝塞尔函数的母函数,可将式(1)的指数部 分展开成傅里叶级数的形式:

$$e^{ikr\cos\beta} = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m J_m(kr) \cos m\beta$$
(2)

式中,
$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 2, & m \ge 1 \end{cases}$$

因此入射势可以与为:

$$\phi_i(r,\beta,z) = -\frac{igA}{\omega} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \times \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m J_m(kr) \cos m\beta$$
 (3)

式中, $J_m(kr)$ 为 m 阶贝塞尔函数。 终时热 h (r, β, r) 满足的边界条

绕射势 $\phi_d(r,\beta,z)$ 满足的边界条件为:

$$\frac{\partial \phi_d}{\partial z} = \frac{\omega^2}{g} \phi_d , \quad \text{ it } z = 0 \perp$$
 (4)

$$\frac{\partial \phi_d}{\partial z} = 0$$
, $\Delta z = -d \perp$ (5)

$$\frac{\partial \phi_d}{\partial r} = -\frac{\partial \phi_i}{\partial r}, \quad \text{ tet } \text{ tet } r = a \perp$$
 (6)

同时需要满足无穷远处的 Sommerfeld 散射条件:

$$\lim_{r \to \infty} r^{1/2} \left(\frac{\partial \phi_d}{\partial r} - i \, k \phi_d \right) = 0 \tag{7}$$

根据垂向特征函数的正交性和散射波的无穷 远处的散射条件,可将绕射势写为:

$$\phi_d(r,\beta,z) = -\frac{igA}{\omega} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \times \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m A_m H_m(kr) \cos m\beta$$
(8)

式中,H_m(kr)为第一类汉开尔函数。

将入射势和绕射势代入式(6),可求得系数:

$$A_m = -\frac{J'_m(ka)}{H'_m(ka)} \tag{9}$$

所以,总的速度势为:

$$\phi(r,\beta,z) = -\frac{\mathrm{i}gA}{\omega} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \times \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \mathrm{i}^m \left[J_m(kr) - \frac{J'_m(ka)}{H'_m(ka)_m} H_m(kr) \right] \cos m\beta \ (10)$$

由波面方程可求得波面高度为:

$$\eta'(r,\beta) = A \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m \times \left[J_m(kr) - \frac{J'_m(ka)}{H'_m(ka)_m} H_m(kr) \right] \cos m\beta \quad (11)$$

对式(11)进行无因次化,式子两边同时除以波幅 *A*即可得到波浪场中的比波高:

 $\sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \mathbf{i}^m \left[J_m(kr) - \frac{J'_m(ka)}{H'_m(ka)} H_m(kr) \right] \cos m\beta \ (12)$

1.2
 多向不规则波浪对墩柱作用的数值模拟

 多向不规则波的方向谱可以表示为:

$$S(f, \theta) = S(f)G(f, \theta)$$

 (13)

式中, S(f)是不规则波的频谱,本文波浪的频谱 S(f)采用合田^[20]改进的 JONSWAP 谱,即:

$$S(f) = \beta_J H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-4} f^{-5} \exp[-1.25(T_p f)^{-4}] \times$$
$$\gamma^{\exp[-(T_p f - 1)^2/2\sigma^2]}$$
(14)

其中:

$$\beta_{J} = \frac{0.06238}{0.230 + 0.0336\gamma - 0.185(1.9 + \gamma)^{-1}} \times [1.094 - 0.01915 \ln \gamma],$$

$$T_{p} = \frac{T_{1/3}}{1.0 - 0.132(\gamma + 0.2)^{-0.559}},$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07, & f \leq f_{p} \\ 0.09, & f > f_{p} \end{cases}$$

式中: $H_{1/3}$ 和 $T_{1/3}$ 分别是有效波高和有效周期; T_p 为波浪的谱峰周期; f_p 为所对应的谱峰频率; 峰高 因子 y 取为 3.3。

