第 27 卷 第 5 期
Vol. 27 No. 5

控 制 与 决 策
Control and Decision

2012 年 5 月
May 2012

文章编号：1001-0920 (2012) 05-0797-04

# AHP 中群决策的几何平均超传递近似法

黄德才[a,b]，李秉焱[a]

(浙江工业大学 a. 理学院，b. 计算机科学与技术学院，杭州 310032）

**摘 要:** 研究了层次分析法 (AHP) 群决策中判断矩阵的合并问题. 首先, 论证了层次分析法中 $m$ 个判断矩阵的几何平均矩阵是判断矩阵, 以及 $m$ 个判断矩阵的加权几何平均复合判断矩阵是判断矩阵; 然后, 提出了层次分析法中简化的超传递近似法及群决策的几何平均超传递近似法, 该方法不需要一致性检验, 同时又保持了专家的原始意见; 最后, 通过一个实例验证了该方法的有效性和实用性.

**关键词:** 层次分析法；群决策；几何平均；超传递近似

**中图分类号:** C934　　　　**文献标识码:** A

# Geometric mean and super-transitive approximate method of AHP group decision

*HUANG De-cai* [a,b], *LI Bing-yan*[a]

(a. Institute of Sciences，b. School of Computer Science，Zhejiang University of Technology，Hangzhou 310032, China．Correspondent：HUANG De-cai，E-mail：hdc@zjut.edu.cn.)

**Abstract:** The judgment matrix combination problem of analytic hierarchy process(AHP) group decision making is studied. Firstly, it is proved that geometric mean matrix of $m$ judgment matrices is a judgment matrix, and the weighted geometric mean matrix of $m$ judgment matrices is a judgment matrix too. After that, a simplified over super-transitive approximate method in AHP decision making and a geometric mean over super-transitive approximate method in AHP group decision making are proposed. The method does not require a consistency check, while maintaining the original opinion of the experts. Finally, an example illustrates the effectiveness and feasibility of the proposed method.

**Key words:** analytic hierarchy process；group decision；geometric mean；super-transitive approximate

## 1 引 言

层次分析法 (AHP) 是多目标决策分析中研究定性与定量的方法. 自 20 世纪 70 年代由美国运筹学家 Saaty 教授创立以来, 该方法发展非常迅速, 已在许多领域得到了广泛应用[1]. 现实中的很多重要决策往往不是由一个单独的决策者完成的, 而是由多个相关专家组成的一个专家决策群体共同完成. 这样, 由于各个专家自身知识背景的不同, 对评判方案了解程度的不同, 以及专家自身的偏好等因素的干扰, 对于同一个决策问题的评判很可能产生较大的不一致, 难以达成一致意见. 对于各个专家的评判结果, 如何对之进行调整, 最终统一专家群体决策的意见, 便成为研究的重点. 目前, 对于群决策中判断矩阵的一致性合并问题, 提出了多种不同的方法. 例如: 文献 [2] 采用聚类分析的原理, 将专家个体排序向量进行分类, 再根据分类结果确定专家的权重系数; [3] 通过统计分析法及模糊分析法, 对各位专家的可信度权值进行了排序和分类; [4] 通过运用系统聚类分析法对群决策中的专家进行分类, 并以此为依据, 给各位专家赋予了一定的权重, 使得专家自身的素质因素在 AHP 分析中得到了一定的体现; [5] 对层次分析法中的一致性与相容性进行了相关研究; [6] 对 AHP 中复合判断矩阵的一致性研究证明了, 对同一决策问题, 若专家给出的所有判断矩阵具有满意一致性, 则加权几何平均复合判断矩阵也具有满意一致性.

在用层次分析法确定各指标权重时, 常出现决策者们给出的判断矩阵一致性差的情况, 从而一致性检验也是层次分析法中不可缺少的步骤, 以保证一定程

**收稿日期:** 2010-11-14；**修回日期:** 2011-03-17.

**基金项目:** 浙江省科技计划项目 (2009C11024).

**作者简介:** 黄德才(1958−), 男, 教授, 博士生导师, 从事 WEB 数据挖掘、决策方法等研究；李秉焱(1981−), 男, 硕士生, 从事集对分析、决策分析等研究.

度上的判断一致. 在实际中, 一般都凭大致估计来调整, 带有一定盲目性, 并且需要经过多次调整才能达到判断一致. 文献 [7] 提出了单一决策的超传递近似法. 在此基础上, 证明了 $m$ 个判断矩阵的几何平均矩阵是判断矩阵和 $m$ 个判断矩阵的加权几何平均复合判断矩阵是判断矩阵; 提出了简化的超传递近似法, 简化了计算过程; 并提出了群决策的几何平均超传递近似法, 用来解决群决策中判断矩阵的合并问题, 该方法不需要一致性检验, 这样就保证了专家的最初意见. 最后通过实例分析说明了该方法的有效性.

