

空间双向中继多元调制编码系统及设计方法

杨雷, 靳松, 蔡博阳, 安建平

(北京理工大学 信息与电子学院, 北京 100081)

摘 要: 针对空间网络信息交换速率和容量要求越来越高的问题, 提出了采用多元调制编码的物理层网络编码有效提高双向中继无线网络信息交换速率的方案。该方案中 2 个用户使用完全相同的多元非规则重复累积 (IRA) 调制编码, 从而使中继节点可以直接从叠加信号中恢复网络编码信息。通过 EXIT 分析方法, 得到了双向中继信道下度分布优化的多元 IRA 调制编码。仿真结果表明, 所提方案相对传统时分多路方案而言可以将信息交换时间缩短约 48%。

关键词: 双向中继信道; 多元调制编码; 物理层网络编码; 空间网络

中图分类号: TN927.23

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2014)10-0009-08

Non-binary modulation-coded scheme for the space two-way relay channels

YANG Lei, JIN Song, CAI Bo-yang, AN Jian-ping

(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A non-binary irregular repeat-accumulate (IRA) modulation-coded physical-layer network coding (PNC) scheme was proposed for the space two-way relay channels (TWRC) to improve the information exchange rates of space information networks. In the scheme, a same non-binary IRA modulation code was employed at two users. This configuration enabled the recovery of the network coded information sequence from the superimposed signal directly by the relay. The optimized non-binary IRA modulation code was obtained by using extrinsic information transfer (EXIT) chart analysis. Numerical results demonstrate that the proposed scheme can reduce the duration of information exchange by about 48% compared to the conventional time divided multiple access scheme.

Key words: TWRC; non-binary modulation code; PNC; space network

1 引言

随着太空开发及应用的快速发展, 空间网络承载的业务由慢速的语音通信逐渐向高速的数据通信和视频传输发展, 这对空间网络的信息交换速率和能够承载的业务容量提出了更高的要求^[1]。然而, 与地面网络设施相比, 空间网络设施, 具有更高的成本和更多的限制, 如功率、重量和可维护性等, 空间网络设施是国家重要的战略资源。如何充分利用有限的宝贵的空间无线网络通信资源来满足太空开发及应用的通信需求成为空间网络的重要研究内容。

近年来, Zhang 和 Sang 等^[2]提出了物理层网络编码的概念。物理层网络编码由于能有效提高无线网络的网络容量得到了广泛且深入的研究。在物理层网络编码中, 双向中继信道 (TWRC, two-way relay channel) 是最重要的信道模型。针对该信道模型的研究包括网络容量、系统方案和实际通信技术等, 其中, 信道编码保护的物理层网络编码是一个重要的研究内容。Zhang 等在文献[3]中对信道编码保护的物理层网络编码进行了研究, 证明了信道编码可以有效提高物理层网络编码系统的性能。Wuben 等^[4]将置信传播 (BP, belief-propagation) 译

收稿日期: 2014-06-30; 修回日期: 2014-09-10

基金项目: 国家高技术研究发展计划 (“863”计划) 基金资助项目 (2012AA121604)

Foundation Item: The National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2012AA121604)

码算法扩展到 TWRC 下,并提出了基于低密度奇偶校验 (LDPC, low-density parity-check) 码的物理层网络编码。Huang 等^[5]将 IRA 码应用到 TWRC 下,以期接近信道容量。但是,这些工作都基于二进制信道编码,难以满足高信息速率的要求。

在单用户信道下, Davey 等^[6]研究了基于 $GF(q)$ 的 LDPC 编码; Bennatan 等^[7]对任意无记忆信道下的多元 LDPC 码进行了深入分析,设计出 6 bit/(s·Hz) 频谱利用率下距离 Shannon 极限仅 0.56 dB 的多元 LDPC 码; Chiu 等^[8]将多元 LDPC 码的设计思想扩展到多元非规则重复累积 (IRA, irregular repeat-accumulate) 码中,设计出 4 bit/(s·Hz) 频谱利用率下距离 Shannon 极限仅 0.42 dB 的多元 IRA 码。但是,这些多元调制编码均针对单用户信道设计与优化,但在 TWRC 下的性能并不清楚。

针对如何充分利用空间网络宝贵的通信资源提高信息交换速率的问题,本文首先提出采用多元 IRA 调制编码的物理层网络编码有效提高空间网络容量的方案,然后设计了 TWRC 下多元调制编码的编解码算法,接下来使用外在信息传输图 (EXIT chart, extrinsic information transfer chart) 分析方法优化多元 IRA 调制编码的物理层网络编码的度分布,并将 TWRC 下优化的多元 IRA 调制编码的物理层网络编码方案的性能与传统时分多路访问方案的性能进行对比。

2 系统模型

2.1 对称高斯 TWRC

TWRC 是物理层网络编码中最重要信道模型^[1]。如图 1 所示,该信道模型中包含 2 个用户节点 $m, m \in \{A, B\}$ 和一个中继节点 R 。2 个用户节点 $m, m \in \{A, B\}$ 能且只能通过中继节点 R 交换信息。TWRC 模型下,2 个用户节点 $m, m \in \{A, B\}$ 进行一次信息交换需要经过 2 个信息发送时隙,并包含中继节点 R 和用户节点 $m, m \in \{A, B\}$ 的信息处理过程。在第一个时隙 (上行时隙) 内,2 个用户 $m, m \in \{A, B\}$ 同时发送信号序列 $\mathbf{x}_m, m \in \{A, B\}$, 中继 R 接收 2 个用户发送信号的叠加信号 $\mathbf{y}_R = \mathbf{x}_A + \mathbf{x}_B + \mathbf{n}$ 并进行网络编码处理。在第二个时隙 (下行时隙) 内,中继 R 向 2 个用户 $m, m \in \{A, B\}$ 广播网络编码信息 $\mathbf{x}_N = \mathbf{x}_A + \mathbf{x}_B$, 2 个用户 m 分别从接收到的网络编码信息中去除自