G(f, 0)为方向分布函数,需要满足:

$$\int_{\theta \min}^{\theta \max} G(f,\theta) d\theta = 1$$
(15)

本文中波浪的方向分布采 Longuet-Higgins^[21] 所定义的光易型方向分布函数,即:

$$G(f,\theta) = G_0(s) \left| \cos\left(\frac{\theta - \theta_0}{2}\right) \right|^{2s}$$
(16)

由于式(16)需要满足式(15),从而可求解得到 G₀(s):

$$G_0(s) = \left[\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2}\right) \mathrm{d}\theta\right]^{-1} \quad (17)$$

式中: θ_0 为波浪主波向;s为多向不规则波浪方向 分布集中度参数,s越大,波浪的方向分布越窄, 当 $s \rightarrow \infty$ 时,则表示为单向不规则波浪。[$\theta_{\min}, \theta_{\max}$] 为波浪的方向分布范围,本文取 $\theta_{\min} = -\frac{\pi}{2}$,

 $\theta_{\max} = \frac{\pi}{2} \circ$

由于多向不规则波浪的波能分布在一定的频 域和方向范围内,因此为了模拟多向不规则波浪的 波面过程,可把频域分为 *M* 份,方向角度分为 *N* 份,共有 *M*×*N* 个组成波。频率和方向角度的划分 间隔为:

 $T_{\eta}(r,\beta) =$

$$d\omega = \frac{\omega_H - \omega_L}{M}, \quad d\theta = \frac{\theta_{\max} - \theta_{\min}}{N}$$
 (18)

则第*m*分段频率的代表频率为 $\bar{\omega}_m = \frac{1}{2}(\omega_m + \omega_{m-1})$ 。 把每个单元的组成波看成简谐波,其振幅可以写为:

$$a_{mn} = \sqrt{2S(\overline{\varpi}_m, \theta_n) \mathrm{d}\omega \mathrm{d}\theta}$$
(19)

采用频率方向对应法^[22]把各个组成波进行叠 加从而得到多向不规则波浪为:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} a_{mn} \times \cos[\omega_{mn}t - k_{mn}(x\cos\theta_n + y\sin\theta_n) + \varepsilon_{mn}] \quad (20)$$
$$\omega_{mn} = \overline{\omega}_m - \frac{1}{2} d\omega + (n - 1 + RAN_{mn}) \frac{d\omega}{M} \quad (21)$$

 $\omega_{mn} = \overline{\omega}_m - \frac{1}{2} d\omega + (n - 1 + RAN_{mn}) \frac{d\omega}{N}$ (21) 式中: $[\omega_L, \omega_H]$ 为频率的分布范围; ε_{mn} 为随机相位; RAN_{mn} 为在[0, 1]内均布的随机数,该方法可以避免 多向不规则波浪模拟过程中的"锁相"现象。为了

更好的模拟多向不规则波浪,模型中频域划分为 450份,角度划分为350份。

由式(12)和式(20),可以得到多向不规则波浪对 墩柱作用时任意位置(x, y)处的波面过程,即:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} a_{mn} T_{\eta}(x, y, \overline{\omega}_{m}, \theta_{n}) \times$$

 $\cos[\omega_{mn}t - k_{mn}(x\cos\theta_n + y\sin\theta_n) + \varepsilon_{mn}]$ (22) 式中, $T_{\eta}(x, y, \overline{\omega}_m, \theta_n)$ 为传递函数,即第(*m*, *n*)个组 成波对群墩作用时(*x*, *y*)处的比波高。