## 2 几何平均矩阵

**定义 1** 设 $A=(a_{ij}), B=(b_{ij})$ 均为 $n\times n$ 的判断矩阵, 则 $A$ 与 $B$ 的 Hardmard 乘积可表示为 $C=A\cdot B=(c_{ij})$, 其中 $c_{ij}=a_{ij}\cdot b_{ij}$.

**定义 2**[8] 设 $A_1=(a_{1_{ij}}),\ A_2=(a_{2_{ij}}),\ \cdots,\ A_m=(a_{m_{ij}})$ 为 $m$ 个 $n$ 阶判断矩阵, 其几何平均矩阵为 $C=(c_{ij})$, 其中 $c_{ij}=(a_{1_{ij}}\times a_{2_{ij}}\times\cdots\times a_{m_{ij}})^{1/m}$.

设共有 $m$ 个专家, 各专家的权重分别为 $\omega_i, i=1,2,\cdots,m$. 其中: $\sum\limits_{i=1}^{m}\omega_i=1, \omega_i>0$.

**定义 3**[6] 设 $A_1=(a_{1_{ij}}),\ A_2=(a_{2_{ij}}),\ \cdots,\ A_m=(a_{m_{ij}})$ 为 $m$ 个专家给出的同一决策问题的 $m$ 个判断矩阵, 其加权几何平均复合判断矩阵为 $C=(c_{ij})$. 其中

$$c_{ij}=(a_{1_{ij}})^{\omega_1}\times(a_{2_{ij}})^{\omega_2}\times\cdots\times(a_{m_{ij}})^{\omega_m},$$
$$\sum_{i=1}^{m}\omega_i=1,\ \omega_i>0.$$

**定理 1** $m$ 个判断矩阵的加权几何平均复合判断矩阵是判断矩阵.

**证明** 设 $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 为 $m$ 个判断矩阵, 其中 $a_{k_{ij}}=1/a_{k_{ji}}$, 其加权几何平均矩阵为 $C=(c_{ij})$, 其中

$$c_{ij}=(a_{1_{ij}})^{\omega_1}\times(a_{2_{ij}})^{\omega_2}\times\cdots\times(a_{m_{ij}})^{\omega_m}=\frac{1}{(a_{1_{ji}})^{\omega_1}}\times\frac{1}{(a_{2_{ji}})^{\omega_2}}\times\cdots\times\frac{1}{(a_{m_{ji}})^{\omega_m}}=1/c_{ji}.$$

因此 $C$ 为判断矩阵. □

当 $\omega_1=\omega_2=\cdots=\omega_m$ 时, 有下面定理成立:

**定理 2** $m$ 个判断矩阵的几何平均矩阵是判断矩阵.

## 3 超传递近似法

对目标间的重要性进行模糊评价以及对方案进行模糊排序时, Satty 提出的特征向量的概念被认为是一种很好的工具, 但存在的问题是在进行判断时可能会出现不一致性. 为此, Narasimhan 提出用一种简单的几何平均值法来构造比较矩阵的超传递近似法, 具体构造过程如下:

1) 构造互补矩阵 $A^{(1)},A^{(2)},\cdots,A^{(n)}$. 互补矩阵 $A^{(i)}=(a_i^{(1)},a_i^{(2)},\cdots,a_i^{(n)})^{\mathrm{T}}$, 互补矩阵 $A^{(i)}$ 的第 $i$ 行 $a_i^{(i)}$ 等于矩阵 $A$ 的第 $i$ 行 $a_i$, 即 $a_i^{(i)}=a_i$, 互补矩阵其他行按如下方式进行计算:

$$a_1^{(i)}=(a_{i1})^{-1}a_i^{(i)},\ a_2^{(i)}=(a_{i2})^{-1}a_i^{(i)},\ \cdots,$$
$$a_n^{(i)}=(a_{in})^{-1}a_i^{(i)},$$

其中 $a_{ij}$ 表示矩阵 $A$ 中第 $i$ 行第 $j$ 列元素.

