

文章编号: 1001-0920(2012)07-1092-04

## 无人机航迹规划中的发动机约束条件

王新民, 蒋正雄, 谢 蓉, 陈 海

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710129)

**摘 要:** 将无人机发动机的性能转化为约束条件进行航迹规划, 减小了航迹跟踪阶段的航迹跟踪误差. 分析了发动机性能与航迹规划约束条件之间的关系, 给出了发动机功率与最大爬升角、最大转弯角、航程与续航时间之间的转换公式, 建立了最大转弯角与最小航迹长度之间的数学联系. 仿真结果表明, 根据发动机性能得到的不同约束条件能够规划出适合不同无人机的三维航迹.

**关键词:** 无人机; 航迹规划; 发动机; 约束条件; 概率地图法

**中图分类号:** V249.1; TP273

**文献标识码:** A

### Engine constraints in UAV's 3-D route planning

WANG Xin-min, JIANG Zheng-xiong, XIE Rong, CHEN Hai

(College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China. Correspondent: XIE Rong, E-mail: xierong@nwpu.edu.cn)

**Abstract:** The UAV's engine performance is transformed into constraints in order to plan route, which reduces the route tracking error. The relationships between the engine performances and the route planning constraints are analyzed. The transfer formulae between the engine power and the maximum climbing angle, the maximum turning angle, the range or the endurance are given. The mathematical connection between the maximum turning angle and the minimum route length is established. The simulation results show that the UAV's 3-D route can be planned according to the different constraints which are transformed from the engine performances.

**Key words:** unmanned aerial vehicle; route planning; engine; constraints; probabilistic roadmap method

## 1 引 言

作为任务规划系统的核心之一, 航迹规划是一门伴随现代信息技术而发展起来的高新技术, 是实现无人机(UAVs)自主导航与飞行的关键, 对于提高无人机的作战效能及突防能力具有重要意义.

应用已有的航迹规划算法进行规划时, 很多约束条件都是直接给出的<sup>[1-2]</sup>, 没有考虑无人机的性能对这些约束条件的影响, 存在一定的盲目性<sup>[3-4]</sup>. 这样规划出的航迹, 不能体现出无人机的个体差异, 特别是在执行航迹跟踪任务时, 会出现跟踪误差较大的缺点. 因此, 本文在进行航迹规划之前, 首先重点分析了发动机性能与航迹规划约束条件之间的关系, 并以此为依据, 利用概率地图法(PRM)对无人机的三维航迹进行了规划. 这样规划出的航迹不仅是最优的, 而且具有很强的针对性, 能大大提高航迹跟踪过程的精度.

## 2 发动机与航迹规划约束条件

航迹规划过程中, 一般考虑的约束条件主要包括<sup>[5]</sup>: 最大爬升/俯冲角  $\theta_{\max}$ , 最大转弯角  $\beta_{\max}$ , 航程  $R$ , 续航时间  $t_d$ , 最小航迹长度  $l_{\min}$  等. 这些约束条件会随着发动机功率的变化而发生变化.

### 2.1 发动机功率与推力的关系

设无人机的发动机推力沿着飞行速度方向, 在航迹坐标系  $S_k - o_k x_k y_k z_k$  <sup>[6]</sup> 内建立无人机的运动方程如下:

$$\begin{cases} m \frac{dv}{dt} = T - D - G \sin \theta, \\ mv \frac{d\theta}{dt} = L \cos \gamma - G \cos \theta, \\ mv \cos \theta \frac{d\phi}{dt} = L \sin \gamma. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $m$  为飞行器的质量,  $T$  为发动机推力,  $D$  为阻力,  $G$  为重力,  $L$  为升力,  $\theta$  为航迹倾斜角,  $\phi$  为航迹方位

收稿日期: 2010-12-10; 修回日期: 2011-04-26.

作者简介: 王新民(1951-), 男, 教授, 从事飞行控制系统设计、先进控制理论及应用等研究; 蒋正雄(1968-), 男, 研究员, 从事先进控制理论及应用等研究.

