第 27 卷 第 8 期
Vol. 27 No. 8

控 制 与 决 策
Control and Decision

2012 年 8 月
Aug. 2012

文章编号: 1001-0920 (2012) 08-1246-05

基于变权向量的群体评价信息集结方法

成 波[1,2], 刘三阳[1]

(1. 西安电子科技大学 理学院，西安 710071；2. 安康学院 数学系，陕西 安康 725000)

摘 要: 为了减轻群体评价中少数评价者的错误或偏见对群体评价结果的影响, 提出基于变权向量的群体评价信息集结方法. 根据各评价者的评价值与基于线性加权法的群体评价值的差别, 确定了一个变权向量, 给出了基于该变权向量的变权集结算子. 实例分析表明, 将该变权集结算子用于群体评价的信息集结, 可以有效减轻少数评价者的错误或偏见对群体评价结果的影响.

关键词: 群体评价；信息集结；变权向量；线性加权法

中图分类号: C931；O159 **文献标识码:** A

Method of group evaluation information aggregation based on variable weights vector

CHENG Bo[1,2], *LIU San-yang*[1]

(1. School of Science，Xidian University，Xi’an 710071，China；2. Department of Mathematics，Ankang University, Ankang 725000，China．Correspondent：CHENG Bo，E-mail：cb9802@163.com)

Abstract: In order to reduce the effect of few evaluator’s mistake and prejudice on the result of the group evaluation, a method of group evaluation information aggregation based on variable weights vector is introduced. According to the differences between each evaluator’s evaluation and the group evaluation obtained by the linear weighting method, a variable weights vector is determined, and a variable weights aggregation operator based on the variable weights vector is defined. Finally, an aggregation example is given. The result shows that this aggregation method can effectively reduce the effect of some evaluator’s mistake and prejudice on the result of the group evaluation.

Key words: group evaluation；information aggregation；variable weights vector；linear weighting method

1 引 言

在现实生活中, 一些评价问题因其自身的复杂性, 单凭个人很难给出科学合理的评价, 所以越来越多的评价问题是需要多个评价者参与的群体评价问题[1-3]. 在群体评价过程中, 首先各评价者根据自己的知识偏好分别对评价问题的各方案进行评价 (例如对方案进行打分), 然后通过某种方式将这些评价信息进行集结得到一个群体评价结果. 其中, 集结各评价者的评价信息以形成群体评价是解决群体评价问题的关键. 目前, 有关信息集结方法的研究已有很多成果[3-9], 如线性加权法、福利函数法、逼近于理想解法 (TOPSIS法)、选择函数法、效用函数法等集结方法. 诸多方法中最为常用的是线性加权法, 该方法简单易行且计算量小; 但对于有些群体评价问题会得出不合理的群体评价结果. 事实上, 一方面由于各评价者的知识水平、个人偏好等有较大差异, 他们在作出评价时往往会带有很强的个人偏见, 对自己偏好的方案给予较高的评价, 对自己厌恶的方案给予较低的评价; 另一方面, 因为某些原因, 少数评价者会对部分方案给出明显错误的评价. 在这种情况下使用线性加权法对群体评价信息进行集结, 这些不公正或错误的评价会导致不合理甚至错误的群体评价结果. 为了解决该问题, 在实际应用中通常采用去掉最高最低分的集结方法, 即去掉每个方案评价值中的一个最高分和一个最低分, 对剩余的评价值进行集结 (通常采用求和的集结方法), 最后得到群体评价结果. 这种方法操作简单, 计算量小, 但是很多时候也不能完全解决上述问题. 例如在一个群体评价问题中, 由 30 人构成一个评

收稿日期: 2011-03-01；**修回日期:** 2011-06-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60974082)；安康学院项目(2010AYTDZR02).

作者简介: 成波(1971−), 男, 博士生, 从事最优化理论与应用的研究；刘三阳(1959−), 男, 教授, 博士生导师, 从事最优化理论与应用等研究.