身在上行时隙中发送的信息,从而各自恢复出对方发送的信息。

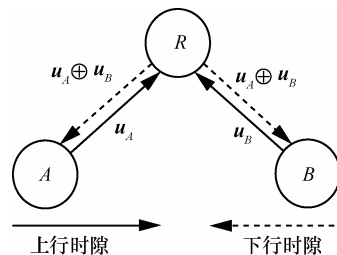


图 1 双向中继信道模型

在上述 TWRC 模型中,若 2 个用户的信号到达中继节点的功率相同并完全同步,同时 2 个用户节点和中继节点间的信道为高斯信道,则称该 TWRC 为对称高斯 TWRC。在对称高斯 TWRC 下,采用物理层网络编码可以达到时分多址无线网络 200% 的网络容量^[1]。由于空间无线信道以高斯信道特性为主,且 2 个用户至中继节点间不同的通信距离带来的不同的信号衰减可以通过用户发射功率进行补偿,因此,本文后续研究均基于对称高斯 TWRC 模型。

2.2 多元调制编码的物理层网络编码系统

本文提出的多元调制编码的物理层网络编码系统方案如图 2 所示。该方案中,用户 $m \in \{A, B\}$ 的 q 进制信息序列由 $\mathbf{u}_m = [u_m[1], u_m[2], \dots, u_m[K]]^T$, $m \in \{A, B\}$, $u_m[k] \in \{0, 1, \dots, q-1\}, k = 1, \dots, K$ 表示,其中, K 为信息序列长度。用户 m 的信息序列通过基于 $GF(q)$ 的调制编码直接映射为发送信号 $\mathbf{x}_m = [x_m[1], x_m[2], \dots, x_m[K]]^T$, 其中, N 为调制编码符号序列的长度。本文提出的针对对称 TWRC 的多元调制编码的物理层网络编码方案中,2 个用户采用完全相同的多元调制编码。虽然该方案可以应用在多种调制方式下,但本文将采用常用的 q 进制脉冲编码调制 (q -PAM)。采用 q -PAM 调制时,多元调制编码的编码过程可以表示为

$$\mathbf{x}_m = \frac{1}{\gamma} \left(\mathbf{G} \otimes \mathbf{u}_m - \frac{q-1}{2} \right), m \in \{A, B\} \quad (1)$$

其中, \mathbf{G} 表示多元调制编码的生成矩阵,“ \otimes ”表示基于 $GF(q)$ 的矩阵乘法, γ 为归一化因子,以确保每个用户发射的平均符号能量满足 $E(\|\mathbf{x}_m\|^2) / N = 1$ 。该方案下,每个用户的信息速率为 $\text{lb}q(K/N)$ bit/channel-use,随着 q 的增大,信息速率随之提高。

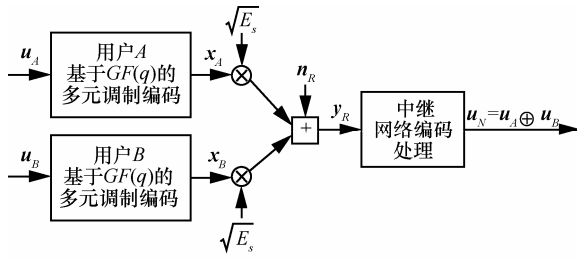


图 2 对称高斯 TWRC 下多元调制编码的物理层网络编码系统模型

3 多元 IRA 调制编码的物理层网络编码方案设计

针对 2.2 节提出的多元调制编码的物理层网络编码系统模型，本节将阐述基于多元 IRA 调制编码的物理层网络编码系统实现方案。在该方案中，本文首先设计用户端使用的多元 IRA 调制编码器，然后提出中继节点恢复物理层网络编码信息的处理算法。

3.1 多元 IRA 调制编码

在本文提出的多元调制编码的物理层网络编码系统方案中，2 个用户节点使用相同的多元 IRA 调制编码以简化中继节点的译码器设计。该多元 IRA 调制编码与二进制 IRA 码相比具有 2 个明显的特征，一方面该多元调制编码对交织器输出的符号及累加器中的符号进行了加权，另一方面该多元调制编码包含随机陪集（random coset）映射机制。随机陪集映射使多元 IRA 调制编码可以使用全零码假设分析方法，加权特性则使 BP 译码器中传递的消息具有了类似二进制 BP 译码器中的对称性（symmetry property）及文献[8]中定义的排列不变性（permutation-invariance property），从而使多元 IRA 调制编码的分析、设计和优化可以采用二进制随机码的相应分析、设计和优化方法。

用户 $m \in \{A, B\}$ 采用的多元 IRA 调制编码器结构如图 3 所示。编码器接收长度为 K 的消息向量 $u_m = [u_m[1], u_m[2], \dots, u_m[K]]^T, m \in \{A, B\}$ ，然后将消息向量中的每个符号按照特定的分布 f_2, f_3, \dots, f_l 进行重复编码，其中， f_i 的值代表重复 i 次的消息符号在整个消息向量中所占的比例，且 f_i 的取值满

