第 27 卷 第 5 期
Vol. 27 No. 5

控 制 与 决 策
Control and Decision

2012 年 5 月
May 2012

文章编号: 1001-0920 (2012) 05-0757-04

二元语义密度算子及其在多属性决策中的应用

易平涛, 李伟伟, 郭亚军

(东北大学 工商管理学院，沈阳 110819)

摘 要: 针对二元语义信息形式的不确定多属性决策问题, 将密度中间算子由精确值形式拓展到二元语义形式. 首先, 基于二元语义信息对应的数值提出一种简单有效的二元语义聚类方法; 然后, 给出了密度加权向量的确定方法, 并且在此基础上, 将二元语义密度中间算子与已知的信息集结算子合成, 得到二元语义密度合成算子 (T-DM); 最后, 通过一个算例对二元语义密度算子的应用进行了说明.

关键词: 不确定多属性决策；信息集结；密度算子；二元语义

中图分类号: C934　　**文献标识码:** A

Two-tuple linguistic density operator and its application in multi-attribute decision making

YI Ping-tao, LI Wei-wei, GUO Ya-jun

(School of Business Administration，Northeastern University，Shenyang 110819，China. Correspondent：YI Ping-tao, E-mail：ptyi@mail.neu.edu.cn)

Abstract: For the problem of uncertain multi-attribute decision making, the judgment information is given in the form of two-tuple linguistic. Firstly, a clustering method is proposed based on the numerical value of the corresponding two-tuple linguistic information. Then, the density weighting vector determining method is presented, based on which, the two-tuple density operator(T-DM) is defined by combining the two-tuple linguistic density middle operator and the known information aggregation operators. Finally, an example is given to illustrate the application of the two-tuple density operator.

Key words: uncertain multi-attribute decision making；information aggregation；density operator；two-tuple linguistic

1 引 言

信息集结是多属性决策问题的核心内容之一, 因此对于信息集结方法的研究一直吸引着众多学者, 并取得了丰硕的理论成果, 其中最具代表性的是加权算术平均 (WAA) 算子和有序加权平均 (OWA) 算子[1], 后续的研究大都在 WAA 算子和 OWA 算子的基础上展开[2-6]. 文献 [7] 首次基于属性值的分布疏密程度信息, 提出了精确值形式的密度加权平均 (DWA) 中间算子, 并将该算子与已有的算术平均 (AA)、加权算术平均 (WAA)、有序加权算术平均 (OWA)、最小 (Min), 以及最大 (Max) 等算子合成新的算子, 密度算子能有效利用决策信息达到较好的决策效果[7-9].

上述集结算子大都是针对决策信息为精确值形式的情景提出的. 然而, 在决策过程中, 由于问题的敏感性、不确定性或决策者自身因素, 决策信息通常会以模糊语言信息的形式给出. 模糊语言信息的集结结果往往与预先定义的语言评价集中的元素有差异, 只能近似地由语言评价集来表示, 从而导致信息的损失和集结结果不精确等问题. 为此, 文献 [10] 首次提出了关于语言信息集结的二元语义处理方法, 并提出了二元语义有序加权平均 (T-OWA) 算子[11], 将其应用于多粒度语言标度的决策分析中, 取得了较好的效果. 本文对属性值为精确值形式的密度加权平均 (DWA) 中间算子进行拓展, 提出了二元语义密度 (T-DM) 算子, 并将其用于不确定多属性决策问题中.

2 二元语义信息及其聚类

2.1 二元语义信息

二元语义信息是指针对某目标 (或对象、准则) 给出的评价值结果由二元组 (s_k, a_k) 来表示[10-11]. 其

收稿日期: 2011-04-15；**修回日期:** 2011-09-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71071031, 71071030, 70801013)；中国博士后科学基金特别资助项目 (200902545); 教育部基本科研业务费项目 (N100406008).

作者简介: 易平涛 (1981−), 男, 副教授, 博士, 从事决策分析等研究；郭亚军 (1952−), 男, 教授, 博士生导师, 从事综合评价等研究.