角,  $\gamma$  为航迹滚转角,  $v$  为飞行速度。

当无人机作定直平飞时, 有  $dv/dt = 0$ ,  $d\theta/dt = 0$ ,  $\theta = 0$ , 则式(1)可简化为

$$\begin{cases} T = D, \\ L = G. \end{cases} \quad (2)$$

即推力等于阻力, 升力等于重力, 无人机处于平衡状态, 满足该条件的推力称为定常平飞需用推力  $T_{lr}$ <sup>[7]</sup>. 其表达式可通过式(2)相除得到, 即

$$T_{lr} = G \frac{D}{L} = \frac{G}{K}, \quad (3)$$

其中  $K$  为升阻比, 是飞行速度  $v$  的函数。

$T_{lr}$  的变化规律从本质上讲是无人机平飞时的阻力  $D$  的变化规律. 将无人机总阻力分为零升阻力和升致阻力两部分, 有

$$T_{lr} = D = D_0 + D_t = \frac{1}{2} \rho v^2 S \left[ C_{D_0} + K_D \left( \frac{2G}{\rho v^2 S} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

其中:  $\rho$  为空气密度,  $S$  为机翼面积,  $Q = \rho v^2 / 2$  为动压,  $C_{D_0}$  为零升阻力系数,  $K_D$  为升致阻力因子,  $D_0$  和  $D_t$  分别为零升阻力和升致阻力。

无人机能否实现定直平飞运动, 还取决于发动机能够提供的推力, 称为发动机的可用推力  $T_a$ . 它同样随飞行高度和速度变化, 且与发动机工作状态有关. 无人机实现定直平飞时, 可用推力等于平飞需用推力, 即

$$T_{lr} = T_a. \quad (5)$$

在考虑发动机功率与无人机推力之间的关系时, 只需要考虑无人机定值平飞的需用推力。

巡航时的需用推力还可按下式表示:

$$T_{lr} = \frac{P\eta}{v}. \quad (6)$$

其中:  $P$  为发动机的功率,  $\eta$  为螺旋桨的效率<sup>[8]</sup>. 式(6)即为无人机发动机功率与推力的关系式。

需用功率可表示为

$$P = \frac{Gv}{\eta K}. \quad (7)$$

发动机功率随飞行高度变化可采用如下经验公式计算得到

$$P_H = P_0 \left( 1.11 \frac{B_H}{B_O} \sqrt{\frac{T_{emH}}{T_{emO}}} - 0.11 \right). \quad (8)$$

其中:  $H$  为飞行高度,  $O$  为海平面,  $B$  为大气压力,  $T_{em}$  为大气温度。

## 2.2 最大爬升角

定常直线爬升时, 无人机的运动方程可简化为

$$\begin{cases} T = D + G \sin \theta, \\ L = G \cos \theta. \end{cases} \quad (9)$$

显然, 定直爬升飞行时的升力比定直平飞时所需的升力小, 因而定直爬升时的阻力也小于平飞需用推力。

由方程(9)可得爬升角(即航迹倾斜角)为

$$\begin{aligned} \theta &= \arcsin \frac{T - D}{G} = \\ \arcsin \frac{T_a - T_{lr}}{G} &= \arcsin \frac{\Delta T}{G}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\Delta T = T_a - T_{lr}$  称为剩余推力. 不同飞行高度、飞行速度下的剩余推力不同. 显然, 如果剩余推力达到最大值, 则爬升角也达到最大值, 即

$$\theta_{\max} = \arcsin \frac{\Delta T_{\max}}{G}, \quad (11)$$

最大剩余推力出现在最小阻力  $D_{\min}$  附近<sup>[7]</sup>. 同时, 可以根据可用推力确定无人机的最大爬升率. 爬升率是指无人机以特定的重量和给定发动机工作状态进行定常爬升时, 在单位时间内爬升的高度, 也称为上升垂直速度, 即

$$v_y = \frac{dH}{dt} = v \sin \theta. \quad (12)$$

将爬升角  $\theta$  的变化公式代入, 式(12)可表示为

$$v_y = \frac{\Delta T v}{G} = \text{SEP} = \left( \frac{T_a}{G} - \frac{1}{K} \right) v. \quad (13)$$

由式(13)可知, 无人机的爬升率即为单位重量剩余功率 SEP, 则最大爬升率为

$$v_{y \max} = \frac{(\Delta T v)_{\max}}{G}. \quad (14)$$

## 2.3 最大转弯角

在分析推力与最大转弯角的关系之前, 首先分析推力与无人机最小转弯半径之间的关系。

假设无人机在水平面内作匀速圆周运动, 有  $dv/dt = 0$ ,  $d\theta/dt = 0$ ,  $\theta = 0$ , 且将法向惯性力的形式改写为  $mv \cos \mu \frac{d\phi}{dt} = m \frac{v^2}{r}$ ,  $r$  即为正常转弯半径. 式(1)可简化为

$$\begin{cases} T = D, \\ L \cos \gamma = G, \\ m \frac{v^2}{r} = L \sin \gamma. \end{cases} \quad (15)$$