足 $f_i \geq 0, \sum_i f_i = 1$ 。重复编码后的向量长度为 $K' = K \sum_i f_i$ 。

重复编码后的消息向量通过交织器进行交织操作，交织后的消息向量经加权器与一个长度为 K' 的随机向量 g 逐元素相乘。随机向量 g 是 $GF(q) \setminus \{0\}$ 上均匀分布的随机向量。相乘后的向量经过 N 个分布为 $b_1, b_2, \dots, b_j, b_j \geq 0, \sum_j b_j = 1$ 的组合器进行组合，其中， b_j 的值表示与交织器有 j 条边相连的组合器占组合器总数的比例。组合器输出的向量经加权累加器（WACC, weighted accumulator）进行累加，得到长度为 N 的码字 c'_m ，WACC 中包含 2 个 $GF(q) \setminus \{0\}$ 上均匀分布的随机向量 g' 和 g'' 。

WACC 输出码字 c'_m 与 $GF(q)$ 上均匀分布的陪集矢量 v 逐元素相加，输出结果为 $c_m = c'_m \oplus v, m \in \{A, B\}$ 。 c_m 中的每一个元素经 q -PAM 映射，产生如式(2)所示的输出符号 x_m 。

$$x_m = \frac{1}{\gamma} \left(c_m - \frac{q-1}{2} \right), m \in \{A, B\} \quad (2)$$

其中， γ 为归一化因子，以确保每个用户发射的平均符号能量满足 $E(\|x_m\|^2) / N = 1$ 。

对图 3 所示的多元 IRA 调制编码进行译码时，重复器等效为变量节点（VN, variable node），组合器等效为校验节点（CN, check node）。在 BP 译码时，所有的变量节点构成一个子译码器，称为 VN 译码器；所有的校验节点与加权累加器一起构成另一个子译码器，称为 ACC-CN 译码器。

3.2 中继节点物理层网络编码信息恢复算法

在 TWRC 多元 IRA 调制编码的物理层网络编码系统中，中继节点直接根据用户叠加信号计算网络编码信息，而不需要进行类似多用户检测中的独立检测操作，从而充分利用物理层网络编码的优势。

3.2.1 中继节点物理层网络编码信息恢复流程

中继节点的信息恢复流程如图 4 所示。中继节点首先逐符号计算物理层网络编码信息的后验概

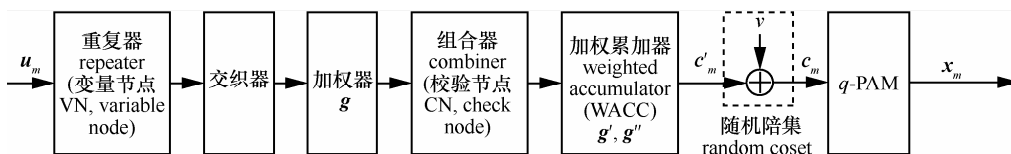


图 3 多元 IRA 调制编码器结构

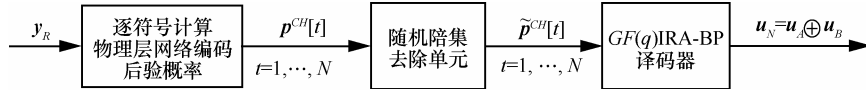


图 4 中继节点恢复物理层网络编码信息处理流程

率向量 $\mathbf{p}^{CH}[t], t=1, \dots, N$ ， $\mathbf{p}^{CH}[t]$ 是关于 $\mathbf{c}'_A[t] \oplus \mathbf{c}'_B[t]$ 的后验概率向量； $\mathbf{p}^{CH}[t]$ 经随机陪集去除单元处理后，得到关于 $\mathbf{c}'_A[t] \oplus \mathbf{c}'_B[t]$ 的后验概率向量 $\tilde{\mathbf{p}}^{CH}[t]$ ； $\tilde{\mathbf{p}}^{CH}[t]$ 送入基于 $GF(q)$ 的 IRA-BP 译码器译码，输出结果为物理层网络编码信息 $\mathbf{u}_N = \mathbf{u}_A \oplus \mathbf{u}_B$ 。由于多元 IRA 调制编码为线性码，因而 2 个用户发送码字的有限域的和仍然为有效码字，从而确保中继节点可以采用传统 IRA 译码器结构直接对网络编码码字译码。

3.2.2 物理层网络编码符号后验概率计算算法

对于给定的接收信号矢量 \mathbf{y}_R ，中继首先使用式 (3) 计算每个符号的后验概率 (APP, posterior probability), $\mathbf{p}^{CH}(\mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t] | \mathbf{y}_R[t]), t=1, \dots, N$

$$\mathbf{p}^{CH}(\mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t] | \mathbf{y}_R[t]) = \frac{p(\mathbf{y}_R[t] | \mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t]) p(\mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t])}{p(\mathbf{y}_R[t])} \quad (3)$$

其中， $\mathbf{p}^{CH}(\mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t] | \mathbf{y}_R[t])$ 为具有 q 个元素的概率向量。用 $\mathbf{p}_k^{CH}[t]$ 表示接收矢量 \mathbf{y}_R 中第 t 个符号为 $k, k=0, \dots, q-1$ 的概率，则

$$\mathbf{p}_k^{CH}[t] = \mathbf{p}_k^{CH}(\mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t] = k | \mathbf{y}_R[t]) = \sum_{\substack{\mathbf{c}_A[t], \mathbf{c}_B[t] \in \{0, \dots, q-1\} \\ \mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t] = k}} \frac{p(\mathbf{y}_R[t] | \mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t]) p(\mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t])}{p(\mathbf{y}_R[t])} \quad (4)$$