中元素 s_k 和 a_k 的含义描述如下:

1) s_k 为预先定义好的语言评价集 S 中的第 k 个元素. 例如: 由 7 个元素 (即语言评价) 构成的语言评价集 S 可定义为: $S=\{s_6=$ FZ(非常重要), $s_5=$ HZ(很重要), $s_4=$ Z(重要), $s_3=$ YB(一般), $s_2=$ C(差), $s_1=$ HC(很差), $s_0=$ FC(非常差)$\}$.

2) a_k 为符号转移值, 满足 $a_k\in[-0.5,0.5)$, 它表示评价结果与 s_k 的偏差.

定义 1 设 $\beta\in[0,T]$ 为语言评价集 S 经某集结方法得到的实数, 其中 T 为语言评价集 S 中元素的个数. 则 β 可由如下函数表示为二元语义信息[10-11]:

$$\varDelta:[0,T]\to S\times[-0.5,0.5),\tag{1}$$

即

$$\varDelta(\beta)=\begin{cases}s_k,\ k=\mathrm{round}(\beta);\\ a_k=\beta-k,\ a_k\in[-0.5,0.5).\end{cases}\tag{2}$$

其中 round 为四舍五入取整算子.

定义 2[10-11] 若 (s_k,a_k) 为二元语义信息, s_k 为 S 中的第 k 个元素, $a_k\in[-0.5,0.5)$, 则存在函数

$$\varDelta^{-1}:S\times[-0.5,0.5)\to[0,T],\tag{3}$$

使其转化为相应的数值 $\beta\in[0,T]$, 即

$$\varDelta^{-1}(s_k,a_k)=k+a_k=\beta.\tag{4}$$

假设 (s_k,a_k), (s_l,a_l) 为两个二元语义信息, 二元语义信息的比较规则如下[10-11]:

1) 若 $k<l$, 则 $(s_k,a_k)<(s_l,a_l)$.

2) 若 $k=l$, ① $a_k=a_l$, 则 $(s_k,a_k)=(s_l,a_l)$; ② $a_k<a_l$, 则 $(s_k,a_k)<(s_l,a_l)$; ③ $a_k>a_l$, 则 $(s_k,a_k)>(s_l,a_l)$.

2.2 二元语义信息的聚类

设 $A=\{(s_1,a_1),(s_2,a_2),\cdots,(s_n,a_n)\}$ 为二元语义信息的集合. 为了方便起见, 记 $N=\{1,2,\cdots,n\}$. 二元语义信息聚类是指对以二元语义信息形式给出的数据按照其间隔疏密程度进行分组的问题. 下面基于二元语义信息对应的数值给出一种二元语义聚类方法.

Step 1: 依据式 (4) 将二元语义信息 (s_i,a_i) 转化为相应的数值 $\beta_i(i\in N)$.

Step 2: 令 $r=0$, $A'=A$.

Step 3: $r=r+1$, 令 $(s_r,a_r)=\min\{(s_i,a_i)\in A',i\in N\}$. 定义集合 $C_r=\{(s_r,a_r)\}$, 若 $|\beta_i-\beta_r|\leqslant 0.5(i\in N)$, 则令 $C_r=C_r+\{(s_i,a_i)\}$. 重复该过程, 直到选不出满足条件的 $(s_i,a_i)(i\in N)$ 为止, 转入 Step 4.

Step 4: 令 $A'=A-C_r$, 若 $A'=\varnothing$, 则聚类结束; 否则转入 Step 3.

该聚类方法的原理是将二元语义信息转化为对应的数值 (原因是信息集结过程中也是对二元语义信息对应的数值进行集结), 并将数值的偏差控制在二元语义信息的符号转移值允许的偏差范围内, 从而在数值上保证同一聚类组内的二元语义信息具有较高的贴近程度.

3 密度加权向量

设 $A=\{(s_1,a_1),(s_2,a_2),\cdots,(s_n,a_n)\}$ 为某一决策问题的二元语义属性值集合, 或 n 个决策专家给出的二元语义评价值集合. 设 $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 为对 A 进行聚类之后按元素个数由多到少排序后所得到的 m 个数据组. $A_j(j=1,2,\cdots,m)$ 中数据元素的个数为 $k_j(1\leqslant k_j\leqslant n-1)$, 当 $j_1<j_2$ 时, $k_{j_1}\geqslant k_{j_2}$, 则称 $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 为序化后的 m 组聚类. 为了简便起见, 记 $M=\{1,2,\cdots,m\}$.