其中: 第1式表示保持飞行速度不变, 第2式表示保持飞行高度不变, 第3式表示转弯半径  $r$  不变. 于是, 可得正常转弯半径为

$$r = \frac{mv^2}{L \sin \gamma} = \frac{v^2 G}{g L \sin \gamma} = \frac{v^2}{g \sqrt{n_z^2 - 1}}, \quad (16)$$

其中  $n_z = L/G$  为无人机的法向过载. 正常转弯时的法向过载为

$$n_z = \frac{1}{\cos \gamma}. \quad (17)$$

由式(16)可见, 减小飞行速度  $v$  和增加法向过载  $n_z$  均可减小转弯半径. 但飞行速度和法向过载不能无限制减小或增大, 会受到结构强度、气动特性、发动机推力等限制. 满足各限制条件的转弯半径为最小转弯半径  $r_{\min}$ .

由式(15)中的第2式可得

$$L = \frac{G}{\cos \gamma} = n_z G. \quad (18)$$

这表明转弯所需的升力比直线平飞所需的升力大, 此时的升力系数由式(18)可得, 即

$$C_L = \frac{n_z G}{\frac{1}{2} \rho v^2 S}. \quad (19)$$

此时, 无人机的阻力为

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 C_D S = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D_0} + K_D C_L^2) = \frac{1}{2} \rho v^2 S \left[ C_{D_0} + K_D \left( \frac{n_z G}{\frac{1}{2} \rho v^2 S} \right)^2 \right] = D_0 + n_z^2 D_t. \quad (20)$$

其中:  $C_D$  为阻力系数,  $D_0$  和  $D_t$  分别为同样高度、速度下平飞时的零升阻力和升致阻力。

由式(20)可以看出, 无人机在给定高度、速度下转弯时的阻力, 比同样高度、速度下平飞时的阻力大。为了满足式(15)中第1式  $T = D$  的要求, 必须增大发动机的推力, 推力的增加受到发动机最大可用推力的限制。

当可用推力达到最大值  $T_{a \max}$  时, 可由式(20)求得其响应的最大法向过载为

$$n_{z \max} = \sqrt{\frac{T_{a \max} - D_0}{D_t}}. \quad (21)$$

把式(21)代入式(16)可得

$$r_{T \min} = \frac{v^2}{g \sqrt{\frac{T_{a \max} - D_0}{D_t} - 1}}, \quad (22)$$

$r_{T \min}$  即为有最大推力决定的无人机的最小转弯半径。

下面将分析最小转弯半径与无人机航迹规划中最大转弯角之间的关系。根据最大转弯角的定义, 以及最小航迹长度的限制, 给出最小转弯半径下的最大转弯角计算示意图, 如图1所示。图1中, 点  $A, B, C$  和  $C'$  是无人机的航迹点,  $O$  是正常转弯时圆弧的圆心。设最小航迹长度为  $l_{\min}$ , 有  $\widehat{BC} = \widehat{BC'} = l_{\min}$ , 即两条弧线和最小航迹长度相等, 但由于其最小转弯半径不同, 对应的最大转弯角也不同。由已知的最小航迹长度  $l_{\min}$  和最小转弯半径  $r_{T \min}$  可得此时的圆心角为

$$\alpha_c = \frac{l_{\min}}{r_{T \min}}. \quad (23)$$

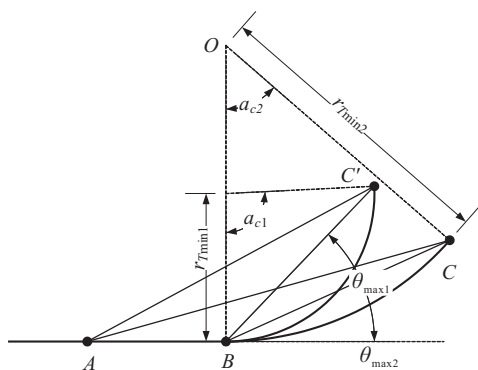


图1 最小转弯半径下的最大转弯角示意图

圆心角和最大转弯角存在如下关系:

$$\alpha_c = 2\beta_{\max}, \quad (24)$$

因此, 把式(22)和(23)代入(24)可得

$$\beta_{\max} = \frac{l_{\min}}{2r_{T \min}} = \frac{l_{\min} g \sqrt{\frac{T_{a \max} - D_0}{D_t} - 1}}{2v^2}. \quad (25)$$