很显然,由式(22)可以计算得到多向不规则波 浪与墩柱作用时的波浪波动的时间过程线。通过对 其进行统计分析,可以得到波浪爬高的特征值。

2 计算结果的实验验证

为了验证上述计算多向不规则波与圆柱作用时周围波浪过程的有效性,进行了多向不规则波对于大尺度圆柱作用的实验研究,实验在大连理工大学海岸和近海国家重点实验室的综合水池中进行,水池的有效使用范围 34m×55m,最大水深 0.7m。水池的一侧配有实验室自制的液压驱动多向不规则造波机,其余的三侧布置消浪设施以避免波浪反射。造波机由 70 块造波板组成,单块板高 1m,宽 0.4m。实验水深 *d*=0.5m,圆柱半径 *a*=0.2m,高 0.85m。

表 1 为实验中采用的波浪参数。实验时数据采 集间隔为 0.02s,采集次数为 8192 次。每组实验均 重复3次,以避免偶然因素的影响,保证实验结果的精度。

表1 实验中多向不规则波浪的参数

Table 1 Multi-directional wave parameters

$H_{1/3}(m)$	$T_p(s)$	k_p	S
0.04	0.9	5.04	5, 10, 20, 40, 80, ∞
0.04	1.0	4.16	5、10、20、40、80、∞
0.06	0.8	6.32	5、10、20、40、80、∞
0.06	0.9	5.04	5、10、20、40、80、∞
0.06	1.0	4.16	5、10、20、40、80、∞
0.06	1.1	3.53	5、10、20、40、80、∞

实验布置及多向不规则波浪与圆柱作用的示例如图 2 所示,实验时墩柱的位置位于造波机前方 6.75m 处,使其处于多向不规则波浪的有效区域内。 为了测量墩柱上的波浪爬高,在圆柱表面每隔 45° 布置一个浪高仪,共 8 个浪高仪,浪高仪与主波向 的夹角 α 分别为 0°(迎浪)、45°、90°、135°、180°、 225°、270°和 315°。





(b) 多向不规则波对墩柱作用示例图 2 实验布置图Fig.2 Layout of the physical experiment

图 3 为 *H*_{1/3}=0.04m, *k_pa*=1.01, 方向分布集中 度参数 *s*=5、10、20、40 和 80 时的计算和实验所 得波浪爬高结果的对比, 定义多向不规则波爬高参 数 *R* 为:

$$R = \frac{A - A_0}{A_0} \tag{23}$$

式中: A₀ 为在模型放置前某测点处的有效波浪幅 值; A 为在模型放置后对应测点处的有效波浪爬高。 由图(3)可以看出,虽然由于多向不规则波浪的不均 匀性,对称位置的浪高仪所得波浪爬高略有差异, 但总体来讲实验结果基本是关于主波向对称的。由 于实验中的波浪存在非线性的原因,使得计算和实 验所得到的波浪爬高参数 R 有一定的差别,但是爬 高参数变化的趋势是一致的,说明使用文中所建立 的数学模型计算多向不规则波浪对圆柱作用时圆 柱上的波浪爬高是可行的。





图 3 不同方向集中度参数时实验和计算得到的爬高参数的对比

Fig.3 Comparison of experimental and calculated wave run-up

3 多向不规则波作用于圆柱时的 波浪爬高计算分析

为了研究不同波浪参数尤其是波浪的方向分 布宽度对大尺度墩柱上爬高的影响,以下采用本文 所建立的数学模型进一步对于多向不规则波浪作 用于圆柱时的爬高进行计算分析。

由式(20)所描述的波浪方向分布,方向集中度 参数 s 的大小可以表示多向波的方向分布宽度,方 向集中度参数 s 越大,表示波浪越集中,s=∞表示 单向不规则波。为了清楚地说明方向分布随 s 的变 化情况,图4给出了不同 s 时方向分布函数的比较, 可以看出,虽然 s 的大小反映了方向分布的宽度, 但是当 s 较大时, s 的变化大小与实际方向分布宽 度的变化大小明显不协调。因此,为了更直观的反 映方向分布宽度对多向不规则波浪与墩柱作用的 影响,在进行结果分析时,同时采用波浪方向分布 的标准差 σ_θ来表示多向波方向分布的宽度,即:



图 4 方向集中度参数 s 与方向分布函数 $G(f, \theta)$ 的关系

Fig.4 The relationship of the directional spreading parameter and the directional spreading function

式中, θ_0 为主波向。 σ_{θ} 与s的关系如图 5,很显然, s越大, σ_{θ} 越小,当s>80 左右时,随着s的变化, σ_{θ} 的变化比较缓慢,也就是说s>80 左右时,当s有较大的变化时,方向分布的宽度变化不大。



Fig.5 Relationship between standard deviation σ_{θ} and directional spreading parameter *s*

3.1 圆柱周围波浪爬高的变化情况

图 6 为 k_pa=1.26、0.54,在 s=5、10、20、40、 80 和∞时圆柱周围的爬高变化情况。从图 6 可看出,圆柱前点,即 a=0°处爬高最大;随着 a 的增大,爬高参数 R 有减小的趋势。爬高最小时的位置与方向分布集中度参数 s 有关,当 s 较小时(s=5、10),由于方向分布较宽,除了 a=180°外,其他位置的点均有可能为迎浪面,使得爬高参数 R 变大,因此 a=180°处的爬高参数最小。当 s 较大时,如 s>40 时,由于方向分布较窄,大部分波浪能量作用于墩柱的迎浪面位置,此时的波浪与单向波浪作用的效 果类似,入射波浪和绕射波浪存在相位差,使得 a=135°处爬高最小。





图 6 方向集中度对圆柱周围波浪爬高变化的影响 Fig.6 Wave run-up around the cylinder with different values of *s*

同时由前述计算和物理模型实验的对比结果 可以看出,圆柱周围波浪爬高基本是关于主波向 (θ=0°)对称的,因此以下只考虑 α=0°~180°处的 爬高。

3.2 墩柱尺度对波浪爬高的影响

图 7 给出了圆柱周围的多向不规则波浪爬高随 着波浪与圆柱相对尺度 k_pa 的变化情况。从图 7 可 知,在相同的方向分布集中度时,正如所预期的, 随着 k_pa 的增大,即墩柱相对于波浪的尺度增大, 在圆柱的迎浪面(a=0°、45°、90°), R 逐渐变大,而 圆柱的背浪面(a=135°、180°)则逐渐减小。





图 7 不同相对尺度时圆柱周围波浪爬高的变化情况 Fig.7 Wave run-up around the cylinder for different values of k_pa

3.3 波浪的方向分布宽度对波浪爬高的影响

为了更清楚的说明波浪的方向分布对于波浪 爬高的影响,图 8 给出了圆柱周围的多向不规则波 浪爬高参数随着波浪方向分布宽度 σ_{θ} 的变化情况。 从图 8 可以看出,波浪的方向分布对墩柱周围波浪 的爬高具有明显的影响,但是这种影响对于墩柱不 同位置是不同的。总体来讲,在 $\alpha=0^{\circ}$ 、45°、180° 处,爬高参数随着波浪方向分布宽度的增大而减 小,但是在 $\alpha=135^{\circ}$ 处则相反,随着波浪的方向分布 变宽,波浪的爬高明显增大。而其他位置处的波浪 爬高变化则相对较小。而波浪方向分布宽度的影响 也与墩柱的尺度有关,墩柱的相对尺度越大,方向 分布宽度的影响越显著。





图 8 方向分布宽度对圆柱周围波浪爬高参数影响的 变化情况



4 结论

本文基于规则波对墩柱作用的理论,采用传递 函数的方法,建立了多向不规则波浪对大尺度墩柱 作用的计算模型。同时进行了物理模型实验,对计 算结果进行了验证,实验结果和计算结果基本一 致。同时可以得到以下结论:

(1) 多向不规则波浪与圆柱作用时,爬高最大点的位置一般在 α=0°,即圆柱迎浪面的最前点,但是最小点的位置却随着方向集中度而发生变化。当 s 较小(s=5、10),即方向分布较宽时,α=180°处的爬高最小,当s 较大(s=40、80、∞),即方向分布较窄时,α=135°处爬高最小。