价群体, 对某个方案有 3 人给出比其他人明显高出许多的评价, 有 2 人给出明显低出许多的评价, 如果用去掉最高最低分的方法, 则只能消除 5 个不合理评价中的 2 个对群体评价结果的影响, 另外 3 人的明显不合理的评价还是会对群体评价结果产生不利影响. 另外, 当各评价者具有不同的权重时, 这种方法无法使用.

鉴于此, 本文根据文献 [10] 中的变权思想给出了用于集结群体评价信息的变权集结方法. 在实际应用中, 该集结方法可有效减轻少数评价者的错误或偏见对群体评价结果的影响, 使群体评价结果更为科学合理.

2　变权向量与变权集结算子

变权思想由文献 [10] 提出, [11-14] 对其本质和原理进行了系统的研究, 给出了变权向量、状态变权向量等概念的公理化定义, 并提出了变权综合原理. 参考 [10-14] 中的变权向量, 引入用于群体评价的变权向量和变权集结算子概念. 为了方便起见, 记 $M=\{1,2,\cdots,m\}$, $[0,1]^m$ 为 m 维欧氏空间 $\boldsymbol{R}^m$ 中的单位立方体.

定义 1　一组变权是指 m 个映射 $w_i:[0,1]^m\to[0,1]$, $i\in M$, $(f_1,f_2,\cdots,f_m)\mapsto w_i(f_1,f_2,\cdots,f_m)$ 满足如下公理.

1) 归一性, $\sum\limits_{j=1}^{m}w_j(\boldsymbol{f})=1$.

2) 连续性, $w_i(f_1,f_2,\cdots,f_m)(i\in M)$ 关于每个自变量 $f_k(k\in M)$ 连续.

记 $\boldsymbol{f}=(f_1,f_2,\cdots,f_m)$, $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})=(w_1(\boldsymbol{f}),w_2(\boldsymbol{f}),\cdots,w_m(\boldsymbol{f}))$, 称 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 为 $\boldsymbol{f}$ 的变权向量, 简称为变权向量. 设 $q_i:[0,1]^m\to[0,1]$, $i\in M$, 若 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 满足:

3) 激励性, 对于每个 $i\in M$, $w_i(f_1,f_2,\cdots,f_m)$ 随 $|f_i-q_i(\boldsymbol{f})|$ 增大而减小, 则称 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 是以 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{f})=(q_1(\boldsymbol{f}),q_2(\boldsymbol{f}),\cdots,q_m(\boldsymbol{f}))$ 为激励策略的变权向量, $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{f})$ 为 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 的激励策略. 在应用中 $\boldsymbol{f}$ 为归一化的决策向量、因素状态值向量或评价值向量.

文献 [10-14] 引入了惩罚型、激励型和混合型变权向量概念, 定义 1 中的变权向量是其推广. 事实上, 若 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 是以 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{f})$ 为激励策略的变权向量, 则当 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{f})\equiv\boldsymbol{q}\in[0,1]^m$ 时, $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 是 [13] 中的混合型变权向量; 当 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{f})\equiv(1,1,\cdots,1)\in[0,1]^m$ 时, $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 是 [11-12] 中的激励型变权向量; 当 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{f})\equiv(0,0,\cdots,0)\in[0,1]^m$ 时, $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 是 [11-12] 中的惩罚型变权向量.

若 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 为变权向量, 则称

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{f})=\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}=\sum_{j=1}^{m}w_j(\boldsymbol{f})f_j$$

为变权集结算子, 虽然它与线性加权集结算子

$$\boldsymbol{V}_0(\boldsymbol{f})=\boldsymbol{w}\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}=\sum_{j=1}^{m}w_jf_j$$

形式相似, 但二者有较大的区别: 线性加权集结算子中的权重向量 $\boldsymbol{w}$ 是常权向量, 变权集结算子中的权重向量 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 是变权向量 (它随着方案 $\boldsymbol{f}$ 的不同而变化). 显然, 变权集结算子的基础是变权向量, 一般而言, 可以根据方案的状态来构造变权向量, 为此引入状态变权向量概念.