式(25)即为可用推力与最大转弯角之间的关系。

## 2.4 航程和续航时间

当无人机在重心变化状态下飞行时, 在其飞行能力范围之内燃料可以换算成有效载荷, 本文正是基于该思想对无人机的航程和续航时间进行计算。

计算航程和续航时间的基本关系式是燃油消耗而引起的无人机重量的下降, 它等于燃油的消耗  $c$  与制动马力  $P_B$  的乘积。因此, 有如下关系式:

$$-\left(\frac{dG}{dt}\right) = cP_B. \quad (26)$$

推进马力  $P_T$  有如下两种表示方法:

$$P_T = \eta P_B, \quad (27)$$

$$P_T = Dv. \quad (28)$$

由此可得

$$-375 \left(\frac{dG}{dt}\right) = \frac{c}{\eta} Dv, \quad (29)$$

其中系数 375 用于换算英里与磅的单位<sup>[9]</sup>。

因  $L/D = G/D$ , 把  $D$  代入式(29)求解  $vdt$  可得

$$vdt = -375 \frac{\eta}{c} \frac{L}{D} \left(\frac{dG}{G}\right). \quad (30)$$

假定  $L/D$  及  $\eta/c$  为常数, 航程  $R$  即是在整个航程内对  $vdt$  的积分, 即

$$R = 375 \frac{\eta}{c} \frac{L}{D} \ln \left(\frac{G_0}{G_1}\right). \quad (31)$$

其中:  $G_0$  为无人机的起飞重量,  $G_1$  为航迹段结束时的无人机重量。

如果已知对应最小需求马力的速度  $v_m$ , 则可用下式对续航时间  $t_d$  进行简便粗略的估算:

$$t_d = \frac{R}{v_m}. \quad (32)$$

此时, 对应最小需求功率的速度

$$v_m = 391 \frac{G}{\sigma} C_{L S}, \quad (33)$$

其中  $\sigma$  为飞行高度处空气密度与海平面处空气密度的比值。

## 3 仿真分析

本文将对安装不同活塞式发动机的某型无人机进行航迹规划的仿真, 航迹规划算法为概率地图法<sup>[10-11]</sup>。

发动机的参数如表1所示。根据无人机安装发动机的不同, 把不同发动机功率下的无人机飞行性能转化为航迹规划过程中的约束条件, 得到的约束条件如表2所示。其中: UAV1 安装 Engine1, UAV2 安

表 1 无人机使用的发动机相关参数

发动机	重量/kg	功率/kw	转速/(r/min)	功重比	耗油率
Engine1	25.5	22.0	4000	0.618	0.394
Engine2	42.7	37.3	2500	0.874	0.351

表 2 无人机航迹规划约束条件

UAV	$\beta_{max}/deg$	$\theta_{max}/deg$	$R/km$	$t_d/h$	$l_{min}/km$
UAV1	47.34	26.87	285	2.5	1.2
UAV2	58.36	35.24	356	3.8	1.2

装 Engine2.

按照表 2 的约束条件参数进行无人机三维航迹规划仿真如下:

飞行区域选取  $80 \times 80 \text{ km}^2$ ; 威胁源数为 2, 参数分别为: 高度 30hm, 水平坐标 (30, 40)hm, 坡度为 15; 高度 30hm, 水平坐标 (50, 45)hm, 坡度为 12; 采点总数为 300. UAV1 起始点坐标选取为 (20, 10, 5)hm; 目标点坐标选取为 (70, 70, 8)hm. 由表 2 中的参数可知, 两架无人机的航程均远远大于飞行区域的范围, 因此在仿真过程中, 两架无人机均不会出现燃油不足引起的航迹规划失败, 所以可忽略航程及续航时间约束条件.