就对称高斯 TWRC 信道而言，式(4)所述后验概率计算算法可表示为

$$\mathbf{p}_k^{CH}[t] = \eta \sum_{\substack{\mathbf{c}_A[t], \mathbf{c}_B[t] \in \{0, \dots, q-1\} \\ \mathbf{c}_A[t] \oplus \mathbf{c}_B[t] = k}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{y}_R[t] - \sqrt{E_s}(\mathbf{c}_A[t] + \mathbf{c}_B[t] - (q-1)))^2}{2\sigma_{CH}^2}\right) \quad (5)$$

其中， η 为确保概率矢量 $\mathbf{p}^{CH}[t]$ 的各元素满足 $\sum_{k=0}^{q-1} \mathbf{p}_k^{CH}[t] = 1$ 的归一化因子； σ_{CH}^2 为信道噪声方差。为了简化符号，本文将接收矢量 \mathbf{y}_R 中第 t 个符号的 APP 矢量记为

$$\mathbf{p}^{CH}[t] = [\mathbf{p}_0^{CH}[t], \dots, \mathbf{p}_{q-1}^{CH}[t]]^T, t=1, \dots, N$$

3.2.3 随机陪集去除算法

为了描述随机陪集去除单元的功能，本文定义作用于概率向量 $\mathbf{p} = [\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{q-1}]^T$ 上的运算 “ $\oplus h$ ” [7]，使所生成的概率向量的第 i 个元素的值与原始概率向量的元素值满足下述关系

$$\mathbf{p}_i^{\oplus h} = \mathbf{p}_{i \oplus h}, h \in \{0, \dots, q-1\}$$

上述定义表示由运算 “ $\oplus h$ ” 作用于概率向量 \mathbf{p} 上所生成的概率向量 $\mathbf{p}^{\oplus h}$ 的第 i 个元素的值等于原概率向量 \mathbf{p} 第 j 个元素的值，其中， $j = i \oplus h$ 。实际上，“ $\oplus h$ ” 运算表示将原始概率向量循环左移 h 位即可得到生成的向量 $\mathbf{p}^{\oplus h}$ 。

在定义 “ $\oplus h$ ” 的基础上，随机陪集向量去除单元的功能描述为

$$\tilde{\mathbf{p}}^{CH}[t] = p((\mathbf{c}'_A[t] \oplus \mathbf{c}'_B[t] | \mathbf{y}_R)) = (\mathbf{p}^{CH}[t])^{\oplus 2(q-v(t))} \quad (6)$$

其中， $\tilde{\mathbf{p}}^{CH}[t]$ 表示根据信道观测得到的关于网络编码符号 $\mathbf{c}'_A[t] \oplus \mathbf{c}'_B[t]$ 的后验概率， $v(t)$ 表示随机陪集矢量 \mathbf{v} 的第 t 个符号。

3.2.4 多元 IRA 调制编码的 BP 译码算法

多元 IRA 调制编码译码器接收后验概率向量 $\tilde{\mathbf{p}}^{CH}[t]$ ，以迭代方式尝试恢复网络编码消息序列 $\mathbf{u}_N = \mathbf{u}_A \oplus \mathbf{u}_B$ 。为了便于说明，本文用 V-C 表示 VN 译码器传递给 ACC-CN 译码器的消息，用 C-V 表示 ACC-CN 译码器传递给 VN 译码器的消息；设 $\mathbf{r}(i, j)$ 表示第 i 个 VN 至第 j 个 CN 的概率矢量， $\mathbf{l}(i, j)$ 表示第 j 个 CN 至第 i 个 VN 的概率矢量； $N(i)$ 与 $M(j)$ 分别表示与第 j 个 VN 相连的 CN 节点集以及第 j 个 CN 矢量的 VN 节点集。BP 迭代译码算法说明如下。

步骤 1 初始化

用 $\tilde{\mathbf{p}}^{CH}[t], t=1, \dots, N$ 初始化 ACC-CN 与随机陪集单元相连的边；对 ACC-CN 的所有其他边及 VN 的所有边，用概率矢量 $\mathbf{r}(i, j) = [1/q, \dots, 1/q]^T$ 初始化。

步骤 2 更新 C-V 消息

设 d_j 为第 j 个 CN 的度, $\mathbf{r}^{(1)}, \dots, \mathbf{r}^{(d_j-1)}$ 表示来自除第 i 个 VN 的其他 VN 的信息, 即 $\mathbf{r}(i', j): i' \in M(j) \setminus i$, \mathbf{m} 表示来自 TV-ACC 的消息; h_1, \dots, h_{d_j-1} 表示对应边的加权系数, h_{d_j} 表示边 (i, j) 的加权系数; k', \dots, k'_{d_j-1} 表示 VN 中与第 j 个 CN 相连的边上的符号, k'' 表示累加器边上的符号。对编号 j 的 CN 的所有边, 按式(7)计算 $\mathbf{l}(i, j)$ 概率矢量的第 k 个元素^[8]

$$l_k(i, j) = \sum_{\substack{k'_1, \dots, k'_{d_j-1} \in GF(q), k' \in GF(q) \\ \sum_{n=1}^{d_j-1} h_n k'_n + k h_{d_j} = k'}} \prod_{n=1}^{d_j-1} r_{k'_n}^{(n)} m_{k''} \quad (7)$$

步骤 3 更新 V-C 消息

对属于第 i 个 VN 节点的边 (i, j) , 按式(8)计算概率矢量 $\mathbf{r}(i, j)$ 的第 k 个元素^[8]。

$$r_k(i, j) = \frac{\prod_{n=1}^{d_i-1} l_k^{(n)}}{\sum_{k'=0}^{q-1} \prod_{n=1}^{d_i-1} l_{k'}^{(n)}} \quad (8)$$

