

考虑心理期望与感知的多属性匹配决策方法

陈希¹, 韩菁², 张晓¹

(1. 西安电子科技大学 经济与管理学院, 西安 710071; 2. 陕西师范大学 国际商学院, 西安 710062)

摘要: 针对考虑匹配主体心理期望与感知的双边匹配决策问题, 提出多属性匹配决策方法. 首先, 描述匹配主体对另一方匹配主体进行满意度评价时存在心理期望的情形; 然后, 在此基础上, 以匹配主体对各属性的期望作为参考点, 获得一方匹配主体对另一方相对于参考点的损益决策矩阵, 依据前景理论分别计算出匹配主体之间满意度的综合前景值, 并进一步构建双目标优化模型; 最后, 通过实例分析表明了所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 双边匹配决策; 期望; 感知; 多目标优化

中图分类号: F270

文献标志码: A

Method for multiple attribute matching decision making considering matching body's psychological aspiration and perception

CHEN Xi¹, HAN Jing², ZHANG Xiao¹

(1. School of Economics and Management, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. International Business Administration, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China. Correspondent: CHEN Xi, E-mail: chenxivip710@126.com)

Abstract: A matching decision-making method is proposed to solve the two-sided matching problem considering the matching body's psychological expectation and perception. Firstly, the aspiration given by one side matching body to the other is considered. The multiple attributes for evaluating matching body's satisfaction degree are considered. Then, the aspiration of the matching body with respect to each attribute is chosen as the reference point. The decision matrix with different forms is transformed into the matrix of gains or losses relative to the reference point. The comprehensive prospect value of the satisfaction degree for the matching body is calculated based on the prospect theory. Furthermore, a two-objective optimization model is constructed. Finally, a numerical example is given to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed approach.

Key words: two-sided matching decision making; aspiration; perception; multi-objective optimization

0 引言

匹配决策的研究起源于Gale等^[1-2]针对男女婚姻匹配和学生入学问题的研究. 实际的匹配决策过程中, 双边匹配主体由于心理感知、期望水平的差异, 可能会对另一方匹配主体的各属性有期望要求. 例如, 在中介撮合的房屋交易匹配过程中, 买方可能对房屋的面积、价格、地理位置等属性有一定的期望要求; 卖方会对买方的信誉、出价、付款方式等属性有一定的期望要求. 买卖双方之间会存在心理期望, 匹配的满意度是实际水平对心理期望满足程度的体现. 因此, 考虑匹配主体心理期望和感知的多属性双边匹配决

策问题已成为值得关注的研究问题.

目前, 关于多属性双边匹配决策的研究尚不多见, 但可以看到一些相关的研究. Wang等^[3]利用AHP方法解决外包服务中考虑多指标信息的匹配选择问题. Sim等^[4]通过多属性效用函数加权计算的方式得出了买卖双方匹配交易的结果. Huynh等^[5]提出了考虑语言评价信息的多指标匹配决策方法, 构建了满意度驱动的语言多准则决策模型. 在已有的研究中, 大多考虑匹配主体和中介以实现效用最大或者满意度权值最大为目标^[6], 完全理性地寻找匹配度最高的对方, 并最终形成匹配结果. 现实的决策过程中, 决策者

收稿日期: 2013-09-12; 修回日期: 2013-12-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71101114); 教育部中国移动科研基金项目(MCM20122031); 中国博士后科学基金项目(2012M511979); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(K5051306001).

作者简介: 陈希(1982-), 女, 副教授, 从事管理决策分析的研究; 韩菁(1979-), 男, 讲师, 从事服务运作管理的研究.

的行为经常表现出有限理性的特征^[7-8],即通常根据对环境的认知和自己有限的思维,做出“让自己满意的选择”.在实际的决策过程中,决策主体对另一方主体的属性进行期望描述时,可能会存在多种不同形式的决策信息^[9],匹配主体会选择尽量满足自身心理期望的另一方,匹配主体之间的满意度往往是以心理期望为参照点,选择满足期望水平的另一方匹配主体.基于此,如何将匹配主体在决策过程中的心理期望行为引入匹配决策的分析中,同时充分考虑匹配主体不同形式的心理期望,是一个需要解决的重要研究问题.

鉴于此,本文提出了多属性匹配决策方法.首先,描述匹配主体对另一方匹配主体进行满意度评价时存在心理期望的情形;然后,在此基础上,以匹配主体对各属性的期望作为参考点,获得一方匹配主体对另一方相对于参考点的损益决策矩阵,依据前景理论分别计算出匹配主体之间满意度的综合前景值,并进一步构建双目标优化模型;最后,通过实例分析表明了所提出方法的可行性和有效性.

1 考虑心理期望与感知的双边匹配决策问题描述

双边匹配决策过程中存在着两方主体^[10];设其中一方为 $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$, m_i 表示 M 中的第 i ($i = 1, 2, \dots, n$) 个个体;另一方为 $W = \{w_1, w_2, \dots, w_l\}$, w_j 表示 W 中的第 j ($j = 1, 2, \dots, l$) 个个体.双边匹配的定义可以进一步描述如下.

定义 1 双边匹配为匹配主体 M 与 W 集合之间的一一映射 $\mu: M \cup W \rightarrow W \cup M$, 且 $\forall m_i \in M, \forall w_j \in W$ 满足下列条件:

- 1) $\mu(m_i) \in W$;
- 2) $\mu(w_j) \in M$;
- 3) $\mu(m_i) = w_j$ 当且仅当 $\mu(w_j) = m_i$;

4) 若 $\mu(m_i) = w_j$, 则 $\mu(m_i) \neq w_z, z \neq j, \mu(m_i) = w_j$ 表示 m_i 与 w_j 在 μ 中匹配.