2) 构造超传递近似 $A^*=(a_{ij}^*)$, 其中

$$a_{ij}^*=(a_{ij}^1\times a_{ij}^2\times\cdots\times a_{ij}^n)^{1/n},$$

这里 $a_{ij}^1,a_{ij}^2,\cdots,a_{ij}^n$ 分别表示矩阵 $A^{(1)},A^{(2)},\cdots,A^{(n)}$ 的第 $i$ 行第 $j$ 列元素.

3) 用特征向量法求得最大特征值所对应的特征向量, 即为相应的目标函数的权系数.

由上述超传递近似法的构造过程可得如下定理:

**定理 3** 超传递近似构造的矩阵是完全一致矩阵.

**证明** 设

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}\end{bmatrix}$$

为判断矩阵, 其中 $a_{ij}=1/a_{ji}$.

构造的互补矩阵为: $A^{(1)},A^{(2)},\cdots,A^{(n)}$, 其中互补矩阵 $A^{(i)}$ 按如下方式进行计算: 互补矩阵 $A^{(i)}$ 的第 $i$ 行 $a_i^{(i)}$ 等于矩阵 $A$ 的第 $i$ 行 $a_i$, 即 $a_i^{(i)}=a_i$; 第 $j(j=1,2,\cdots,n,\ j\neq i)$ 行为 $a_j^{(i)}=(a_{ij})^{-1}a_i^{(i)}$, 即

$$A^{(i)}=\begin{bmatrix} a_{i1}/a_{i1} & a_{i2}/a_{i1} & \cdots & a_{in}/a_{i1}\\ a_{i1}/a_{i2} & a_{i2}/a_{i2} & \cdots & a_{in}/a_{i2}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{i1}/a_{in} & a_{i2}/a_{in} & \cdots & a_{in}/a_{in}\end{bmatrix}.$$

构造的超传递近似矩阵为

$$A^*=\begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* & \cdots & a_{1n}^*\\ a_{21}^* & a_{22}^* & \cdots & a_{2n}^*\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{n1}^* & a_{n2}^* & \cdots & a_{nn}^*\end{bmatrix}.$$

其中

$$a_{ij}^*=(a_{ij}^{(1)}\times a_{ij}^{(2)}\times\cdots\times a_{ij}^{(n)})^{1/n}=((a_{1j}/a_{1i})\times(a_{2j}/a_{2i})\times\cdots\times(a_{nj}/a_{ni}))^{1/n},\tag{1}$$

$$a_{ij}^*\times a_{jk}^*=((a_{1j}/a_{1i})\times(a_{2j}/a_{2i})\times\cdots\times(a_{nj}/a_{ni}))^{1/n}\times((a_{1k}/a_{1j})\times(a_{2k}/a_{2j})\times\cdots\times(a_{nk}/a_{nj}))^{1/n}=((a_{1k}/a_{1i})\times(a_{2k}/a_{2i})\times\cdots\times(a_{nk}/a_{ni}))^{1/n}=a_{ik}^*.$$

因此矩阵 $A^*$ 为完全一致矩阵.

**定理 4**　如果矩阵 $A$ 为完全一致矩阵, 超传递近似构造的矩阵为 $A^*$, 则 $A = A^*$.

**证明**　由式 (1) 可知

$$a_{ij}^* = ((a_{1j}/a_{1i}) \times (a_{2j}/a_{2i}) \times \cdots \times (a_{nj}/a_{ni}))^{1/n}. \tag{2}$$

当 $A$ 为完全一致矩阵时, 有

$$a_{ij} = 1/a_{ji},\ a_{ik} = a_{ij} \times a_{jk},$$

将其代入式 (2) 可得

$$a_{ij}^* = ((a_{1j}/a_{1i}) \times (a_{2j}/a_{2i}) \times \cdots \times (a_{nj}/a_{ni}))^{1/n} = ((a_{i1} \times a_{1j}) \times (a_{i2} \times a_{2j}) \times \cdots \times (a_{in} \times a_{nj}))^{1n} = a_{ij}.$$

因此 $A = A^*$ 成立. □

因为完全一致矩阵任意一列都可作为权重向量, 所以构造超传递近似矩阵时只需求出其中某一列即可求得权重向量. 由此简化的超传递近似法如下:

Step 1: 构造互补矩阵 $A^{(k)}(k = 1, 2, \cdots, n)$ 的第 1 列列向量 $A_1^{(k)} = (a_{11}^{(k)}, a_{21}^{(k)}, \cdots, a_{n1}^{(k)})^{\mathrm{T}}$. 其中: $n$ 为矩阵的阶数, $a_{i1}^{(k)}$ 按如下方式进行计算:

$$a_{11}^{(k)} = (a_{k1})^{-1}a_{k1},\ a_{21}^{(k)} = (a_{k2})^{-1}a_{k1}, \cdots,$$
$$a_{n1}^{(k)} = (a_{kn})^{-1}a_{k1}.$$

Step 2: 构造超传递近似矩阵 $A^*$ 的第 1 列列向量, $A_1^* = (a_{11}^*, a_{21}^*, \cdots, a_{n1}^*)^{\mathrm{T}}$. 其中

$$a_{i1}^* = (a_{i1}^{(1)} \times a_{i1}^{(2)} \times \cdots \times a_{i1}^{(n)})^{1/n},\ i = 1, 2, \cdots, n.$$

Step 3: 归一化列向量.

## 4　群决策的几何平均超传递近似法

为了解决 AHP 中的群决策问题, 在超传递近似法的基础上, 提出群决策的几何平均超传递近似法. 设 $m$ 位专家给出的判断矩阵分别为: $A_1 = (a_{1ij})$, $A_2 = (a_{2ij}), \cdots, A_m = (a_{mij})$.

1) 先利用超传递近似法分别求出每位专家的权重列向量, 再求综合权重.

构造超传递近似矩阵 $A_1^*, A_2^*, \cdots, A_m^*$ 的第 1 列列向量 $A_{1_1}^*, A_{2_1}^*, \cdots, A_{m_1}^*$, 则有

$$A_{k_1}^* = (a_{k11}^*, a_{k21}^*, \cdots, a_{kn1}^*)^{\mathrm{T}} =$$
$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{a_{k_{11}}}{a_{k_{11}}} \times \dfrac{a_{k_{21}}}{a_{k_{21}}} \times \cdots \times \dfrac{a_{k_{n1}}}{a_{k_{n1}}}\right)^{1/n} \\ \left(\dfrac{a_{k_{11}}}{a_{k_{12}}} \times \dfrac{a_{k_{21}}}{a_{k_{22}}} \times \cdots \times \dfrac{a_{k_{n1}}}{a_{k_{n2}}}\right)^{1/n} \\ \vdots \\ \left(\dfrac{ak_{11}}{ak_{1n}} \times \dfrac{ak_{21}}{ak_{2n}} \times \cdots \times \dfrac{ak_{n1}}{ak_{nn}}\right)^{1n} \end{bmatrix}.$$

其几何平均列向量为

$$\left[\left(\prod_{i=1}^m a_{k_{11}}^*\right)^{1/m}\left(\prod_{i=1}^m a_{k_{21}}^*\right)^{1/m}\cdots\left(\prod_{i=1}^m a_{k_{n1}}^*\right)^{1/m}\right]^{\mathrm{T}} =$$
$$\begin{bmatrix} \left(\prod\limits_{i=1}^m \left(\dfrac{a_{k_{11}}}{a_{k_{11}}} \times \dfrac{a_{k_{21}}}{a_{k_{21}}} \times \cdots \times \dfrac{a_{k_{n1}}}{a_{k_{n1}}}\right)^{1/n}\right)^{1/m} \\ \left(\prod\limits_{i=1}^m \left(\dfrac{a_{k_{11}}}{a_{k_{12}}} \times \dfrac{a_{k_{21}}}{a_{k_{22}}} \times \cdots \times \dfrac{a_{k_{n1}}}{a_{k_{n2}}}\right)^{1/n}\right)^{1/m} \\ \vdots \\ \left(\prod\limits_{i=1}^m \left(\dfrac{a_{k_{11}}}{a_{k_{1n}}} \times \dfrac{a_{k_{21}}}{a_{k_{2n}}} \times \cdots \times \dfrac{a_{k_{n1}}}{a_{k_{nn}}}\right)^{1/n}\right)^{1/m} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

2) 先求几何平均矩阵, 再利用超传递近似法求得权重向量.