其中, d_i 为第 i 个 VN 的度分布; $\mathbf{l}^{(1)}, \dots, \mathbf{l}^{(d_i-1)}$ 表示除第 j 个 CN 外, 其余相连 CN 传递来的消息, 即 $\{\mathbf{l}(j', i): j' \in N(i) \setminus j\}$ 。

步骤 4 迭代判决

重复步骤 2 和步骤 3。在迭代一定次数后, 对网络编码消息 $\hat{\mathbf{u}}_N$ 进行判决。对网络编码消息序列的第 t 个符号, 判决算法为

$$\hat{\mathbf{u}}_N = \arg(\max(\mathbf{r}'_k[t])), t = 1, \dots, K$$

其中, 将式(8)中的 $\{\mathbf{l}(j', i): j' \in N(i) \setminus j\}$ 替换为 $\{\mathbf{l}(j', i): j' \in N(i)\}$, 可以计算出 \mathbf{r}'_k 。

4 多元 IRA 调制编码的物理层网络编码的收敛性分析与度优化

在随机码的收敛性分析及度优化方面, 密度进化 (DE, density evolution)^[9]和 EXIT chart 是 2 种主要工具。其中, DE 算法分析精度高, 但对二进制输入无限输出信道 (如 AWGN 信道) 而言, 跟踪 BP 译码器中所传递的消息的概率分布需要很大的存储空间。当采用多元调制编码时, DE 算法需要跟踪一个多维联合概率分布, 所需要的存储空间呈指数增长, 限制了 DE 算法在多元调制编码中的使用^[7]。在注意到 BP 译码器中传递的消息在一定的迭代次数后趋向于高斯分布, 且在二进制输入无记忆信道下该高斯分布还满足一致对称性

(consistent-symmetry property) 的条件下, Ten 在文献[10]中提出了 EXIT chart 近似分析方法。该方法使用互信息量作为 BP 译码器中传递消息质量的度量, 将收敛性分析及度优化中跟踪的对象由完整的消息概率分布简化为单个变量, 大大简化了收敛性分析和度优化工作。同时, EXIT chart 具有足够的分析精度, 从而使 EXIT chart 分析方法成为迭代译码收敛性能分析的常用工具。下面将使用 EXIT chart 分析多元 IRA 调制编码的物理层网络编码的收敛性并使用线性规划方法得到优化的度分布。

4.1 BP 译码器消息建模

在多元 IRA 调制编码中, BP 译码器中传递的消息是 q 维的概率向量或 $q-1$ 维的对数似然比 (LLR, log-likelihood ration), 因此, 至少需要 q 维的 EXIT chart 来分析多元 IRA 调制编码的收敛性。幸运的是, 在采用本文提出的多元 IRA 调制编码器时, BP 译码器中的消息的分布满足文献[8]中定义的对称性和排列不变性。从而使 BP 译码器中传递的 LLR 的分布可以用一个多维高斯随机变量 \mathbf{L} 描述, 重要的是该多维高斯随机变量满足如下形式^[7]

$$f_l(\mathbf{L}) = \frac{1}{2\pi^{(q-1)/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{l}-\mathbf{m})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{l}-\mathbf{m})\right) \quad (9)$$

其中, \mathbf{m} 为均值矩阵, $\boldsymbol{\Sigma}$ 为协方差矩阵, 且

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma^2}{2} \\ \frac{\sigma^2}{2} \\ \vdots \\ \frac{\sigma^2}{2} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \frac{\sigma^2}{2} & \dots & \frac{\sigma^2}{2} \\ \frac{\sigma^2}{2} & \sigma^2 & \dots & \frac{\sigma^2}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\sigma^2}{2} & \dots & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

需要注意的是, 式(9)和式(10)建立在 \mathbf{L} 的概率密度函数存在且协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 非奇异的基础之上。从均值矩阵 \mathbf{m} 和协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 可以看出, BP 译码器中传递的 LLR 的分布可以仅由一个参数 σ 描述, 从而使多元 IRA 调制编码的 EXIT chart 由 q 维简化为二维。下面, 本文将使用一个二维的 EXIT chart 对设计的多元 IRA 调制编码的收敛性进行分析。

4.2 多元 IRA 调制编码的物理层网络编码 EXIT chart 分析

EXIT chart 分析中, 需要首先建立 2 个互相迭

代的子译码器的 EXIT 函数，然后分析译码器的收敛性或通过线性规划方法优化子译码器的度分布。如 3.1 节所述，本文将图 3 中的变量节点作为一个子译码器，并称之为“VN 译码器”；将校验节点与 WACC 作为另一个子译码器，并称之为“ACC-CN 译码器”。下面首先建立 BP 译码器中传递消息与 EXIT chart 中需要跟踪的互信息量之间的关系，然后分别给出 2 个子译码器的 EXIT 函数。

4.2.1 BP 译码器所传递消息与网络编码信息间的互信息量

用 $\mathbf{L}=[L_1, \dots, L_{q-1}]^T$ 表示 BP 译码器中传递的 $q-1$ 维随机 LLR 向量，其中第 k 个元素由式(11)定义^[7]。

$$L_k = \log\left(\frac{p_0}{p_k}\right), k=1, \dots, q-1 \quad (11)$$

其中， p_0, \dots, p_{q-1} 表示 BP 译码器某条边上的符号为 $0, \dots, q-1$ 的概率。在全零码假设条件下，随机向量 \mathbf{L} 与物理层网络编码信息 $\mathbf{u}_N = \mathbf{u}_A \oplus \mathbf{u}_B$ 间的互信息量可以由式(12)计算^[7]。

$$I(U_N; \mathbf{L}) = 1 - E\left[\log_q\left(1 + \sum_{i=1}^{q-1} e^{-L_i}\right)\right] \quad (12)$$