设 $\mu(m_i) \neq w_j$ 表示 m_i 与 w_j 在 μ 中不匹配, 称 (m_i, w_j) 为 μ 的一个匹配主体对, 当且仅当 $\mu(m_i) = w_j$.

假设 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_f\}$ 为 m_i 对 w_j 满意度评价的 f 个属性的集合, C_k 为第 k 个属性, C_1, C_2, \dots, C_f 是加性独立的. $\mathbf{v} = \{v_1, v_2, \dots, v_f\}$ 为属性的权重向量, v_k 为属性 C_k 对应的权重, 满足 $v_k \geq 0$ 且 $\sum_{k=1}^f v_k = 1$. $\mathbf{Q} = \{q_1, q_2, \dots, q_f\}$ 为 m_i 对 w_j 的关于属性 C 的期望水平向量, q_k 为 m_i 对 w_j 针对属性 C_k 的期望水平. $P = [p_{ij}^k]_{n \times l \times f}$ 为 m_i 对 w_j 的决策矩阵, p_{ij}^k 为 m_i 对 w_j 针对属性 C_k 实际感知获得的属性值. 本文考虑针对属性集 C 的属性类型具有清晰数、区间数

和语言短语 3 种类型, 且同一属性的期望水平和属性值为同一信息形式. 属性可以进一步划分为成本型和效益型. 不失一般性, 假设考虑的属性均为效益型属性, 对于成本型属性, 可以将其转化为效益型属性^[11]. 设 C^N, C^I, C^L 分别为 m_i 对 w_j 满意度的期望水平或属性值为清晰数、区间数和语言短语形式的属性子集合, 有

$$\begin{aligned} C^N &= \{C_1, C_2, \dots, C_{f_1}\}, \\ C^I &= \{C_{f_1+1}, C_{f_1+2}, \dots, C_{f_2}\}, \\ C^L &= \{C_{f_2+1}, C_{f_2+2}, \dots, C_f\}, \\ C^N \cup C^I \cup C^L &= C. \end{aligned}$$

记 $R = \{1, 2, \dots, f\}$, F_1, F_2, F_3 分别为属性子集合 C^N, C^I, C^L 的下标集合, 有

$$\begin{aligned} F_1 &= \{1, 2, \dots, f_1\}, \\ F_2 &= \{f_1 + 1, f_1 + 2, \dots, f_2\}, \\ F_3 &= \{f_2 + 1, f_2 + 2, \dots, f\}, \\ F_1 \cup F_2 \cup F_3 &= R. \end{aligned}$$

$A = \{A_1, A_2, \dots, A_g\}$ 为 w_j 对 m_i 满意度评价的 g 个属性的集合, A_t 为第 t 个属性, A_1, A_2, \dots, A_g 是加性独立的. $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, \dots, u_g\}$, u_t 为属性 A_t 对应的权重, 满足 $u_t \geq 0$ 且 $\sum_{t=1}^g u_t = 1$. $\tilde{\mathbf{Q}} = \{\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \dots, \tilde{q}_g\}$ 为 w_j 对 m_i 关于属性 A 的期望水平向量, \tilde{q}_t 为 w_j 对 m_i 针对属性 A_t 的期望水平. $\tilde{P} = [\tilde{p}_{ij}^t]_{n \times l \times g}$ 为 w_j 对 m_i 的决策矩阵, \tilde{p}_{ij}^t 为 w_j 对 m_i 针对属性 A_t 实际感知获得的属性值. 考虑针对属性集 A 的属性类型具有清晰数、区间数和语言短语 3 种类型, 且同一属性的期望水平和属性值为同一信息形式. 设 A^N, A^I, A^L 分别为 w_j 对 m_i 满意度的期望水平或属性值为清晰数、区间数和语言短语形式信息的属性子集合, 有

$$\begin{aligned} A^N &= \{A_1, A_2, \dots, A_{\tilde{f}_1}\}, \\ A^I &= \{A_{\tilde{f}_1+1}, A_{\tilde{f}_1+2}, \dots, A_{\tilde{f}_2}\}, \\ A^L &= \{A_{\tilde{f}_2+1}, A_{\tilde{f}_2+2}, \dots, A_{\tilde{f}}\}, \\ A^N \cup A^I \cup A^L &= A. \end{aligned}$$

记 $\tilde{R} = \{1, 2, \dots, \tilde{f}\}$, $\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \tilde{F}_3$ 分别为属性子集合 A^N, A^I, A^L 的下标集合, 有

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1 &= \{1, 2, \dots, \tilde{f}_1\}, \\ \tilde{F}_2 &= \{\tilde{f}_1 + 1, \tilde{f}_1 + 2, \dots, \tilde{f}_2\}, \\ \tilde{F}_3 &= \{\tilde{f}_2 + 1, \tilde{f}_2 + 2, \dots, \tilde{f}\}, \\ \tilde{F}_1 \cup \tilde{F}_2 \cup \tilde{F}_3 &= \tilde{R}. \end{aligned}$$

针对不同匹配主体在各属性下的期望水平和实际感知获得的属性值, 具体的描述如下:

- 1) 当属性 $C_k \in C^N$ 时, $q_k = q'_k, p_{ij}^k = p_{ij}^{k'}$, $k \in$

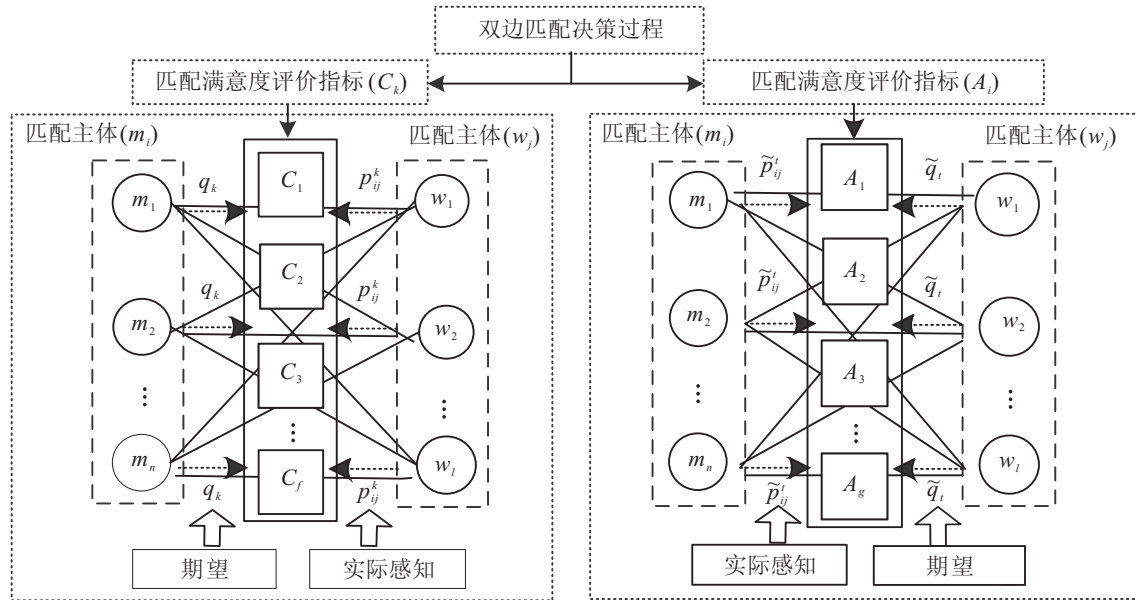


图 1 考虑心理期望的双边匹配决策过程

$F_1, q'_k, p_{ij}^{k'}$ 均为实数型数值, 这里假设 $q'_k \geq 0, p_{ij}^{k'} \geq 0$. 当属性 $A_t \in A^N$ 时, $\tilde{q}_t = \tilde{q}'_t, \tilde{p}_{ij}^t = \tilde{p}'_{ij}{}^t, t \in \tilde{F}_1, \tilde{q}'_t, \tilde{p}'_{ij}{}^t$ 均为实数型数值, 这里假设 $\tilde{q}'_t \geq 0, \tilde{p}'_{ij}{}^t \geq 0$.

2) 当属性 $C_k \in C^I$ 时, $q_k = q''_k, p_{ij}^k = p_{ij}^{k''}, k \in F_2, q''_k$ 和 $p_{ij}^{k''}$ 均为区间数, $q''_k = [q_k^{low}, q_k^{up}], p_{ij}^{k''} = [p_{ij}^{k, low}, p_{ij}^{k, up}]$, 这里假设 $q_k^{up} \geq q_k^{low} \geq 0, p_{ij}^{k, up} \geq p_{ij}^{k, low} \geq 0$. 当属性 $A_t \in A^I$ 时, $\tilde{q}_t = \tilde{q}''_t, \tilde{p}_{ij}^t = \tilde{p}_{ij}^{t''}, t \in \tilde{F}_2, \tilde{q}''_t, \tilde{p}_{ij}^{t''}$ 均为区间数, $\tilde{q}''_t = [\tilde{q}_t^{low}, \tilde{q}_t^{up}], \tilde{p}_{ij}^{t''} = [\tilde{p}_{ij}^{t, low}, \tilde{p}_{ij}^{t, up}]$, 这里假设 $\tilde{q}_t^{up} \geq \tilde{q}_t^{low} \geq 0, \tilde{p}_{ij}^{t, up} \geq \tilde{p}_{ij}^{t, low} \geq 0$.

3) 当属性 $C_k \in C^L$ 时, $q_k = q'''_k, p_{ij}^k = p_{ij}^{k'''}, k \in F_3, q'''_k, p_{ij}^{k'''}$ 均为语言短语形式, $q'''_k \in S, p_{ij}^{k'''} \in S$. 当属性 $A_t \in A^L$ 时, $\tilde{q}_t = \tilde{q}'''_t, \tilde{p}_{ij}^t = \tilde{p}_{ij}^{t'''}, t \in \tilde{F}_3, \tilde{q}'''_t, \tilde{p}_{ij}^{t'''}$ 均为语言短语形式, $\tilde{q}'''_t \in S, \tilde{p}_{ij}^{t'''} \in S$.

设有序语言短语集 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_T\}$, 其中

- $S = \{s_0 = \text{AP}(\text{非常差/非常不满意}),$
- $s_1 = \text{VP}(\text{很差/很不满意}), s_2 = \text{P}(\text{差/不满意}),$
- $s_3 = \text{M}(\text{中等/中等}), s_4 = \text{G}(\text{好/满意}),$
- $s_5 = \text{VG}(\text{很好/很满意}),$
- $s_6 = \text{AG}(\text{非常好/非常满意})\}.$

语言评价信息 s_i 可以转化为三角模糊数 $\tilde{D} = (d^l, d^m, d^r)^{[12]}$, 转化公式为

$$\tilde{D} = (d^l, d^m, d^r) = \left(\max \left\{ \frac{i-1}{T}, 0 \right\}, \frac{i}{T}, \min \left\{ \frac{i+1}{T}, 1 \right\} \right),$$

$$i = \{0, 1, \dots, T\}. \quad (1)$$

本文要解决的问题是: 针对双边匹配决策过程中匹配主体的心理行为特征、所产生的期望水平值和实际感知获得的属性值, 提出一种基于前景理论的决策方法, 以解决考虑行为的双边匹配决策问题. 双边匹

配决策问题如图 1 所示.

2 原理方法

本文的研究将依据前景理论的思想^[13], 下面给出该方法的具体描述.