(2) 随着波浪与圆柱相对尺度 $k_p a$ 的变大,在 圆柱的迎浪面(α =0°、45°、90°)爬高逐渐变大,而 圆柱的背浪面(α =135°、180°)则相反。

(3) 在 *a*=0°、45°、180°处, 爬高参数随着波浪 方向分布宽度的变大而减小, 但在 *a*=135°处则 相反。

参考文献:

- Morison J R, O'Brien M P, Johnson J W, et al. The forces exerted by surface wave on piles [J]. Journal of Petroleum Technology, 1950, 2(5): 149-154.
- [2] Havelock T H. The pressure of water waves upon a fixed obstacle [J]. Proceedings of the Royal Society of

London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 1940, 175(963): 409-421.

- [3] MacCamy R C, Fuchs R A. Wave forces on piles: A diffraction theory [M]. Washington DC: US Army Beach Erosion Board, 1954: 1–17.
- [4] Newman J N. The second-order wave force on a vertical cylinder [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1996(320): 417-443.
- [5] Kriebel D L. Nonlinear wave interaction with a vertical circular cylinder. Part I: Diffraction theory [J]. Ocean Engineering, 1990, 17(4): 345–377.
- [6] Kriebel D L. Nonlinear wave interaction with a vertical circular cylinder. Part II: Wave run-up [J]. Ocean Engineering, 1992, 19(1): 75-99.
- [7] Kriebel D L. Nonlinear wave interaction with a vertical circular cylinder: Wave forces [J]. Ocean Engineering, 1998, 25(7): 597-605.
- [8] Akyildiz H. Experimental investigation of pressure distribution on a cylinder due to the wave diffraction in a finite water depth [J]. Ocean Engineering, 2002, 29(9): 1119-1132.
- [9] Lee H S, Williams A N, Lee B H, et al. Diffraction of multidirectional random waves by multiple rectangular submarine pits [J]. Ocean Engineering, 2003, 30(1): 85– 106.
- [10] Lee H S, Wang K H, Williams A N. A three-dimensional modeling of multidirectional random wave diffraction by rectangular submarine pits [J]. Ocean Engineering, 2007, 34(5/6): 665-675.
- [11] Yu Y X, Liu S X, Li Y S, et al. Refraction and diffraction of random waves through breakwater [J]. Ocean Engineering, 2000, 27: 489-509.
- [12] Li Y S, Liu S X, Yu Y X, et al. Numerical modeling of multi-directional irregular waves through breakwaters
 [J]. Applied Mathematical Modelling, 2000, 24: 551-574.
- [13] Yu Y X, Zhang N C, Zhao Q. Wave actions on a vertical cylinder in multi-directional random waves [C]. Orlando: Proceedings of 25th Conference on Coastal Engineering, 1996: 415-428.
- [14] Liu S X, Sun Z B and Li J X .Numerical calculation of multidirectional wave run- up in pile group by a FEM Boussinesq model [C]. Busan: The Ninth (2010) ISOPE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium, 2010: 14-17.
- [15] Liu S X, Sun Z B, Li J X. An unstructured FEM model based on Boussinesq equations and its application to the calculation of multidirectional wave run-up in a cylinder group [J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(9): 4146-4164.
- [16] Huntington S M, Thompson D M. Forces on a large vertical cylinder in multi-directional random waves [C]. Houston: Offshore Technology Conference, 1976:

170-181.

- [17] Mizutani N, Sanada T, Matsumoto S, et al. Wave forces on large cylinders in multidirectional irregular waves
 [C]. Montreal: Proceedings of the 8th International Offshore and Polar Engineering Conference, 1998: 543-550.
- [18] Niedzwecki J M, Liagre P F, Borgman L E. Directional sea response of a mini-TLP [C]. Stavanger: Proceedings of the 11th International Offshore and Polar Engineering Conference, 2001: 447-452.
- [19] Li J X, Wang Z H, Liu S X. Experimental study of interactions between multi-directional focused wave and vertical circular cylinder, Part I: Wave run-up [J]. Coastal Engineering, 2012, (64): 151-160.