定义 2　设 $s_i:[0,1]^m\to[0,1]$, $i\in M$, 若向量值函数 $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{f})=(s_1(\boldsymbol{f}),s_2(\boldsymbol{f}),\cdots,s_m(\boldsymbol{f}))$ 满足:

1) $s_i(f_1,f_2,\cdots,f_m)$ 关于每个自变量 f_k 连续, $i,k\in M$;

2) 对于所有的常权向量 $\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_m)$, 变权向量

$$\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})=\frac{(w_1s_1(\boldsymbol{f}),w_2s_2(\boldsymbol{f}),\cdots,w_ms_m(\boldsymbol{f}))}{\sum\limits_{j=1}^{m}(w_js_j(\boldsymbol{f}))}\tag{1}$$

满足定义 1 的归一性和连续性, 则称 $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{f})$ 为 $\boldsymbol{f}$ 的状态变权向量, 其中式 (1) 为常权 $\boldsymbol{w}$ 和状态变权向量 $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{f})$ 的归一化 Hadamard 乘积.

利用状态变权向量构造变权向量 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 时, 首先确定状态变权向量 $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{f})$, 然后利用式 (1) 计算出 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$. 该方法得到的变权向量既反映了 $\boldsymbol{f}$ 的状态水平 (用 $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{f})$ 表示), 又考虑了 $\boldsymbol{f}$ 各分量的重要程度 (用 $\boldsymbol{w}$ 表示). 为了准确衡量变权向量相对于给定常权向量的变化程度, 引入相对调节度概念.

定义 3　设 $\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_m)$ 为常权向量且 $w_i>0$, $i\in M$, $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 为变权向量, 称

$$v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}))=\frac{w_i(\boldsymbol{f})-w_i}{w_i}\tag{2}$$

为 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 在 $\boldsymbol{f}\in[0,1]^m$ 处对于 w_i 的相对调节度.

由定义 3 可知, 对于任何 $i\in M$, 有 $v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}))\geqslant-1$. 当 $v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}))>0$ 时, 变权 $w_i(\boldsymbol{f})$ 比常权 w_i 大; 当 $v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}))<0$ 时, $w_i(\boldsymbol{f})$ 比 w_i 小. 特别地, 若对于所有的 $i\in M$, $v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}))=0$, 则变权向量退化为常权向量, 此时相应的变权集结算子为线性加权集结算子. 若存在 $i\in M$ 使得 $v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}))=-1$, 则有 $w_i(\boldsymbol{f})=0$, 即第 i 个变权 $w_i(\boldsymbol{f})$ 为 0, 此时变权集结方法类似于常用的去掉最高最低分的集结方法.

在实际应用中, 根据 f_i 与激励策略 $q_i(\boldsymbol{f})$ 的偏离程度来确定变权向量 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$, 其原则为:

1) 不同 $\boldsymbol{f}$ 对应不同的变权向量 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$, 这体现了变权的思想;

2) 对于 $i\in M$, f_i 越偏离 $q_i(\boldsymbol{f})$, 变权与常权的差 $w_i(f)-w_i$ 越小 (为负值), 相应的相对调节度 (为负

值) 也就越小, 此时变权 $w_i(\boldsymbol{f})$ 与常权 w_i 的差异越大, 这体现了对偏离激励策略评价的惩罚, 符合定义 1 中的激励性.

若设 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{f}) = (q_1(\boldsymbol{f}), q_2(\boldsymbol{f}), \cdots, q_m(\boldsymbol{f}))$, 则 $|f_i - q_i(\boldsymbol{f})|$ 越大, f_i 偏离 $q_i(\boldsymbol{f})$ 的程度越大. 令

$$M(\boldsymbol{f}) = \max_{j\in M} |f_j - q_j(\boldsymbol{f})|,$$

$M(\boldsymbol{f})$ 体现了 $\boldsymbol{f}$ 偏离 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{f})$ 的程度. 根据上述原则确定变权向量, 使它在 $\boldsymbol{f}$ 处相对调节度的最小值随 $M(\boldsymbol{f})$ 的增大而减小. 特别地, 当 $M(\boldsymbol{f}) = 0$ 时, 相对调节度的最小值为 0, 此时常权向量与变权向量相等.