2.1 匹配主体满意度的综合前景值

针对匹配主体参照依赖的心理行为特征, 选取各匹配满意度评价属性的参照点. 参照点选择为匹配主体的目标, 可以较为准确地反映前景理论的性质, 基于此将匹配主体对各个属性的期望视为目标. 因此, 本文以匹配主体 m_i 对 w_j 的各属性的期望 q_k 和 w_j 对 m_i 的各属性的期望 \tilde{q}_t 作为对应的参照点.

进一步计算获得匹配主体针对属性感知的属性值相对于参照点的损益. 需要针对属性集中不同类型的信息确定其属性值与参照点之间的大小关系, 然后通过计算属性值与参照点之间的距离分别得到 m_i 对 w_j 感知的属性值 p_{ij}^k 相对于参照点 q_k 的损益值、 w_j 对 m_i 感知的属性值 \tilde{p}_{ij}^t 相对于参照点 \tilde{q}_t 的损益值. 具体的计算方法如下:

1) 当属性 $C_k \in C^N, A_t \in A^N$ 时, 属性值和参照点均为实数形式. 可以直接计算比较 p_{ij}^k 与 q_k 之间的大小关系, 进而计算得到属性值 p_{ij}^k 与参照点 q_k 之间的距离 $d_{ij}^k = |p_{ij}^k - q_k|$. 同理, 直接比较 w_j 对 m_i 感知的属性值 \tilde{p}_{ij}^t 与参照点 \tilde{q}_t 之间的大小关系, 并计算属性值 \tilde{p}_{ij}^t 与参照点 \tilde{q}_t 之间的距离 $\tilde{d}_{ij}^t = |\tilde{p}_{ij}^t - \tilde{q}_t|$.

2) 当属性 $C_k \in C^I, A_t \in A^I$ 时, 属性值和参照点均为区间数形式. 首先比较属性值与参照点之间的大小, 分别比较属性值 $p_{ij}^{k''}$ 与参照点 q''_k 之间的大小、 $\tilde{p}_{ij}^{t''}$ 与参照点 \tilde{q}''_t 之间的大小. 当属性 $C_k \in C^I$ 时, 记

$$x(p_{ij}^{k''}) = (p_{ij}^{k\text{ low}} + p_{ij}^{k\text{ up}})/2, \\ i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l, k \in F_2; \quad (2)$$

$$x(q_k'') = (q_k^{\text{low}} + q_k^{\text{up}})/2, k \in F_2; \quad (3)$$

$$y(p_{ij}^{k''}) = p_{ij}^{k\text{ up}} - p_{ij}^{k\text{ low}}, \\ i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l, k \in F_2; \quad (4)$$

$$y(q_k'') = q_k^{\text{up}} - q_k^{\text{low}}, k \in F_2. \quad (5)$$

当 $x(p_{ij}^{k''}) \neq x(q_k'')$ 时, 属性值 $p_{ij}^{k''}$ 与参照点 q_k'' 的比较方法为:

① 若 $x(p_{ij}^{k''}) > x(q_k'')$, 则 $p_{ij}^{k''} > q_k''$;

② 若 $x(p_{ij}^{k''}) < x(q_k'')$, 则 $p_{ij}^{k''} < q_k''$.

当 $x(p_{ij}^{k''}) = x(q_k'')$ 时, 属性值 $p_{ij}^{k''}$ 与参照点 q_k'' 的比较方法为:

① 若 $y(p_{ij}^{k''}) < y(q_k'')$, 则 $p_{ij}^{k''} > q_k''$;

② 若 $y(p_{ij}^{k''}) > y(q_k'')$, 则 $p_{ij}^{k''} < q_k''$.

同理, 可以比较属性值 $\tilde{p}_{ij}^{k''}$ 与参照点 \tilde{q}_k'' 之间的大小关系.

进一步, 计算 m_i 对 w_j 的属性值 p_{ij}^k 相对于参照点 q_k 的距离为

$$d_{ij}^k = \sqrt{\frac{1}{2}[(p_{ij}^{k\text{ low}} - q_k^{\text{low}})^2 + (p_{ij}^{k\text{ up}} - q_k^{\text{up}})^2]}, \quad (6)$$

w_j 对 m_i 感知的属性值 \tilde{p}_{ij}^t 相对于参照点 \tilde{q}_t 的距离为

$$\tilde{d}_{ij}^t = \sqrt{\frac{1}{2}[(p_{ij}^{t\text{ low}} - q_t^{\text{low}})^2 + (p_{ij}^{t\text{ up}} - q_t^{\text{up}})^2]}. \quad (7)$$

3) 当属性 $C_k \in C^L, A_t \in A^L$ 时, 属性值和参照点均为语言短语形式. 当属性 $C_k \in C^L$ 时, 设属性值 $p_{ij}^{k''}$ 对应的语言短语为 $s_d (d = 0, 1, \dots, T)$, 参照点 q_k'' 对应的语言短语为 $s_h (h = 0, 1, \dots, T)$, 属性值和参照点的比较方法为:

① 若 $s_d \succ s_h$, 则 $p_{ij}^{k''} > q_k''$;

② 若 $s_d = s_h$, 则 $p_{ij}^{k''} = q_k''$;

③ 若 $s_d \prec s_h$, 则 $p_{ij}^{k''} < q_k''$.

同理, 可以比较属性值 $\tilde{p}_{ij}^{k''}$ 和参照点 \tilde{q}_k'' 之间的大小关系.