定义 3 设密度加权向量为 $\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_m)^{\mathrm{T}}$, 则密度加权向量的形式为

$$\xi_j=\ln(\mathrm{e}^{\lambda_j(k_j/n)}+1)\Big/\sum_{j=1}^{m}\ln(\mathrm{e}^{\lambda_j(k_j/n)}+1).\tag{5}$$

其中: k_j/n 为序化后第 j 个聚类组 A_j 中元素的规模信息, $\lambda_j\in(-\infty,+\infty)$ 为密度影响指数, 满足 $\xi_j\in(0,1)$, $\sum_{j=1}^{m}\xi_j=1$.

密度加权向量有趋同性、趋中性和趋极性之分. 当决策者强调主体信息或群体共识时, 可选择趋同性密度加权向量; 当强调极端信息或个别意见时, 可选择趋极性的密度加权向量; 趋中性密度加权向量是一种过渡性加权向量, 不体现对数据分布的偏好.

定义 4[8] 对于密度加权向量 $\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_m)^{\mathrm{T}}$, 其"组间同性"程度的测度为

$$T_s(\xi)=\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}(m-j)\xi_j;\tag{6}$$

其"组间极性"程度的测度为

$$T_e(\xi)=1-T_s(\xi).\tag{7}$$

由定义 4 可知, 当决策者偏好主体信息或群体共识时, $T_s(\xi)\in(0.5,1]$; 当决策者偏好极端信息或个体意见时, $T_s(\xi)\in[0,0.5)$; 当决策者对于信息没有特殊偏好时, $T_s(\xi)=0.5$.

定义 5 对密度加权向量 $\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_m)^{\mathrm{T}}$, 称

$$\mathrm{En}\,(\xi)=-\frac{1}{\ln m}\sum_{j=1}^{m}\xi_j\ln\xi_j\tag{8}$$

为密度加权向量 ξ 的熵.

熵值刻画了密度加权向量的信息量, 并反映出各分量之间的平衡状态. 熵值越大, 密度加权向量 $\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_m)^{\mathrm{T}}$ 中各分量大小差异的平衡状态越

好[8].

决策者可事先提供反映其组间同性偏好水平 $T_s(\xi)$ 的取值 (设为 γ), 然后通过如下规划模型确定密度加权向量:

$$\max\ \ \mathrm{En}\,(\xi)=-\frac{1}{\ln m}\sum_{j=1}^{m}\xi_j\ln\xi_j.$$

$$\text{s.t.}\ \begin{cases}\dfrac{1}{m-1}\displaystyle\sum_{j=1}^{m}(m-j)\xi_j=\gamma;\\ \xi_j=\ln(\mathrm{e}^{\lambda_j(k_j/n)}+1)\Big/\displaystyle\sum_{j=1}^{m}\ln(\mathrm{e}^{\lambda_j(k_j/n)}+1);\\ \lambda_j\in(-\infty,+\infty),\ j\in M.\end{cases}\tag{9}$$

规划模型 (9) 的意义在于: 通过组间同性偏好水平为决策者提供一种表达偏好的机会; 在此基础上, 为了避免密度权重的过度差异, 利用密度权重的最大熵值来保证它们之间的均衡性. 这种确定密度权重的方法既为决策者的偏好提供了表达机会, 又能最大可能地保证密度权重之间的均衡性.

4　二元语义密度算子

定义 6　设 T-DWA: $R^n\to R$, 若

$$\text{T-DWA}_{\xi,\Theta}(\tilde a_1,\tilde a_2,\cdots,\tilde a_n)=\sum_{j=1}^{m}\xi_j\,\Theta(A_j),\tag{10}$$

则称 T-DWA 为二元语义密度加权平均中间算子, 也称为 T-DWA 算子. 其中: $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 为 A 的序化后 m 组聚类; $\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_m)^{\mathrm T}$, $\xi_j\in(0,1)$ 且 $\sum\limits_{j=1}^{m}\xi_j=1$; Θ 为一信息集结算子.