例 1 已知 $\boldsymbol{f} = (f_1, f_2, \cdots, f_m) \in [0,1]^m$, 常权向量 $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \cdots, w_m)$ 为 $\boldsymbol{f}$ 各分量的权重, 设 $q_i : [0,1]^m \to [0,1]$, 且 $q_i(\boldsymbol{f}) \equiv \bar{f} = \sum_{j=1}^{m} w_j f_j, i \in M$. 常用的状态变权向量有经验公式和指数型等[14], 这里采用容易理解的经验公式, 令

$$s_i(f) = 1 - \frac{\lambda|f_i - \bar{f}|}{M(\boldsymbol{f}) + \epsilon}.$$

其中: $\lambda \in [0,1]$; $M(\boldsymbol{f}) = \max_{j\in M} |f_j - \bar{f}|$; ϵ 为使 $M(\boldsymbol{f}) + \epsilon > 0$ 的极小非负常数 (若 $M(\boldsymbol{f}) > 0$, 则可取 $\epsilon = 0$); $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{f}) = (s_1(\boldsymbol{f}), s_2(\boldsymbol{f}), \cdots, s_m(\boldsymbol{f}))$ 为状态变权向量. 由式 (1) 计算得到 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 是以 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{f}) = (\bar{f}, \bar{f}, \cdots, \bar{f})$ 为激励策略的变权向量, 且

$$w_i(f) = \frac{w_i(M(\boldsymbol{f}) + \epsilon - \lambda|f_i - \bar{f}|)}{M(\boldsymbol{f}) + \epsilon - \lambda\sum_{j=1}^{m} w_j|f_j - \bar{f}|}. \tag{3}$$

根据式 (2) 计算得到 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 在 $\boldsymbol{f}$ 处对于 w_i 的相对调节度为

$$v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})) = \frac{M(\boldsymbol{f}) + \epsilon - \lambda|f_i - \bar{f}|}{M(\boldsymbol{f}) + \epsilon - \lambda\sum_{j=1}^{m} w_j|f_j - \bar{f}|} - 1.$$

容易验证该变权向量 $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})$ 满足上述原则. 对于 $\boldsymbol{f} \in [0,1]^m$ 和 $i \in M$, $v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}))$ 是 $|f_i - \bar{f}|$ 的递减函数, 容易得到变权向量在 $\boldsymbol{f}$ 处相对调节度的最小值

$$\min_{i\in M} v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})) = \frac{M(\boldsymbol{f})(1-\lambda) + \epsilon}{M(\boldsymbol{f}) + \epsilon - \lambda\sum_{j=1}^{m} w_j|f_j - \bar{f}|} - 1$$

随 $M(\boldsymbol{f})$ 的增大而变小. 当 $M(\boldsymbol{f}) = 0$ 时, 对于任意的 $i \in M$ 均有 $v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})) = 0$. 另外, $\min_{i\in M} v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}))$ 是参数 λ 的递减函数, 当 $\lambda = 0$ 时, $\min_{i\in M} v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})) = 0$, 此时变权向量等于常权向量; 当 $\lambda = 1$ 时, $\min_{i\in M} v_i(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f})) = -1$, 此时变权向量的某个分量为 0, 相应的变权集结算子类似于常用的去掉最高最低分的集结算子. 参数 λ 取值与变权向量的最小相对调节度的关系如表 1 所示. 一般而言, 可根据对常权向量的调整程度来确定参数 λ 的大小.

表 1 参数取值的参考表

赋值λ	定 义	最小相对调节度
0	保持常权与变权相等	0
0.2	变权和常权有很小的差异	
0.4	变权和常权有较小的差异	↓
0.7	变权和常权有较大的差异	
0.9	变权和常权有很大的差异	
1	变权和常权有最大的差异	−1

在使用例 1 的变权向量时, 可以适当选取参数 λ, 使得变权向量的相对调节度处在预期的水平.