根据式 (1) 将语言短语 $q_k''', p_{ij}^{k'''}, \tilde{q}_t'''$ 和 $\tilde{p}_{ij}^{k''}'$ 转化为三角模糊数形式, 即

$$q_k''' = (q_k^1, q_k^2, q_k^3), p_{ij}^{k''}' = (p_{ij}^{k1}, p_{ij}^{k2}, p_{ij}^{k3}),$$

$$\tilde{q}_t''' = (q_t^1, q_t^2, q_t^3), \tilde{p}_{ij}^{k''}' = (p_{ij}^{t1}, p_{ij}^{t2}, p_{ij}^{t3}),$$

进而计算得出属性值与参照点之间的距离. 其中: m_i 对 w_j 感知的属性值 p_{ij}^k 相对于参照点 q_k 的距离为

$$d_{ij}^k = \sqrt{\frac{1}{3}[(p_{ij}^{k1} - q_k^1)^2 + (p_{ij}^{k2} - q_k^2)^2 + (p_{ij}^{k3} - q_k^3)^2]}; \quad (8)$$

w_j 对 m_i 感知的属性值 \tilde{p}_{ij}^t 相对于参照点 \tilde{q}_t 的距离为

$$\tilde{d}_{ij}^t = \sqrt{\frac{1}{3}[(p_{ij}^{t1} - q_t^1)^2 + (p_{ij}^{t2} - q_t^2)^2 + (p_{ij}^{t3} - q_t^3)^2]}. \quad (9)$$

在此基础上, 分别得到 m_i 对 w_j 感知的属性值

p_{ij}^k 与参照点 q_k 之间的距离为

$$d_{ij}^k = \begin{cases} |p_{ij}^k - q_k|, C_k \in C^N; \\ \sqrt{\frac{1}{2}[(p_{ij}^{k\text{ low}} - q_k^{\text{low}})^2 + (p_{ij}^{k\text{ up}} - q_k^{\text{up}})^2]}, \\ C_k \in C^I; \\ \sqrt{\frac{1}{3}[(p_{ij}^{k1} - q_k^1)^2 + (p_{ij}^{k2} - q_k^2)^2 + (p_{ij}^{k3} - q_k^3)^2]}, \\ C_k \in C^L. \end{cases} \quad (10)$$

w_j 对 m_i 感知的属性值 \tilde{p}_{ij}^t 相对于参照点 \tilde{q}_t 的距离为

$$\tilde{d}_{ij}^t = \begin{cases} |\tilde{p}_{ij}^t - \tilde{q}_t|, A_t \in A^N; \\ \sqrt{\frac{1}{2}[(p_{ij}^{t\text{ low}} - q_t^{\text{low}})^2 + (p_{ij}^{t\text{ up}} - q_t^{\text{up}})^2]}, \\ A_t \in A^I; \\ \sqrt{\frac{1}{3}[(p_{ij}^{t1} - q_t^1)^2 + (p_{ij}^{t2} - q_t^2)^2 + (p_{ij}^{t3} - q_t^3)^2]}, \\ A_t \in A^L. \end{cases} \quad (11)$$

基于此, 建立 m_i 对 w_j 相对于参照点的损益决策矩阵 $B = [B(p_{ij}^k)]_{n \times l \times f}$, 其中 $B(p_{ij}^k)$ 为属性值 p_{ij}^k 相对于参照点 q_k 的损益值, 有

$$B(p_{ij}^k) = \begin{cases} d_{ij}^k, p_{ij}^k \geq q_k; \\ -d_{ij}^k, p_{ij}^k < q_k. \end{cases} \\ i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l. \quad (12)$$

同理, 建立 w_j 对 m_i 相对于参照点的损益决策矩阵 $\tilde{B} = [\tilde{B}(\tilde{p}_{ij}^t)]_{n \times l \times g}$, 其中 $\tilde{B}(\tilde{p}_{ij}^t)$ 为属性值 \tilde{p}_{ij}^t 相对于参照点 \tilde{q}_t 的损益值, 有

$$\tilde{B}(\tilde{p}_{ij}^t) = \begin{cases} \tilde{d}_{ij}^t, \tilde{p}_{ij}^t \geq \tilde{q}_t; \\ -\tilde{d}_{ij}^t, \tilde{p}_{ij}^t < \tilde{q}_t. \end{cases} \\ i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l. \quad (13)$$

当 $p_{ij}^k \geq q_k, \tilde{p}_{ij}^t \geq \tilde{q}_t$ 时, 称 $B(p_{ij}^k)$ 为属性值 p_{ij}^k 相对于参照点 q_k 的收益, $\tilde{B}(\tilde{p}_{ij}^t)$ 为属性值 \tilde{p}_{ij}^t 相对于参照点 \tilde{q}_t 的收益; 当 $p_{ij}^k < q_k, \tilde{p}_{ij}^t < \tilde{q}_t$ 时, 称 $B(p_{ij}^k)$ 为属性值 p_{ij}^k 相对于参照点 q_k 的损失, $\tilde{B}(\tilde{p}_{ij}^t)$ 为属性值 \tilde{p}_{ij}^t 相对于参照点 \tilde{q}_t 的损失.