定义 7　设 T-DWGA: $R^n\to R$, 若

$$\text{T-DWGA}_{\xi,\Theta}(\tilde a_1,\tilde a_2,\cdots,\tilde a_n)=\prod_{j=1}^{m}\Theta(A_j)^{\xi_j},\tag{11}$$

则称 T-DWGA 为二元语义密度加权几何平均中间算子, 也称为 T-DWGA 算子. 其中: $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 为 A 的序化后 m 组聚类; $\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_m)^{\mathrm T}$, $\xi_j\in(0,1)$ 且 $\sum\limits_{j=1}^{m}\xi_j=1$; Θ 为一信息集结算子.

将 T-DWA 和 T-DWGA 算子统称为二元语义密度算子, 记为 T-DM 算子. T-DM 算子作为中间算子, 需要与已有的 WAA, OWA, AA, Min和 Max 等算子结合形成合成算子. 下面以 WAA 和 OWA 算子为例, 对密度合成算子进行定义.

定义 8　设 T-DWA$_{\text{WAA}}$: $R^n\to R$, 若

$$\text{T-DWA}_{\text{WAA},\xi,\Theta}[(s_1,a_1),(s_2,a_2),\cdots,(s_n,a_n)]=\Delta\Big\{\sum_{j=1}^{m}\xi_j\Big[\sum_{l=1}^{k_j}w_l^{(j)}\beta_l^{(j)}\Big]\Big\},\tag{12}$$

则称 T-DWA$_{\text{WAA}}$ 为二元语义密度加权平均算子, 也称为 T-DWA$_{\text{WAA}}$ 算子. 其中

$$A_j=\{\beta_l^j|\beta_l^j=\Delta^{-1}(s_l^{(j)},a_l^{(j)});\ j\in M,l=1,2,\cdots,k_j\},$$

$\sum\limits_{j=1}^{m}k_j=n$, β_l^j 为 A_j 中第 l 个二元语义信息对应的数值; $w_j=(w_1^{(j)},w_2^{(j)},\cdots,w_{k_j}^{(j)})^{\mathrm T}$ 为 A_j 中的元素重要性的归一化加权向量, 满足 $\sum\limits_{l=1}^{k_j}w_l^{(j)}=1,w_l^{(j)}\geqslant 0$.

若

$$\text{T-DWGA}_{\text{WAA},\xi,\Theta}[(s_1,a_1),(s_2,a_2),\cdots,(s_n,a_n)]=\Delta\Big\{\prod_{j=1}^{m}\Big[\sum_{l=1}^{k_j}w_l^{(j)}\beta_l^{(j)}\Big]^{\xi_j}\Big\},\tag{13}$$

则称 T-DWGA$_{\text{WAA}}$ 为二元语义密度加权几何平均算子, 也称为T-DWGA$_{\text{WAA}}$算子.

定义 9　设 T-DWA$_{\text{OWA}}$: $R^n\to R$, 若

$$\text{T-DWA}_{\text{OWA},\xi,\Theta}[(s_1,a_1),(s_2,a_2),\cdots,(s_n,a_n)]=\Delta\Big\{\sum_{j=1}^{m}\xi_j\Big[\sum_{l=1}^{k_j}\omega_l^{(j)}\beta_l^{(j)}\Big]\Big\},\tag{14}$$

则称 T-DWA$_{\text{OWA}}$ 为二元语义密度有序加权平均算子, 也称为 T-DWA$_{\text{OWA}}$ 算子. 其中

$$A_j=\{\beta_l^j|\beta_l^j=\Delta^{-1}(s_l^{(j)},a_l^{(j)});\ j\in M,l=1,2,\cdots,k_j\},$$

$\sum\limits_{j=1}^{m}k_j=n$, β_l^j 为 A_j 中按从大到小排在第 j 位的元素, 且为集合 A 中某一二元语义信息对应的数值; $\omega_j=(\omega_1^{(j)},\omega_2^{(j)},\cdots,\omega_{k_j}^{(j)})^{\mathrm T}$ 为 A_j 中的元素位置重要性的归一化加权向量, 满足 $\sum\limits_{j=1}^{k_j}\omega_l^{(j)}=1,\omega_l^{(j)}\geqslant 0$.