按照 Engine1 下的约束条件, UAV1 的离线航迹规划仿真结果如图 2 所示. 输出结果为: 航迹位姿点坐标值 (20.000 0, 10.000 0, 5.000 0)hm, (32.428 8, 17.093 2, 6.225 07)hm, (57.377 7, 26.077 5, 13.996 2)hm, (67.265 8, 45.603 4, 14.927 6)hm, (70.000 0, 70.000 0, 8.000 0)hm; 航迹代价为 89.41hm; 平均航迹段长度为 22.35hm; 航迹点的爬升/俯冲角为  $\theta = [4.89, 16.34, 2.44, 15.76] \text{ deg}$ ; 规划时间为 4.31s.

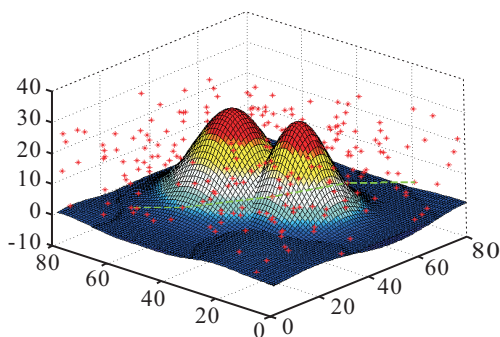


图 2 安装 Engine1 的 UAV1 三维航迹

按照 Engine2 下的约束条件, UAV2 的离线航迹规划仿真结果如图 3 所示. 输出结果为: 航迹位姿点坐标值 (20.000 0, 10.000 0, 5.000 0)hm, (35.239, 16.254 2, 6.955 08)hm, (55.469, 23.008 9, 7.657 93)hm, (70.423 2, 41.573 2, 13.411 7)hm, (70.000 0, 70.000 0, 8.000 0)hm; 航迹代价为 91.39hm; 平均航迹段长度

为 22.85hm; 爬升/俯冲角为  $\theta = [6.77, 1.89, 13.57, 10.78] \text{ deg}$ ; 规划时间为 3.79s.

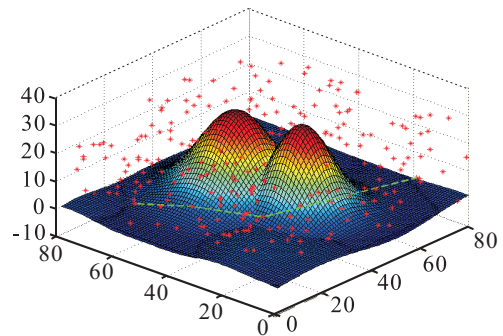


图 3 安装 Engine2 的 UAV2 三维航迹

由图 2 和图 3 的输出结果可看出, 安装 Engine1 的 UAV1 的航迹代价小于安装 Engine2 的 UAV2 的航迹代价, 并且前者的航迹更加平滑, 可飞性更高. 这是由于 Engine1 的性能低于 Engine2 的性能, 由此得到的航迹规划约束条件也更加“苛刻”. 但 UAV1 的航迹规划时间相对较长, 甚至会出现规划失败的情况, 这是由于约束条件过于严格造成的. UAV2 航迹的可飞性较 UAV1 稍差, 但由于 UAV2 安装有性能更加优越的发动机, 在进行航迹跟踪时, 仍能取得较好的航迹跟踪效果.

根据不同的发动机参数, 能够得到不同的航迹规划约束条件, 从而得到不同的航迹规划结果. 如果航迹规划约束条件给得过于严格, 则可能会出现航迹规划失败的情况; 如果给得过于宽泛, 则规划处的航迹可飞性较差. 从仿真结果可以看出, 本文提出的把发动机性能转化为约束条件是有效的, 为航迹规划约束条件的选取提供了理论参考.

### 4 结 论

本文对发动机性能与无人机航迹规划约束条件之间的关系进行了分析, 并应用 PRM 算法进行了仿真分析. 仿真结果表明, 根据发动机性能得到的不同约束条件能够规划出适合不同无人机的三维航迹.

### 参考文献(References)

[1] Bortoff S A. Path planning for UAVs[C]. Proc of the American Control Conf. Chicago: IEEE Piscataway, 2000: 364-368.  
 [2] Wei S M, Zefran M, DeCarlo R A. Optimal control of robotic systems with logical constraints: Application to UAV path planning[C]. IEEE Int Conf on Robotics and Automation. LA: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2004: 176-181.

(下转第 1100 页)