$m$ 个判断矩阵的几何平均矩阵为

$$A = (a_{ij}) = ((a_{1_{ij}} \times a_{2_{ij}} \times \cdots \times a_{m_{ij}})).$$

构造超传递近似矩阵 $A^*$ 的第 1 列列向量 $A_1^*$ 为

$$\begin{bmatrix} a_{11}^* \\ a_{21}^* \\ \vdots \\ a_{n1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} \times a_{11}^{(2)} \times \cdots \times a_{11}^{(n)} \\ a_{21}^{(1)} \times a_{21}^{(2)} \times \cdots \times a_{21}^{(n)} \\ \vdots \\ a_{n1}^{(1)} \times a_{n1}^{(2)} \times \cdots \times a_{n1}^{(n)} \end{bmatrix} =$$
$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{a_{11}}{a_{11}} \times \dfrac{a_{21}}{a_{21}} \times \cdots \times \dfrac{a_{n1}}{a_{n1}}\right)^{1/n} \\ \left(\dfrac{a_{11}}{a_{12}} \times \dfrac{a_{21}}{a_{22}} \times \cdots \times \dfrac{a_{n1}}{a_{n2}}\right)^{1/n} \\ \vdots \\ \left(\dfrac{a_{11}}{a_{1n}} \times \dfrac{a_{21}}{a_{2n}} \times \cdots \times \dfrac{a_{n1}}{a_{nn}}\right)^{1/n} \end{bmatrix}.$$

将 $a_{ij} = (a_{1_{ij}} \times a_{2_{ij}} \times \cdots \times a_{m_{ij}})^{1/m}$ 代入上式有

$$[\,a_{11}^*\ \ a_{21}^*\ \ \cdots\ \ a_{n1}^*\,]^{\mathrm{T}} =$$
$$\begin{bmatrix} \left(\prod\limits_{i=1}^m \left(\dfrac{a_{k_{11}}}{a_{k_{11}}} \times \dfrac{a_{k_{21}}}{a_{k_{21}}} \times \cdots \times \dfrac{a_{k_{n1}}}{a_{k_{n1}}}\right)^{1/m}\right)^{1/n} \\ \left(\prod\limits_{i=1}^m \left(\dfrac{a_{k_{11}}}{a_{k_{12}}} \times \dfrac{a_{k_{21}}}{a_{k_{22}}} \times \cdots \times \dfrac{b_{k_{n1}}}{b_{k_{n2}}}\right)^{1/m}\right)^{1/n} \\ \vdots \\ \left(\prod\limits_{i=1}^m \left(\dfrac{a_{k_{11}}}{a_{k_{1n}}} \times \dfrac{a_{k_{21}}}{a_{k_{2n}}} \times \cdots \times \dfrac{a_{k_{n1}}}{a_{k_{nn}}}\right)^{1/m}\right)^{1/n} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

比较式 (3) 和 (4) 可得两种方法具有完全一致的结果, 但方法 2) 的计算过程更简便, 以方法 2) 为例给出群决策的几何平均超传递近似法的决策步骤如下:

Step 1: 根据 $m$ 个专家给出的判断矩阵计算加权几何平均复合判断矩阵 $A$.

Step 2: 构造互补矩阵 $A^{(k)}$, $k = 1, 2, \cdots, n$ 的第 1 列列向量 $A_1^{(k)} = (a_{11}^{(k)}, a_{21}^{(k)}, \cdots, a_{n1}^{(k)})^{\mathrm{T}}$. 其中: $n$ 为矩阵的阶数, $a_{i1}^{(k)}$ 按如下方式进行计算:

$$a_{11}^{(k)} = (a_{k1})^{-1}a_{k1},\ a_{21}^{(k)} = (a_{k2})^{-1}a_{k1}, \cdots,$$
$$a_{n1}^{(k)} = (a_{kn})^{-1}a_{k1}.$$

Step 3: 构造超传递近似矩阵 $A^*$ 的第 1 列列向量 $A_1^* = (a_{11}^*, a_{21}^*, \cdots, a_{n1}^*)^{\mathrm{T}}$. 其中

$$a_{i1}^* = (a_{i1}^{(1)} \times a_{i1}^{(2)} \times \cdots \times a_{i1}^{(n)})^{1/n},\ i = 1, 2, \cdots, n.$$

Step 4: 归一化列向量.

## 5 实例分析

下面通过一个算例说明本文算法的可行性. 这里采用文献 [4] 中给出的例子, 在 [4] 中需先应用 [1] 中的方法对矩阵进行一致性调整, 本文直接采用群决策的几何平均超传递近似法.