3 基于变权向量的群体评价信息的集结

3.1 群体评价信息的集结

对于有限方案的群体评价问题, 设有 m 个评价者 $P_k(k = 1, 2, \cdots, m)$ 组成多人评价群体 $P = \{P_1, P_2, \cdots, P_m\}$, n 个方案 $x_i(i = 1, 2, \cdots, n)$ 构成方案集 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$. 在群体评价中, 评价者 P_k 对方案 x_i 进行评价 (打分), 对所得分数归一化处理得到极大型归一化无量纲的评价值为 $f_k(x_i)$, $k \in M$, $i = 1, 2, \cdots, n$, 改写成群体评价矩阵为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} f_1(x_1) & f_2(x_1) & \cdots & f_m(x_1) \\ f_1(x_2) & f_2(x_2) & \cdots & f_m(x_2) \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ f_1(x_n) & f_2(x_n) & \cdots & f_m(x_n) \end{bmatrix}.$$

群体评价的评价过程如下:

Step 1: 各评价者对所有方案进行评价, 形成群体评价矩阵 $\boldsymbol{A}$;

Step 2: 通过某种集结算子对 $\boldsymbol{A}$ 进行集结, 得到群体评价值, 再根据群体评价值从方案集 X 中选择出最优方案或者是对方案集 X 中的方案进行优先排序.

在实际应用中, 通常会选取线性加权法对评价值矩阵 $\boldsymbol{A}$ 进行集结; 然而在有些群体评价问题中, 可能由于某些原因, 少数评价者对某个方案做出了不公正或不合理的评价. 为了减轻这种不公正或不合理的评价对于该方案群体评价结果的影响, 在对评价信息进行加权集结时, 可以适当减小该决策者在该方案上的“发言权” (权重), 即减小他在该方案上的权重, 从而有效地增加对该方案群体评价的公正性与合理性. 于是对于不同方案, 各评价者都有不同的“发言权”, 这样即可得到一个随方案变化而变化的变权向量, 它反映了不同评价者在不同方案上具有不同的权重. 由定义 1 和上述确定变权向量的原则得到: 评价者的评价结果越接近线性加权集结的群体评价结果, 其相应权重越大, 反之则越小. 例 1 中的变权向量正好是符合该原则的变权向量. 一般地, 基于变权向量的群体评价信息集结方法的基本步骤如下:

Step 1: 根据某种原则确定反映决策者重要性的

常权向量 $\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_m)$.

Step 2: 用线性加权集结算子

$$\boldsymbol{V}_0(\boldsymbol{A})=\boldsymbol{w}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\Big(\sum_{j=1}^{m}w_jf_j(x_1),\sum_{j=1}^{m}w_jf_j(x_2),\cdots,\sum_{j=1}^{m}w_jf_j(x_n)\Big)$$

对评价矩阵 $\boldsymbol{A}$ 进行集结, 得到各方案的线性加权群体评价值.

Step 3: 计算各评价者的评价值和 Step 2 的群体评价值差异程度, 由此来确定各评价者在各方案上的权重. 变权向量为

$$\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}(x_i))=(w_1(\boldsymbol{f}(x_i)),\ w_2(\boldsymbol{f}(x_i)),\cdots,w_m(\boldsymbol{f}(x_i))).$$

其中

$$\boldsymbol{f}(x_i)=(f_1(x_i),f_2(x_i),\cdots,f_m(x_i)),\quad i=1,2,\cdots,n.$$

Step 4: 根据所得变权向量, 利用基于变权向量的集结算子

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{A})=(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}(x_1))\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}(x_2))\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{w}(\boldsymbol{f}(x_n))\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})=\Big(\sum_{j=1}^{m}w_j(\boldsymbol{f}(x_1))f_j(x_1),\sum_{j=1}^{m}w_j(\boldsymbol{f}(x_2))f_j(x_2),\cdots,\sum_{j=1}^{m}w_j(\boldsymbol{f}(x_n))f_j(x_n)\Big)$$

对评价矩阵 $\boldsymbol{A}$ 进行集结, 得到基于变权向量的群体评价结果.

3.2 算例分析

设群体评价问题的方案集为 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_8\}$, 评价群体为 $P=\{P_1,P_2,\cdots,P_6\}$, 评价矩阵见表 2[15].