由于随机向量 \mathbf{L} 可以如式(9)和式(10)所示由单一变量 σ 描述，因此，式(12)可以简记为

$$J(\sigma) = 1 - E\left[\log_q\left(1 + \sum_{i=1}^{q-1} e^{-L_i}\right)\right] \quad (13)$$

由于互信息量与变量 σ 间是一一映射，因此，式(13)的反函数 $J^{-1}(\sigma)$ 存在。

4.2.2 VN 译码器 EXIT 函数

由于 VN 译码器结构简单，对于度为 d_i 的变量节点，其输出 LLR 是 $d_i - 1$ 个输入 LLR 的和，因此，可以给出 VN 译码器 EXIT 函数的闭式表达式。对于度为 d_i 的校验节点，每条边上输入的 LLR 服从 $N(\sigma^2/2, \sigma^2)$ 分布，因此，输出 LLR 服从 $N((d_i - 1)\sigma^2/2, (d_i - 1)\sigma^2)$ 分布。对于给定的输入互信息量 $I_{A,VND}$ ，输出互信息量为^[11]

$$I_{E,VND}(I_A) \approx J\sqrt{(d_i - 1)[J^{-1}(I_A)]^2} \quad (14)$$

对于变量节点边的度分布服从 (i, λ_i) 的多元 IRA 调制编码，VN 译码器的 EXIT 函数由式(15)给定^[11]。

$$I_{E,VND}(I_A) = \sum_{i=2}^I \lambda_i I_{E,VND}(I_A; i) \quad (15)$$

4.2.3 ACC-CN 译码器 EXIT 函数

众所周知，多元 IRA 调制编码的 ACC-CN 译码器的 EXIT 函数没有准确的闭式表达式^[8]，因此，本文采用数值仿真方法得到其 EXIT 函数。为了描述方便，本文用 $\tilde{\mathbf{L}}$ 表示 VN 译码器传递给 ACC-CN 译码器的 LLR 向量，用 $\tilde{\mathbf{L}}$ 表示 ACC-CN 译码器传递给 VN 译码器的 LLR 向量，并用 $\tilde{\mathbf{L}}_{CH}$ 表示信道输入给 ACC-CN 译码器的 LLR 向量。ACC-CN 译码器的 EXIT 函数仿真方法如下。

步骤 1 给定输入互信息量 $I_{A,CND}$ ，首先使用 $J^{-1}(\sigma)$ 获得参数 σ ，然后按照式(9)和式(10)生成 $\tilde{\mathbf{L}}$ 。

步骤 2 对于给定的信噪比 $SNR = E_s / \sigma_{CH}^2$ ，2 个用户同时发送全零码，中继接收叠加信号并添加方差为 σ_{CH}^2 的高斯噪声，从而获得信道输出信号 $\mathbf{y}_R = \mathbf{x}_A + \mathbf{x}_B + n$ 。然后使用式(5)、式(6)和式(11)计算 $\tilde{\mathbf{L}}_{CH}$ 。

步骤 3 ACC-CN 译码器进行一次迭代译码，输出 $\tilde{\mathbf{L}}$ 。

步骤 4 使用式(13)计算 ACC-CN 译码器输出的互信息量 $I_{E,CND}$ 。

步骤 5 在区间[0,1]内按需要的精度选取需要的输入互信息量 $I_{A,CND}$ 的值，进行步骤 1 至步骤 4 的操作，从而得到该子译码器的 EXIT 函数。

步骤 6 对于校验节点边的度分布服从 (j, ρ_j) 的多元 IRA 调制编码，ACC-CN 译码器的 EXIT 函数由式(16)给定^[11]。

$$I_{E,CND}(I_A; \sigma_{CH}) = \sum_{j=1}^J \rho_j I_{E,CND}(I_A; j, \sigma_{CH}) \quad (16)$$

4.2.4 EXIT 函数的线性规划优化方法

在获得 VN 译码器的 EXIT 函数和 ACC-CN 译码器的 EXIT 函数的条件下，通过线性规划方法，可以得到优化的校验节点和变量节点边的度分布。具体优化方法如下。

步骤 1 给定初始校验节点边的度分布 $(j^{(0)}, \rho_j^{(0)})$ ，得到 ACC-CN 译码器的 EXIT 函数。

步骤 2 在译码通道存在 (VN 译码器 EXIT 函数与 ACC-CN 译码器 EXIT 函数不相交) 的条件下，使用线性规划方法使 $\sum_i \lambda_i / i$ 最大化，从而得到变量节点边的度分布 $(i^{(m-1)}, \lambda_i^{(m-1)})$ 。

步骤 3 使用步骤 2 中得到的变量节点边的度分布 (i, λ_i) 生成 VN 译码器的 EXIT 函数，并在译码

通道存在 (VN 译码器 EXIT 函数与 ACC-CN 译码器 EXIT 函数不相交) 的条件下, 使用线性规划方法使 $\sum_j \rho_j / j$ 最小化, 从而得到校验节点边的度分布 $(j^{(m)}, \rho_j^{(m)})$ 。