假设 4 个同等重要的专家同时对 4 个因素进行评判, 得出如下矩阵:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 & 4 \\ 1/7 & 1 & 1 & 1/2 \\ 1/5 & 1 & 1 & 1/3 \\ 1/4 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 & 5 \\ 1/6 & 1 & 1 & 1 \\ 1/7 & 1 & 1 & 1 \\ 1/5 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 8 & 6 \\ 1/4 & 1 & 2 & 2 \\ 1/8 & 1/2 & 1 & 1 \\ 1/6 & 1/2 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1/3 & 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}.$$

1) 根据 $m$ 个专家给出的判断矩阵计算几何平均矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 & 4 \\ 1/7 & 1 & 1 & 1/2 \\ 1/5 & 1 & 1 & 1/3 \\ 1/4 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix};$$

2) 构造互补矩阵 $A^{(k)}(k=1,2,3,4)$ 的第 1 列列向量, 即

$$A_1^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.211\,1 \\ 0.205\,6 \\ 0.302\,1 \end{bmatrix},\ A_1^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.211\,1 \\ 0.211\,1 \\ 0.277\,8 \end{bmatrix},$$

$$A_1^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.205\,6 \\ 0.205\,6 \\ 0.227\,5 \end{bmatrix},\ A_1^{(4)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.229\,5 \\ 0.273\,0 \\ 0.302\,1 \end{bmatrix};$$

3) 构造超传递近似矩阵 $A^*$ 的第 1 列列向量, 即

$$A_1^* = (1, 0.214\,1, 0.222\,2, 0.275\,6)^{\mathrm{T}};$$

4) 归一化列向量

$$\omega = (0.581\,4, 0.125\,1, 0.129\,8, 0.161\,0)^{\mathrm{T}}.$$

## 6 结　论

在用层次分析法确定各指标权重时, 一致性检验是其不可或缺的步骤, 以保证专家判断在一定程度上的一致性. 在多个相关专家组成的决策群体中, 各个专家对同一个决策问题的评判很有可能产生较大的差异, 如何综合各个专家的评判结果, 最终形成专家群体的综合决策意见, 是 AHP 中群决策的关键问题. AHP 中群决策的几何平均超传递近似法首先根据各专家给出的判断矩阵, 计算出几何平均矩阵; 然后, 利用超传递近似法计算权重, 既不需要进行一致性检验, 又保持了各个专家的原始意见, 所得到的权重真实反映了专家群体的决策意见.

## 参考文献(References)


[1] 华中生, 吴云燕, 徐晓燕. 一种 AHP 判断矩阵一致性调整的新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2003, 25(1): 38-40.
(Hua Z S, Wu Y Y, Xu X Y. A new method of consistency regulation for the THP judgment matrix[J]. Systems Engineering and Electronics, 2003, 25(1): 38-40.)

[2] 郭文明, 相景丽, 肖楷生. 群组 AHP 权重系数的确定[J]. 华北工学院学报, 2000, 21(2): 110-113.
(Guo W M, Xiang J L, Xiao K S. Determination of weight coefficients in group AHP[J]. J of North China Institute of Technology, 2000, 21(2): 110-113.)

[3] 刘万里. 关于 AHP 中群体决策逆判问题的研究[J]. 模糊系统与数学, 2000, 14(3): 106-110.
(Liu W L. Study on the problem of group decision's adverse judgment in AHP[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2000, 14(3): 106-110.)

[4] 吴云燕, 华中生, 查勇. AHP 中群决策权重的确定与判断矩阵的合并[J]. 运筹与管理, 2003, 12(4): 16-21.
(Wu Y Y, Hua Z S, Cha Y. Calculation of the weights and the amalgamation of the matrixes in AHP group decision[J]. Operations Research and Management Science, 2003, 12(4): 16-21.)

[5] 尤熙华, 张会群. 层次分析法中的一致性与相容性关系研究[J]. 西安科技学院学报: 自然科学版, 2000, 20(4): 31-35.
(You X H, Zhang H Q. On the relationship between consistency and compatibility in AHP[J]. J of Xi'an University of Science and Technology: Nature Science, 2000, 20(4): 31-35.)

[6] 李向军, 李华. AHP 中复合判断矩阵的一致性研究[J]. 西安联合大学学报, 2003, 6(4): 74-77.
(Li X J, Li H. Consistency of complex judgment matrix in AHP[J]. J of Xi'an United University, 2003, 6(4): 74-77.)

[7] Ram Narasimhan. A geometric averaging procedure for constructing supertransitive approximation to binary comparison matrices [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1982, 8(1): 53-61.

[8] 徐玖平, 李军. 多目标决策的理论与方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 253-254.
(Xu J P, Li J. Multiple objective decision making theory and methods[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 253-254.)