- [20] Goda Y. A comparative review on the functional forms of directional wave spectrum [J]. Coastal Engineering Journal, 1999, 41(1): 1-20.
- [21] Longuet-Higgins M S, Cartwright D E, Smith N D. Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of floating buoy [C]. New Jersey: Ocean Wave Spectra, 1961: 111-132.
- [22] 俞聿修,柳淑学.随机波浪及其工程应用[M].辽宁: 大连理工大学出版社,2010:250-253.
 Yu Yuxiu, Liu Shuxue. Random wave and its applications for engineering [M]. Liaoning: Dalian University of Technology Press, 2010: 250-253. (in Chinese)

(上接第 227 页)

- [9] Tarnopolskaya T, Gates D J. Analysis of the effect of strip buckling on stability of strip lateral motion with application to cold rolling of steel [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2008, 130(1): 1-7.
- [10] 戴杰涛,张清东. 冷轧薄板中浪板形缺陷的屈曲及后屈曲理论与轧制试验研究[J]. 机械工程学报, 2011, 47(2):44-50.
 Dai Jietao, Zhang Qingdong. Analysis and experiment on

central buckling and post buckling of thin cold-rolled sheet [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(2): 44-50. (in Chinese)

- [11] 陈洪荪, 王树谦. 轧制板材的弹性各向异性[J]. 稀有 金属材料与工程, 1982(8): 1-10.
 Chen Hongsun, Wang Shuqian. Elastic anisotropy of rolling plate [J]. Rare Metal Materials and Engineering, 1982(8): 1-10. (in Chinese)
- [12] Zimnik W, Freier K, Hussy S, et al. Factors influencing planar anisotropy of batch-annealed cold strip [J]. Steel Research, 1993, 64(8/9): 420-424.
- [13] 陈枫, Kristoph Zaremba. 冷轧材料的各向异性对断裂 性能的影响[J]. 中南工业大学学报, 1997, 28(5): 494-497.

Chen Feng, Kristoph Zaremba. The influence of anisotropy in cool-rolled material on crack initiation and growth under mixed mode loading [J]. Journal of Central

South University, 1997, 28(5): 494-497. (in Chinese)

- [14] 常铁柱. 薄宽带钢板形斜向和横向屈曲变形行为研究
 [D]. 北京: 北京科技大学, 2009.
 Chang Tiezhu. Deformation of herringbone buckling and transverse buckling for thin and wide strip [D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2009. (in Chinese)
- [15] 戴杰涛,张清东,秦剑. 薄宽冷轧带钢局部板形屈曲 行为解析研究[J]. 工程力学,2011,28(10):236-242.
 Dai Jietao, Zhang Qingdong, Qin Jian. Analysis of local buckling for thin cold-rolled strip [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(10):236-242. (in Chinese)
- [16] 石钟慈. 样条有限元[J]. 计算数学, 1979(1): 50-72.
 Shi Zhongci. On spline finite element method [J]. Mathematica Numerica Sinica, 1979(1): 50-72. (in Chinese)
- [17] 秦剑,黄克服,张清东.几何非线性样条有限元法[J]. 工程力学,2011,28(增刊 1):1-4.
 Qin Jian, Huang Kefu, Zhang Qingdong. Spline finite element for geometric nonlinear analysis [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(Suppl 1): 1-4 (in Chinese)
- [18] 武际可,苏先樾. 弹性系统的稳定性[M]. 北京: 科学 出版社, 1994: 165-177.
 Wu Jike, Su Xianyue. Stability of elastic systems [M]. Beijing: Science Press, 1994: 165-177. (in Chinese)