步骤 4 重复步骤 2 和步骤 3 达到指定的次数 M , 得到最终的度分布结果。

5 数值仿真结果及分析

采用 4.2 节中提出的对称高斯 TWRC 下多元 IRA 调制编码的物理层网络编码的 EXIT chart 分析和度优化方法, 本文得到了基于 $GF(5)$ 的码率 $3/4$ 的多元 IRA 调制编码, 其优化的度分布及译码门限如表 1 中 C_1 所示。从优化结果可以看出, 在变量节点边的度分布中, 度为 2 的边的比例较大, 接近 30%, 这是因为本文的线性规划算法在保证译码通道存在的条件下使编译码的复杂度最小化, 即具有最小的交织器。同时, 优化结果中也存在度较高 (如 17 和 18) 的变量节点, 这可以在编码码字中提供足够的冗余度, 提高多元 IRA 调制编码的纠错能力。在校验节点边的分布中, 本文主要使用了度为 1 和度为 3 的校验节点, 度为 1 的节点是为了保证非系统 IRA 码的译码收敛性。也可以采用具有更多度分布种类的校验节点, 但实验表明, 采用更多度种类的校验节点使线性规划复杂度大幅度提升, 而得到的码的性能几乎与仅具有度为 1 和度为 3 的校验节点的码的性能一样^[11]。

同时, 为了比较本文提出的多元 IRA 调制编码的物理层网络编码方案与传统点到点通信方案在信息发送速率方面的差别, 本文还采用传统的单用户条件下的 IRA 码优化方法^[12]得到了点到点条件下优化的与 C_1 具有相同译码门限的多元 IRA 调制编码 C_2 。其优化的度分布和码率等参数如表 1 所示。

与表 1 中 C_1 相对应的 EXIT chart 如图 5 所示。从图中可以看出, 在信噪比 11.9 dB 的条件下, 在 $I_{A,CND} \in [0,1]$ (或 $I_{E,VND} \in [0,1]$) 和 $I_{E,CND} \in [0,1]$ (或

$I_{A,CND} \in [0,1]$) 的整个范围内 VN 译码器与 ACC-CN 译码器的 EXIT 曲线均不相交, 即存在译码通道, 因此, 可以预测所优化的多元 IRA 调制编码在 11.9 dB 的信噪比下具有较低的误符号率。同时, 从图 5 可以看出, 非系统 IRA 的 VN 译码器 EXIT 函数从坐标 [0, 0] 开始, 这是因为非系统 IRA 码的 VN 译码器不接收信道信息; 而 ACC-CN 译码器的 EXIT 函数的 $I_{E,CND}$ 在 $I_{A,CND} = 0$ 时是大于零的值, 该大于零的值是来自于信道的信息, 该信息通过度为 1 的校验节点传递给了 VN 译码器, 以保证译码收敛性。

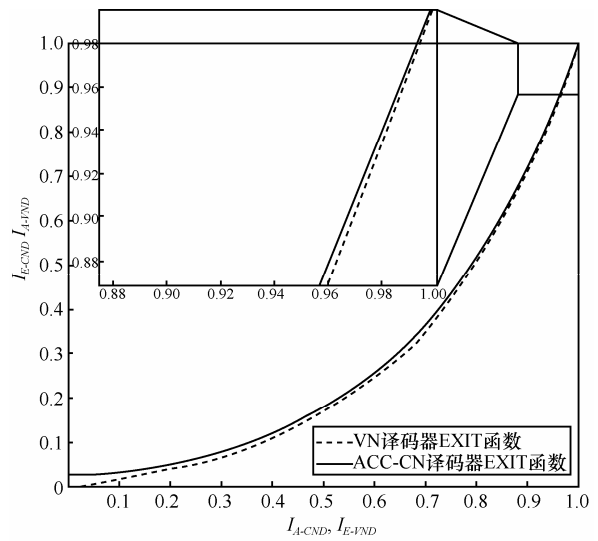


图 5 双向中继信道下 $GF(5)$ 上 IRA 调制编码 EXIT chart, $R_c=3/4$, $SNR=11.9$ dB

为了验证表 1 中 C_1 的性能, 本文对码长 10^5 的 C_1 进行仿真。仿真过程中设置译码迭代次数为 300, 在错误 100 个分组 (码字) 后仿真停止。 C_1 的误符号率性能如图 6 所示。从图中可以看出, 在信噪比分别为 11.85 dB、11.9 dB 和 11.95 dB 时, C_1 的误符号率分别为 7.25×10^{-2} 、 3.4×10^{-3} 和 4.034×10^{-5} , 该区域为 C_1 的译码瀑布区, 与 EXIT chart 预测的 11.9 dB 的译码门限是一致的。同时, 图 6 中展示了 5-PAM 下 TWRC 的容量上界。在误符号率 10^{-5}

表 1 不同信道模型下优化的多元 IRA 调制编码的度分布与码率

码编号	优化信道	$GF(p)$	码率 R_c	译码门限/dB	变量节点边的度分布 (i, λ_i) 和校验节点边的度分布 (j, ρ_j)
C_1	TWRC	5	0.75	11.9	$\lambda: (2, 0.291\ 856) (3, 0.172\ 519) (5, 0.064\ 722) (6, 0.253\ 136) (17, 0.180\ 334) (18, 0.037\ 433)$ $\rho: (1, 0.042\ 511) (3, 0.957\ 489)$
C_2	点到点	5	0.786 1	11.9	$\lambda: (2, 0.321\ 276) (3, 0.141\ 693) (5, 0.231\ 243) (6, 0.085\ 720) (18, 0.220\ 068)$ $\rho: (1, 0.035\ 593) (3, 0.964\ 407)$