表 2 群体评价矩阵

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
x_1	0.902 4	0.322 2	0.891 6	0.894 2	0.886 4	0.893 2
x_2	0.972 3	0.769 3	0.779 9	0.762 7	0.742 0	0.760 5
x_3	0.921 3	0.923 6	0.902 1	0.916 4	0.900 1	0.920 7
x_4	0.457 3	0.453 2	0.451 5	0.465 9	0.447 6	0.455 2
x_5	0.252 5	0.341 0	0.289 0	0.284 0	0.670 1	0.293 1
x_6	0.293 2	0.348 9	0.309 1	0.317 7	0.312 2	0.299 8
x_7	0.242 8	0.310 7	0.760 5	0.291 6	0.274 3	0.300 1
x_8	0.485 1	0.483 8	0.489 3	0.403 6	0.457 3	0.480 3

下面用基于变权向量的集结方法进行求解.

Step 1: 评价者权重一般根据其声望、地位等直接给出, 或通过 AHP 法、Delphi 法等确定. 本文确定反映评价者重要性的权重向量为[15] $\boldsymbol{w}=(0.158,0.170,0.173,0.165,0.165,0.169)$.

Step 2: 利用线性加权集结算子对评价矩阵进行集结. 经计算得到各方案的群体评价值分别为 0.796 1, 0.796 1, 0.914 0, 0.455 1, 0.354 8, 0.313 7, 0.366 8, 0.466 8. 排序结果见表 3 的"常权排序".

表 3 方案排序结果比较

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
常权排序	3	2	1	5	7	8	6	4
变权排序	2	3	1	5	7	6	8	4

Step 3: 利用例 1 中的变权向量, 取 $\lambda=0.9$, $\epsilon=0$. 由式 (3) 计算得到各决策者在各方案上的权重值如表 4 所示.

表 4 变权向量在各方案上的值

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
x_1	0.181 7	0.024 5	0.204 0	0.193 4	0.197 8	0.198 6
x_2	0.022 1	0.205 0	0.221 7	0.191 2	0.166 8	0.193 2
x_3	0.189 5	0.145 7	0.091 1	0.318 1	0.037 8	0.217 8
x_4	0.200 9	0.224 3	0.190 2	0.025 8	0.097 9	0.260 9
x_5	0.159 1	0.232 3	0.199 8	0.187 3	0.023 5	0.198 0
x_6	0.113 7	0.025 7	0.231 1	0.224 4	0.240 2	0.164 9
x_7	0.164 4	0.215 2	0.025 1	0.198 4	0.188 9	0.208 0
x_8	0.177 2	0.195 5	0.178 3	0.025 1	0.216 8	0.207 1

利用式 (2) 计算得到各方案的最小相对调节度依次为 −0.856, −0.860, −0.771, −0.844, −0.858, −0.849, −0.855, −0.848.

Step 4: 利用变权集结算子对相对评价值进行集结, 方案的群体评价值依次为 0.879 0, 0.768 6, 0.917 4, 0.454 0, 0.304 1, 0.309 5, 0.298 0, 0.476 5. 排序结果见表 3 的"变权排序".

3.3 排序结果分析

由表 2 可见, 与其他评价者相比, P_2 对于方案 x_1 的评价明显较低, P_1 对于方案 x_2, P_5 对于方案 x_5 和 P_3 对于方案 x_7 的评价明显较高. 若使用线性加权集结方法, 这些明显的"偏见"将影响群体评价结果. 若使用变权集结方法, 由表 4 可见, P_2 在 x_1, P_1 在 x_2, P_5 在 x_5 和 P_3 在 x_7 上的权重都很小, 即减少了这些评价者在相应方案上的"发言权", 从而减轻这些明显的"偏见"对于群体评价结果的影响. 从表 3 的排序结果可以看出, 与线性加权集结方法相比, 变权集结方法确实能有效地减轻这些带有明显"偏见"的评价对群体评价结果的影响, 从而相应的排序结果更为合理.