若

$$\text{T-DWGA}_{\text{OWA},\xi,\Theta}[(s_1,a_1),(s_2,a_2),\cdots,(s_n,a_n)]=\Delta\Big\{\prod_{j=1}^{m}\Big[\sum_{l=1}^{k_j}\omega_l^{(j)}\beta_l^{(j)}\Big]^{\xi_j}\Big\},\tag{15}$$

则称 T-DWGA$_{\text{OWA}}$ 为二元语义密度有序加权几何平均算子, 也称为T-DWGA$_{\text{OWA}}$ 算子.

T-DWA$_{\text{WAA}}$(T-DWGA$_{\text{WAA}}$) 算子适用于属性权重已知的二元语义信息的集结, 或决策者权重已知的二元语义群体评价信息的集结; 而 T-DWA$_{\text{OWA}}$(T-DWGA$_{\text{OWA}}$), T-DWA$_{\text{AA}}$(T-DWGA$_{\text{AA}}$), T-DWA$_{\text{Min}}$(T-DWGA$_{\text{Min}}$), T-DWA$_{\text{Max}}$(T-DWGA$_{\text{Max}}$) 算子适用于属性权重未知的二元语义信息的集结, 或决策者权重未知的二元语义群体评价信息的集结.

5　应用算例

选用文献 [12] 的算例对二元语义密度算子的应

用进行说明.

一家风险投资公司需要选择某个项目对其进行投资, 有3个备选方案, 即: 方案O_1, 方案O_2和方案O_3. 在进行方案优选时需考虑4个因素分别为: 风险性因素(X_1), 成长性因素(X_2), 社会政治性因素(X_3)和环境因素(X_4). 初始的二元语义决策信息如表1所示. 4个决策因素对应的权重向量为$w = (0.268\,3, 0.321\,9, 0.186\,3, 0.223\,5)^{\mathrm{T}}$.

表 1 初始二元语义决策信息

方案	X_1	X_2	X_3	X_4
O_1	(FZ,−0.33)	(YB,0.4)	(C,0)	(C,0.43)
O_2	(Z,−0.37)	(YB,0.25)	(YB,0)	(YB,−0.4)
O_3	(HZ,−0.25)	(HZ,−0.33)	(YB,0.35)	(C,0)

下面给出二元语义密度算子的具体应用步骤:

1) 二元语义信息的聚类.

按照本文给出的二元语义信息聚类方法对各个方案的决策因素取值进行聚类, 聚类结果如下:

方案O_1: $A_1^{(1)} = \{(C,0),(C,-0.43)\}$, $A_2^{(1)} = \{(\mathrm{FZ},-0.33)\}$, $A_3^{(1)} = \{(\mathrm{YB},0.33)\}$.

方案O_2: $A_1^{(2)} = \{(Z,-0.37),(\mathrm{YB},0.25)\}$, $A_2^{(2)} = \{(\mathrm{YB},0),(\mathrm{YB},-0.4)\}$.

方案O_3: $A_1^{(3)} = \{(\mathrm{HZ},-0.25),(\mathrm{HZ},-0.33)\}$, $A_2^{(3)} = \{(\mathrm{YB},0.35)\}$, $A_3^{(3)} = \{(\mathrm{C},0)\}$.

2) 密度加权向量的确定.

密度加权向量组间同性偏好程度的具体取值由决策者依据自身偏好事先给出. 本算例中设决策者稍微偏好主体信息, 给出的组间同性偏好程度的测度值为$T_s(\xi) = 0.6$, 按照规划模型(9)求得各投资项目的密度加权向量如表2所示(对于方案O_2, 决策因素聚类后两组的元素个数相同, 因而决策者对各组信息规模偏好程度也相同).