根据获得的 m_i 对 w_j 相对于参照点的损益决策矩阵 $B_i = [B(p_{ij}^k)]_{n \times l \times f}$, 考虑匹配主体 m_i 对待收益和损失不同的风险态度, 设 $V(p_{ij}^k)$ 为匹配主体 m_i 对 w_j 的各属性评价的前景值, 由前景理论^[8,13] 计算得到 m_i 对 w_j 的属性前景值为

$$V(p_{ij}^k) = \begin{cases} (B(p_{ij}^k))^{\alpha_1}, p_{ij}^k \geq q_k; \\ -\lambda_1(-B(p_{ij}^k))^{\beta_1}, p_{ij}^k < q_k. \end{cases} \\ i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l. \quad (14)$$

根据 w_j 对 m_i 相对于参照点的损益决策矩阵 $\tilde{B}_j = [\tilde{B}(p_{ij}^t)]_{n \times l \times g}$, 考虑匹配主体 w_j 对待收益和损失的不同风险态度, 设 $\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)$ 为匹配主体 w_j 对 m_i 各属性评价的前景值, 计算得到 w_j 对 m_i 的前景值为

$$\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t) = \begin{cases} (\tilde{B}(p_{ij}^t))^{\alpha_2}, & \tilde{p}_{ij}^t \geq \tilde{q}_t; \\ -\lambda_2(-\tilde{B}(p_{ij}^t))^{\beta_2}, & \tilde{p}_{ij}^t < \tilde{q}_t. \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l. \quad (15)$$

进一步, 可建立前景决策矩阵 $V_i = [V(p_{ij}^k)]_{n \times l \times f}$ 和 $\tilde{V}_j = [\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)]_{n \times l \times g}$. 式 (14) 和 (15) 中, 参数 α_1 、 β_1 和 α_2 、 β_2 分别表示函数 $V(p_{ij}^k)$ 和 $\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)$ 的凹凸程度, $0 < \alpha_1 < 1, 0 < \alpha_2 < 1, 0 < \beta_1 < 1, 0 < \beta_2 < 1$; 参数 λ_1 和 λ_2 表示不同匹配主体对损失的规避程度, $\lambda_1 > 1, \lambda_2 > 1$. 参数 λ_1 和 λ_2 体现了决策者针对损失比收益更敏感的决策者的心理行为特征, λ_1 和 λ_2 越大, 表明决策者的损失规避程度越大. 根据文献 [14] 中对大量决策个体实验测试和数据的回归分析结果, 学者们通常取 $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 0.88, \lambda_1 = \lambda_2 = 2.25$, 这些取值被认为是能够表示任意决策者大致行为偏好的参数值^[14].

为了消除不同量纲对计算结果的影响, 将前景值 $V(p_{ij}^k)$ 和 $\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)$ 分别规范化为 $\bar{V}(p_{ij}^k)$ 和 $\bar{\tilde{V}}(\tilde{p}_{ij}^t)$, 有

$$\bar{V}(p_{ij}^k) = \frac{V(p_{ij}^k)}{\max |V(p_{ij}^k)|},$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l, k = 1, 2, \dots, f; \quad (16)$$

$$\bar{\tilde{V}}(\tilde{p}_{ij}^t) = \frac{\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)}{\max |\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)|},$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l, t = 1, 2, \dots, g. \quad (17)$$

其中

$$\max |V(p_{ij}^k)| = \max_{j=1,2,\dots,l} |V(p_{ij}^k)|,$$

$$i = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, f;$$

$$\max |\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)| = \max_{i=1,2,\dots,n} |\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)|,$$

$$j = 1, 2, \dots, l, t = 1, 2, \dots, g.$$

在此基础上, 计算得到匹配主体 m_i 对 w_j 的满意度的综合前景值为

$$U_{ij} = \sum_{k=1}^f v_k \bar{V}(p_{ij}^k),$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l; \quad (18)$$

匹配主体 w_j 对 m_i 的满意度的综合前景值为

$$\tilde{U}_{ij} = \sum_{t=1}^g u_t \bar{\tilde{V}}(\tilde{p}_{ij}^t),$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l. \quad (19)$$

U_{ij} 越大表明匹配主体 m_i 对 w_j 的满意度越高; \tilde{U}_{ij} 越

大表明匹配主体 w_j 对 m_i 的满意度越高.

2.2 优化模型的设计与求解

根据获得的 m_i 对 w_j 的综合前景值 U_{ij} 和 w_j 对 m_i 的综合前景值 \tilde{U}_{ij} , 建立以匹配主体满意度最大为目标的模型. 引入 0-1 变量 x_{ij} , $x_{ij} = 1$ 表示 $\mu(m_i) = w_j$, 即 m_i 与 w_j 匹配; $x_{ij} = 0$ 表示 $\mu(m_i) \neq w_j$, 即 m_i 与 w_j 不匹配. 根据获得的综合前景值, 建立如下优化模型:

$$\max Z_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l U_{ij} x_{ij}, \quad (20a)$$

$$\max Z_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l \tilde{U}_{ij} x_{ij}. \quad (20b)$$

$$\text{s.t.} \sum_{j=1}^l x_{ij} \leq 1, i = 1, 2, \dots, n; \quad (20c)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1, j = 1, 2, \dots, l; \quad (20d)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, l. \quad (20e)$$

其中: 式 (20a) 和 (20b) 为目标函数, 分别表示尽可能使 m_i 对 w_j 的满意度最大和尽可能使 w_j 对 m_i 的满意度最大; 式 (20c) 为约束条件, 表示与 m_i 相匹配的 w_j 至多为 1 个; 式 (20d) 为约束条件, 表示与 w_j 相匹配的 m_i 至多为 1 个.

通过目标函数线性加权方法将式 (20a) 和 (20b) 转化为新的单目标函数. 设定目标函数的权重参数 ω_1 和 ω_2 , 将式 (20a)~(20e) 转化为

$$\max Z = \omega_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l U(p_{ij}) x_{ij} + \omega_2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l \tilde{U}(\tilde{p}_{ij}) x_{ij}. \quad (21a)$$

$$\text{s.t.} \sum_{j=1}^l x_{ij} \leq 1, i = 1, 2, \dots, n; \quad (21b)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1, j = 1, 2, \dots, l. \quad (21c)$$

式 (21a)~(21c) 构成的单目标线性规划模型, 其目标函数与约束条件均是线性的, 可使用线性规划方法进行求解, 如优化软件包或遗传算法编程等.

综上, 考虑心理期望和感知的多指标双边匹配决策方法的计算步骤如下.