4 结　论

本文针对群体评价中少数决策者的错误或偏见会对群体评价结果产生不利影响的缺陷, 提出了基于变权向量的群体评价信息集结方法. 算例分析的结果

表明, 利用该方法对群体评价信息进行集结, 能有效减轻错误的或有偏见的评价对群体评价结果的影响. 在使用该变权集结方法时应该注意以下几点: 1) 为了保证该集结方法的合理性, 要求评价群体应由多人组成 (至少应在 4 人以上); 2) 要求评价方案有限, 并且评价矩阵经过归一化处理 (即矩阵元素在 [0,1] 中取值). 另外, 该集结方法的主要目的是减轻少数评价者的错误或偏见对群体评价结果的影响, 所以对于一个群体评价问题, 需要根据具体的情况来确定其是否应该使用本文方法进行求解, 本文方法不适于求解需要充分体现不同评价意见的群体评价问题.

参考文献(**References**)

[1] Hwang C L, Lin M J. Group decision making under multiple criteria[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1987: 1-5.

[2] 李登峰. 模糊多目标多人决策与对策[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 58-60.
(Li D F. Fuzzy multiobjective many-person decision makings and games[M]. Beijing: National Defence Industrial Press, 2003: 58-60.)

[3] 郭亚军. 综合评价理论、方法与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 1-6.
(Guo Y J. Evaluation theory, methods and applications[M]. Beijing: Science Press, 2007: 1-6.)

[4] 张发明, 郭亚军, 易平涛. 基于二维密度加权算子的群体评价信息集结方法[J]. 系统管理学报, 2009, 18(4): 397-401.
(Zhang F M, Guo Y J, Yi P T. A method of group evaluation information aggregation based on two-dimensional density operator[J]. J of Systems and Management, 2009, 18(4): 397-401.)

[5] Parkan C, Wu M L. Process selection with multiple objective and subjective attributes[J]. Production Planning and Control, 1998, 9(2): 189-200.

[6] Shih Hsu-shih, Shyur Huan-jyh, Lee E S. An extension of TOPSIS for group decision making[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2007, 45(7): 801-813.

[7] Xu Z S, Da Q L. An overview of operators for aggre- gating information[J]. Int J of Intelligent Systems, 2003, 18(9): 953-969.

[8] 程平, 刘伟. 多属性决策中一种基于主观偏好属性权重的方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(11): 1645-1650.
(Cheng P, Liu W. Method of determining attributes weghts ased on subjective preference in multi-attribute group decision-making[J]. Control and Decision, 2010, 25(11): 1645-1650.)

[9] 万树平. 基于相对熵的不完全信息群体专家权重的集结[J]. 应用数学与计算数学学报, 2009, 23(1): 66-70.
(Wan S P. Congregating of the experts' weights based on relative entropy for group decision-making problem with incomplete imformation[J]. Communication on Applied Mathematics and Computation, 2009, 23(1): 66-70.)

[10] 汪培庄. 模糊集与随机集落影M]. 北京: 北京师范大学出版社, 1985: 47-59.
(Wang P Z. Shadow of fuzzy sets and random sets[M]. Beijing: Beijing Normal University Press, 1985: 47-49.)

[11] 李洪兴. 因素空间理论与知识表示的数学框架[J]. 模糊系统与数学, 1995, 9(3): 1-9.
(Li H X. Factor spaces and mathematical frame of knowledge representation[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 1995, 9(3): 1-9.)

[12] 李德清, 李洪兴. 状态变权向量的性质与构造[J]. 北京师范大学学报: 自然科学版, 2002, 38(4): 455-461.
(Li D Q, Li H X. The properties and construction of state variable weight vectors[J]. J of Beijing Normal University, 2002, 38(4): 455-461.)

[13] 刘文奇. 一般变权原理与多目标决策[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(3): 1-11.
(Liu W Q. The ordinary variable weight principle and multiobjective decision-making[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2003, 23(3): 1-11.)

[14] 李德清, 郝飞龙. 状态变权向量的变权效果[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(6): 127-131.
(Li D Q, Hao F L. Weights transferring effect of state variable weights vector[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2009, 29(6): 127-131.)

[15] 刘长贤, 田厚平, 郭亚军, 等. 决策者具有重要性大小的群体冲突决策方法[J]. 工业工程与管理, 2006, 11(3): 86-90.
(Liu C X, Tian H P, Guo Y J, et al. A group conflicting decision making method with decision makers having different importance[J]. Industrial Engineering and Management, 2006, 44(3): 86-90.)