时, C_1 所需信噪比为 11.99 dB, 与双向中继信道容量上界的距离为 1.02 dB。这说明本文提出的 TWRC 下多元 IRA 调制编码方案、编译码算法及相应的 EXIT 分析与优化方法是准确可行的。同时可以看到, 由于 EXIT 分析与优化方法使用高斯分布近似 BP 译码器的信息分布, 它能够预测译码瀑布区, 但无法准确预测信噪比与误符号率的关系, 因此, 当采用不同的误符号率水平 (如 10^{-5} 或 10^{-4}) 作为译码门限的判断标准时, 所需信噪比存在一定的偏差。

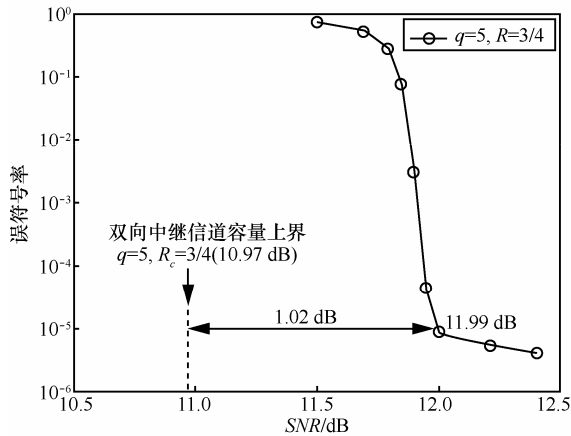


图 6 双向中继信道下 GF(5) 上 IRA 调制编码的误符号率性能

为了说明多元 IRA 调制编码的物理层网络编码在提供空间网络信息交换速率方面的优势, 本文还对点到点信道下多元 IRA 调制编码进行了优化, 优化的 IRA 码的相关参数如表 1 中 C_2 所示。为了比较相同信噪比下多元 IRA 调制编码的物理层网络编码方案与传统时分多路访问方案的性能, 本文将点到点信道下多元 IRA 调制编码的译码门限也设置在与 C_2 相同的 11.9 dB 处, 优化目标是使多元 IRA 调制编码的码率最高。从表 1 可以看出, 在译码门限 11.9 dB 时, 点到点信道下多元 IRA 调制编码的码率为 0.786 1, 高于双向中继信道下的 0.75。由于双向中继物理层网络编码方案下, 2 个用户同时发送信息, 因此系统总体的信息发送速率为 $0.75 \times 2 \times \text{lb}5 \approx 3.4829 \text{ bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz})$; 时分多路访问方案下, 2 个用户不能同时发送信息, 因此系统的总体信息发送速率为 $0.7861 \times \text{lb}5 \approx 1.8253 \text{ bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz})$ 。可以看出, 采用多元 IRA 调制编码的物理层网络编码方案时的信息发送速率可以比传统的时分多路方案的信息发送速率高约 91%。这也意味着在交换相同的路由信息的条件下, 采用多元 IRA 调制编码的物理层网络编码方案可以将信息交换时间大约缩

短为原来的 52%, 这对于对传输速率和容量要求越来越高的空间信息网络而言是十分重要的。

6 结束语

本文针对空间网络信息交换速率和容量要求越来越高的问题, 提出采用多元调制编码的物理层网络编码来提高信息交换速率的方案。在该方案下, 本文首先提出了 TWRC 下多元 IRA 调制编码的编译码算法, 然后分析了 TWRC 下多元调制编码的物理层网络编码的优化方法, 接下来采用提出的多元 IRA 调制编码的设计、分析与优化方法设计出 TWRC 下优化的多元 IRA 调制编码, 最后对所设计的多元调制编码的误符号率性能和译码门限性能进行了仿真并将设计结果与传统的时分多路访问系统的性能进行了比较。仿真结果表明, 采用本文提出的多元 IRA 调制编码的物理层网络编码方案可以在对称 TWRC 下比传统的时分多路访问方案节约 48% 信息交换时间, 可有效提高空间网络中信息交换的速率。在未来的工作中, 可以考虑采用结构化的多元调制编码以降低实现复杂度, 也可以考虑采用 PEG 算法等减少随机交织器中的小环, 降低多元调制编码的错误平层。

参考文献:

- [1] BHASIN K B, HAYDEN J L. Architecting communication network of networks for space system of systems[A]. System of Systems Engineering, SoSE'08[C]. 2008.1-7.
- [2] ZHANG S, LIEW S C, LAM P P. Hot topic: physical-layer network coding[A]. Proceedings of the 12th annual international conference on Mobile computing and networking[C]. ACM, 2006.358-365.
- [3] ZHANG S, LIEW S C. Channel coding and decoding in a relay system operated with physical-layer network coding[J]. Selected Areas in Communications, 2009, 27(5): 788-796.
- [4] WUBEN D, LANG Y. Generalized sum-product algorithm for joint channel decoding and physical-layer network coding in two-way relay systems[A]. Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2010)[C]. 2010.1-5.
- [5] HUANG T, YANG T, YUAN J, et al. Design of irregular repeat-accumulate coded physical-layer network coding for Gaussian two-way relay channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(3): 897-909.
- [6] DAVEY M C, Mackay D J C. Low density parity check codes over GF(q)[A]. Information Theory Workshop[C]. 1998.70-71.
- [7] BENNATAN A, BURSHTAIN D. Design and analysis of nonbinary LDPC codes for arbitrary discrete-memoryless channels[J]. Information Theory, 2006, 52(2): 549-583.
- [8] CHIU M C. Bandwidth-efficient modulation codes based on nonbinary

(下转第 22 页)