Step 1: 获得匹配主体 m_i 对 w_j 的期望水平向量 Q 和实际感知的属性值 $P = [p_{ij}^k]_{n \times l \times f}$; 获得匹配主体 w_j 对 m_i 的期望水平向量 \tilde{Q} 和实际感知的属性值 $\tilde{P} = [\tilde{p}_{ij}^t]_{n \times l \times g}$.

Step 2: 由式 (10)~(13), 分别建立相对于参照点的损益决策矩阵 $B = [B(p_{ij}^k)]_{n \times l \times f}$ 和 $\tilde{B} =$

$$[\tilde{B}(\tilde{p}_{ij}^t)]_{n \times l \times g}$$

Step 3: 由式 (14) 和 (15), 分别建立前景决策矩阵 $V_i = [V(p_{ij}^k)]_{n \times l \times f}$ 和 $\tilde{V}_j = [\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)]_{n \times l \times g}$.

Step 4: 由式 (16) 和 (17), 将前景值 $V(p_{ij}^k)$ 和 $\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)$ 分别规范化为 $\bar{V}(p_{ij}^k)$ 和 $\bar{\tilde{V}}(\tilde{p}_{ij}^t)$.

Step 5: 由式 (18) 和 (19), 计算 m_i 对 w_j 的满意度综合前景值 U_{ij} 和 w_j 对 m_i 的满意度综合前景值 \tilde{U}_{ij} .

Step 6: 由综合前景值 U_{ij} 和 \tilde{U}_{ij} , 构建多目标优化模型 (20).

Step 7: 使用线性加权法, 将多目标优化模型 (20) 转化为单目标优化模型 (21).

Step 8: 求解模型 (21), 获得 m_i 和 w_j 的双边匹配结果.

3 实例分析

中国西安高新技术产业开发区的 SXNG 公司, 主要针对网站维护、企业 ERP 构建等项目提供信息技术外包的中介服务, 考虑聚合不同的匹配主体进行信息交互, 形成有效、合理的匹配. 外包服务需求方 (m_1, m_2, m_3, m_4), 欲将其公司的网站维护业务外包, 通过 SXNG 公司发布信息, 共收到 4 家外包服务供应方 (w_1, w_2, w_3, w_4) 的相关信息. 匹配主体 (m_1, m_2, m_3, m_4) 对另一方匹配主体 (w_1, w_2, w_3, w_4) 的匹配满意度评价主要考虑技术水平 (C_1)、服务水平 (C_2)、信誉 (C_3)、交货期 (C_4 , 单位月) 和价格 (C_5 , 单位万元), m_i 对 w_j 的期望水平信息和实际感知的属性值如表 1 和表 2 所示. 供应方 (w_1, w_2, w_3, w_4) 对需求方 (m_1, m_2, m_3, m_4) 的匹配满意度评价主要考虑信誉 (A_1)、长期合作潜力 (A_2)、付款速度 (A_3) 和技术的易实现性 (A_4), w_j 对 m_i 的期望水平信息和实际感知的属性值如表 3 和表 4 所示.

表 1 m_i 对 w_j 的期望水平信息

m_i	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
m_1	VG	M	G	6	[2.2, 3]
m_2	G	G	G	5	[2.5, 3.2]
m_3	G	VG	M	7	[1.8, 2.5]
m_4	M	G	G	4	[2.6, 3.5]

表 2 m_i 对 w_j 的实际感知的属性值

m_i	w_1					w_2				
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
m_1	G	M	M	6	[2.5, 3]	VG	G	VG	4	[2, 2.8]
m_2	G	G	M	6	[2.5, 3]	G	G	G	4	[2, 2.8]
m_3	M	G	M	6	[2.5, 3]	G	VG	M	4	[2, 2.8]
m_4	G	VG	G	6	[2.5, 3]	M	G	G	4	[2, 2.8]

m_i	w_3					w_4				
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
m_1	G	M	M	5	[2.2, 2.7]	G	M	M	8	[2.3, 2.8]
m_2	VG	VG	G	5	[2.2, 2.7]	G	G	G	8	[2.3, 2.8]
m_3	G	G	M	5	[2.2, 2.7]	G	VG	M	8	[2.3, 2.8]
m_4	M	G	M	5	[2.2, 2.7]	M	G	G	8	[2.3, 2.8]

表 3 w_j 对 m_i 的期望水平信息

w_i	A_1	A_2	A_3	A_4
w_1	G	G	G	G
w_2	G	VG	M	VG
w_3	M	G	G	G
w_4	G	G	G	VG

表 4 w_j 对 m_i 的实际感知的属性值

w_i	m_1				m_2			
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_1	A_2	A_3	A_4
w_1	M	G	M	M	M	G	G	M
w_2	VG	VG	VG	G	G	M	G	G
w_3	G	VG	G	G	VG	G	VG	VG
w_4	G	G	M	M	G	G	G	G

w_i	m_3				m_4			
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_1	A_2	A_3	A_4
w_1	G	M	M	M	VG	G	G	G
w_2	M	G	M	P	G	G	M	M
w_3	M	G	P	M	M	M	M	M
w_4	M	G	P	P	M	G	M	G

为了解决上述匹配决策问题, 将不同属性下多种形式的期望信息和属性值进行转化, 由式 (2)~(13) 分别得到相对于参照点的损益决策矩阵 $B = [B(p_{ij}^k)]_{n \times l \times f}$ 和 $\tilde{B} = [\tilde{B}(\tilde{p}_{ij}^t)]_{n \times l \times g}$. 进一步, 由式 (14) 和 (15), 计算得到前景决策矩阵 $V_i = [V(p_{ij}^k)]_{l \times f}$ 和 $\tilde{V}_j = [\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)]_{n \times g}$, 结果如表 5 和表 6 所示.