表 2 密度加权向量

方案	密度影响指数λ_j	密度加权向量ξ
O_1	$\lambda_1 = 1.281, \lambda_2 = 0.701, \lambda_3 = -0.977$	$(0.438, 0.323, 0.238)^{\mathrm{T}}$
O_2	λ_1和λ_2为任意值	$(0.5, 0.5)^{\mathrm{T}}$
O_3	$\lambda_1 = 1.281, \lambda_2 = 0.701, \lambda_3 = -0.977$	$(0.438, 0.323, 0.238)^{\mathrm{T}}$

3) 决策信息的集结.

下面分别以T-DWA$_{\mathrm{WAA}}$, T-DWGA$_{\mathrm{WAA}}$和T-DWA$_{\mathrm{OWA}}$, T-DWGA$_{\mathrm{OWA}}$算子为例, 运用二元语义密度算子得到各投资方案的最终评价值如表3所示(算子T-DWA$_{\mathrm{OWA}}$, T-DWGA$_{\mathrm{OWA}}$中决策因素的位置权重按随机方式生成, 取$\omega = (0.257\,8, 0.298\,5, 0.198\,7, 0.245\,0)^{\mathrm{T}}$).

按照二元语义信息的比较规则, 得到各集结算子下投资方案的排序为: T-DWA$_{\mathrm{WAA}}$: $O_1 \sim O_3 \succ O_2$; T-DWGA$_{\mathrm{WAA}}$: $O_3 \succ O_1 \succ O_2$; T-DWA$_{\mathrm{OWA}}$: $O_3 \succ O_1 \succ O_2$; T-DWGA$_{\mathrm{OWA}}$: $O_3 \succ O_1 \succ O_2$. 其中: "∼"表示等价, 即方案优劣程度相同.

表 3 投资项目的最终评价值

密度算子	O_1	O_2	O_3
T-DWA$_{\mathrm{WAA}}$	(Z,−0.377)	(YB,0.102)	(Z,−0.377)
T-DWGA$_{\mathrm{WAA}}$	(YB,0.337)	(YB,0.086)	(YB,0.438)
T-DWA$_{\mathrm{OWA}}$	(Z,−0.396)	(YB,0.103)	(Z,−0.377)
T-DWGA$_{\mathrm{OWA}}$	(YB,0.309))	(YB,0.086)	(YB,0.439)

分析以上评价结果, 可得如下结论: 各密度集结算子得到的最优投资项目都为O_3(T-DWA$_{\mathrm{WAA}}$中O_1也为最优投资项目), 并且无论是WAA算子还是OWA算子与密度中间算子集结, 同一种集结方式(T-DWA或T-DWGA)的集结结果相似度很高, 这表明密度中间算子具有较好的稳定性. T-DWA算子的集结值通常情况下都大于T-DWGA算子的集结值, 决策者可根据自身偏好对集结方法进行自由选择.

6 结 论

本文以属性值为精确值形式的密度算子为基础, 提出了二元语义密度(T-DM)算子, 进一步丰富了密度算子的理论体系. 基于二元语义信息对应的数值, 给出了一种简单有效的二元语义信息聚类方法. 在此基础上, 依据各聚类组的规模信息给出了确定密度加权向量的规划方法, 并将二元语义密度中间算子与已知的信息集结算子(以WAA和OWA算子为例)合成, 用于二元语义信息的集结, 获得了较好的效果, 从而拓展了密度算子的应用范围.

参考文献(References)

[1] Yager R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1988, 18(1): 183-190.

[2] Yager R R, Filev D P. Induced ordered weighted averaging operators[J]. IEEE Trans on System, Man, and Cybernetics, 1999, 29(1): 141-150.

[3] Liu X W, Chen L H. On the properties of parametric geometric OWA operator[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2004, 35(2): 163-178.

[4] Xu Z S, Yager P R. Power-geometric operators and their use in group decision making[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2010, 18(1): 94-105.

[5] Yager R R. On the dispersion measure of OWA operators[J]. Information Sciences, 2009, 179(22): 3908-3919.

[6] 徐泽水. 拓展的C-OWA算子及其在不确定多属性决策中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(11): 7-13. (Xu Z S. Extended C-OWA operators and their use in uncertain multi-Attribute decision making[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2005, 25(11): 7-13.)

(下转第767页)