根据式 (16) 和 (17), 将前景决策矩阵中的前景值进行规范化. 由式 (18) 和 (19) 分别得到匹配主体 m_i 对

表 5 m_i 对 w_j 的前景决策矩阵

$V(p_{ij}^k)$	w_1					w_2				
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
m_1	-0.47	0	-0.47	0	-0.57	0	0.21	0.21	1.84	0.24
m_2	0	0	-0.47	2.25	0.18	0	0	0	1	0.5
m_3	-0.47	-0.47	0	1	-1.46	0	0	0	2.63	-0.66
m_4	0.21	0.21	0	-4.14	0.41	0	0	0	0	0.68

m_i	w_3					w_4				
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
m_1	-0.47	0	-0.47	1	0.25	-0.47	0	-0.47	-4.14	-0.45
m_2	0.21	0.21	0	0	0.46	0	0	0	-5.92	0.37
m_3	0	-0.47	0	1.84	-0.83	0	0	0	-2.25	-1.03
m_4	0	0	-0.47	2.25	0.67	0	0	0	-7.62	0.58

表 6 w_j 对 m_i 的前景决策矩阵

$\tilde{V}(\tilde{p}_{ij}^t)$	m_1				m_2			
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_1	A_2	A_3	A_4
w_1	-0.47	0	-0.47	-0.47	-0.47	0	0	-0.47
w_2	0.21	0	0.38	-0.47	0	-0.85	0.21	-0.47
w_3	0.21	0.21	0	0	0.38	0	0.21	0.21
w_4	0	0	-0.47	-0.85	0	0	0	0.47

w_i	m_3				m_4			
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_1	A_2	A_3	A_4
w_1	0	-0.47	-0.47	-0.47	0.21	0	0	0
w_2	-0.47	-0.47	0	-1.22	0	-0.47	0	-0.85
w_3	0	0	-0.85	-0.47	0	-0.47	-0.47	-0.47
w_4	-0.47	0	-0.85	-1.22	-0.47	0	-0.47	-0.47

w_j 的满意度综合前景值 U_{ij} 和匹配主体 w_j 对 m_i 的满意度综合前景值 \tilde{U}_{ij} . 利用式 (20) 建立双目标优化模型, 将模型转化为单目标线性规划模型. 设 $\omega_1 = \omega_2 = 0.5$, 通过优化软件包 LINGO 进行求解, 得到如下的最优解:

$$\begin{aligned}
 x_{11} &= 0, x_{12} = 1, x_{13} = 0, x_{14} = 0, \\
 x_{21} &= 0, x_{22} = 0, x_{23} = 1, x_{24} = 0, \\
 x_{31} &= 0, x_{32} = 0, x_{33} = 0, x_{34} = 0, \\
 x_{41} &= 1, x_{42} = 0, x_{43} = 0, x_{44} = 0.
 \end{aligned}$$

可见, 匹配主体 m_1 与 w_2 相匹配, m_2 与 w_3 相匹配, m_4 与 w_1 相匹配.

4 结 论

本文提出了一种基于前景理论的多属性决策分析方法. 该方法考虑匹配决策过程中主体针对属性的期望水平和实际感知, 依据前景理论的思想, 构建了实际感知属性值相对于期望水平的损益决策矩阵和前景决策矩阵, 以反映实际感知的属性值对期望水平的满足程度, 进而通过构建优化模型得到了匹配结果. 所提出的方法思路清晰且具有较强的可操作性和实用性, 为匹配决策问题的研究提供了一种新的基于决策者心理和行为的思路和方法, 对于解决大量存在的现实匹配决策问题具有重要的理论指导价值.

参考文献(References)

[1] Roth A E, Rothblum U G, John H Vandev. Stable matchings, optimal assignments and linear programming[J]. Mathematics of Operations Research, 1993, 18(4): 803-828.

[2] Gale D, Shapley L. College admissions and the stability of marriage[J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69(1): 9-15.

[3] Wang J J, Yang D L. Using a hybrid multi-criteria decision aid method for information systems outsourcing[J]. Computers & Operations Research, 2007, 34(12): 3691-3700.

[4] Sim K M, Chan R. A brokering protocol for agent-based E-commerce[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Applications and Reviews, 2000, 30(4): 474-484.

[5] Huynh V N, Nakamori Y. A satisfactory-oriented approach to multiexpert decision-making with linguistic assessments[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Cybernetics, 2005, 35(2): 184-196.

[6] Borbel'ova V, Cechlarova K. On the stable b -matching problem in multigraphs[J]. Discrete Applied Mathematics, 2008, 156(5): 673-684.

[7] Simon H A. A behavioral model of rational choice[J]. Quarterly J of Economics, 1955, 69 (1): 99-118.

[8] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometric, 1979, 47(2): 263-291.

[9] 樊治平, 陈发动, 张晓. 基于累积前景理论的混合型多属性决策方法[J]. 系统工程学报, 2012, 27(3): 295-301. (Fan Z P, Chen F D, Zhang X. Method for hybrid multiple attribute decision making based on cumulative prospect theory[J]. J of Systems Engineering, 2012, 27(3): 295-301.)

[10] Adachi H. On a characterization of stable matchings[J]. Economics Letters, 2000, 68(1): 43-49.

[11] Yoon K P, Hwang C L. Multiple attribute decision making: An introduction[R]. Thousand Oaks: Sage University Paper series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 1981.

[12] Li R J. Fuzzy method in group decision making[J]. Computers & Mathematics with Applications, 1999, 38(1): 91-101.

[13] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.

[14] He X D, Zhou X Y. Portfolio choice under cumulative prospect theory: An analytical treatment[J]. Management Science, 2011, 57(2): 315-331.

(责任编辑: 郑晓蕾)